

Métodos no paramétricos de productividad y eficiencia. Efoque basado en el análisis envolvente de datos DEA (data envelopment analysis)

Freddy Lenin Villarreal Satama

compas
Grupo de capacitación e investigación pedagógica

Freddy Lenin Villarreal Satama

Métodos no paramétricos de productividad y eficiencia. Efoque basado en el análisis envolvente de datos DEA (data envelopment analysis)

Freddy Lenin Villarreal Satama

Este libro ha sido debidamente examinado y valorado en la modalidad doble par ciego con fin de garantizar la calidad científica del mismo.

© Publicaciones Editorial Grupo Compás
Guayaquil - Ecuador
compasacademico@icloud.com
<https://repositorio.grupocompas.com>



Villarreal, F. (2023) Métodos no paramétricos de productividad y eficiencia. Efoque basado en el análisis envolvente de datos DEA (data envelopment analysis). Editorial Grupo Compás

© Freddy Lenin Villarreal Satama

ISBN:978-9942-33-767-2

El copyright estimula la creatividad, defiende la diversidad en el ámbito de las ideas y el conocimiento, promueve la libre expresión y favorece una cultura viva. Quedan rigurosamente prohibidas, bajo las sanciones en las leyes, la producción o almacenamiento total o parcial de la presente publicación, incluyendo el diseño de la portada, así como la transmisión de la misma por cualquiera de sus medios, tanto si es electrónico, como químico, mecánico, óptico, de grabación o bien de fotocopia, sin la autorización de los titulares del copyright.

Índice

Prólogo	7
Capítulo I.....	9
Productividad y eficiencia	12
1.1 Introducción.....	12
1.2 La industria 4.0 y la productividad	15
1.3 La productividad y el talento humano.....	17
1.4 Relación entre eficiencia y talento humano capacitado.....	19
1.5 La eficiencia como medio de competitividad	20
1.6 La filosofía de la productividad	22
1.7 Conclusiones	23
Capítulo II.....	25
Concepto técnico de eficiencia	25
2.1 Introducción.....	26
2.2 Eficiencia	26
2.3 Eficiencia técnica	27
2.4 Eficiencia de precio	29
2.5 Eficiencia global.	30
2.6 Inputs y outputs	32
2.7 Caso de un input y un output.....	32
2.8 Caso de un Input y dos Outputs.....	37
2.9 Conclusiones	43
Capítulo III	45
Método no paramétrico. Análisis Envolvente de Datos DEA.....	45
3.1 Introducción.....	46
3.2 Etapas del análisis para realizar una investigación mediante modelos DEA.....	47
3.3 Implementación de resultados	52
3.4 El enfoque del análisis cuantitativo.....	53
3.5 El software informático para la solución de modelos matemáticos.	54
3.6 Ventajas y desventajas del DEA.....	56
3.7 Conclusiones	59
Capítulo IV	60

Análisis envolvente de datos. DEA CCR	60
4.1 Métodos de estimación de la eficiencia	61
4.2 Modelo DEA-CCR	62
4.3 Modelo DEA-CCR en forma Multiplicativa.....	64
4.4 Modelo DEA-CCR en forma envolvente	66
4.5 Conclusiones	69
Capítulo V.....	71
Aplicación de la técnica DEA-CCR en forma multiplicativa y envolvente con R.....	71
5.1 Estudio de eficiencia de la Banca Pública del Ecuador año 2008	72
5.2 Eficiencias forma multiplicativa enero del 2008	73
5.3 Cálculo de las contribuciones de outputs e inputs para BanEcuador.....	75
5.4 Análisis de eficiencia para el mes de enero 2008.....	77
5.6 Análisis DEA en forma envolvente	79
5.7 Análisis de eficiencia para el mes de diciembre 2008.....	83
5.8 Análisis DEA forma multiplicativa mes diciembre 2008	85
5.9 Análisis DEA forma envolvente mes diciembre 2008	86
5.10 Análisis eficiencia año 2008	91
5.11 Conclusiones	91
Glosario de términos	92
Listado de Referencias	93

Prólogo

El presente tiene su origen en el trabajo de tesis doctoral sobre el “Análisis de la eficiencia de la Banca Pública del Ecuador. Una propuesta basada en la estimación no paramétrica”, tema que fue desarrollado en la Universidad de Girona en la Comunidad de Cataluña-España. El objetivo que se busca es la aplicación de la eficiencia como método no paramétrico en las diferentes industrias y negocios, pues su resultado identifica aquellas unidades que son eficiente, sujeto a variables de entrada y salida mediante una función que permite la inclusión de varias variables para la optimización de esta función. Las unidades que no son eficientes tienen la oportunidad de identificar estas falencias y poderse comparar con el fin de llegar al porcentaje óptimo lo que a su vez es fuente de competitividad empresarial.

Dado que su enfoque es cuantitativo, la teoría y método de optimización matemática permite tomar decisiones concretas en tanto que la empresa busca es maximizar sus beneficios haciendo que las ciencias exactas hagan la vida más fácil y ordenada para evitar el caos, conservando el análisis, la coherencia, exactitud que nos lleva a ser eficientes en la medida que se hace honor al “Discurso del Método” propuesta por René Descartes (La Haye en Touraine) uno de los más grandes filósofos, matemáticos y físico francés, padre de la geometría analítica y filosofía moderna, para llegar a la verdad sin aceptar nada preconcebido que no pueda demostrarse para no admitir ciencia alguna sin la certeza de una demostración e inspiración matemática. El libro se compone de los siguientes capítulos:

El capítulo I trata sobre los conceptos de eficiencia y productividad en la industria 4.0 y como la tecnología se complementa con la optimización y talento humano.

El capítulo II versa sobre la eficiencia técnica y global como medida óptima con el uso de las variables inputs- outputs.

El capítulo III trata sobre el DEA como método no paramétrico de cálculo y su utilización en las diferentes industrias.

El capítulo IV hace referencia al DEA con las diferentes técnicas de estudio entre ellas DEA CCR de manera fraccional, multiplicativa y envolvente como medio de comparación.

El capítulo V presenta un caso de estudio en la banca pública del Ecuador, aplicando el DEA CCR en sus formas alternativas multiplicativa y envolvente.

Dedicatoria

A Dios y la Virgen María.
A mis padres Gloria y Lizandro.
A mis hermanas; Mónica, Lorena, Alexandra y sus hijos.
A Carolina, Ágata, Heimy, L.E. Francesa.
A María Tersa Bosch (Teya)

Agradecimientos

A la Universidad Hemisferios y sus autoridades.
A la Universidad de Girona.

Introducción

La optimización matemática, como disciplina fundamental, desempeña un papel crucial en la resolución de problemas y en la toma de decisiones en diversas industrias. Entre las numerosas aplicaciones matemáticas, el Análisis de Envoltente de Datos (DEA) ha emergido como una técnica valiosa para evaluar la eficiencia y la productividad en el ámbito industrial. En este contexto, exploraremos la importancia de su uso, con un enfoque especial en DEA, en la industria.

1. **La optimización matemática:** Nos proporciona un marco sólido para modelar y analizar fenómenos complejos. En la industria, los conceptos matemáticos como álgebra, cálculo y estadísticas son esenciales para entender patrones, prever tendencias y optimizar procesos.
2. **Toma de Decisiones Basada en Datos:** El análisis permite la toma de decisiones informadas. Las empresas utilizan modelos matemáticos para analizar datos operativos, financieros y de mercado, lo que facilita la identificación de oportunidades y la mitigación de riesgos.
3. **Eficiencia y Productividad con DEA:** El DEA es una técnica matemática utilizada para medir la eficiencia relativa de unidades operativas, como empresas o departamentos. Aplicado en la industria, DEA ayuda a identificar las mejores prácticas y a optimizar el rendimiento, contribuyendo así a la mejora continua.
4. **Evaluación de Rendimiento:** En entornos industriales, la evaluación precisa del rendimiento es esencial. Las herramientas matemáticas, incluido DEA, permiten comparar y clasificar el rendimiento de diferentes unidades, identificando áreas de mejora y eficiencia optimizando el uso de recursos. Al utilizar modelos matemáticos, las empresas pueden minimizar costos y maximizar la utilización de recursos.
5. **Innovación y Desarrollo:** La innovación en la industria a menudo se basa en avances matemáticos. Desde algoritmos de optimización hasta modelado predictivo, las matemáticas impulsan el desarrollo de nuevas tecnologías y procesos, mejorando la competitividad y la sostenibilidad, así como también, desempeñan un papel fundamental en la gestión de riesgos.
6. **Integración de Tecnologías Emergentes:** Con el surgimiento de tecnologías como el Internet de las cosas (IoT) y la inteligencia artificial (IA), los modelos de eficiencia se convierten en la columna vertebral para desarrollar algoritmos y modelos que aprovechan estas tecnologías para mejorar la productividad industrial.
7. **Formación de Profesionales Competentes:** El conocimiento técnico sólido es esencial para la formación de profesionales en ciencia, tecnología e ingeniería. Estos profesionales son vitales para la innovación y el desarrollo tecnológico en la industria.
10. **Impacto en la Economía Global:** La aplicación efectiva de las ciencias como es el caso del DEA, tiene un impacto directo en la economía global. La mejora de la eficiencia y la productividad en la industria contribuye al crecimiento económico y al bienestar general.

Es una herramienta fundamental para la industria moderna, proporcionando métodos analíticos y modelos que impulsan la eficiencia, la innovación y el desarrollo sostenible. En este contexto, el Análisis de Envoltura de Datos (DEA) se destaca como una técnica valiosa para evaluar y mejorar la eficiencia operativa, consolidando así la importancia continua de las matemáticas en el panorama industrial global.

La concatenación de los estudios en eficiencia universitarios con la industria empresarial es crucial por diversas razones que benefician tanto a los individuos como a las organizaciones. Aquí se presentan algunas razones fundamentales para esta conexión estrecha:

Aplicación Práctica del Conocimiento:

La industria proporciona un entorno real donde los estudiantes pueden aplicar los conocimientos teóricos adquiridos en la universidad. Esto refuerza la comprensión de los conceptos y habilidades adquiridos durante sus estudios.

Desarrollo de Habilidades Profesionales:

La industria ofrece oportunidades para el desarrollo de habilidades profesionales esenciales, como habilidades de comunicación, trabajo en equipo, resolución de problemas y liderazgo. Estas habilidades son cruciales para el éxito en el entorno empresarial.

Adaptación a la Realidad Empresarial:

La universidad puede proporcionar una base sólida, pero la industria a menudo presenta desafíos y dinámicas únicas. La conexión entre estudios universitarios y la industria permite a los estudiantes adaptarse a la realidad empresarial, comprender las demandas del mercado laboral y ajustar sus enfoques según las necesidades reales.

Networking y Oportunidades Laborales:

La interacción con profesionales de la industria durante estudios universitarios puede facilitar la creación de redes (networking). Establecer contactos con profesionales y empresas puede abrir puertas a oportunidades laborales, pasantías y futuros empleos.

Innovación y Transferencia de Tecnología:

La conexión entre la academia y la industria fomenta la transferencia de tecnología y conocimientos. Los avances académicos pueden traducirse en innovaciones prácticas en la industria, mejorando la eficiencia y la competitividad.

Actualización Constante de Conocimientos:

La industria está en constante evolución. La conexión con la industria permite a los estudiantes mantenerse actualizados con las últimas tendencias, tecnologías y prácticas empresariales, asegurando que su educación sea relevante y actualizada.

Resolución de Problemas del Mundo Real:

La industria presenta desafíos del mundo real que a menudo no se pueden replicar completamente en un entorno académico. La resolución de problemas prácticos en la industria contribuye a la formación integral de los estudiantes.

Alineación con las Necesidades del Mercado Laboral:

La colaboración entre universidades e industrias asegura que los programas académicos estén alineados con las necesidades cambiantes del mercado laboral. Esto ayuda a preparar a los estudiantes para roles específicos y aumenta su empleabilidad.

Contribución a la Investigación Aplicada:

La colaboración entre la academia y la industria impulsa la investigación aplicada. La resolución de problemas prácticos en la industria puede generar ideas y proyectos de investigación que beneficien tanto a la academia como a las empresas.

Desarrollo de una Fuerza Laboral Competente:

La conexión entre estudios universitarios y la industria contribuye a la formación de una fuerza laboral competente y adaptativa, capaz de abordar los desafíos contemporáneos y liderar la innovación en diversos sectores industriales.

Capítulo I

Productividad y eficiencia

“Ninguna investigación humana puede ser llamada verdadera ciencia si no puede ser demostrada matemáticamente”
Leonardo da Vinci. (1452-1519) Pintor florentino.

1.1 Introducción

Desde la antigüedad, el hombre ha utilizado conceptos matemáticos para resolver problemas a necesidades puntuales de la época, sin embargo, la aplicación de metodologías formales a la solución de los diferentes problemas con el uso de técnicas cuantitativas se intensificó en el siglo XX. La industria 4.0 ha hecho que grandes cantidades de datos se almacenen y posteriormente sean procesados con la utilización de software sofisticado. En todas las áreas de conocimiento en la que trabajan millones de personas sea privada o pública, con o sin fines de lucro se generan datos discretos y continuos que deben ser analizados para que sus directivos tomen decisiones que generen valor agregado a las actividades y proceso que son parte de los planes estratégicos de las Unidades de negocio.

Es importante determinar la finalidad en la aplicación de métodos matemáticos de investigación para conocer el comportamiento de la información periódica que se presenta a las entidades estatales de control y con la que los dueños de los recursos económicos planifican y deciden realizar inversiones en el corto, mediano y largo plazo.

La toma de decisiones en los estados naturaleza con incertidumbre donde no se dispone de datos de probabilidad, generan varios criterios en múltiples condiciones sea optimista, pesimista, con criterio de realismo, probabilidades iguales o incluso el arrepentimiento, suponen que los retornos de inversión involucran niveles de riesgo y en muchos casos depende mucho de los juicios de valor, experiencias similares y la sinergia que debe existir entre la academia y la empresa para aplicar metodologías científicas a los problemas comunes del desarrollo económico de los países.

Por lo tanto, se estudian los conceptos relacionados con el álgebra y una rama especializada de las matemáticas como es la programación matemática/investigación operativa en conexión con la utilidad que debe tener en la aplicación empresarial, cuestionada muchas veces por la sociedad al no encontrar ese hilo conductor Academia-Empresa. Este trabajo ofrece la aplicación de herramientas adaptando al método científico para calcular la productividad, eficiencia e ineficiencia de las unidades productivas con diferentes técnicas que nos ofrece los métodos no paramétricos y en concreto el Análisis Envoltente de Datos (DEA), ofreciendo una versión sencilla y detallada.

La medición de la eficiencia económica es evaluada en muchos campos del proceso productivo con el uso de funciones frontera. Este análisis que inicia con el trabajo de Farrell (1957) quien descompone la eficiencia en un componente técnico y otro componente de eficiencia asignativa como lo veremos a continuación al detalle en la metodología DEA, sin embargo, estos conceptos han ido evolucionando hacia formas alternativas de medición de la eficiencia para estimar fronteras eficientes clasificándolos en métodos paramétricos y no paramétricos.

Los métodos paramétricos suponen una función definida a las unidades a ser analizadas que son de tipo Coob-Douglas o Translog y cuyos parámetros de la función se estima de manera estadística, contrastados con pruebas de hipótesis para

determinar su idoneidad en el modelo econométrico¹ o multivariado² entre los que destacan:

- SFA (Stochastic Frontier Analysis), Análisis de Frontera Estocástica, que suponen una distribución conocida de los términos de eficiencia del modelo.
- DFA (Distribución Free Approach), como método de distribución libre.
- TFA (Thick Frontier Approach), que no suponen una distribución concreta a dichos términos de eficiencia.

Los modelos no paramétricos muy comunes en la utilización de la literatura moderna de Norteamérica y Europa en trabajos de análisis de eficiencia para la banca privada y pública, cooperativas, cajas de ahorro, sociedades financieras, tarjetas de crédito, vigentes desde la década de los 80 como el Análisis Envoltente de Datos (DEA) que corresponde a las iniciales de Development Environmental Analysis, analizados en concreto mediante modelos matemáticos la eficiencia de las unidades productivas mediante las variantes de DEA-CCR y DEA-BCC.

En esta sección partimos de varias definiciones como, productividad y eficiencia. La productividad es la relación de output (s) vs. input (s):

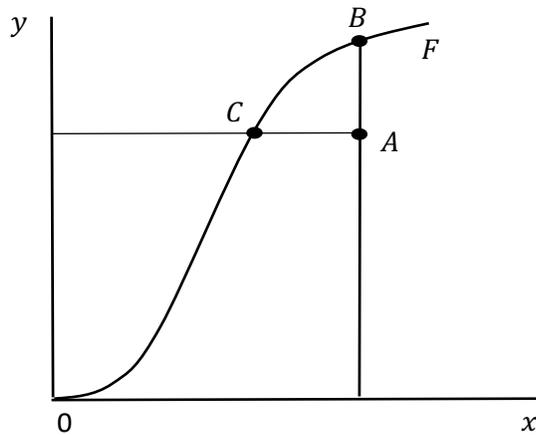
$$Productividad = \frac{Salidas}{Entradas} \quad \text{Ecuación 1.1}$$

Cuando se hace referencia a la productividad, nos referimos a la productividad total de los factores, que es una medida que involucra a todos los factores de producción. Los conceptos de productividad y eficiencia se encuentran muy asociados sin embargo son distintos. Para ilustrar la distinción entre los términos, es útil considerar un proceso de producción simple en el que se usa una sola entrada (x), para producir una sola salida (y). La línea OF' en la figura 1.1 representa una frontera de producción que puede usarse para definir la relación entre la entrada y la salida. La frontera de producción representa la salida máxima alcanzable desde cada nivel de entrada. Por lo tanto, refleja el estado actual de la tecnología en la industria. Las empresas de esta industria operan ya sea en esa frontera, si son técnicamente eficientes, o por debajo de la frontera si no son técnicamente eficientes. El punto A representa un punto ineficiente, mientras que los puntos B y C representan puntos eficientes. Una empresa que opera en el punto A es ineficiente porque, técnicamente, podría aumentar la producción al nivel asociado con el punto B sin requerir más entradas o recursos inputs. (Coll & Blasco, 2006)

Figura. 1.1 Frontera de producción y Eficiencia Técnica.

¹ Véase Damondar Gujarati, Econometría, 2010, capítulos 4 y 5. Modelos de regresión lineal.

² Véase Jorge de la Garza, Blanca morales y Beatriz González, 2103, capítulos 1 y 2. Análisis Multivariante.



Nota; Frontera de producción en función de las unidades económicas A, B, C y F(Coelli & Coelli, 2005)

La eficiencia por lo tanto viene a ser la capacidad de generar un efecto positivo en diversos contextos que puede ser el administrativo, financiero, económico, ingeniería, comunicación, educación e incluso en el campo deportivo puesto que su hace referencia a la utilización en menor cantidad de recursos o factores de la producción para generar el máximo nivel de producción que en o posterior es la obtención de mayor utilidad a las compañías.

1.2 La industria 4.0 y la productividad

La Industria 4.0 representa una revolución significativa en el ámbito industrial, marcando el surgimiento de una era tecnológica, donde la integración de ella redefine la forma en que producimos, gestionamos y percibimos la fabricación. Este fenómeno no solo implica avances tecnológicos, sino que también conlleva cambios profundos en la estructura organizativa, la toma de decisiones y la interconexión de sistemas. A medida que la Industria 4.0 se consolida, es imperativo analizar sus aspectos positivos y desafíos, así como reflexionar sobre su impacto en la sociedad, la economía y el medio ambiente (L. Villarreal, 2022).

En primer lugar, la principal característica de la Industria 4.0 es la digitalización completa de los procesos industriales. La interconexión de máquinas, la recopilación masiva de datos y el análisis predictivo permiten una toma de decisiones más rápida y eficiente. Esto se traduce en una mayor flexibilidad y agilidad en la producción, lo que puede mejorar la capacidad de adaptación de las empresas a las demandas del

mercado. Además, la optimización de la eficiencia operativa a través de la automatización reduce los costos y minimiza los residuos, contribuyendo a una producción más sostenible.

La implementación de tecnologías como el Internet de las cosas (IoT), la inteligencia artificial (IA) y la realidad aumentada (RA) también ha propiciado el surgimiento de fábricas inteligentes. Estas fábricas no solo son capaces de producir bienes de manera más eficiente, sino que también facilitan la personalización de productos y servicios de acuerdo con las necesidades específicas de los clientes. Esto no solo satisface las expectativas del consumidor, sino que también puede impulsar la innovación y la competitividad en el mercado global (L. Villarreal, 2022).

Sin embargo, la adopción de la Industria 4.0 no está exenta de desafíos. La conectividad expandida y la dependencia de la tecnología digital hacen que las empresas sean más vulnerables a ciberataques. La seguridad cibernética se convierte, por lo tanto, en una preocupación crítica, y las empresas deben invertir considerablemente en medidas de protección para salvaguardar la integridad de sus operaciones. Además, la rápida obsolescencia tecnológica puede representar un riesgo financiero para aquellas empresas que no logran mantenerse al día con las últimas innovaciones.

Desde una perspectiva socioeconómica, la Industria 4.0 también plantea preguntas sobre el impacto en el empleo. Si bien la automatización puede aumentar la eficiencia, también puede resultar en la reducción de empleos tradicionales. Esto implica la necesidad de una reevaluación de las habilidades requeridas en la fuerza laboral, así como el desarrollo de programas de capacitación para garantizar una transición exitosa hacia un entorno laboral más digitalizado.

En el contexto ambiental, la Industria 4.0 tiene el potencial de mejorar la sostenibilidad. La monitorización en tiempo real y la optimización de procesos pueden reducir el desperdicio de recursos y la huella ambiental de la producción industrial. Sin embargo, es crucial abordar las preocupaciones sobre la generación de desechos electrónicos y la gestión responsable de los componentes tecnológicos, para evitar consecuencias negativas para el medio ambiente a largo plazo (Dwivedi et al., 2022).

La relación entre la Industria 4.0 y la productividad es profunda y transformadora. La adopción de tecnologías avanzadas en la fabricación, como el Internet de las cosas (IoT), la inteligencia artificial (IA) y la automatización, ha revolucionado los procesos productivos, generando mejoras sustanciales en la eficiencia y la calidad.

