PRIMERA MATEMÁTICA SUPERIOR
Origen, contenido y su didáctica

Prof