La digitalización de la cadena de producción en la Industria 4.0 permite una mayor visibilidad y control en tiempo real. Las empresas pueden monitorear cada etapa del proceso, identificar cuellos de botella y tomar decisiones rápidas para optimizar la producción. La recopilación masiva de datos facilita el análisis predictivo, permitiendo a las empresas anticipar fallos en la maquinaria, prever necesidades de mantenimiento y ajustar la producción según la demanda del mercado (Fairlie, n.d.).

La automatización juega un papel crucial en la mejora de la productividad. Los sistemas automatizados pueden realizar tareas repetitivas de manera constante y precisa, liberando a los trabajadores para que se centren en actividades más creativas y estratégicas. Esto no solo acelera la velocidad de producción, sino que también reduce los errores humanos, mejorando la calidad de los productos.

La personalización de la producción es otro aspecto destacado de la Industria 4.0 en relación con la productividad. La capacidad de adaptar rápidamente los procesos para satisfacer las demandas específicas del cliente se traduce en una mayor satisfacción del cliente y una ventaja competitiva. Las fábricas inteligentes pueden cambiar de la producción en masa a la producción personalizada sin interrupciones significativas, lo que les permite responder ágilmente a las cambiantes preferencias del mercado (Fairlie, n.d.).

A pesar de estos beneficios, es importante abordar los desafíos asociados con la implementación de la Industria 4.0. La transición a un entorno altamente digitalizado requiere inversiones significativas en tecnología y capacitación de la fuerza laboral. Las empresas deben garantizar que sus empleados adquieran las habilidades necesarias para operar y mantener estas nuevas tecnologías, lo que puede requerir una transformación cultural y educativa. En resumen, la Industria 4.0 tiene un impacto sustancial en la productividad al mejorar la eficiencia, la calidad y la capacidad de personalización en la fabricación. Sin embargo, la transición exitosa a este paradigma implica abordar desafíos relacionados con la inversión en tecnología y la capacitación de la fuerza laboral. Aquellas empresas que logren superar estos obstáculos están posicionadas para cosechar los beneficios significativos que la Industria 4.0 ofrece para impulsar la productividad y la competitividad en el mercado global.

1.3 La productividad y el talento humano

La productividad del talento humano se refiere a la eficiencia y efectividad con la que los empleados contribuyen al logro de los objetivos y metas de una organización. Es un indicador clave para evaluar el rendimiento y la contribución de los recursos humanos en el contexto empresarial. Medir la productividad del talento humano implica evaluar la relación entre la producción obtenida y los recursos utilizados, centrándose en la calidad y eficiencia de la contribución de los empleados. Una medida común de la productividad del talento humano es la producción por empleado. Este indicador examina la cantidad y calidad del trabajo realizado por cada miembro del equipo en un período específico. Se puede calcular dividiendo la producción total de la empresa entre el número de empleados. Sin embargo, es esencial considerar la naturaleza del trabajo y la industria, ya que algunos sectores pueden requerir más tiempo y esfuerzo para generar resultados. (Render & Heizer, 2014).

La eficacia de los empleados también se evalúa mediante métricas como el rendimiento individual, la calidad del trabajo, la satisfacción del cliente y la

capacidad de adaptación a los cambios. Estos factores proporcionan una visión más completa de cómo cada empleado contribuye al éxito general de la organización. Además, el tiempo de actividad y la gestión del tiempo son elementos cruciales en la medición de la productividad del talento humano. Evaluar cuánto tiempo dedican los empleados a tareas específicas y cómo gestionan su tiempo puede revelar eficiencias o identificar áreas que requieren mejoras (Gestión, 2023a).

La innovación y la creatividad también son aspectos fundamentales de la productividad del talento humano. Las organizaciones exitosas fomentan un entorno que permite a los empleados proponer ideas nuevas y creativas. La capacidad de resolver problemas, pensar de manera crítica y aportar soluciones innovadoras contribuye significativamente al rendimiento general de una empresa. Además de las métricas cuantitativas, la retroalimentación y la evaluación continua son herramientas valiosas para medir la productividad del talento humano. Conversaciones regulares entre empleadores y empleados permiten identificar fortalezas, debilidades y áreas de mejora. Las revisiones de desempeño, los objetivos claros y el desarrollo profesional también juegan un papel crucial en este proceso (Coelli & Coelli, 2005).

La productividad del talento humano puede medirse mediante diversas métricas, tomando en cuenta la producción por empleado, la eficacia individual, la gestión y administración del tiempo y lo que actualmente buscan los empresarios de sus colaboradores, la innovación y la retroalimentación continua. Es una evaluación integral que va más allá de la cantidad y extensas actividades y tareas en el trabajo realizado, considerando la calidad, la creatividad y la contribución general de los empleados al éxito de la organización.

Consideremos un ejemplo en la práctica real para ilustrar la medida de la productividad del talento humano. Supongamos que una empresa de software desea evaluar la productividad de su equipo de desarrollo de software durante un tiempo X. Aquí hay varios indicadores y métricas que podrían considerar:

- Producción por Empleado:
 - ✓ Total, líneas de código desarrolladas dividido por el número de desarrolladores.
 - ✓ Ejemplo: 5,000 líneas de código / 5 desarrolladores = 1,000 líneas de código por desarrollador.

- Eficiencia Individual:
 - ✓ Número de errores encontrados en el código de un desarrollador dividido por el número total de líneas de código escritas por ese desarrollador.
 - ✓ Ejemplo: 70 errores / 2,000 líneas de código = 0.035 (o 3.5% de errores).

- Satisfacción del Cliente:
 - ✓ Encuestas de satisfacción del cliente después de la implementación de nuevas funciones.

- ✓ Ejemplo: 87% de clientes satisfechos con las nuevas características desarrolladas.
- Gestión del Tiempo:
 - ✓ Tiempo dedicado a tareas productivas versus tiempo dedicado a reuniones o tareas no productivas.
 - ✓ Ejemplo: 33 horas dedicadas a codificación / 40 horas laborables = 82.5% de tiempo productivo.
- Innovación:
 - ✓ Número de ideas innovadoras propuestas por el equipo durante sesiones de lluvia de ideas.
 - ✓ Ejemplo: 10 nuevas ideas propuestas.
- Retroalimentación Continua:
 - ✓ Revisiones de desempeño y feedback constante de supervisores y compañeros.
 - ✓ Ejemplo: El Ing. Vacily, desarrollador de software del equipo Alfa, recibe elogios y premios económicos por su capacidad de resolver problemas y colaboración en equipo.

Al evaluar estos indicadores de manera integral, la empresa puede obtener una visión completa de la productividad del talento humano en el equipo de desarrollo. Por ejemplo, si bien la producción por empleado es alta, podría haber áreas de mejora en términos de eficiencia individual o gestión del tiempo. La retroalimentación continua también puede revelar habilidades específicas que podrían fortalecerse a través del desarrollo profesional. Este enfoque multidimensional permite a la empresa comprender no solo la cantidad de trabajo realizado, sino también la calidad, la eficiencia y la contribución general de cada miembro del equipo al éxito global de la organización.

1.4 Relación entre eficiencia y talento humano capacitado

La relación estadística entre eficiencia y talento humano capacitado es un tema de gran interés en la investigación empresarial y la gestión de recursos humanos. La eficiencia, medida por la productividad y el rendimiento organizacional, se asocia comúnmente con la calidad y el nivel de capacitación del personal (Obando Changuán, 2020).

Estudios han demostrado que existe una correlación positiva entre la eficiencia de una organización y la presencia de un talento humano capacitado. Las empresas que invierten en el desarrollo de habilidades y conocimientos de sus empleados tienden a lograr mayores niveles de eficiencia operativa. Un equipo bien capacitado es capaz de enfrentar desafíos con mayor competencia, adaptarse rápidamente a cambios y realizar tareas de manera más efectiva.

La capacitación del talento humano no solo se traduce en un aumento de la productividad, sino que también contribuye a la innovación y la creatividad. Empleados capacitados pueden aportar ideas frescas, implementar mejores prácticas y participar activamente en la resolución de problemas, lo que puede impulsar la eficiencia a largo plazo (Obando Changuán, 2020).

Las herramientas estadísticas, como análisis de regresión y pruebas de correlación, se utilizan comúnmente para explorar la relación entre la eficiencia organizativa y el talento humano capacitado. Estos análisis buscan identificar patrones y tendencias que respalden la idea de que la inversión en el desarrollo de habilidades y conocimientos del personal está vinculada positivamente con los resultados operativos de la empresa.

Además, la relación entre eficiencia y talento humano capacitado se refleja en métricas de recursos humanos, sin embargo, este ha recibido escasa atención en el estado del arte actual a pesar de que se debe tener mecanismos de indicadores de gestión para su medición y de esta manera establecer incentivos para la retención del talento, la satisfacción laboral y la mejora continua, reconociendo la importancia de la capacitación y el desarrollo suelen experimentar una mayor retención de empleados y niveles más altos de satisfacción en el trabajo, factores que contribuyen directamente a la eficiencia organizativa (Capapé et al., 2011).

La evidencia sugiere que hay una relación estadística positiva entre la eficiencia y el talento humano capacitado. Las organizaciones que invierten en el desarrollo de habilidades y conocimientos de su personal tienden a experimentar niveles más altos de productividad, adaptabilidad y creatividad, lo que se traduce en un desempeño operativo más eficiente y sostenible.

1.5 La eficiencia como medio de competitividad

La eficiencia en el contexto empresarial se presenta como un medio fundamental para lograr y mantener la competitividad en un entorno económico cada vez más dinámico y desafiante. En términos técnicos, la eficiencia se refiere a la capacidad de maximizar la producción o los resultados con los recursos disponibles, minimizando al mismo tiempo el desperdicio de recursos y optimizando los procesos internos. A continuación, se explorarán los aspectos técnicos de la eficiencia y cómo esta se convierte en una herramienta estratégica para la competitividad empresarial (Ivorra, 2014).

En un sentido técnico, la eficiencia puede medirse mediante diversos indicadores y métricas que evalúan la relación entre los insumos y los resultados. Un indicador clave es la productividad, que se define como la producción o el rendimiento por unidad de insumo. Matemáticamente, la productividad se expresa como la relación entre la producción y los insumos utilizados, y puede medirse en términos de unidades físicas (por ejemplo, productos manufacturados por hora) o valores

monetarios (por ejemplo, ingresos generados por cada dólar invertido) (Flores, 2023) .

La eficiencia se relaciona directamente con la optimización de los procesos empresariales. En el ámbito de la producción, la adopción de tecnologías avanzadas, como la automatización y el control de procesos, busca minimizar los tiempos de inactividad, reducir los errores y mejorar la calidad del producto. En términos de gestión de recursos humanos, la eficiencia se logra mediante la asignación adecuada de tareas, la formación y el desarrollo del personal, y la implementación de sistemas de incentivos que fomenten un rendimiento óptimo (Ivorra, 2014).

La eficiencia también se extiende al ámbito logístico y de cadena de suministro. La gestión eficiente de inventarios, el uso de tecnologías de seguimiento y la implementación de prácticas de transporte optimizadas son esenciales para garantizar la disponibilidad oportuna de materias primas y la entrega puntual de productos terminados. La aplicación de herramientas como la gestión de la cadena de suministro en tiempo real y la analítica predictiva permite a las empresas anticipar la demanda, reducir los costos de almacenamiento y minimizar los riesgos asociados con interrupciones en la cadena de suministro (Ivorra, 2014).

En términos técnicos, la eficiencia también se traduce en la gestión eficaz de la información. La implementación de sistemas de información integrados, como los sistemas ERP (Enterprise Resource Planning), facilita la recopilación y el análisis de datos en tiempo real. Esto permite a las empresas tomar decisiones informadas, identificar áreas de mejora y ajustar estrategias operativas de manera proactiva. La inteligencia empresarial y el análisis de datos desempeñan un papel crítico al proporcionar información valiosa sobre el rendimiento de los procesos y la eficacia de las operaciones.

En el ámbito financiero, la eficiencia se mide a menudo mediante índices financieros clave. El análisis de rentabilidad, los márgenes de beneficio y los rendimientos sobre la inversión son indicadores técnicos que permiten evaluar cómo una empresa utiliza sus recursos financieros para generar valor. La gestión eficiente de los costos, la identificación de áreas de gasto innecesario y la implementación de estrategias de precios óptimas son aspectos fundamentales de la eficiencia financiera. En el entorno actual, la eficiencia también está vinculada a la sostenibilidad. Las empresas eficientes buscan minimizar su impacto ambiental, reducir el consumo de recursos no renovables y adoptar prácticas empresariales socialmente responsables. La eficiencia energética, la gestión de residuos y la incorporación de prácticas empresariales sostenibles son aspectos técnicos clave en esta dimensión de la eficiencia (Escuela Politécnica Nacional, 2005).

Desde un punto de vista técnico, la eficiencia se convierte en un medio estratégico para la competitividad al proporcionar a las empresas una ventaja operativa y

financiera. La capacidad de producir más con menos, optimizar los procesos internos y adaptarse rápidamente a las condiciones cambiantes del mercado se traduce directamente en una posición más fuerte en términos de costos, calidad y capacidad de respuesta. En un entorno empresarial altamente competitivo, las empresas que logran maximizar su eficiencia tienen mayores posibilidades de mantenerse a la vanguardia y de destacar en la carrera hacia la excelencia operativa.

1.6 La filosofía de la productividad

La filosofía de la productividad es un enfoque integral que busca maximizar la eficiencia y la efectividad en todos los aspectos de la vida, ya sea en el ámbito laboral o personal. Se basa en principios y prácticas diseñadas para optimizar el uso de recursos, tiempo y energía con el objetivo de lograr resultados significativos. Al aplicar la filosofía de la productividad, se busca mejorar la calidad de vida, alcanzar metas más ambiciosas y, en última instancia, obtener un mayor sentido de logro y satisfacción (Vásquez, 2012).

En su núcleo, la filosofía de la productividad abarca varios principios fundamentales (Vásquez, 2012):

- Gestión del Tiempo:
 - ✓ La identificación y priorización de tareas importantes.
 - ✓ La aplicación de técnicas como la matriz de Eisenhower para distinguir entre lo urgente y lo importante.
 - ✓ El establecimiento de objetivos claros y alcanzables.
- Eliminación de Desperdicios:
 - ✓ La identificación y reducción de actividades que no añaden valor.
 - ✓ La aplicación de los principios Lean para minimizar el desperdicio de tiempo, recursos y esfuerzo.
- Enfoque en Resultados:
 - ✓ La orientación hacia metas específicas y medibles.
 - ✓ La adopción de sistemas y hábitos que impulsen la consecución de resultados tangibles.
- Automatización y Delegación:
 - ✓ La utilización de herramientas y tecnologías para automatizar tareas repetitivas.
 - ✓ La delegación efectiva de responsabilidades para aprovechar las habilidades y fortalezas de los demás.
- Mejora Continua:
 - ✓ La evaluación constante de procesos y métodos.

- ✓ La disposición a ajustar enfoques en función de los resultados y retroalimentación.

La aplicación de la filosofía de la productividad implica el desarrollo de hábitos y rutinas que fomentan un uso más eficiente del tiempo y de los recursos disponibles. Un ejemplo es la técnica Pomodoro, que se centra en períodos de trabajo intenso seguidos de cortos descansos para mantener la concentración y la productividad a lo largo del día. Además, la organización eficaz del espacio de trabajo y la gestión de las interrupciones son elementos clave para maximizar la productividad en el entorno laboral (Calvo, 2020).

En el ámbito personal, la filosofía de la productividad se traduce en la gestión consciente del tiempo libre, la definición de metas personales y la búsqueda de actividades que proporcionen un equilibrio entre el trabajo y la vida. La adopción de hábitos saludables, como el ejercicio regular y una alimentación equilibrada, también se considera parte integral de una filosofía de productividad que busca el bienestar global (Calvo, 2020).

A nivel organizativo, muchas empresas aplican principios de productividad en la implementación de metodologías como Scrum o Kanban en la gestión de proyectos. Estas metodologías ágiles se centran en la entrega incremental, la colaboración efectiva y la adaptabilidad a medida que evolucionan los requisitos del proyecto. La tecnología desempeña un papel crucial en la aplicación de la filosofía de la productividad. Aplicaciones y herramientas como listas de tareas, aplicaciones de gestión del tiempo, plataformas de colaboración en línea y software de automatización contribuyen significativamente a la optimización de procesos y al aumento de la eficiencia (Production Tools, 2023).

La filosofía de la productividad es un enfoque holístico que abarca la gestión del tiempo, la eliminación de desperdicios, el enfoque en resultados, la automatización y la mejora continua. Al aplicar estos principios, tanto a nivel individual como organizativo, se busca lograr una utilización más eficaz de los recursos, alcanzar metas más ambiciosas y cultivar una sensación de logro y satisfacción en todas las áreas de la vida. La clave radica en adoptar prácticas y hábitos que se alineen con estos principios, fomentando así un enfoque más eficiente y efectivo en la consecución de objetivos y la gestión del tiempo.

1.7 Conclusiones

Las conclusiones empresariales y técnicas sobre la eficiencia y productividad pueden ser:

Inversión en Capacitación: la inversión continua en la capacitación y desarrollo del personal es crucial para mejorar la eficiencia y productividad. Equipar a los empleados con las habilidades necesarias permite un desempeño más efectivo y contribuye a un entorno laboral más competitivo.

Automatización y Tecnología: la adopción estratégica de tecnologías de automatización puede impulsar significativamente la eficiencia en los procesos. La integración de sistemas tecnológicos adecuados puede reducir errores, agilizar operaciones y liberar tiempo para tareas más estratégicas.

Cultura de Mejora Continua: fomentar una cultura organizacional de mejora continua es esencial. La disposición a revisar y ajustar constantemente procesos, identificar ineficiencias y abrazar la innovación contribuye a una mejora sostenida de la eficiencia empresarial.

Gestión Efectiva del Tiempo: la gestión del tiempo es un componente clave de la eficiencia. Implementar prácticas como la priorización de tareas, la definición de metas claras y la reducción de actividades no productivas puede tener un impacto directo en la productividad individual y organizacional.

Monitoreo de Indicadores Clave de Rendimiento (KPI): el establecimiento y monitoreo regular de KPIs relacionados con la eficiencia y productividad permite a las empresas evaluar su rendimiento de manera objetiva. Estos indicadores proporcionan información valiosa para la toma de decisiones y la identificación de áreas de mejora.

Capítulo II

Concepto técnico de eficiencia

“La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles”.

René Descartes (1596-1650) *Filósofo y matemático francés.*

2.1 Introducción

En un contexto técnico, la eficiencia se refiere a la capacidad de realizar una tarea o alcanzar un objetivo utilizando la menor cantidad de recursos posible. Es un concepto que está estrechamente ligado a la optimización y la productividad. Este enfoque técnico implica una evaluación cuantitativa y objetiva del rendimiento. Puede aplicarse a diversos contextos, como la producción industrial, la gestión de proyectos, los procesos empresariales, entre otros. La eficiencia se cuantifica mediante indicadores y métricas específicos, como la productividad, la utilización de recursos, y la relación entre insumos y salidas (IEAD, 2023).

La eficiencia no se limita solo a la reducción de costos o a la maximización de la producción. También puede referirse a la minimización de tiempos de ejecución, la optimización de procesos para reducir errores, o la mejora de la calidad de los productos o servicios entregados.

En términos más avanzados, el análisis envolvente de datos (DEA) es una técnica que se utiliza para evaluar la eficiencia relativa de unidades de toma de decisiones, comparando múltiples entradas y salidas. Este análisis proporciona una evaluación más completa y detallada de la eficiencia en situaciones donde hay múltiples factores en juego.

El concepto técnico de eficiencia se centra en la relación entre los resultados alcanzados y los recursos utilizados, y su medición es esencial para la toma de decisiones informadas y la mejora continua en diversos campos empresariales y operativos (IEAD, 2023).

2.2 Eficiencia

La eficiencia es un concepto fundamental que tiene sus variantes desde la óptica disciplinaria que sea utilizada, en lo económico hace referencia a la productividad de la empresa donde pueden ser comparadas en función de sus beneficios, en física está dada por la relación entre energía útil y energía investida en un proceso mecanizado, en estadística hace referencia al margen de error, se refiere a la capacidad de lograr los mejores resultados posibles con los recursos disponibles (Etecé, 2023). En el contexto empresarial y organizacional, la eficiencia implica maximizar la producción, la calidad y el rendimiento utilizando de manera óptima los insumos disponibles, como el tiempo, el dinero, los materiales y el talento humano.

Una operación eficiente busca minimizar el desperdicio de recursos y maximizar la salida deseada. Esto implica no solo realizar tareas rápidamente, sino también hacerlo de manera efectiva, asegurando que los resultados sean de alta calidad. La

eficiencia no se trata simplemente de hacer más rápido, sino de hacerlo de la manera correcta.

La eficiencia se puede medir mediante diversos indicadores, como la productividad, que evalúa la cantidad de producción en relación con los insumos utilizados. Otros indicadores clave incluyen la utilización de recursos, la optimización de procesos y la capacidad de adaptarse a cambios sin comprometer la calidad o la velocidad de ejecución.

En la gestión empresarial, la eficiencia se relaciona con la capacidad de una organización para alcanzar sus objetivos de manera rentable y sostenible. Las empresas eficientes son capaces de competir de manera más efectiva en el mercado, ya que pueden ofrecer productos o servicios de alta calidad a costos competitivos (Editorial, 2019).

La mejora de la eficiencia no solo beneficia a la organización, sino que también puede tener impactos positivos en los empleados. Un entorno de trabajo eficiente permite a los empleados utilizar su tiempo de manera más productiva, reducir el estrés relacionado con plazos ajustados y fomentar una cultura de mejora continua.

La tecnología desempeña un papel crucial en la mejora de la eficiencia, ya que puede automatizar tareas repetitivas, proporcionar análisis de datos en tiempo real y facilitar la comunicación y colaboración eficientes. Las organizaciones que adoptan tecnologías avanzadas a menudo encuentran que pueden optimizar procesos y mejorar la toma de decisiones. La eficiencia es un componente esencial del éxito empresarial y organizacional. Implica la utilización eficaz de recursos para lograr los objetivos de manera rápida y efectiva. La mejora continua de la eficiencia es clave para la competitividad y el crecimiento sostenible en un entorno empresarial en constante cambio (Gestión, 2023b).

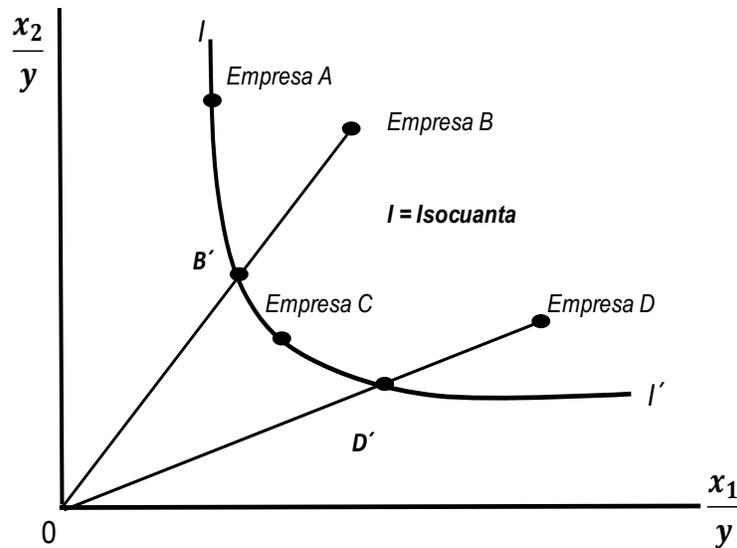
2.3 Eficiencia técnica

Si se consideran cuatro empresas cuyo resultado de operación se expresa en un solo *output* empleando en cada una dos *input*, la eficiencia técnica muestra la capacidad que tiene una empresa para maximizar el resultado *output* a partir de la utilización de un conjunto de factores *inputs* (Coll & Blasco, 2006).

Como se aprecia en la Figura 2.1 los puntos representan las coordenadas de cada empresa a través de la isocuanta representada por la curva I. Aquellas empresas que se encuentran en la curva de isocuanta, tal es el caso de la empresa A y la empresa C, son técnicamente eficientes, mientras que las empresas B y D que se encuentran por encima de la curva representan la ineficiencia técnica y, de acuerdo con el plan de producción, podrían reducir la utilización de factores de producción *inputs*.

Figura 2.1

Curva de isocuanta de empresas técnicamente eficientes



Nota: Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos (Coll & Blasco, 2006).

La ineficiencia técnica de las empresas B y D está dada por la distancia de BB' y DD', x_1, x_2 son los *inputs* y el *output* de las unidades analizadas. En términos relativos de manera general, si Z es la empresa se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Eficiencia Técnica de Z} = ET_Z = \frac{OZ'}{OZ} \quad (\text{ecuación 2.1})$$

La puntuación de la eficiencia técnica relativa es aquella que:

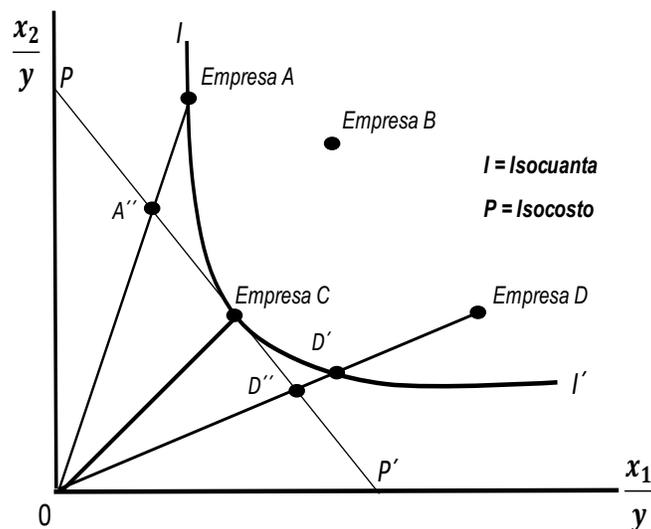
1. Toma valores entre cero y uno.
2. Si la puntuación se tiende a cero, la empresa evaluada se aleja de la isocuanta, por consiguiente, presentará eficiencia técnica.
3. La puntuación de eficiencia relativa viene dada por la relación entre la longitud de la línea desde el origen al punto de intersección proyectado en la isocuanta y aquel que representa la empresa por arriba de la isocuanta es ineficiente.
4. Las empresas que se encuentren sobre la isocuanta son eficientes técnicamente.

2.4 Eficiencia de precio

Denominada también eficiencia asignativa, se refiere la capacidad que tiene la empresa para usar los distintos factores de la producción: tierra, trabajo y capital como variables *inputs* en proporciones óptimas dados sus precios relativos.

Figura 2.2

Curva de isocuanta e isocoste de empresas



Nota: Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos (Coll & Blasco, 2006).

En la Figura 2.2 muestra que las empresas A y C presentan eficiencia técnica, pues están sobre la isocuanta, sin embargo, la empresa C es la única eficiente en precios. La recta de pendiente de isocoste indica la relación entre los precios y los *inputs* utilizados; tanto la empresa A como D deben reducir los costos totales en la proporción $\left[1 - \frac{OA''}{OA}\right] \cdot 100$ para ser eficiente en precio (Coll & Blasco, 2006).

La eficiencia de precio o asignativa, en general, es la relación entre la longitud de la línea que va desde el origen hacia el punto proyectado sobre la recta de isocoste eficiente de la empresa analizada y la longitud de la línea que une el origen al punto proyectado sobre la isocuanta eficiente de la empresa analizada.

$$\text{Eficiencia de Precio de } Z = EP_z = \frac{OZ''}{OZ} \quad (\text{ecuación 2.2})$$

La puntuación de la eficiencia de precio es aquella que:

1. Toma valores entre cero y uno.
2. Si la puntuación de la eficiencia de precio es menor que uno, la empresa es ineficiente.

2.5 Eficiencia global.

Llamada también eficiencia económica, para una empresa en particular, se obtiene mediante el cociente entre la longitud de la línea que va desde el origen hasta el punto proyectado sobre la isocoste eficiente y la longitud de la línea que va desde el origen hasta el punto de que representa la empresa analizada, así, en la Figura 2.3, la eficiencia global es la siguiente.

$$\text{Eficiencia Global} = EG_D = \frac{OD''}{OD} \quad (\text{ecuación 2.3})$$

(Farrell, 1957) descompuso la eficiencia global como la eficiencia técnica (ET) = $\frac{OD'}{OD}$ y la eficiencia de precio (EP) = $\frac{OD''}{OD}$, su valor está comprendido entre cero y uno; en la Figura 4.3, la eficiencia global está representada por la empresa C.

$$EG_D = \frac{OD''}{OD} = \frac{OD'}{OD} \cdot \frac{OD''}{OD} \quad (\text{ecuación 2.4})$$

Es importante diferenciar los conceptos de eficiencia técnica y productividad, así, de acuerdo con (Render & Heizer, 2014), la productividad es el resultado de dividir las salidas, los bienes y los servicios entre una o más entradas factores de la producción.

La medición de la productividad es una forma excelente de evaluar la capacidad de un país para mejorar el estándar de vida de su población, de este modo, el incremento de la productividad puede mejorar la rentabilidad de las empresas.

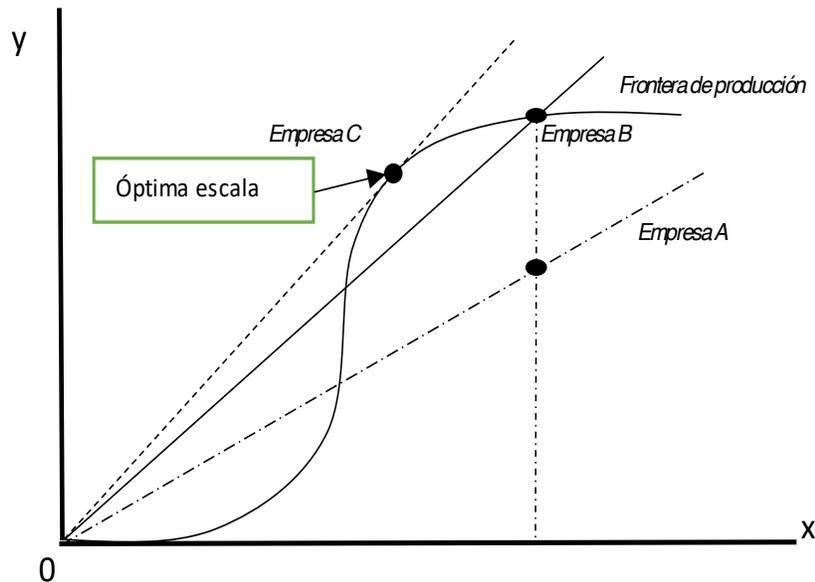
Su medición puede ser de un solo factor:

$$Productividad = \frac{Unidades\ producidas}{Insumo\ empleado} \quad (ecuación\ 2.5)$$

Sin embargo, un panorama más amplio de productividad es multifactorial o productividad de factor total, la que incluye todos los insumos o entradas y brinda mejor información acerca de las compensaciones entre factores, aunque presenta problemas sobre la calidad, elementos externos y falta de unidades precisas de medición; está dada por lo siguiente:

$$Productividad = \frac{Salida}{Mano\ de\ obra + material + energía + capital + otros} \quad (ecuación\ 2.6)$$

Figura 2.3
Curva de isocuantas e isocoste de empresas



Nota: Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos (Coll & Blasco, 2006)

Las empresas B y C están sobre la frontera y son técnicamente eficientes, pero la empresa A es ineficiente; la productividad es la pendiente de la línea recta desde el origen hasta el punto de que lo representa. La empresa A puede ganar en eficiencia y productividad al moverse a la empresa B, mientras que la empresa B que es

técnicamente eficiente, podría ganar en productividad si se desplaza hacia la empresa C que representa la máxima productividad en el punto de escala óptima.

2.6 Inputs y outputs

En cualquier caso que suponga el análisis de la eficiencia, se debe contar con variables llamadas *inputs* y *outputs*, para estimar la medida de eficiencia, sea que fuese para maximizar los beneficios o, en su defecto, minimizar los costes que involucra los factores de la producción, considerando a los *inputs* como los insumos o factores que la empresa paga a unos precios a los proveedores denominados “costes de producción”, para transformarlos en bienes o servicios (*outputs*) que son comercializados a los clientes para satisfacer una demanda (Sealey & Lindley, 1977).

En el caso bancario, esta información es proporcionada por los estados financieros de los bancos en sus respectivas unidades de la institución, pese a ello, si la medición de la eficiencia responde a una función de producción, donde los *inputs* y *outputs* están determinados en unidades físicas, esto supone un problema para hallar estos factores cuando es el caso de número de empleados, número de transacciones y número de sucursales en diferentes periodos.

El concepto de envolvente plantea varios escenarios:

2.7 Caso de un input y un output

En el caso del análisis de n bancos que producen un output (Y) con la utilización de un solo input (X), la unidad que alcanza la mayor eficiencia será el cociente entre el output y el input, las que pueden ser comparadas, de manera relativa, respecto con las empresas ineficientes. Para efectos de aplicación se toma como ejemplo los bancos privados del Ecuador, cuyo resultado económico viene dado de su balance de resultados, y tomando una variable Output (y) y asumiendo que utilizarían para ese nivel de producción un solo recurso Input (x), es posible obtener la eficiencia de cada unidad empresarial bancaria como indicador porcentual, que establece una posición competitiva objeto de la clasificación dada de la operación aritmética $\frac{Output}{Input}$. De esta manera la unidad económica eficiente será aquella que tenga el mayor puntaje relativo. Extraemos los datos de la Superintendencia de Bancos del Ecuador, reportados por la banca privada al organismo de control del balance de pérdidas y ganancias. Para este caso tomamos los bancos privados grandes en las siguientes variables:

Tabla 2.1

Variables de bancos privados del Ecuador

BANCOS	VARIABLES	
	Output Total Ingresos (y)	Input Gastos de personal (x)
Banco de Guayaquil	49819,25	6265,06
Banco Pacífico	64171,21	7335,48
Banco Pichincha	131537,6	12215,56
Banco Produbanco	42414,27	5011,82

Nota: En la tabla 3.1 Datos un input, un output de la banca privada del Ecuador

Fuente: (Superintendencia de Bancos, 2022)

Tabla 2.2

Eficiencia relativa bancos privados del Ecuador

BANCOS	Eficiencia Total ingresos/Gastos de personal	Evaluación respecto a Banco Pichincha	Eficiencia	Eficiencia relativa
Banco de Guayaquil	7,95	7,95 / 10,77	0,74	73,85%
Banco Pacífico	8,75	8,75 / 10,77	0,81	81,24%
Banco Pichincha	10,77	10,77 / 10,77	1	100,00%
Banco Produbanco	8,46	8,46 / 10,77	0,79	78,59%

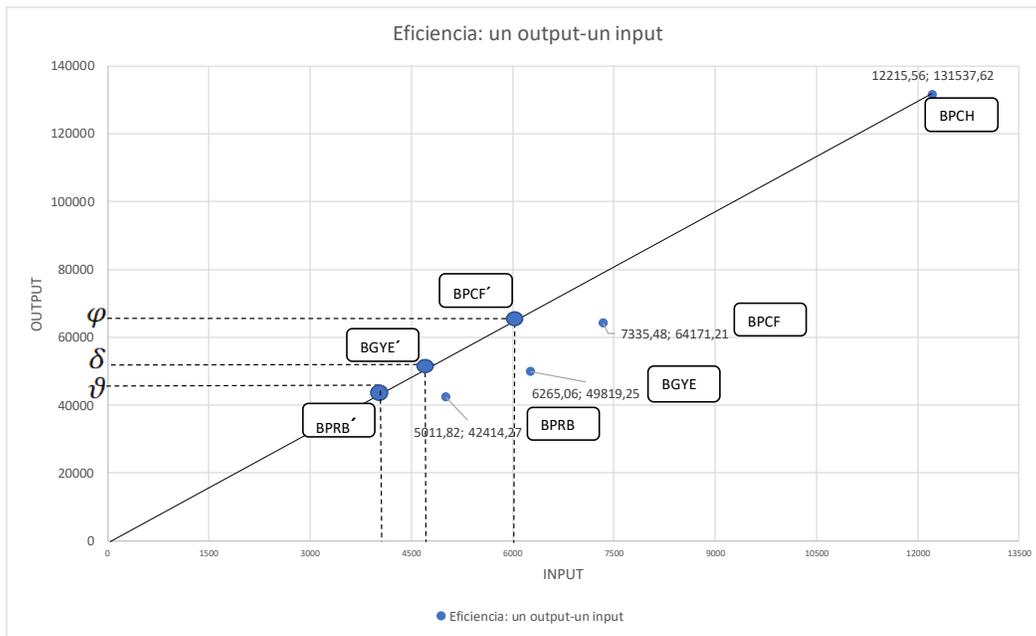
En el caso del banco Pichincha, el resultado indica que es más eficiente con 10,77 puesto que en la razón ingresos de la empresa respecto a gastos de personal es mayor, por lo que en lo posterior este resultado es evaluado con cada una de las eficiencias del resto de bancos para obtener un indicador relativo posicional. Además, permite tener una clasificación para poder comparar en base a las variables analizadas, la empresa que gestiona de mejor manera los recursos, proceso que es posible con el

mismo detalle evaluar cooperativas, hospitales, bancos, mutualistas, empresas industriales o cualquier unidad productiva.

La eficiencia calculada se puede representar en el plano de la siguiente forma, suponiendo rendimientos constantes a escala, la recta que va desde el origen a BPCH, expresa la máxima eficiencia relativa y como vemos el resto de unidades económicas se encuentra desviado respecto a la recta OBPCH, lo cual indica es parte de las correcciones que deben hacer para alcanzar la máxima eficiencia, por lo tanto la eficiencia técnica de BPCF, BGYE y BPRB se obtiene con el cociente de la distancia trazando una paralela al eje x de inputs y paralela al eje y de outputs respecto a la recta OBPCH.

Figura 2.4

Frontera de eficiencias 1 input-1 output para las económicas



Nota: Muestra el cálculo observado en la frontera de eficiencias 1 input-1 output para las económicas. Realización propia

De esta manera obtenemos la eficiencia técnica de cada una de las unidades económicas:

$$Eficiencia\ técnica\ BPRB = ET_{BPRB} = \frac{\partial BPRB'}{\partial BPRB} \quad \text{ecuación 2.7}$$

$$Eficiencia\ técnica\ BGYE = ET_{BGYE} = \frac{\delta BGYE'}{\delta BGYE} \quad \text{ecuación 2.8}$$

$$\text{Eficiencia técnica BPCF} = ET_{PCF} = \frac{\varphi BPCF'}{\varphi BPCF} \quad \text{ecuación 2.9}$$

La eficiencia relativa de las unidades económicas viene dado por el cociente de la distancia entre $ET_{BPRB} = \frac{\vartheta BPRB'}{\vartheta BPRB}$, para el caso del banco PRB y respectivamente para el resto de las unidades económicas. La distancia entre dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ la distancia euclídea dada, en la que es necesario obtener las coordenadas:

$$|\overline{P_1P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (\text{ecuación 2.10})$$

La distancia para BPRB es:

$$ET_{BPRB} = \frac{\vartheta BPRB'}{\vartheta BPRB} = \frac{\sqrt{(3938,41 - 0)^2 + (42414,27 - 42414,27)^2}}{\sqrt{(5011,82 - 0)^2 + (42414,27 - 42414,27)^2}}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{\vartheta BPRB'}{\vartheta BPRB} = \frac{\sqrt{(3938,41 - 0)^2}}{\sqrt{(5011,82 - 0)^2}}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{\vartheta BPRB'}{\vartheta BPRB} = \frac{\sqrt{(3938,41)^2}}{\sqrt{(5011,82)^2}}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{\vartheta BPRB'}{\vartheta BPRB} = \frac{3938,41}{5011,82}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{\vartheta BPRB'}{\vartheta BPRB} = 0,7859$$

La distancia para BGYE es:

$$ET_{BGYE} = \frac{\delta BGYE'}{\delta BGYE} = \frac{\sqrt{(4626,59 - 0)^2 + (49819,25 - 49819,25)^2}}{\sqrt{(6265,06 - 0)^2 + (49819,25 - 49819,25)^2}}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{\delta BGYE'}{\delta BGYE} = \frac{\sqrt{(4626,59 - 0)^2}}{\sqrt{(6265,06 - 0)^2}}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{\delta BGYE'}{\delta BGYE} = \frac{\sqrt{(4626,59)^2}}{\sqrt{(6265,06)^2}}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{\vartheta BPRB'}{\vartheta BPRB} = \frac{4626,59}{6265,06}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{\vartheta BPRB'}{\vartheta BPRB} = 0,7384$$

La distancia para BPCF es:

$$ET_{PCF} = \frac{\varphi BPCF'}{\varphi BPCF} = \frac{\sqrt{(52133,31 - 0)^2 + (64171,21 - 64171,21)^2}}{\sqrt{(6265,06 - 0)^2 + (64171,21 - 64171,21)^2}}$$

$$ET_{PBCF} = \frac{\varphi BPCF'}{\varphi BPCF} = \frac{\sqrt{(52133,31 - 0)^2}}{\sqrt{(6265,06 - 0)^2}}$$

$$ET_{BPCF} = \frac{\varphi BPCF'}{\varphi BPCF} = \frac{\sqrt{(52133,31)^2}}{\sqrt{(6265,06)^2}}$$

$$ET_{PBCF} = \frac{\varphi BPCF'}{\varphi BPCF} = \frac{52133,31}{6265,06}$$

$$ET_{BPCF} = \frac{\varphi BPCF'}{\varphi BPCF} = 0,8124$$

Las eficiencias técnicas son equivalentes a las calculadas en la tabla 3.2 por lo que la ineficiencia técnica de las unidades económicas viene dada por:

$$ET_{BPRB} = 1 - 0,7859 = 0,2141 \text{ ó } 21,41\%$$

$$ET_{BGYE} = 1 - 0,7384 = 0,2616 \text{ ó } 26,16\%$$

$$ET_{BPCF} = 1 - 0,8124 = 0,1876 \text{ ó } 18,76\%$$

Resumen del caso:

Tabla 2.3

Eficiencia e ineficiencia relativa de las unidades económicas

BANCOS	Eficiencia	Ineficiencia
Banco de Guayaquil	73,84%	26,16%
Banco Pacífico	81,24%	18,76%
Banco Pichincha	100,00%	0,00%
Banco Produbanco	78,59%	21,41%

2.8 Caso de un Input y dos Outputs

Es el caso en que las unidades productivas producen dos Outputs (y_1, y_2), con la utilización de un solo factor de la producción, por lo que el cociente de estaría dado por $(\frac{y_1}{x}; \frac{y_2}{x})$ por lo que se puede dar varios escenarios de que en una empresa sea eficiente en ambos indicadores, sea eficiente en uno solo o finalmente no ser eficiente en ambas muestras. La puntuación de indicador de eficiencia técnica de las unidades consideradas se muestra en el siguiente ejemplo:

Tabla 2.4

Datos un input, un output de la banca privada del Ecuador

BANCOS	VARIABLES		
	<i>Total Ingresos output</i> y_1	<i>Cartera de créditos Output</i> y_2	<i>Input Gastos de personal</i> x_1
Banco de Guayaquil	49819,25	9799,8	6265,06
Banco Pacífico	64171,21	16433,05	7335,48
Banco Pichincha	131537,62	28121,51	12215,56
Banco Produbanco	42414,27	8568,72	5011,82

Nota: Variables de bancos privados. (Superintendencia de Bancos del Ecuador, 2021)

Tabla 2.5

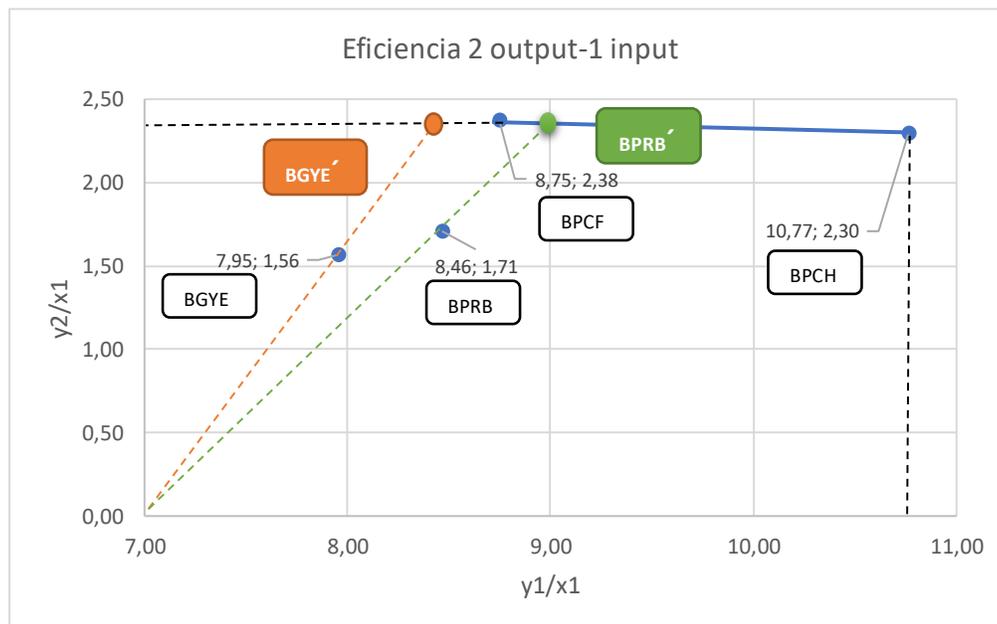
Eficiencias de la banca privada del Ecuador

BANCOS	Ingresos por salario de empleado (y1/x1)	Créditos por salario de empleado (y2/x1)
Banco de Guayaquil	7,95	1,56
Banco Pacífico	8,75	2,38
Banco Pichincha	10,77	2,30
Banco Produbanco	8,46	1,71

Como se puede apreciar, se tiene dos índices, uno de ellos respecto a la variable ingreso/salario, la unidad económica eficiente se encuentra liderada por BPCB, no así en la variable crédito/salario que en este caso es liderada por BPCF por lo que estos desempeños son pueden ser emulados como referentes por el resto de las unidades económicas. Podría existir el escenario que una sola unidad económica lidere en ambos índices por lo que sería el referente para las empresas medidas.

Figura 2.5

Frontera de eficiencias de las unidades económicas



Nota: Se muestra en la figura 2.5 la frontera de eficiencias de las unidades económicas (Coll & Blasco, 2006)

En la figura 2.2 se puede apreciar la frontera eficiente generado por la unión del segmento de dos unidades económicas, el BPCH y BPCF, es decir:

$$BPCH = 1 \text{ (ecuación 2.11)}$$

$$BPCF = 1 \text{ (ecuación 2.12)}$$

El segmento \overline{BPCH} y \overline{BPCF} se prolongado hacia el eje X y Y, forma la frontera de posibilidades de producción que constituye el límite en donde se pueden desenvolver las unidades económicas evaluadas, de donde se desprende que serán unidades técnicamente ineficientes, y su puntuación relativa se obtiene calculando la distancia de la línea proyectada desde el origen (Fig.2.5), pasando por la unidad económica ineficiente hasta llegar al segmento de frontera eficiente ó varias unidades económicas se proyectarán desde le origen hacia el límite de la frentera de posibilidades de producción. Las eficiencias técnicas de las entidades ineficientes serán:

$$\text{Eficiencia técnica } BGYE = ET_{BGYE} = \frac{OBGYE}{OBGYE'} \text{ (ecuación 2.13)}$$

$$\text{Eficiencia técnica } BPRB = ET_{BPRB} = \frac{OBPRB}{OBPRB'} \text{ (ecuación 2.14)}$$

Para efectos de cálculo es importante obtener las coordenadas de $BGYE'$ y $BPRB'$.

Para obtener las coordenadas de $BGYE'$ se debe calcular la pendiente de BPCF y BPCH y obtener la ecuación de la recta, posteriormente calcular la pendiente de O y BGYE y obtener la ecuación de su recta. A partir de ello con las dos ecuaciones dadas, se puede obtener las coordenadas de los puntos X y Y, insumos necesarios para calcular la eficiencia técnica por medio del cálculo de las distancias, de esta forma:

Coordenadas BPCF (8,75;2,38)

Coordenadas BPCH (10,77;2,30)

La pendiente es:

$$m_{BPCF,BPCH} = \frac{2,30 - 2,38}{10,77 - 8,75} = -\frac{0,08}{2,02}$$

La ecuación de la recta es:

$$(y - 2,38) = -\frac{0,08}{2,02}(x - 8,75)$$

$$2,02(y - 2,38) = -0,08(x - 8,75)$$

$$0,08x + 2,02y = 5,5076$$

Coordenadas O (0;0)

Coordenadas BGYE (7,95;1,56)

La pendiente es:

$$m_{BPCF,BPCH} = \frac{1,56 - 0}{7,95 - 0} = \frac{1,56}{1,75}$$

La ecuación de la recta es:

$$(y - 0) = \frac{1,56}{7,95}(x - 0)$$

$$7,95(y - 0) = 1,56(x - 0)$$

$$1,56x - 7,95y = 0$$

Por los métodos de eliminación o sustitución de ecuaciones, se obtiene las coordenadas del punto BGYE', de esta forma:

$$\begin{array}{ll} 1,56x - 7,95y = 0 & (0,08) \\ 0,08x + 2,02y = 5,5076 & (-1,56) \end{array}$$

$$y = \frac{-8,5918}{-3,7872}$$

$$y = 2,269$$

Se reemplaza el valor de y en la ecuación $1,56x - 7,95y = 0$

$$1,56x - 7,95(2,269) = 0$$

$$x = \frac{18,0359}{1,56}$$

$$x = 11,561$$

Se obtiene las siguientes coordenadas:

$BGYE'$ (11,561; 2,269); $BGYE$ (7,95; 1,56) y O (0; 0) con las que es posible calcular la eficiencia técnica por medio de las distancias, de esta forma:

$$\text{Eficiencia técnica } BGYE = ET_{BGYE} = \frac{OBGYE}{OBGYE'}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{\sqrt{(7,95 - 0)^2 + (1,56 - 0)^2}}{\sqrt{(1,56 - 0)^2 + (2,269 - 0)^2}}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{\sqrt{(7,95)^2 + (1,56)^2}}{\sqrt{(1,56)^2 + (2,269)^2}}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{\sqrt{63,2025 + 2,4336}}{\sqrt{133,6336 + 5,1483}}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{\sqrt{65,6361}}{\sqrt{138,7819}}$$

$$ET_{BGYE} = \frac{8,1016}{11,7805}$$

$$ET_{BGYE} = 0,6877$$

Que corresponde a la eficiencia técnica de 0,6877 ó 68,77% para BGYE.

Análogamente se procede a calcular la eficiencia con BPRB, para lo cual de varios datos como pendiente $m_{BPCF,BPCH} = -\frac{0,08}{2,02}$ y la ecuación $0,08x + 2,02y = 5,5076$, restaría calcular la pendiente de los puntos O y BPRB de esta forma:

Coordenadas O (0;0)

Coordenadas BPRB (8,46;1,71)

La pendiente es:

$$m_{BPCF,BPCH} = \frac{1,71 - 0}{8,46 - 0} = \frac{1,71}{8,46}$$

La ecuación de la recta es:

$$(y - 0) = \frac{1,71}{8,46}(x - 0)$$

$$8,46(y - 0) = 1,71(x - 0)$$

$$1,71x - 8,46y = 0$$

Con las ecuaciones dadas, por los métodos de eliminación o sustitución de ecuaciones, se obtiene las coordenadas del punto BGYE', de esta forma:

$$1,71x - 8,46y = 0 \quad (0,08)$$

$$0,08x + 2,02y = 5,5076 \quad (-1,71)$$

$$y = \frac{-9,4179}{-1,131}$$

$$y = 2,279$$

Se reemplaza el valor de y en la ecuación $1,56x - 7,95y = 0$

$$1,71x - 8,46(2,279) = 0$$

$$x = \frac{19,2871}{1,71}$$

$$x = 11,279$$

Se obtiene las siguientes coordenadas:

$BPRB'(11,279; 2,279)$; $BPRB(8,46; 1,71)$ y $O(0; 0)$ con las que es posible calcular la eficiencia técnica por medio de las distancias, de esta forma:

$$\text{Eficiencia técnica BGYE} = ET_{BPRB} = \frac{OBPRB}{OBPRB'}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{\sqrt{(8,46 - 0)^2 + (1,71 - 0)^2}}{\sqrt{(11,279 - 0)^2 + (2,279 - 0)^2}}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{\sqrt{(8,46)^2 + (1,71)^2}}{\sqrt{(11,27)^2 + (2,279)^2}}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{\sqrt{71,5716 + 2,9241}}{\sqrt{127,2158 + 5,1974}}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{\sqrt{74,4957}}{\sqrt{132,3133}}$$

$$ET_{BPRB} = \frac{8,6310}{11,5070}$$

$$ET_{BPRB} = 0,7500$$

Que corresponde a la eficiencia técnica de 0,7500 ó 75,00% para BGYE.

Los indicadores de eficiencia e ineficiencia de las unidades económicas son:

Tabla 2.6

Eficiencia e ineficiencia relativa de las unidades económicas

BANCOS	Eficiencia	Ineficiencia
Banco de Guayaquil	68,77%	31,23%
Banco Pacífico	100,00%	0,00%
Banco Pichincha	100,00%	0,00%
Banco Produbanco	75,00%	25,00%

2.9 Conclusiones

Con la tecnología actual, la eficiencia en las entidades se convierte en la clave estratégica de las organizaciones, y su mejora se convierte en un reto gracias a diversas herramientas tecnológicas. La automatización de actividades y tareas repetitivas mediante tecnologías de información y la automatización robótica de procesos, permite a las organizaciones aumentar la eficiencia al liberar a los empleados de actividades tediosas, reduciendo errores y acelerando los procesos.

La tecnología facilita el análisis de mega datos en tiempo real, lo que permite a las organizaciones tomar decisiones informadas y ajustar estrategias de manera proactiva con herramientas de análisis predictivo para optimizar procesos y prever posibles ineficiencias. La integración de sistemas ERP, integran y sincronizan datos de diferentes unidades proporcionando una visión holística de las operaciones estratégicas.

Las plataformas de colaboración en línea y herramientas de comunicación facilitan la colaboración entre equipos de trabajo tomando en cuenta las distancias geográficas con que las unidades trabajan optimizando la reducción de tiempos, reducción de costos de traslado, mejora de los tiempos de respuesta con el cliente y de espera en la eficiencia en la ejecución de proyectos. En este sentido los proyectos ágiles y las metodologías de aplicación, respaldadas por herramientas y software específicos, permiten la gestión eficiente de proyectos al fomentar la colaboración, la adaptabilidad y la entrega incremental.

Las tecnologías actuales como inteligencia artificial, machine learning e Internet de las cosas ofrecen oportunidades para mejorar la eficiencia en áreas como el mantenimiento predictivo, y la optimización de la cadena de suministro. La eficiencia también está vinculada a la seguridad de la información, la implementación de tecnologías de ciberseguridad garantiza la protección de datos críticos, evitando interrupciones y pérdidas de eficiencia asociadas con amenazas cibernéticas.

Finalmente, la movilidad y flexibilidad laboral, la tecnología ha facilitado la movilidad y la flexibilidad laboral, permitiendo a los empleados acceder a información y colaborar desde cualquier lugar. Esto no solo mejora la eficiencia en la realización de tareas, sino que también contribuye a un equilibrio entre trabajo y vida personal ofreciendo oportunidades reales para mejorar la cadena de valor, optimizar recursos y tomar decisiones informadas.

Capítulo III

Método no paramétrico. Análisis Envolverte de Datos DEA

“Las matemáticas poseen no sólo la verdad, sino cierta belleza suprema. Una belleza fría y austera, como la de una escultura.

Bertrand Russell (1872-1970) *Filósofo, matemático y escritor británico.*”

3.1 Introducción

El DEA como método no paramétrico de la medida de la eficiencia, se desarrolla en diferentes esquemas de cálculo. El DEA BCR y DEA BCC tienen ciertas particularidades que tienen una base matemática en la investigación operativa como técnicas de optimización de recursos. El Análisis Envolvente de Datos (DEA, por sus siglas en inglés: Data Envelopment Analysis) es una técnica de evaluación de eficiencia utilizada en la investigación operativa y la gestión empresarial. Su objetivo principal es medir la eficiencia relativa de unidades de toma de decisiones, como empresas, sucursales o departamentos, al comparar la relación entre múltiples insumos y salidas (F. Villarreal & Tohmé, 2017).

DEA se destaca por su capacidad para evaluar la eficiencia en situaciones donde hay múltiples entradas y salidas que no pueden ser fácilmente convertidas en términos monetarios. En lugar de utilizar un único criterio financiero, DEA considera diversas medidas de insumos y productos para proporcionar una evaluación más completa de la eficiencia operativa (Fontalvo Herrera, T. et al., 2016). La técnica funciona trazando un "envolvente" alrededor de las unidades evaluadas, creando una frontera que representa la máxima eficiencia teórica alcanzable. Las unidades que están en la frontera se consideran eficientes, mientras que aquellas dentro de la envolvente se consideran ineficientes en comparación con sus pares (Wanke et al., 2023).

DEA se adapta bien a situaciones en las que hay múltiples factores que contribuyen a la producción o a la toma de decisiones, y donde es difícil asignar un valor monetario directo a estos factores. Esto lo convierte en una herramienta valiosa en áreas como la gestión de servicios públicos, la evaluación de la eficiencia en el sector salud, la comparación de sucursales bancarias, entre otros. El Análisis Envolvente de Datos (DEA) es una técnica robusta y versátil que se utiliza para evaluar la eficiencia relativa de unidades de toma de decisiones en situaciones complejas y multifactoriales en cualquier industria (Martínez-Núñez & Pérez-Aguilar, 2014), (Banker & Thrall, 1992), (Seiford & Thrall, 1990), (Charnes et al., 1986). (Charnes et al., 1983). Al abordar múltiples insumos y salidas, DEA proporciona una perspectiva integral de la eficiencia operativa, lo que lo convierte en una herramienta valiosa en la toma de decisiones y la mejora de procesos en diversas industrias del mundo como es el caso de (Xiong et al., 2011) en las cooperativas chinas, (Carolina et al., 2015) utilizado para el análisis de eficiencia en cooperativas de ahorro y crédito en Colombia, (Henriques et al., 2020a), (Clavijo & Perea, 2020); (Phung et al., 2020) utilizando esta técnica en la industria bancaria con la metodología DEA en dos etapas, (Akeem & Moses, 2014), (Stoica et al., 2015), (Aggelopoulos & Georgopoulos, 2017), (Fukuyama et al., 2020) utilizando el DEA en la banca comercial de Nigeria, Rumanía, Grecia y Turquía respectivamente, o también utilizando las combinaciones de DEA con Análisis de Componentes Principales como complemento a este análisis observado en el trabajo de (Martínez et al., 2012), (Stoica et al., 2015), (Olawale &

Garwe, 2010), (Irimia-Diéguez et al., 2016), o la combinación de la técnica paramétrica SFA y no paramétrica DEA en el trabajo de (Wanke et al., 2020).

3.2 Etapas del análisis para realizar una investigación mediante modelos DEA

A continuación se desglosan las etapas del análisis DEA:

- **Formular el problema o área de oportunidad:** consiste en desarrollar el enunciado del problema o fuente de oportunidad, puesto que en DEA puede ayudar a mejorar la calidad del gato o inversión. Es preciso indicar que es importante identificar la principal causa que una variable puede generar en la totalidad del costo, en este sentido es posible detectar varios problemas, sin embargo, es conveniente concentrarse en uno solo que con seguridad será la base de generación de las ganancias o minimización de costos. Entre varios de los problemas puede ser duplicación de puestos de trabajo, selección inadecuada de insumos para la producción, talento humano no apto para el puesto de trabajo debido a un mal proceso de selección de personal, reprocesos en el servicio o totalidad de la cadena de suministro, selección inadecuada de proveedores, falta de productividad que puede ser por diversos motivos principalmente la desmotivación.

- **Seleccionar las variables:** con una relación de causa-efecto: en muchas situaciones se dispone de una gran cantidad de variables y es preciso preguntarse si todas deben entrar o no en el modelo matemático. En DEA si se incluyen más variables en el modelo, las Unidades productivas tienden a balancearse en sus resultados. En un modelo econométrico como el de regresión lineal múltiple, aumenta la cantidad de parámetros a ser estimados y disminuye su grado de precisión a tener mayor varianza, al contrario si las variables son en menor cantidad, se suele pensar que no se incluyen todas aquellas que deban estar en el modelo y por lo tanto su resultado puede ser sesgado. Por lo tanto, el objetivo será buscar aquellas variables que justifiquen ingresar en el modelo de programación matemática.

Entre los algoritmos para seleccionar variables se destacan los siguientes:

- Métodos Forward: Que consiste en generar la selección de variables hacia adelante.
- Métodos Backward: este método elimina la o las variables hacia atrás.
- Métodos Stepwise: Engloban una serie de procedimientos de selección automática de variables significativas, basados en la inclusión o exclusión de las mismas en el modelo de una manera secuencial.
- Best subset: Su procedimiento se basa en encontrar un subconjunto del conjunto de variables que proporcione el modelo óptimo.

➤ **Recolectar base de datos para las variables seleccionadas sea de fuentes primarias o secundarias:** Muchos investigadores se han dado a la tarea de analizar la importancia de la generación de datos para solucionar problemas experimentados a través de la obtención de información por métodos tradicionales. Gran parte de los datos actualmente provienen a través de las redes sociales o diversos tipos de tecnología que hoy son una fuente masiva de obtención de datos, por ejemplo encontramos información en la página web del Banco Central Superintendencia de Bancos, INEC, SRI, Superintendencia de Compañías, Economía Popular y Solidaria, Ban-Ecuador principalmente, cookies de navegador que recopilan información acerca de los sitios web que visitamos, motores de búsqueda que recopilan información sobre las búsquedas en Internet que realizan las personas, proveedores de correo electrónico, aplicaciones que utilizan geodatos para comercializar productos y servicios a clientes potenciales.

➤ **Generar supuestos y posibles pruebas de hipótesis**

En los modelos DEA tanto DEA-CCR³ como DEA-BCC⁴ al no tener una función definida como si ocurre en los modelos estadísticos y econométricos, no conducen a probar hipótesis, aunque si es posible proponer supuestos como, por ejemplo: las empresas familiares son más eficientes que las empresas de propiedad mixtas. A partir de los resultados esa posibilidad si es factible ya que se los puede agrupar, describir e inferir el comportamiento futuro (Henriques et al., 2020b).

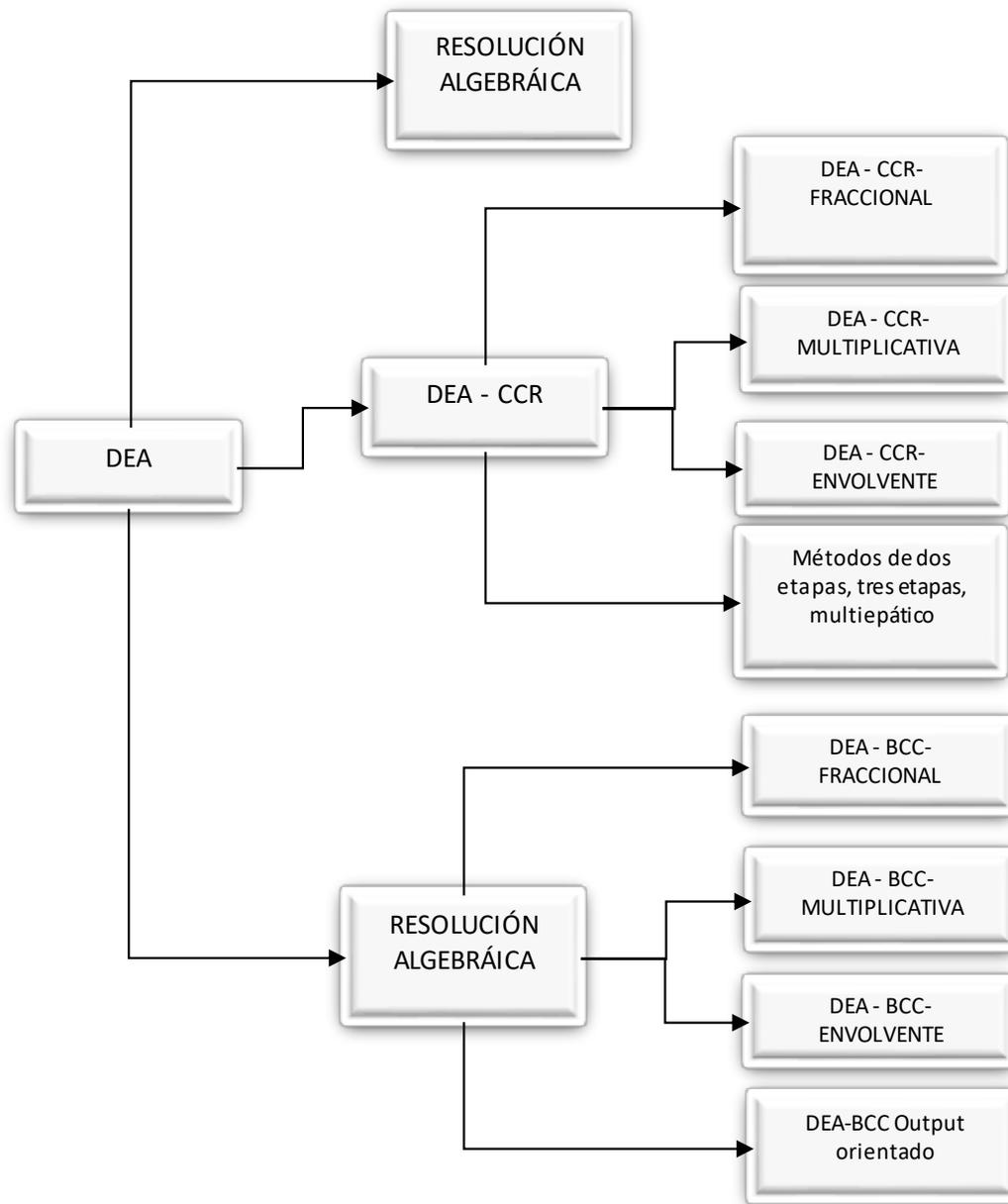
➤ **Seleccionar el método:** dentro del Análisis Envolvente de Datos como técnica no paramétrica, éste puede ser DEA-CCR o DEA-BCC⁵, según convenga. A continuación, presentamos un esquema general de los métodos de estimación de la eficiencia:

³ DEA-CCR, denominado así por haber sido desarrollado por Charnes, Cooper y Rhodes (1978).

⁴ DEA-BCC, denominado así por haber sido desarrollado por Banker, Chaenes y Cooper (1989).

⁵ El modelo DEA-BCC tiene su fundamento o extensión en el modelo DEA-CCR.

Figura 3.1 Métodos de resolución de eficiencia DEA



Nota: El DEA y las técnicas de cálculo disponibles DEA CCR y DEA BCC. Tomado de (Coll & Blasco, 2006)

- **Generar el modelo de programación matemática:** un ejemplo de un tipo de modelo es el DEA-CCR en forma fraccional, viene dado como el cociente de la sumatoria ponderada de los Outputs entre la suma ponderada de los Inputs. Este modelo permite obtener la eficiencia relativa, basado en el problema de

maximización de la función objetivo, dado un conjunto de pesos o multiplicadores, sujeto a restricciones que indican que ninguna Unidad puede tener una puntuación de eficiencia mayor que uno (1), en función de los pesos u_r y v_i . (Coll & Blasco, 2006).

$$\text{Max}_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{i=1}^s u y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (\text{Ecuación 3.1})$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{i=1}^s u y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{Inecuación 3.1})$$

$$u_r, v_r \geq 0$$

Si $h_0^* = 1$ la Unidad es eficiente; Si $h_0^* < 1$ la Unidad es ineficiente

Donde:

- Se consideran n Unidades empresas ($j = 1, 2, \dots, n$), cada una de ellas utilizan los mismos Inputs, factores de la producción en diferentes cantidades de modo que puedan ser comparadas bajo las mismas variables, para tener como resultado los Outputs en cantidades diferentes.
- x_{ij} ($x_{ij} \geq 0$), que representa las cantidades de factores de la producción Inputs i ($i = 1, 2, \dots, m$), consumidos por la j – ésima empresa o Unidad analizada.
- x_{i0} representa la cantidad de Input i consumido por la Unidad que es evaluada, Unidad 0 .
- y_{rj} ($y_{rj} \geq 0$), representa las cantidades observadas de Output r ($r = 1, 2, \dots, n$), producidos por la j – ésima Unidad.
- y_{r0} representa la cantidad de Output i consumido por la Unidad que es evaluada Unidad 0 .
- u_r ($r = 1, 2, \dots, s$), y v_i ($i = 1, 2, \dots, m$), representan los pesos o multiplicadores de los Outputs e Inputs respectivamente.
- Las Unidades cuyos pesos u_r y v_i asignados a la Unidad ineficiente evaluada resulte ser eficiente se denominan peers (pares).

- **Generar los resultados de la eficiencia de las Unidades productivas:** la presentación de resultados es la fase del estudio o investigación que pone en relación con el problema tratado con el producto resultante. A pesar de que por definición pretende dar respuestas a preguntas concretas es probable que al final exista un abanico de preguntas resultantes del estudio. En este momento surgen n incógnitas que a la postre el estudio inicial se convierte en una base para posteriores análisis sobre el tema tratado.

Este informe final ofrece posibilidades que van más allá de descubrir nuevos temas a ser investigados o replantear la investigación con otra metodología diferente.

Respecto a los análisis de eficiencia muchos autores que veremos en el capítulo que trata sobre los estudios realizados en varios continentes, nos daremos cuenta de que las metodologías no paramétricas también pueden ser probadas con metodologías paramétricas como el SFA⁶, DFA⁷ y TFA⁸.

- **Establecer la contribución que generan las variables:** en la resolución del problema para las Unidades productivas, el modelo DEA proporcional los valores óptimos de los pesos Inputs y outputs que maximizan la función objetivo que corresponde a la puntuación de la eficiencia. Estos valores son un indicador de la contribución relativa del correspondiente output al valor de la eficiencia técnica global de la Unidad de negocio evaluada. A partir de ello es posible determinar las contribuciones Input/Output para cada una de la Unidades productivas, así podría suceder que la reducción en el consumo de un Input X tiene un mayor efecto en la eficiencia de esta unidad productiva que la reducción en el uso de un Input Y. con el objeto de maximizar la puntuación de la eficiencia.
- **Probar el cumplimiento de los supuestos del análisis:** muchas veces las Unidades de negocio de mayor tamaño suelen llevar una idea de que son productivas y modelo del resto de unidades de negocios, en este sentido es clave probar todas las unidades de negocio involucradas en el análisis para detectar su eficiencia o ineficiencia y las variables que contribuyen a la eficiencia global.
- **Interpretar los resultados obtenidos:** el paso final es incorporar la solución a la Unidad productiva, la misma que debe ser monitoreada. Esta solución debe ser flexible a cambios que pueden presentarse. Si el proceso de solución es en base a una herramienta tecnológica, el algoritmo de solución debe ser validado para ser modificado de modo que su nueva implementación genere el resultado deseado.

⁶ SFA, (Stochastic Frontier Analysis), Análisis de Frontera Estocástica, que suponen una distribución conocida de los términos de eficiencia del modelo.

⁷ DFA, (Distribución Free Approach), como método de distribución libre.

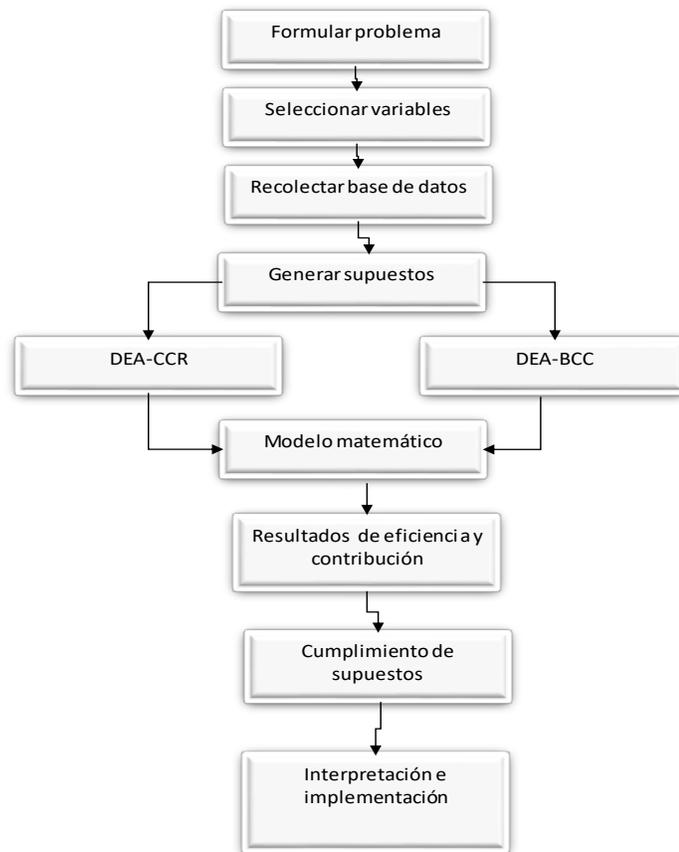
⁸ TFA, (Thick Frontier Approach), que no suponen una distribución concreta a dichos términos de eficiencia.

3.3 Implementación de resultados

El paso final es implementar los resultados el mismo que consiste en incorporar la solución a la/s Unidades productivas y en casos suele ser más difícil de lo que se imagina, por ejemplo en proyectos de implementación de sistemas tecnológicos se requiere un gran número de pruebas en bases de datos espejo, con el fin de minimizar los errores en producción, sin embargo muchos proyectos de desarrollo bancarios pasan por esos problemas y la clave de éxito de un sistema radica en generar los escenarios de pruebas suficientes, que minimicen este error que puede resultar costoso en recursos y tiempo para las compañías en roll back, pérdida de clientes y de reputación de las Entidades públicas o privadas (Render & Heizer, 2014). La experiencia ha demostrado que un gran número de equipos de análisis cuantitativo han fallado en sus esfuerzos porque no implementaron una solución óptima de manera adecuada. Una vez que se implementa la solución, debería vigilarse de cerca la solución implementada ya que con el tiempo surgen diversos cambios que necesitan modificaciones a la solución original.

El siguiente esquema, se puede apreciar los pasos básicos del proceso de generar una solución basado en un problema de programación matemática:

Figura 3.2 Enfoque de análisis de eficiencia DEA



Nota: La figura 3.2, explica las fases para determinar la eficiencia DEA (Coll & Blasco, 2006)

3.4 El enfoque del análisis cuantitativo

El enfoque del análisis cuantitativo se basa en el desarrollo del modelo, ingreso de los datos de entrada, desarrollo, prueba de la solución y análisis de los resultados. La investigación cuantitativa tiene por objetivo obtener respuestas sólidas de una población o muestra.

Las herramientas que se usan en este tipo de investigación pueden ser cuestionarios, encuestas, mediciones y otras técnicas para recoger datos numéricos que en la mayoría de casos la representación de esta información está reflejada en tablas. Los métodos cuantitativos en los que se basan los modelos DEA tienen las siguientes características:

- Que exista una relación numérica entre las variables Input-Output del problema de investigación.
- Los datos analizados siempre deben ser numéricos sean de tipo discreto o continuo.
- Analiza la eficiencia de las Unidades productivas y pone en evidencia aquellas Unidades ineficientes que pueden ser sujetos de mejora.
- Se centra en una causa y un efecto, o lo que es lo mismo, se basa en la aplicación de un estímulo para obtener una respuesta.
- Los resultados pueden aplicarse a situaciones generalistas orientada a resultados.
- Los números y datos representan la realidad más cercana a posibles situaciones futuras, y son la base de un modelo aplicable a cualquier tipo de industria que persiga eficiencia y productividad en sus operaciones y procesos.

Los métodos cuantitativos siguen un patrón asociado al método científico, puesto que su respaldo son los datos que deben ser procesados, manipulados y transformados en información de importancia para quienes toman decisiones. Está basado en una investigación empírico analista, para dar respuesta a causas y efectos concretas. Este proceso es una parte fundamental en la definición del problema.

Los tipos de métodos cuantitativos son:

- Investigación descriptiva. Parte previa al análisis de datos con el fin de buscar factores, características y otros rasgos importantes del tema a analizar.
- Investigación analítica. Donde el proceso inicial es seleccionar variables y realizar supuestos e hipótesis.
- Investigación experimental. Se divide a la población de forma aleatoria.
- Investigación semi-experimental. Se eligen los componentes de cada grupo según las variables establecidas para la selección.

3.5 El software informático para la solución de modelos matemáticos.

Debido a la gran cantidad de datos y procesamiento que requieren los modelos, es necesaria la utilización de herramientas que nos permitan obtener resultados en el menor tiempo posible. Son múltiples los programas que en investigación cuantitativa se utilizan entre ellos Scientist, Lingo, Lindo, R-estudio, Matlab, Solver de Excel, POM-QM, Excel QM. Muy extendido en los cursos de métodos cuantitativos.

- **R-estudio:** es un software que fue diseñado para hacer análisis estadísticos y gráficos, y es software libre. Así, se puede descargar de manera libre y utilizar sin problemas. Es un lenguaje de programación especialmente

indicado para el análisis estadístico, inicialmente diseñado en 1992 por Robert Gentleman y Ross Ihaka, miembros del Departamento de Estadística de la Universidad de Auckland, en Nueva Zelanda. Sin embargo, una de las grandes ventajas de R es que hoy en día es, en realidad, fruto del esfuerzo de miles de personas en todo el mundo que colaboran en su desarrollo. Los avances en la tecnología informática han aumentado la disponibilidad de que los métodos basados en modelos de programación matemática sean más visibles.

RStudio es un entorno de desarrollo integrado (IDE) para R que funciona con la versión estándar de R disponible en CRAN. Al igual que R, RStudio es software libre.

El objetivo de sus creadores fue desarrollar una herramienta potente que soporte los procedimientos y técnicas requeridas para realizar análisis de alta calidad y dignos de confianza, al mismo tiempo que RStudio sea tan sencillo e intuitivo como sea posible para proporcionar un entorno amigable, tanto para los ya experimentados como para los nuevos usuarios de R. Una de las ventajas es un software libre y soporta gran cantidad de datos para procesamiento y análisis estadístico, econométrico y métodos no paramétricos.

Desde el 2014 aproximadamente en el Ecuador ha ganado popularidad en centros de enseñanza de educación superior en las carreras de Matemáticas, Estadística y carreras de ingeniería principalmente, porque la curva de aprendizaje es relativamente sencilla comparado con otros lenguajes de programación y permite maquetar o hacer prototipos de modelos muy rápido y con resultados óptimos. Una de las ventajas es su facilidad para compartir código. La consola de R utiliza una línea de comandos para comunicarnos con el programa de hecho, es ese espacio en la esquina inferior izquierda donde escribimos.

Hay muchos motivos por los que utilizar R, de los que destacan los siguientes:

- Es un lenguaje adecuado para la análisis de datos, ya que permite manipular los la base rápidamente y de forma precisa.
- Se puede automatizar fácilmente, gracias a la creación de scripts que automatizan procesos, por ejemplo, leer datos o hacer operaciones con los datos, y hacerlo siempre de forma automática.
- Puede leer prácticamente cualquier tipo de datos.
- Hasta cierto punto, es compatible con grandes conjuntos de datos.
- Es libre, no requiere licencia..
- Tiene capacidades avanzadas de gráficos, por lo que nos permite realizar gráficos y dashboards de forma que podamos presentar los resultados de forma vistosa.
- Se ejecuta en muchas plataformas.
- Mejora su funcionalidad constantemente, ya que tiene detrás una comunidad bastante grande que crea nuevas funciones, corrige bugs y, sobre todo, documenta muy bien todo lo que va haciendo, de forma que la utilización de todas las funciones y métodos sea fácil a nivel de usuario.

- **Solver de Excel:** es una herramienta de análisis que tiene incorporado el programa Excel, aplicado sobre todo en el mundo empresarial. En un modelo de programación matemática, permite calcular el valor de una celda que depende de diversos factores o variables donde a la vez existen una serie de restricciones que han de cumplirse. Realiza cálculos para la resolución de problemas de programación lineal, en donde a partir de una función lineal establecida, encuentra la maximización o minimización de funciones sujeta a restricciones, cuyas variables pueden ser modificadas. Las restricciones expresadas como inecuaciones lineales están sujetas a recursos limitados con el fin de obtener valores óptimos bien sean máximos o mínimos.
- **POM-QM:** POM-QM es un programa para la gestión de producción/operaciones, métodos cuantitativos, ciencia de la gestión e investigación de operaciones. En la nueva versión del programa de Windows, POM para Windows, QM for Windows y DS para Windows se han combinado en un producto flexible - POM - QM for Windows. El programa puede configurarse para mostrar los módulos de POM y QM. Este paquete es el más amable para el usuario, de los disponibles en el campo de la Gestión de Operaciones, métodos Cuantitativos o de Ciencia de la Gestión, debido a la estandarización con la interfaz de Windows, flexibilidad y diseño.

La interfaz gráfica para el programa es una interfaz estándar de Windows. Cualquiera que esté familiarizado con cualquier hoja de cálculo, procesador de textos, o programa para presentaciones estándar de Windows será capaz de utilizar el programa. Esta interfaz estándar incluye el habitual menú, barra de herramientas, barra de estado, y los archivos de ayuda de los programas.

El editor de datos de la hoja de cálculo realiza la introducción y edición de datos de forma extremadamente fácil. Además, cada vez que los datos tengan que ser introducidos, se da una instrucción clara en la pantalla describiendo lo que tiene que ser introducido, y cuando los datos se introducen de manera incorrecta se muestra un claro mensaje de error.

Excel QM: usado para resolver problemas matemáticos y problemas de programación lineal, trabaja en forma autónoma como dentro de las hojas de cálculo con menús personalizados y procedimientos de solución para guiar al usuario en cada paso.

3.6 Ventajas y desventajas del DEA

El Análisis Envoltente de Datos, presenta varias ventajas que lo hacen una herramienta valiosa en la evaluación de eficiencia y toma de decisiones en diversos contextos. A continuación, se destacan algunas de las principales ventajas del DEA:

- ✓ Manejo de Múltiples Insumos y Salidas:

DEA permite la evaluación de unidades de toma de decisiones que tienen múltiples insumos y salidas, lo que lo hace especialmente útil en situaciones donde la relación entre estos factores es compleja y difícil de expresar en términos monetarios.

✓ Orientación a la Eficiencia Relativa:

DEA se centra en la eficiencia relativa, lo que significa que compara unidades entre sí, identificando aquellas que están operando en la frontera de eficiencia. Esto proporciona información valiosa sobre cómo las unidades ineficientes pueden mejorar para alcanzar su máximo potencial.

✓ Flexibilidad en la Elección de Modelos:

DEA es flexible en términos de modelos. Puede adaptarse a diferentes estructuras y objetivos, permitiendo a los analistas ajustar el enfoque según las características específicas de la situación.

✓ No Requiere Información Detallada sobre Costos:

A diferencia de otros métodos de evaluación de eficiencia, DEA no necesita información detallada sobre costos. Esto es beneficioso en situaciones donde la contabilidad de costos es compleja o no está disponible.

✓ No Requiere Suposiciones Específicas sobre Funciones de Producción:

DEA no hace suposiciones específicas sobre las funciones de producción, lo que lo diferencia de métodos que requieren la especificación precisa de estas funciones. Esto facilita su aplicación en entornos donde la relación entre insumos y salidas no es conocida o es difícil de modelar.

✓ Incorpora Eficiencia Técnica y de Escala:

DEA evalúa tanto la eficiencia técnica como la eficiencia de escala. Esto significa que no solo considera cómo se utilizan los insumos en relación con las salidas, sino también si las unidades operan a una escala óptima.

✓ Adaptabilidad a Distintos Sectores:

DEA se ha aplicado con éxito en una variedad de sectores, incluyendo la banca, la salud, la educación y la manufactura. Su versatilidad lo convierte en una herramienta útil en diferentes contextos y para evaluar la eficiencia en diversas operaciones.

✓ Identificación de Mejores Prácticas:

Al evaluar múltiples unidades y destacar las que operan en la frontera de eficiencia, DEA puede ayudar a identificar las mejores prácticas y estrategias que pueden ser compartidas y replicadas para mejorar la eficiencia en toda la organización o industria.

El Análisis Envolvente de Datos (DEA) ofrece ventajas significativas al proporcionar una evaluación robusta y flexible de la eficiencia en entornos donde hay múltiples

insumos y salidas. Su capacidad para adaptarse a diferentes modelos y sectores, así como para identificar mejores prácticas, hace que sea una herramienta valiosa para la toma de decisiones y la mejora continua.

A pesar de sus beneficios, el Análisis Envolvente de Datos (DEA) también presenta algunas desventajas y consideraciones que deben tenerse en cuenta al utilizar esta técnica:

✓ Sensibilidad a Outliers:

DEA puede ser sensible a valores atípicos o extremos en los datos. La presencia de observaciones extremas puede afectar significativamente los resultados, y es necesario abordar esta sensibilidad para obtener evaluaciones más robustas.

✓ Elección del Modelo:

Aunque la flexibilidad en la elección de modelos es una ventaja, también puede ser una desventaja. La selección de un modelo inapropiado o la falta de claridad en la elección del modelo pueden afectar la validez de los resultados.

✓ Ausencia de una Medida Absoluta de Eficiencia:

DEA proporciona una medida relativa de eficiencia en comparación con otras unidades en el conjunto de datos. Sin embargo, no ofrece una medida absoluta de eficiencia que permita determinar cuán eficiente es una unidad en términos absolutos.

✓ Orientación a la Eficiencia Relativa:

La orientación de DEA hacia la eficiencia relativa significa que, aunque se pueden identificar unidades ineficientes, no proporciona una guía directa sobre cómo mejorar ni indica cuánto margen de mejora es posible.

✓ Dependencia de la Elección de Insumos y Salidas:

Los resultados de DEA pueden variar según la elección de los insumos y salidas utilizados en el análisis. La elección de variables puede influir en la eficiencia calculada, lo que resalta la importancia de una selección cuidadosa.

✓ No Considera Factores Externos:

DEA asume que las unidades evaluadas operan en el mismo entorno y bajo condiciones similares. No considera factores externos que puedan afectar la eficiencia y que estén más allá del control de la unidad evaluada.

✓ No Aborda la Evaluación del Rendimiento Financiero:

DEA se centra en la eficiencia operativa y no aborda directamente la evaluación del rendimiento financiero. No proporciona información sobre la rentabilidad o la efectividad en términos de retorno sobre la inversión.

✓ Requiere Datos Precisos:

La precisión de los resultados de DEA depende en gran medida de la calidad y precisión de los datos de entrada. Errores o sesgos en los datos pueden afectar la validez de las evaluaciones de eficiencia. A pesar de estas desventajas, el Análisis Envolvente de Datos sigue siendo una herramienta valiosa para evaluar la eficiencia relativa en situaciones complejas. Sin embargo, es esencial comprender sus limitaciones y complementar su uso con otras metodologías y análisis para obtener una evaluación más completa y precisa

3.7 Conclusiones

- Análisis Envolvente de Datos (DEA):
El DEA es una herramienta técnica valiosa para evaluar la eficiencia relativa en entornos con múltiples insumos y salidas. Sin embargo, su sensibilidad a valores atípicos y la importancia de elegir el modelo correcto requieren una aplicación cuidadosa.
- Gestión de Datos y Analítica Predictiva:
La gestión eficaz de datos y el uso de herramientas analíticas predictivas permiten a las empresas anticipar patrones, identificar áreas de mejora y tomar decisiones basadas en datos. La analítica contribuye a una toma de decisiones más informada y estratégica.
- Lean Manufacturing y Seis Sigma:
En entornos de producción, la implementación de metodologías Lean y Seis Sigma puede mejorar la eficiencia mediante la eliminación de desperdicios, la reducción de variabilidad y la optimización de procesos. Estas metodologías técnicas han demostrado su eficacia en diversos sectores.
 - Automatización Robótica de Procesos (RPA)
La RPA es una tecnología que permite la automatización de tareas repetitivas y rutinarias. Su aplicación técnica puede liberar recursos humanos para actividades más estratégicas, mejorando así la eficiencia operativa.
 - Integración de Sistemas ERP
La integración de sistemas de planificación de recursos empresariales (ERP) facilita la gestión integrada de procesos comerciales. Esto mejora la eficiencia al proporcionar una visión holística de las operaciones y facilitar la toma de decisiones basada en datos en tiempo real.

En conclusión, la mejora de la eficiencia y productividad requiere un enfoque integral que abarque aspectos empresariales y técnicos. La combinación de inversiones estratégicas, culturas organizacionales proactivas y la aplicación de herramientas y metodologías técnicas adecuadas puede conducir a mejoras significativas en el rendimiento empresarial.

Capítulo IV

Análisis envolvente de datos. DEA CCR

“No le tengo miedo a la muerte, pero yo no tengo prisa en morir. Tengo tantas cosas que quiero hacer antes”.

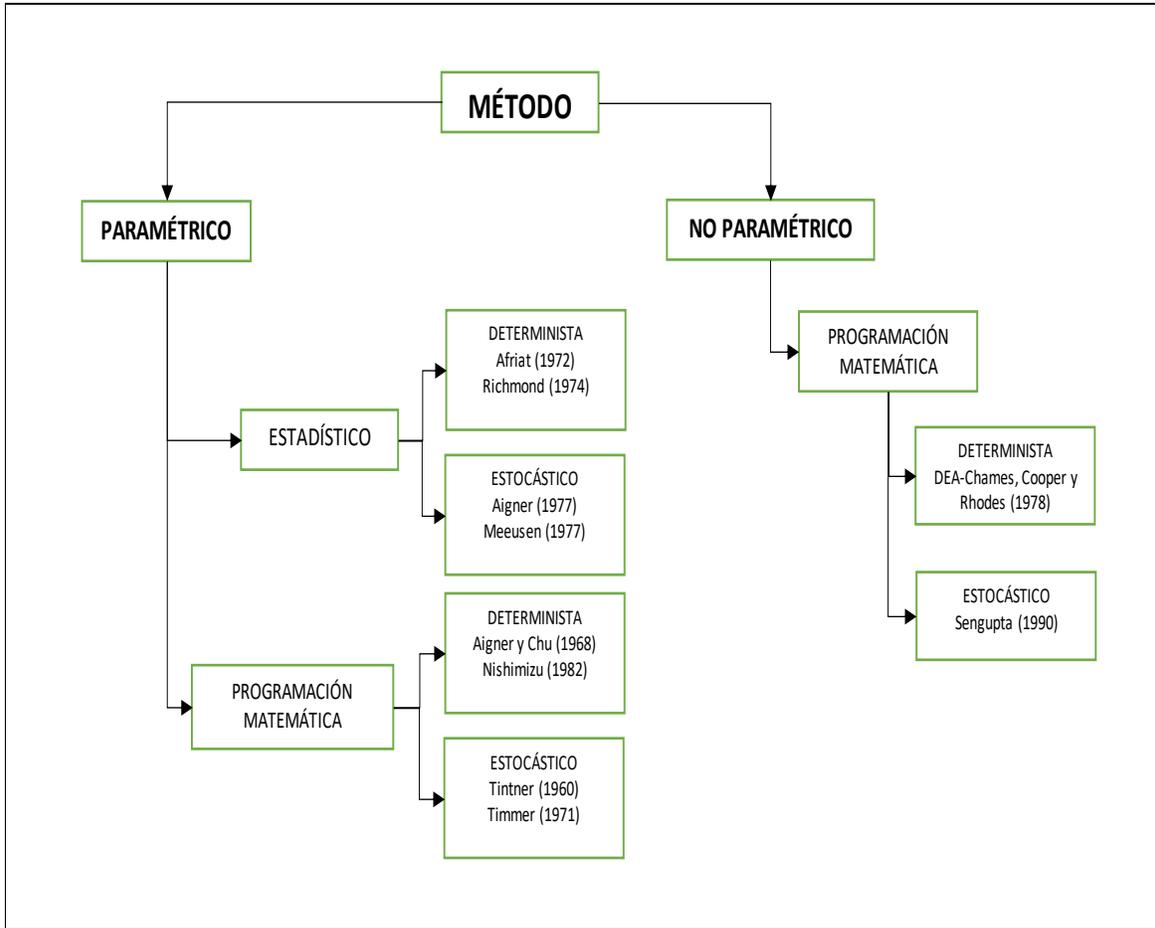
Stephen Hawking 1942-2018- físico teórico, astrofísico, cosmólogo y divulgador científico británico.

4.1 Métodos de estimación de la eficiencia

Los métodos de estimación para la construcción de la frontera de producción se pueden clasificar en métodos paramétricos y no paramétricos, a su vez, pueden emplearse métodos estadísticos para estimar la frontera. Dentro de los métodos de estimación no paramétricos, se encuentra el Análisis Envoltente de Datos (DEA) entre ellas, el Modelo DEA CCR Charnes, Cooper y Rhodes (1978), modelos DEA BCC, Banker, Charnes y Cooper (1989) (Coll & Blasco, 2006)

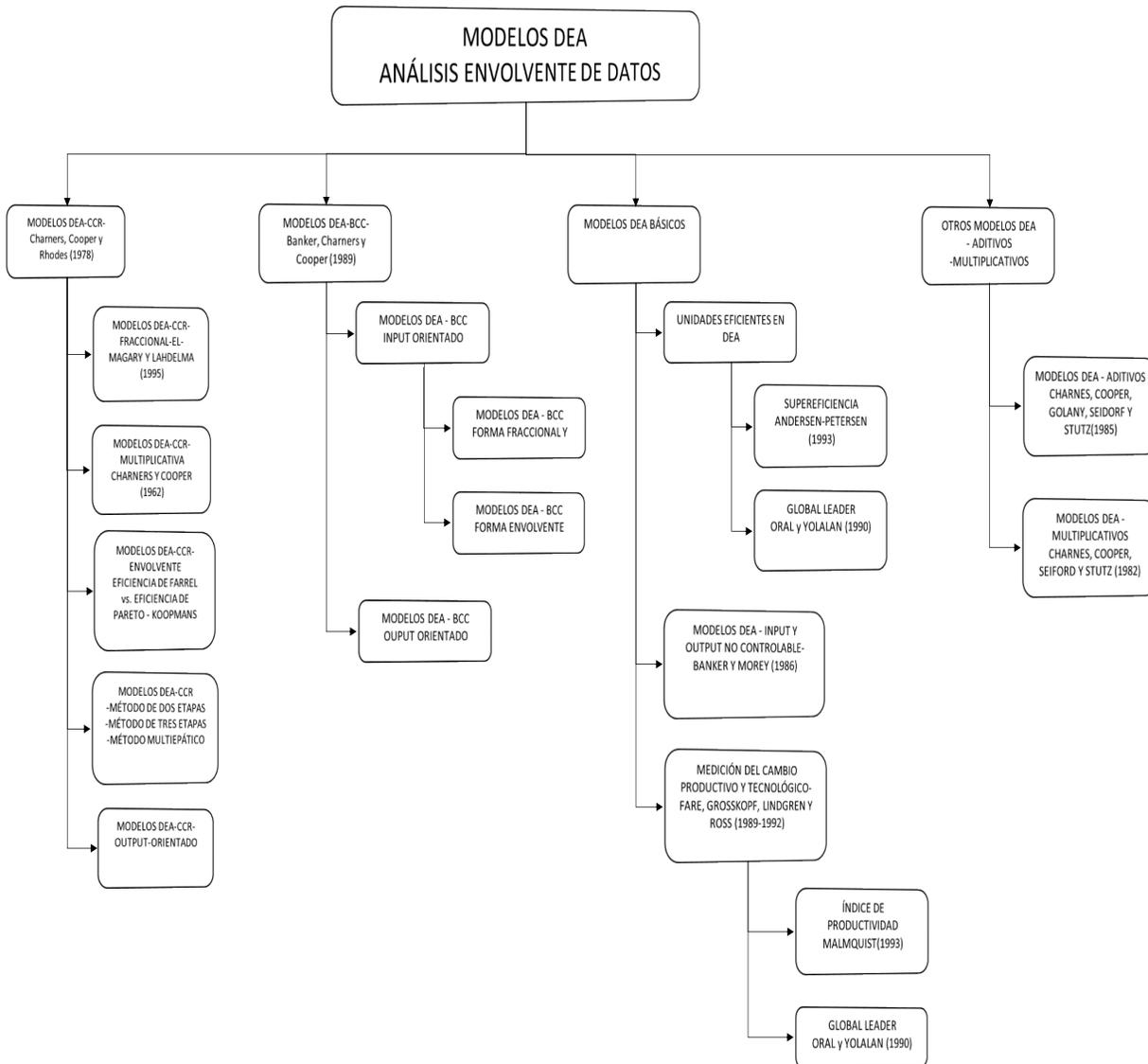
Figura 4.1.1

Métodos de estimación de la eficiencia



Nota: Muestra las técnicas de evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos por (Coll & Blasco, 2006).

Figura 4.1.2
Tipos de modelos DEA



Nota: Muestra las diferentes técnicas de evaluación DEA (Coll & Blasco, 2006).

4.2 Modelo DEA-CCR

Es llamado CCR y corresponde con las siglas de Charnes, Coopers y Rhodes, quienes desarrollaron este modelo en 1978. La técnica DEA-CCR se puede trabajar en forma fraccional, multiplicativa y envolvente, siendo este último el que, con mayor frecuencia, ha

sido utilizado para calcular la eficiencia de unidades productivas; este modelo proporciona una medida de eficiencia radial, *input* y *output* orientadas, y supone convexidad con CRS.

De acuerdo con (Samuelson & Nordhaus, 2006), la modificación de la cantidad de todos los insumos genera un aumento proporcional en la producción, por ejemplo, si el trabajo, la tierra, el capital y otros insumos se duplican, entonces, bajo CRS, la producción también se duplicaría.

4.3 Modelo DEA-CCR en forma fraccional

El modelo DEA-CCR fraccional viene dado como el cociente de la sumatoria ponderada de los *outputs* entre la suma ponderada de los *inputs*. Este modelo permite obtener la eficiencia relativa, con base en el problema de maximización de la función objetivo, debido a un conjunto de pesos o multiplicadores sujeto a restricciones que indican que ninguna unidad puede tener una puntuación de eficiencia mayor que uno en función de los pesos u_r y v_i .

$$Max_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{i=1}^s u y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (\text{ecuación 4.1})$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{i=1}^s u y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{inecuación 4.1})$$

$$u_r, v_r \geq 0$$

Si $h_0^* = 1$ la unidad es eficiente; si $h_0^* < 1$ la unidad es ineficiente

Donde Coll y Blasco (2006) establecieron lo siguiente.

- h. Se consideran n unidades ($j = 1, 2, \dots, n$), cada una de ellas utiliza los mismos *inputs*, factores de la producción en diferentes cantidades, de modo que puedan ser comparadas bajo las mismas variables, para tener como resultado los *outputs* en cantidades diferentes.
- i. x_{ij} ($x_{ij} \geq 0$) que representa las cantidades de factores de la producción *inputs* i ($i = 1, 2, \dots, m$), consumidos por la j – ésima empres o unidad analizada.
- j. x_{i0} representa la cantidad de *input* i consumido por la unidad que es evaluada, *Unidad* $_0$.

- k. y_{rj} ($y_{rj} \geq 0$) representa las cantidades observadas de *output* r ($r = 1, 2, \dots, n$), producidos por la j – ésima unidad.
- l. y_{r0} representa la cantidad de *output* i consumido por la unidad que es evaluada *Unidad* $_0$.
- m. u_r ($r = 1, 2, \dots, s$), y v_i ($i = 1, 2, \dots, m$) representan los pesos o multiplicadores de los *outputs* e *inputs*, respectivamente.
- n. Las unidades cuyos pesos u_r y v_i asignados a la unidad ineficiente evaluada resulte ser eficiente se denominan *peers*.

El siguiente modelo difiere del anterior en que en la condición de no negatividad sustituye $u_r, v_r \geq \mathbf{0}$ por $u_r, v_r \geq \varepsilon$ que es una condición de positividad estricta debido a que se evita que una unidad, pese a ser eficiente $h_0^*=1$, sea incorrectamente caracterizada como eficiente al obtener como solución óptima algún peso u_r y/ o el valor de cero (El-Mahgary & Lahdelma, 1995). Un inconveniente que plantea este modelo es que genera un número infinito de soluciones óptimas, puesto que cada uno de sus pesos difiere de una unidad a otra y, a su vez, el modelo debe resolverse para cada una de sus unidades.

$$Max_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{i=1}^s u y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (\text{ecuación 4.2})$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{i=1}^s u y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{inecuación 4.2})$$

$$u_r, v_r \geq \varepsilon$$

4.3 Modelo DEA-CCR en forma Multiplicativa

El modelo DEA-CCR, en forma fraccional, puede ser linealizado con la teoría de la programación lineal fraccional, el que selecciona la solución (μ, δ) para que $\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$. Realizando dicho cambio de variable se tiene lo siguiente.

$$u_r = t u_r$$

$$\delta_i = t v_i \text{ para } t > 0$$

$$t = \frac{1}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (\text{ecuación 4.3})$$

Si este modelo se sustituye en el modelo fraccional con la condición de positividad $u_r, v_r \geq \varepsilon$, se obtiene el problema lineal en forma multiplicativa, el que puede escribirse como:

$$\text{Max}_{u,v} w_0 = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1 \quad (\text{ecuación 4.4})$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_r, \delta_i \geq \varepsilon \quad (\text{inecuación 4.3})$$

El *input* virtual ha sido normalizado a la unidad $\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$; esta se conoce como restricción de normalización. Este modelo debe ser resuelto por cada unidad analizada, para determinar los valores óptimos de los pesos μ_r, δ_i , esto es μ_r^* y δ_i^* . Matricialmente, puede expresarse como:

$$\text{Max}_{\mu, \delta} w_0 = \mu^T y_0 \quad (\text{ecuación 4.5})$$

Sujeto a:

$$\delta^T x_0 = 1 \quad (\text{ecuación 4.6})$$

$$\mu^T Y - \delta^T X \leq 0$$

$$\mu^T, \delta^T \geq I_\varepsilon \quad (\text{ecuación 4.7})$$

Donde:

1. Y es una matriz de *outputs* de orden $(s \times n)$.

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{s1} & y_{s2} & \dots & y_{sn} \end{bmatrix}$$

2. y_0 representa el vector *output* de la unidad que es evaluada.
3. X es una matriz de *inputs* de orden $(m \times n)$.

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

4. x_0 representa el vector *inputs* de la unidad que es evaluada.
5. μ es el vector ($s \times 1$) de pesos *outputs* y δ es el vector ($m \times 1$).

Si $w_0^* = 1$ la *Unidad*₀ es eficiente y existe al menos un óptimo (μ^*, δ^*) , con $\mu^* > 0$ y $\delta^* > 0$, al mismo tiempo que si $w_0^* < 1$, existe al menos una unidad que satisface la restricción $\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} = \sum_{r=1}^s \delta_i x_{ij}$ para los mismos valores (μ^*, δ^*) , constituye el conjunto de referencia de la unidad evaluada, *Unidad*₀, siendo la existencia de estas unidades eficientes las que fuerzan a la *Unidad*₀ a ser ineficiente (Coll & Blasco, 2006).

6. Es posible determinar la contribución de cada *input* $\delta_i^* x_{i0}$ respecto con el total $\sum_{i=1}^m \delta_i^* x_{i0} = 1$, así como la contribución de cada *output* (μ^*, y_{r0}) , a la puntuación de eficiencia $\sum_{r=1}^s \mu_r^* y_{r0} = w_r^*$. Estos resultados proporcionan la medida en que las variables *input* y *output* has sido usadas en la determinación de la eficiencia.

4.4 Modelo DEA-CCR en forma envolvente

Para todo PL lineal llamado también primal, existe un PL asociado llamado dual, el que puede ser utilizado para determinar la solución primal. Para (Taha, 2012), el problema dual se define, sistemáticamente, a partir del modelo de PL primal original, así, los dos problemas están estrechamente relacionados en el sentido de que la solución óptima de uno proporciona la solución. De ahí que los resultados obtenidos a partir de la solución primal se aplican, directamente, al problema dual asociado. La idea central es la siguiente.

- ✓ Asignar una variable dual por cada restricción primal.
- ✓ Construir una restricción dual por cada variable primal.
- ✓ Los coeficientes de restricción (columna) y el coeficiente objetivo de la variable primal j –ésima definen, respectivamente, los lados izquierdo y derecho de la restricción dual j –ésima.
- ✓ Los coeficientes objetivo-duales son iguales a los lados derechos de las ecuaciones de restricción primales.

En los encabezados, no utiliza el nombre primal y dual, puesto que el interés es el sentido de la optimización. Si el primal es de maximización, entonces el dual es minimización y viceversa, además, no hay medidas específicas para incluir variables artificiales en el primal (Taha, 2012).

Tabla 4.4.1
Problema primal y dual

Restricción primal	Variable dual	Variable dual	Restricción primal
$\delta^T x_0 = 1$	θ	$Y\lambda \geq y_0$	$\delta^T x_0 \geq 0$
$\mu^T Y - \delta^T X \leq 0$	$\lambda \geq 0$	$\theta x_0 - X\lambda \geq 0$	$\mu^T \geq 0$

Nota: Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos (Taha, 2012).

En la Tabla 4.1, se asocia la variable dual θ con la restricción que normaliza el *input* virtual.

$$\text{Min}_{\theta, \lambda} Z_0 = \theta \quad (\text{ecuación 4.6})$$

Sujeto a:

$$Y\lambda \geq y_0$$

$$\theta x_0 \geq X\lambda$$

$$\lambda \geq 0 \quad (\text{inecuación 4.4})$$

Donde:

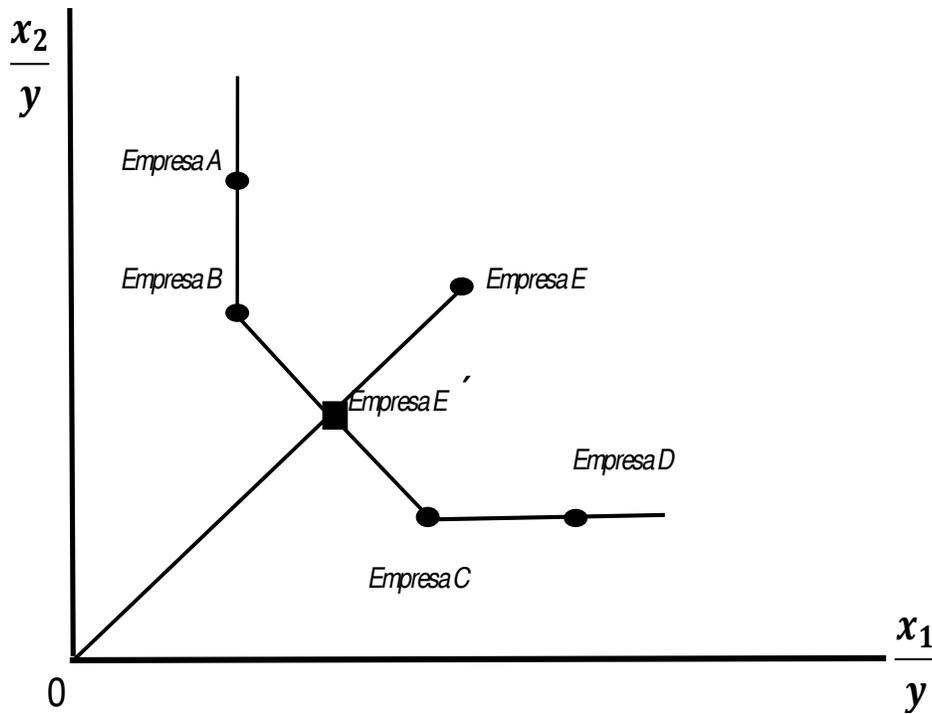
1. λ es el vector ($n * 1$) de pesos, $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_n \end{pmatrix}$. Así, λ_j es la intensidad de la unidad j .
2. θ denota la puntuación de eficiencia técnica de la unidad.
3. Si la solución óptima del modelo anterior es $\theta^* = 1$, entonces la unidad evaluada es eficiente en comparación con el resto de las unidades.
4. Si $\theta^* < 1$, la unidad evaluada es ineficiente a partir de valores λ_j^* resuelto en una sola etapa de modo que las variables de holgura de *output* e *input* se dan

en forma residual, por lo que es posible que no se satisfaga la condición de eficiencia Pareto-Koopmans, según la que una unidad es eficiente si $\theta^* = 1$, y todas las holguras son cero, caso contrario, la unidad es evaluada como ineficiente.

En la Figura 4.3, se consideran los *inputs* (x_1, x_2) y un *output* (y), de este modo, se refleja que las unidades/empresas A, B, C y D son eficientes técnicamente según la condición de eficiencia de Farrell, pues su puntuación es uno y la unidad/empresa E es a la vista ineficiente, debido a que su puntuación es menor a uno.

Sin embargo, de acuerdo con la condición de Pareto-Koopmans, las unidades/empresas B y C son eficientes técnicamente, puesto que A y D presentan holguras *input* que se pueden catalogar como eficiencia débil, la primera en el *input* x_2 y la segunda en el *input* x_1 y, finalmente, ninguna unidad/empresa presenta holgura *output*.

Figura 4.4.3
Eficiencia Pareto-Koopmans



Nota: Eficiencia e ineficiencia unidades económicas (Taha, 2012).

El punto de proyección, que es una combinación lineal de los puntos observados, viene dado por $(\hat{x}_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* X_j, \hat{y}_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* Y_j)$, entonces, siendo la unidad/empresa E ineficiente, el punto de proyección sobre la frontera eficiente determinará la dirección de mejora. La proyección E', llamada también virtual, resulta de la combinación entre las unidades/empresas B y C en proporciones dadas por los valores óptimos de las intensidades λ_j^* ($j = B, C$), obtenidos estos a partir de la resolución para la unidad E, asimismo, las coordenadas son los valores *inputs* y *outputs* objetivo para la unidad ineficiente para la mejora, con el fin de alcanzar la eficiencia. La diferencia entre los valores *input* objetivo y la reducción radial indicarán la cuantía en que, adicionalmente, la *Unidad*₀ debe reducir sus *inputs* como consecuencia del movimiento de holgura (Coll & Blasco, 2006).

Asimismo, es posible obtener los porcentajes en que cada una de las *benchmark* del conjunto de referencia de una empresa ineficiente contribuye a los valores objetivos, por lo que el porcentaje de contribución de la unidad eficiente K a los valores objetivos del *output* r de una unidad ineficiente ($PC_{k,r}$) vendrá dado por:

$$PC_{k,r} = \left(\frac{\lambda_k^* Y_{rk}}{\sum_{j=i}^n \lambda_j^* Y_{rj}} \right) * 100 \quad (\text{ecuación 4.7})$$

En tanto que el porcentaje de contribución de la unidad eficiente K a los valores objetivo del *input* i de una unidad ineficiente ($PC_{k,i}$) será:

$$PC_{k,i} = \left(\frac{\lambda_k^* X_{ik}}{\sum_{j=i}^n \lambda_j^* X_{ij}} \right) * 100 \quad (\text{ecuación 4.8})$$

4.5 Conclusiones

La eficiencia en el campo técnico, económico y empresarial busca optimizar los recursos necesarios para la producción, con el fin de obtener un resultado que maximice el beneficio, así, se estudia en varios campos del saber, concretamente, ingeniería, agrícola, industrial, educación, banca, cooperativas, cajas de ahorro, entre otras ramas, mediante la utilización de diferentes técnicas, sean estas paramétricas y no paramétricas, como es el caso de este trabajo de investigación, específicamente, con la metodología DEA-CCR – Charners, Cooper y Rhodes. Esta técnica de optimización matemática, que surgió del trabajo realizado por Farrell en 1957, está basada en variables *input* y *output*, por ello, tuvo una orientación de entrada con el supuesto de existencia de CRS.

El modelo DEA CCR (Charnes, Cooper, Rhodes) es una herramienta eficaz para evaluar la eficiencia relativa en situaciones con múltiples insumos y salidas. Al proporcionar una medida cuantitativa de la eficiencia, identifica las unidades más eficientes y destaca áreas de mejora. Sin embargo, la sensibilidad a valores atípicos y la importancia de elegir el modelo adecuado requieren un uso cuidadoso para obtener evaluaciones precisas y significativas.

El DEA es una metodología que permite generar una comparación radial para establecer una posición real en la que se encuentra la unidad económica. Esta frontera se obtiene a partir de las combinaciones lineales de las empresas que integren la muestra, con la apropiada utilización de los recursos disponibles; en este trabajo, se utilizó la técnica no paramétrica DEA, la que emplea el modelo en forma multiplicativa y envolvente, con el propósito de generar una comparación y posición en la que se encuentran los negocios de una firma específica del Ecuador.

Capítulo V

Aplicación de la técnica DEA-CCR en forma multiplicativa y envolvente con R

“La misión es sagrada, la llevas a cabo hasta el final y, si es necesario, en las operaciones, a riesgo de tu vida. Código de honor” **Art. 6 Legión Extranjera Francesa.**

.

5.1 Estudio de eficiencia de la Banca Pública del Ecuador año 2008

Se presentan, a continuación, los resultados del año 2008 primer mes del año 2008 con el detalle correspondiente al DEA en su forma multiplicativa y en su forma envolvente; la dinámica de presentación de los resultados es la siguiente.

- ✓ Tabla correspondiente con las variables *inputs* y *outputs*.
- ✓ Cálculo de la eficiencia DEA en forma multiplicativa para un banco, lo que indica el detalle del procedimiento generado con un solo banco (BanEcuador), esto se repite para el resto de los bancos de la muestra. En este caso, la función objetivo a seguir es maximizar las variables ingresos Y_1 , inversiones Y_2 y cartera de créditos Y_3 , sujeto a las restricciones gastos de personal X_1 , activos fijos X_2 y gastos de operación X_3 .
- ✓ Comprobación de eficiencias.
- ✓ Cálculo de las contribuciones de *outputs* e *inputs* para el banco.
- ✓ Análisis de eficiencias.
- ✓ Cálculo de la eficiencia DEA en forma envolvente.
- ✓ Análisis de factores de reducción de *inputs*.
- ✓ Cálculo de las contribuciones de *outputs* e *inputs* para el banco.

Tabla 5.1

Variables inputs-outputs enero del 2008

AÑO 2008 - MES ENERO				
VARIABLES	BANCO	DEL	BANE	CORPORACIÓN
	ESTADO/		CUAD	FINANCIERA
	DESARROLLO		OR	NACIONAL
	A		B	C
INPUTS	X1= Gastos de personal	663,67	2175,66	634,73
	X2 = Activos fijos	39336,00	20707,00	34407,00
	X3= Gastos de operación	805,18	2999,00	1109,39
OUTPUTS	Y1= Ingresos	2396,71	6800,73	3598,10

Y2=	1102,00	70844,0	179938,00
Inversiones		0	
Y3=	925441,00	317952,	925441,00
Cartera de créditos		00	

Nota: Los datos corresponden al Banco de Desarrollo, BanEcuador y Corporación Financiera Nacional del balance general y de resultados del 2008. Tomado de (Superintendencia de Bancos, 2022)

5.2 Eficiencias forma multiplicativa enero del 2008

En el ejemplo, se presenta el cálculo de la eficiencia en su forma multiplicativa para BanEcuador:

$$\text{máx } w_{BANECUADOR} = 6800,73x_1 + 70844,00x_2 + 317952,00x_3 \quad (\text{ecuación 5.1})$$

Sujeto a:

$$2175,66\delta_1 + 20707,00\delta_2 + 2999,00\delta_3 = 1 \quad (\text{ecuación 5.2})$$

$$6800,73x_1 + 70844,00x_2 + 317952,00x_3 - (2175,66\delta_1 + 20707,00\delta_2 + 2999,00\delta_3) \leq 0 \quad (\text{inecuación 5.1})$$

$$2396,71x_1 + 1102,00x_2 + 925441,00 - (663,67 + 39336,00 + 805,18\delta_3) \leq 0 \quad (\text{inecuación 5.2})$$

$$3598,10x_1 + 179938,00x_2 + 925441,00x_3 - (634,73\delta_1 + 34407,00\delta_2 + 1109,39\delta_3) \leq 0 \quad (\text{inecuación 5.3})$$

$$x_1, x_2, x_3, \delta_1, \delta_2, \delta_3 \geq 0$$

Se puede observar que los valores $x_1, x_2, x_3, \delta_1, \delta_2, \delta_3$ son los pesos outputs e inputs respectivamente.

$w_{BANECUADOR}$ es la eficiencia de BAECUADOR

Así: $w_{BANECUADOR} = 6800,73 * 14,70431 + 70844,00 * 0 + 317952,00 * 0 \approx 100000$ (ecuación 5.3)

Este valor se divide para un factor igual a 100.000 utilizado en el *software* RStudio, con el fin de obtener una mejor apreciación y aproximación en los resultados.

$$w_{BANECUADOR} = 1 \quad (\text{ecuación 5.4})$$

Tabla 5.1*Eficiencias bancos públicos enero del 2008 forma multiplicativa*

BANCOS	EFICIENCIAS
Banco del Estado	1
BanEcuador	1
Corporación Financiera Nacional	1

Tabla 5.2*Pesos outputs originales enero del 2008*

	Peso output 1	Peso output 2	Peso output 3
Bancos	O1	O2	O3
Banco del Estado	0.00000	0.00000 0	0.10805 7
BanEcuador	14.70431	0.00000 0	0.00000 0
Corporación Financiera Nacional	0.00000	0.55574 7	0.00000 0

Tabla 5.3*Comprobación eficiencias enero del 2008*

BANCOS	EFICIENCIAS_COMPROBACIÓN
Banco del Estado	1.000000
BanEcuador	1.000000
Corporación Financiera Nacional	1.000000

Tabla 5.4

Pesos inputs originales enero del 2008

	Peso input 1	Peso input 2	Peso input 3
Bancos	I1_m	I2_m	I3_m
Banco del Estado	0.00135 1	0.0000 00	0.00012 9
BanEcuador	0.0003 80	0.0000 08	0.0000 00
Corporación Financiera Nacional	0.0000 00	0.0000 00	0.0009 01

5.3 Cálculo de las contribuciones de outputs e inputs para BanEcuador

Outputs

% **OUTPUT 1**

$$= \frac{O1 * PESO OUTPUT 1}{O1 * PESO OUTPUT 1 + O2 * PESO OUTPUT 2 + O3 * PESO OUTPUT 3} * 100$$

= 100% (ecuación 5.5)

$$\% OUTPUT 1 = \frac{6800,73 * 14,70431}{6800,73 * 14,70431 + 70844,00 * 0.000000 + 317952,00 * 0.000000} * 100 = 100\% \quad (ecuación 5.6)$$

% **OUTPUT 2**

$$= \frac{O2 * PESO OUTPUT 2}{O1 * PESO OUTPUT 1 + O2 * PESO OUTPUT 2 + O3 * PESO OUTPUT 3} * 100$$

= 0% (ecuación 5.7)

$$\% OUTPUT 2 = \frac{70844,00 * 0.000000}{6800,73 * 14,70431 + 70844,00 * 0.000000 + 317952,00 * 0.000000} * 100 = 0\% \quad (ecuación 6.8)$$

% **OUTPUT 3**

$$= \frac{O3 * PESO OUTPUT 3}{O1 * PESO OUTPUT 1 + O2 * PESO OUTPUT 2 + O3 * PESO OUTPUT 3} * 100$$

= 0% (ecuación 5.9)

$$\% \text{ OUTPUT } 3 = \frac{317952,00 * 0.000000}{6800,73 * 14,70431 + 70844,00 * 0.000000 + 317952,00 * 0.000000} * 100 = 0\% \quad (\text{ecuación 5.10})$$

Inputs

$$\begin{aligned} \% \text{ INPUT } 1 \\ &= \frac{(I1_m) * \text{PESO INPUT } 1}{(I1_m) * \text{PESO OUTPUT } 1 + (I2_m) * \text{PESO INPUT } 2 + (I3_m) * \text{PESO INPUT } 3} \\ * 100 &= 83\% \quad (\text{ecuación 5.11}) \end{aligned}$$

$$\% \text{ INPUT } 1 = \frac{2175,66 * 0,000380}{2175,66 * 0.000380 + 20707,00 * 0.000008 + 2999,00 * 0.000000} * 100 = 83\% \quad (\text{ecuación 5.12})$$

$$\begin{aligned} \% \text{ INPUT } 2 \\ &= \frac{(I2_m) * \text{PESO INPUT } 2}{(I1_m) * \text{PESO INPUT } 1 + (I2_m) * \text{PESO INPUT } 2 + (I3_m) * \text{PESO INPUT } 3} \\ * 100 &= 17\% \quad (\text{ecuación 5.13}) \end{aligned}$$

$$\% \text{ INPUT } 2 = \frac{20707,00 * 0,000008}{2175,66 * 0,000380 + 20707,00 * 0,000008 + 2999,00 * 0,000000} * 100 = 17\% \quad (\text{ecuación 5.14})$$

$$\begin{aligned} \% \text{ INPUT } 3 \\ &= \frac{(I3_m) * \text{PESO INPUT } 3}{(I1_m) * \text{PESO INPUT } 1 + (I2_m) * \text{PESO INPUT } 2 + (I3_m) * \text{PESO INPUT } 3} \\ * 100 &= 0\% \quad (\text{ecuación 5.15}) \end{aligned}$$

$$\% \text{ INPUT } 3 = \frac{2999,00 * 0,000000}{2175,66 * 0,000380 + 20707,00 * 0,000008 + 2999,00 * 0,000000} * 100 = 0\% \quad (\text{ecuación 5.16})$$

Tabla 5.1*Contribución outputs enero del 2008*

BANCOS	Y1	Y2	Y3
Banco del Estado	0	0	100
BanEcuador	100	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	100	0

Tabla 5.2*Contribución inputs enero del 2008*

BANCOS	X1	X2	X3
Banco del Estado	90	0	10
BanEcuador	83	17	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	100

5.4 Análisis de eficiencia para el mes de enero 2008

En relación con el banco A-Banco del Estado/Desarrollo, se observa en la tabla 5.6 que la contribución absoluta a su eficiencia está dada por output 3 ($Y_3=100$) que corresponde a la cartera de créditos, de igual manera para el banco B, BanEcuador, la contribución absoluta a su eficiencia está dada por el *output* 1 ($Y_1=100$) correspondiente a la variable ingresos y para el banco C-Corporación Financiera Nacional CFN la contribución absoluta a la eficiencia se deriva del el *output* 2 ($Y_2=100$) inversiones.

Por el lado de los inputs tabla 5.7, para el banco A- Banco del Estado/Desarrollo, una reducción en el *input* 1- gastos de personal ($X_1=90$) tiene un mayor efecto en la eficiencia de este banco que una reducción en el *input* 3.

Para el banco B- BanEcuador una reducción en el *input* 1($X_1=83$), tiene un mayor efecto en la eficiencia de este banco que una reducción en el *input* 2 ($X_2=17$).

Para el banco C una reducción en el *input* 3 ($X=100$) tiene efecto absoluto en la eficiencia de este banco, mientras una disminución o aumento de los *inputs* 1 y 2 (X_1 Y $X_2 = 0$) no tiene influencia en su eficiencia.

5.5 Eficiencias forma envolvente

A modo de ejemplo, se presenta el cálculo de la eficiencia en su forma envolvente para BanEcuador:

$$\begin{aligned} \text{mín } z_{\text{BANECUADOR}} \\ = 1\theta + 0\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}} + 0\lambda_{\text{BANECUADOR}} + 0\lambda_{\text{CFN}} \quad (\text{ecuación 5.17}) \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$0\theta + 2396,71\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}} + 6800,73\lambda_{\text{BANECUADOR}} + 3598,10\lambda_{\text{CFN}} \geq 6800,73$$

$$0\theta + 1102,00\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}} + 70844,00\lambda_{\text{BANECUADOR}} + 179938,00\lambda_{\text{CFN}} \geq 70844,00$$

$$0\theta + 925441,00\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}} + 317952,00\lambda_{\text{BANECUADOR}} + 925441,00\lambda_{\text{CFN}} \geq 317952,00 \quad (\text{inecuación 5.4})$$

$$2175,66\theta - (663,67\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}} + 2175,66\lambda_{\text{BANECUADOR}} + 634,73\lambda_{\text{CFN}}) \geq 0$$

$$20707,00\theta - (39336,00\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}} + 20707,00\lambda_{\text{BANECUADOR}} + 34407,00\lambda_{\text{CFN}}) \geq 0 \quad (\text{inecuación 5.5})$$

$$2999,00\theta - (805,18\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}} + 2999,00\lambda_{\text{BANECUADOR}} + 1109,39\lambda_{\text{CFN}}) \geq 0$$

$$\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}}, \lambda_{\text{BANECUADOR}}, \lambda_{\text{CFN}} \geq 0 \quad (\text{inecuación 5.6})$$

θ no restringida

Así, para BanEcuador se tiene que:

$$z_{\text{BANECUADOR}} = 1\theta + 0\lambda_{\text{BANCO DEL ESTADO}} + 0\lambda_{\text{BANECUADOR}} + 0\lambda_{\text{CFN}}$$

$$z_{\text{BANECUADOR}} = 1 \quad (\text{ecuación 5.18})$$

Tabla 5.3

Eficiencias DEA envolvente enero del 2008

EFICIENCIAS_ENVOLVENTE	
BANCOS	
Banco del Estado	1
BanEcuador	1
Corporación Financiera Nacional	1

Tabla 5.4*Coefficientes lambdas enero 2008*

	LAMBDA 1	LAMBDA 2	LAMBDA 3
Bancos	DMU1	DMU2	DMU3
Banco del Estado	1	0	0
BanEcuador	0	1	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	1

Tabla 5.5*Coefficientes holguras inputs enero del 2008*

BANCOS	I1	I2	I3
Banco del Estado	0	0	0
BanEcuador	0	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	0

Tabla 5.6*Coefficientes holguras outputs enero del 2008*

BANCOS	O1	O2	O3
Banco del Estado	0	0	0
BanEcuador	0	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	0

5.6 Análisis DEA en forma envolvente

Debido a que la forma envolvente se centra en la ineficiencia de los bancos y como en el período analizado los tres bancos son eficientes, se cumple que las holguras de *inputs* y *outputs* son cero, sin embargo, se presenta un cálculo de nuevas eficiencias en el caso de que, en el análisis anterior, se hubiesen presentado ineficiencias en algún banco.

Tabla 5.7*Factores de reducción inputs enero del 2008*

BANCOS	REDUCCION_INPUTS
Banco del Estado	0
BanEcuador	0
Corporación Financiera Nacional	0

Tabla 5.8*Nuevos inputs enero del 2008*

	BANCO DEL ESTADO	BANECUADOR	CORPORACIÓN FINANCIERA NACIONAL
Inputs	w1	w2	w3
Gastos personal de	663.6706	2175.662	634.7268
Activos fijos	39336.0000	20707.000	34407.0000
Gastos operación de	805.1817	2998.996	1109.3921

Tabla 5.9*Nuevos outputs enero del 2008*

	BANCO DEL ESTADO	BANECUADOR	CORPORACIÓN FINANCIERA NACIONAL
Outputs	z1	z2	z3
Ingresos	2396.708	6800.725	3598.097
Inversiones	1102.000	70844.000	179938.000
Cartera de crédito	925441.000	317952.000	925441.000

Tabla 5.10*DEA forma multiplicativa modificada enero del 2008*

BANCOS	EFICIENCIAS_MODIFICADAS
Banco del Estado	1
BanEcuador	1
Corporación Financiera Nacional	1

Tabla 5.11*Contribución inputs modificados enero del 2008*

BANCOS	X1	X2	X3
Banco del Estado	90	0	10
BanEcuador	83	17	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	100

Tabla 5.12*Contribución outputs modificados enero del 2008*

BANCOS	X1	X2	X3
Banco del Estado	0	0	100
BanEcuador	100	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	100	0

Tabla 5.13*DEA forma envolvente modificada enero del 2008*

BANCOS	EFICIENCIAS_ENVOLVENTE_M
Banco del Estado	1
BanEcuador	1
Corporación Financiera Nacional	1

Tabla 5.14*Coefficientes lambdas modificados enero del 2008*

	LAMBDA 1	LAMBDA 2	LAMBDA 3
Lambdas	X1	X2	X3
Lambdas Banco de Desarrollo	1	0	0
Lambdas BanEcuador	0	1	0
Lambdas CFN	0	0	1

Tabla 5.15*Coefficientes holguras inputs modificados enero del 2008*

	INPUT 1	INPUT 2	INPUT 3
Bancos	I1_n	I2_n	I3_n
Banco del Estado	0	0	0
BanEcuador	0	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	0

Tabla 5.16*Coefficientes holguras outputs modificados enero del 2008*

	OUTPUT 1	OUTPUT 2	OUTPUT 3
Bancos	O1_n	O2_n	O3_n
Banco del Estado	0	0	0
BanEcuador	0	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	0

5.7 Análisis de eficiencia para el mes de diciembre 2008

Tabla 5.17

Variables inputs-outputs diciembre del 2008

AÑO 2008 - MES DICIEMBRE				
VARIA BLES		BANCO DEL ESTADO/ DESARROLLO	BANECU ADOR	CORPORACIÓN FINANCIERA NACIONAL
		A	B	C
INPUT	X1= Gastos de personal	9817,73	39873,41	12600,37
S	X2 = Activos fijos	4903,00	21798,00	11413,00
	X3= Gastos de operación	12978,67	58259,53	19917,25
OUTPU	Y1= Ingresos	34063,81	77880,82	62835,84
TS	Y2= Inversiones	804,00	32902,00	104897,00
	Y3= Cartera de créditos	438181,00	559995,00	386755,00

Tabla 5.18

Eficiencias bancos públicos diciembre del 2008 forma multiplicativa

BANCOS	EFICIENCIAS
Banco del Estado	1.0000
BanEcuador	0.5469
Corporación Financiera Nacional	1.0000

Tabla 5.19

Pesos outputs originales diciembre del 2008

	Peso output 1	Peso output 2	Peso output 3
Bancos	O1	O2	O3
Banco del Estado	1.223054	0.000000	0.133137
BanEcuador	0.657836	0.105078	0.000000
Corporación Nacional	Financiera 0.000000	0.953316	0.000000

Tabla 5.20*Comprobación eficiencias diciembre del 2008*

Bancos	EFICIENCIAS_COMPROBACION
Banco del Estado	1.000000
BanEcuador	0.546901
Corporación Financiera Nacional	1.000000

Tabla 5.21*Pesos inputs originales diciembre del 2008*

	Peso input 1	Peso input 2	Peso input 3
Bancos	I1_m	I2_m	I3_m
Banco del Estado	0.000102	0.000000	0
BanEcuador	0.000000	0.000046	0
Corporación Nacional	Financiera	0.000088	0

Tabla 5.22*Contribución outputs diciembre del 2008*

BANCOS	Y1	Y2	Y3
Banco del Estado	42	0	58
BanEcuador	94	6	0
Corporación Financiera Nacional	0	100	0

Tabla 5.23*Contribución inputs diciembre del 2008*

BANCOS	X1	X2	X3
Banco del Estado	100	0	0
BanEcuador	0	100	0
Corporación Financiera Nacional	0	100	0

5.8 Análisis DEA forma multiplicativa mes diciembre 2008

Para el banco A-Banco del Estado/Desarrollo, se tiene que el *output* 1-ingresos y 3-cartera de créditos contribuyen a su eficiencia tabla 5.27, así, para el banco B-BanEcuador, la contribución a su eficiencia es del *output* 1-ingresos y 2-inversiones con el 94% y el 6%, observado en la tabla 5.27 respectivamente; para el banco C-Corporación Financiera Nacional CFN, el *output* 2-inversiones contribuye, de manera absoluta, a su eficiencia.

En referencia a la contribución de inputs tabla 5.28 para la eficiencia en el caso del banco A-Banco del Estado/Desarrollo, una reducción en el *input* 1- gastos de personal, tiene efecto absoluto en la eficiencia de este banco, asimismo, para los bancos B- BanEcuador y C- Corporación Financiera Nacional CFN, una reducción en el *input* 2 que corresponde a los activos fijos tiene efecto absoluto en la eficiencia de estos bancos.

Tabla 5.24

Eficiencias DEA forma envolvente diciembre del 2008

BANCOS	EFICIENCIAS_ENVOLVENTE
Banco del Estado	1.0000
BanEcuador	0.5469
Corporación Financiera Nacional	1.0000

Tabla 5.25

Coefficientes lambdas diciembre del 2008

	LAMBDA 1	LAMBDA 2	LAMBDA 3
Bancos	DMU1	DMU2	DMU3
Banco del Estado	1.0000	0	0.0000
BanEcuador	1.7322	0	0.3004
Corporación Financiera Nacional	0.0000	0	1.0000

Tabla 5.26*Coeficientes holguras inputs diciembre del 2008*

BANCOS	I1	I2	I3
Banco del Estado	0.000	0	0.000
BanEcuador	1015.405	0	3397.478
Corporación Financiera Nacional	0.000	0	0.000

Tabla 5.27*Coeficientes holguras outputs diciembre del 2008*

BANCOS	O1	O2	O3
Banco del Estado	0	0	0.0
BanEcuador	0	0	315205.2
Corporación Financiera Nacional	0	0	0.0

5.9 Análisis DEA forma envolvente mes diciembre 2008

Los bancos A-Banco del Estado/Desarrollo y C-Corporación Financiera Nacional CFN son eficientes de acuerdo con lo mostrado en la tabla 5.29, sin embargo, el banco B-BanEcuador es ineficiente con 0,5469; así, este banco, para ser eficiente, debería reducir el consumo de los *inputs*, dados los *outputs* que obtienen con un 45,3% ($1-0.5469 = 45.3$) (reducción radial), adicionalmente (movimiento holgura), los *inputs* 1-gastos de personal y 3-gastos de operación, en 1015,405 y 3397,478 respectivamente, además expandir el *output* 3-cartera de créditos en 315205,2. Luego de realizar los cambios expuestos, se obtuvieron los siguientes resultados.

Tabla 5.28*Factores de reducción inputs diciembre del 2008*

BANCOS	REDUCCION_INPUTS
Banco del Estado	0.0000
BanEcuador	0.4531
Corporación Financiera Nacional	0.0000

Tabla 5.29*Nuevos inputs diciembre del 2008*

	BANCO ESTADO	DEL BANECUADOR	CORPORACIÓN FINANCIERA NACIONAL
Inputs	w1	w2	w3
Gastos de personal	9817.727	20791.36	12600.37
Activos fijos	4903.000	11921.33	11413.00
Gastos de operación	12978.668	28464.66	19917.25

Tabla 5.30*Nuevos outputs diciembre del 2008*

	BANCO ESTADO	DEL BANECUADOR	CORPORACIÓN FINANCIERA NACIONAL
Outputs	z1	z2	z3
Ingresos	34063.81	77880.82	62835.84
Inversiones	804.00	32902.00	104897.00
Cartera de crédito	438181.00	875200.24	386755.00

Tabla 5.31*DEA forma multiplicativa modificada diciembre del 2008*

BANCOS	EFICIENCIAS_MODIFICADAS
Banco del Estado	1
BanEcuador	1
Corporación Financiera Nacional	1

Tabla 5.32*Contribución inputs modificados diciembre del 2008*

BANCOS	X1	X2	X3
Banco del Estado	100	0	0
BanEcuador	100	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	100	0

Tabla 5.33*Contribución outputs modificados diciembre del 2008*

BANCOS	Y1	Y2	Y3
Banco del Estado	42	0	58
BanEcuador	0	6	94
Corporación Financiera Nacional	0	100	0

Tabla 5.34*DEA forma envolvente modificada diciembre del 2008*

BANCOS	EFICIENCIAS_ENVOLVENTE_M
Banco del Estado	1
BanEcuador	1
Corporación Financiera Nacional	1

Tabla 5.35*Coefficientes lambdas modificados diciembre 2008*

	LAMBDA 1	LAMBDA 2	LAMBDA 3
Lambdas	X1	X2	X3
Lambdas Banco de Desarrollo	1	0	0
Lambdas BanEcuador	0	1	0
Lambdas CFN	0	0	1

Tabla 5.36*Coefficientes holguras inputs modificados diciembre del 2008*

	INPUT 1	INPUT 2	INPUT 3
Bancos	I1_n	I2_n	I3_n
Banco del Estado	0	0	0
BanEcuador	0	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	0

Tabla 5.37*Coefficientes holguras outputs modificados diciembre del 2008*

	OUTPUT 1	OUTPUT 2	OUTPUT 3
Bancos	O1_n	O2_n	O3_n
Banco del Estado	0	0	0
BanEcuador	0	0	0
Corporación Financiera Nacional	0	0	0

Se puede observar que, luego de aplicar los cambios correspondientes, los tres bancos son eficientes, así, sus holguras en *inputs* y *outputs* son cero.

Tabla 5.38*Evolución eficiencias enero-diciembre 2008*

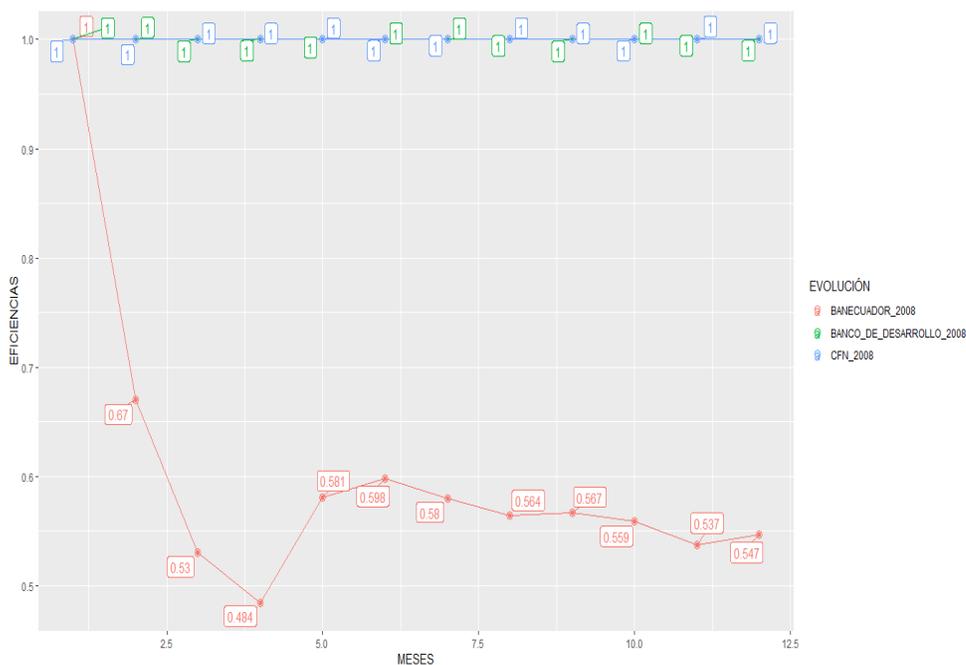
MESES	BANCO A	BANCO B	BANCO C
1	1	1	1
2	1	0,670	1
3	1	0,530	1
4	1	0,484	1
5	1	0,581	1
6	1	0,598	1

7	1	0,580	1
8	1	0,564	1
9	1	0,567	1
10	1	0,559	1
11	1	0,537	1
12	1	0,547	1
PROMEDIOS	1,000	0,601	1,000

Para efectos de una apreciación detallada, en este trabajo se calculó la eficiencia por cada mes del año 2008 como se puede apreciar en la tabla 5.43 y figura 5.2 en la evolución de la eficiencia, sin embargo, por la cantidad de tablas y datos se tomó en cuenta de manera acumulada al mes de diciembre de cada año.

Figura 5.3.1

Evolución eficiencias enero-diciembre del 2008



5.10 Análisis eficiencia año 2008

Para el año 2008, se tiene al mes de enero con máxima eficiencia para los tres bancos públicos, luego BanEcuador muestra un decrecimiento hasta el mes de abril donde posteriormente tiene una ligera recuperación hasta el mes de junio; posteriormente, se aprecia una cierta estabilidad hasta el mes de diciembre, sin embargo, no evidencia eficiencia.

5.11 Conclusiones

Como se puede apreciar en el desarrollo del ejercicio planteado para el año 2008, se calcula la eficiencia con el método no paramétrico del análisis envolvente de datos mediante la técnica CCR de manera multiplicativa y envolvente con el fin de comprobar el modelo propuesto. De esta forma BanEcuador debe trabajar en las variables operativas planteadas de tal forma que logre mejorar su rendimiento para poder llegar a la plena eficiencia. Este ejercicio puede ser planteado de manera global para cualquier período que el investigador considere, puesto que su aplicación es universal, es decir, para cualquier tipo de industria sea esta privada o pública y de esta forma ayudar en la toma de decisiones empresariales ya que el modelo busca es minimizar los recursos empleados en el desarrollo de la operación y como consecuencia de ello maximizar los beneficios.

Es importante este tipo de planteamientos matemáticos, que le sirve a la industria para lograr sus objetivos pues la sugerencia es su adaptación y aplicación como política y estrategia que como se observó es un ingrediente de ventaja competitiva y comparativa.

Glosario de términos

BCE: Banco Central del Ecuador

BDE-BEDE: Banco de Desarrollo del Ecuador

BCC: Banker, Charnes y Cooper (1989) para DEA-BCC

CCR: Charnes, Cooper y Rodhes (1978) para DEA-CCR

CFN: Corporación Financiera Nacional

CCR: Banker, Charnes y Cooper (1984)

CRS: Rendimientos constantes a escala

DEA: Data Envelopment Analysis, Análisis Envoltente de Datos

DMU: Decision Making Unit, Unidad de toma de decisiones.

EO: Eficiencia Operativa

FPP: Frontera de posibilidades de producción

PCA: Principal Component Analysis (Análisis de Componentes Principales)

R-Estudio: Software libre para el cálculo de la eficiencia con lenguaje de programación

SBM: Slack Based Model, modelo basado en holgura (Para DEA-SBM)

SFA: Stochastic Frontier Analysis, Análisis de Frontera Estocástica

TFA: Thick Frontier Approach (Enfoque de frontera gruesa)

TIC: Tecnologías de la Información y la Comunicación

VRS: Rendimientos Variables a Escala

X- eficiencia SFA: Grado de eficiencia manteniendo a las empresas en condiciones de competencia imperfecta

WTI: West Texas Intermediate

Listado de Referencias

- Aggelopoulos, E., & Georgopoulos, A. (2017). Bank branch efficiency under environmental change: A bootstrap DEA on monthly profit and loss accounting statements of Greek retail branches. *European Journal of Operational Research*, 261(3), 1170–1188. <https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2017.03.009>
- Akeem, U. O., & Moses, F. (2014). An Empirical Analysis of Allocative Efficiency of Nigerian Commercial Banks: A DEA Approach. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 4(3), 465–475. www.econjournals.com
- Banker, R. D., & Thrall, R. M. (1992). Estimation of returns to scale using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 62(1), 74–84. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(92\)90178-C](https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90178-C)
- Calvo, L. (2020, September 28). *¿Qué es la técnica pomodoro y cómo mejora tu productividad?* - Blog. <https://es.godaddy.com/blog/tecnica-pomodoro/>
- Capapé, J., Susaeta, L., Pin, J. R., Gallifa, A., & García, R. (2011). *El control de la eficiencia de las prácticas de recursos humanos: Un análisis de la realidad de las empresas que operan en España*. <chrome-extension://efaidnbnmnnibpcajpcgclclefindmkaj/https://media.iese.edu/research/pdfs/DI-0923.pdf>
- Carolina, V., Sierra, M., & Huertas, L. E. R. (2015). Análisis de la eficiencia en las cooperativas de ahorro y crédito en Colombia, mediante la utilización de la técnica Análisis de Datos Envolvente DEA, período 2008-2011. *IX Congreso Internacional Rulescoop. Respuesta de La Universidad a Las Necesidades de La Economía Social Ante Los Desafíos Del Mercado IX Congreso Rulescoon*, 1–11. chrome-extension://efaidnbnmnnibpcajpcgclclefindmkaj/http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/50213/Documento_completo_.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Charnes, A., Cooper, W. W., Seiford, L., & Stutz, J. (1983). Invariant multiplicative efficiency and piecewise cobb-douglas envelopments. *Operations Research Letters*, 2(3), 101–103. [https://doi.org/10.1016/0167-6377\(83\)90014-7](https://doi.org/10.1016/0167-6377(83)90014-7)
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Thrall, R. M. (1986). Classifying and characterizing efficiencies and inefficiencies in data envelopment analysis. *Operations Research Letters*, 5(3), 105–110. [https://doi.org/10.1016/0167-6377\(86\)90082-9](https://doi.org/10.1016/0167-6377(86)90082-9)
- Clavijo, J., & Perea, J. (2020). *Medición de la eficiencia social en las cooperativas de ahorro y crédito en Colombia utilizando DEA no paramétrico* [Pontificia Universidad Javeriana]. <https://doi.org/10.11144/JAVERIANA.10554.51370>
- Coelli, Tim., & Coelli, Tim. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis* (Vol. 1). Springer.

- Coll, V., & Blasco, O. (2006). *Evaluación de la eficiencia mediante análisis envolvente de datos* (1st ed., Vol. 1). Universidad de Valencia.
- Dwivedi, Y. K., Hughes, L., Baabdullah, A. M., Ribeiro-Navarrete, S., Giannakis, M., Al-Debei, M. M., Dennehy, D., Metri, B., Buhalis, D., Cheung, C. M. K., Conboy, K., Doyle, R., Dubey, R., Dutot, V., Felix, R., Goyal, D. P., Gustafsson, A., Hinsch, C., Jebabli, I., ... Wamba, S. F. (2022). Metaverse beyond the hype: Multidisciplinary perspectives on emerging challenges, opportunities, and agenda for research, practice and policy. *International Journal of Information Management*, 66, 102542. <https://doi.org/10.1016/J.IJINFOMGT.2022.102542>
- Editorial, E. (2019, December 13). *Significado de Eficiencia*. <https://www.significados.com/Eficiencia/>. <https://www.significados.com/eficiencia/>
- El-Mahgary, S., & Lahdelma, R. (1995). Data envelopment analysis: Visualizing the results. *European Journal of Operational Research*, 83(3), 700–710. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00303-T](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00303-T)
- Escuela Politécnica Nacional. (2005). Análisis de eficiencia . In *Apuntes de clase* (Vol. 1, Issue 1).
- Etecé. (2023, September 23). *Eficiencia: Concepto, acepciones y características*. <https://concepto.de/eficiencia/>
- Fairlie, A. (n.d.). *Digitalización de las cadenas productivas en América Latina*. Retrieved November 22, 2023, from <https://alanfairliereinoso.pe/?p=8162>
- Farrell, M. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253–290.
- Flores, E. (2023, August 1). *La productividad y competitividad 2 elementos claves para el éxito de tu organización*. <https://www.ieie.eu/productividad-y-competitividad/>
- Fontalvo Herrera, T., T., Mendoza Mendoza, A., A., & Visbal Cadavid, D., D. (2016). Medición de la eficiencia financiera de las entidades promotoras de salud (eps) del régimen contributivo mediante el análisis envolvente de datos DEA. *Universidad & Empresa*, 17(29), 93–110. <https://doi.org/10.12804/rev.univ.empresa.29.2015.04>
- Fukuyama, H., Matousek, R., & Tzeremes, N. G. (2020). A Nerlovian cost inefficiency two-stage DEA model for modeling banks' production process: Evidence from the Turkish banking system. *Omega*, 95, 102198. <https://doi.org/10.1016/J.OMEGA.2020.102198>

- Gestión. (2023a, June 20). *Conoce las diferencias entre eficiencia y eficacia*. <https://gestion.pe/economia/management-empleo/eficiencia-eficacia-diferencias-eficaz-eficiente-significado-conceptos-nnda-nnlt-249921-noticia/>
- Gestión. (2023b, August 5). *Cómo el uso de la tecnología puede aumentar la eficiencia*. *Cómo el uso de la tecnología puede aumentar la eficiencia*
- Henriques, I. C., Sobreiro, V. A., Kimura, H., & Mariano, E. B. (2020a). Two-stage DEA in banks: Terminological controversies and future directions. *Expert Systems with Applications*, *161*, 113632. <https://doi.org/10.1016/J.ESWA.2020.113632>
- Henriques, I. C., Sobreiro, V. A., Kimura, H., & Mariano, E. B. (2020b). Two-stage DEA in banks: Terminological controversies and future directions. *Expert Systems with Applications*, *161*, 2–31. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113632>
- IEAD. (2023, September 12). *▷ Concepto de eficiencia técnica y económica | IEAD*. <https://iead.es/concepto-de-eficiencia-tecnica-y-economica/>
- Irimia-Diéguez, A., Blanco-Oliver, A., & Oliver-Alfonso, M. D. (2016). Modelling self-sufficiency of microfinance institutions using logistic regression based on principal component analysis. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, *21*(40), 30–38. <https://doi.org/10.1016/J.JEFAS.2015.12.002>
- Ivorra, F. (2014, December 1). *:: Eficiencia Competitiva :: Francisco Ivorra ::* <https://www.equiposytalento.com/tribunas/people-excellence/eficiencia-competitiva>
- Martínez, Ú., Gómez Gallego, J., Pérez, M., & Gómez García, J. (2012). Comparación de rankings de eficiencia mediante análisis de componentes principales y DEA María Concepción Pérez Cárceles. *Estadística Española*, *54*(78), 357–373. <http://www.deazone.com/bibliography>,
- Martínez-Núñez, M., & Pérez-Aguilar, W. S. (2014). Efficiency analysis of information technology and online social networks management: An integrated DEA-model assessment. *Information & Management*, *51*(6), 712–725. <https://doi.org/10.1016/J.IM.2014.05.009>
- Obando Changuán, M. P. (2020). Capacitación del talento humano y productividad: Una revisión literaria. *ECA Sinergia*, *11*(2), 166. https://doi.org/10.33936/ECA_SINERGIA.V11I2.2254
- Olawale, F., & Garwe, D. (2010). Obstacles to the growth of new SMEs in South Africa: A principal component analysis approach. *African Journal of Business Management*, *4*(5), 729–738. <http://www.academicjournals.org/AJBM>

- Phung, M. T., Cheng, C. P., Guo, C., & Kao, C. Y. (2020). Mixed Network DEA with Shared Resources: A Case of Measuring Performance for Banking Industry. *Operations Research Perspectives*, 7, 100173. <https://doi.org/10.1016/J.ORM.2020.100173>
- Production Tools. (2023, November 16). *Metodología Kanban: Productividad y eficiencia | Production Tools*. <https://productiontools.es/lean/kanban/>
- Render, B., & Heizer, J. (2014). *Operaciones y Productividad* (2nd ed.). Pearson.
- Samuelson, P., & Nordhaus, W. (2006). *Economía* (18th ed., Vol. 2). McGraw-Hill.
- Sealey, C. W., & Lindley, J. T. (1977). Inputs, outputs, and theory of production and cost at depository financial institutions. *The Journal of Finance*, 32(4), 1251–1266. <https://doi.org/10.1111/J.1540-6261.1977.TB03324.X>
- Seiford, L. M., & Thrall, R. M. (1990). Recent developments in DEA: The mathematical programming approach to frontier analysis. *Journal of Econometrics*, 46(1–2), 7–38. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(90\)90045-U](https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90045-U)
- Stoica, O., Mehdian, S., & Sargu, A. (2015). The Impact of Internet Banking on the Performance of Romanian Banks: DEA and PCA Approach. *Procedia Economics and Finance*, 20, 610–622. [https://doi.org/10.1016/S2212-5671\(15\)00115-X](https://doi.org/10.1016/S2212-5671(15)00115-X)
- Superintendencia de Bancos. (2022, December 30). *Superintendencia de Bancos del Ecuador*. Sistema Financiero. <https://www.superbancos.gob.ec/bancos/>
- Taha, H. A. (2012). *Investigación de operaciones* (Vol. 1). Pearson Educación.
- Vásquez, J. (2012). *Medición y mejoramiento de la productividad: Filosofía de la productividad*. <https://medicionmejoramientoproductividad.blogspot.com/2012/10/filosofia-de-la-productividad.html>
- Villarreal, F., & Tohmé, F. (2017). Data envelopment analysis. A case study for one Argentinian university. *Estudios Gerenciales*, 33(144), 302–308. <https://doi.org/10.1016/j.estger.2017.06.004>
- Villarreal, L. (2022). Metaverso implicaciones de la industria del futuro. *Communications Papers*, 11(23), 47–59.
- Wanke, P., Rojas, F., Tan, Y., & Moreira, J. (2023). Temporal dependence and bank efficiency drivers in OECD: A stochastic DEA-ratio approach based on generalized auto-regressive moving averages. *Expert Systems with Applications*, 214, 119–120. <https://doi.org/10.1016/J.ESWA.2022.119120>
- Wanke, P., Tsionas, M. G., Chen, Z., & Moreira Antunes, J. J. (2020). Dynamic network DEA and SFA models for accounting and financial indicators with an

analysis of super-efficiency in stochastic frontiers: An efficiency comparison in OECD banking. *International Review of Economics & Finance*, 69, 456–468. <https://doi.org/10.1016/J.IREF.2020.06.002>

Xiong, X., Tian, J., & Ruan, H. (2011). A DEA-model evaluation of the efficiency of peasant household credit investigation system in rural credit cooperatives: A positive research in Hubei Province, China. *China Agricultural Economic Review*, 3(1), 54–66. <https://doi.org/10.1108/17561371111103543/FULL/XML>

Freddy Lenin Villarreal Satama. Actualmente es director de investigación y profesor de ciencias exactas en la Universidad Hemisferios, ingeniero y MBA-operaciones y calidad por la Escuela Politécnica Nacional, PhDc en Economía y Empresa-Universidad de Girona-España, experto en gestión evaluación de proyectos e ingeniería de procesos, ocupando cargos gerenciales en la empresa privada. Su interés en la investigación gira en torno a los métodos no paramétricos (Data Envelopment Analysis), paramétricos (SFA Stochastic Frontier Analysis) y modelos econométricos. Su pasatiempo son las matemáticas, historia universal, el atletismo de velocidad y el deporte de combate militar LEF-MMA.

ISBN: 978-9942-33-767-2



compAs
Grupo de capacitación e investigación pedagógica

   @grupocompas.ec
compasacademico@icloud.com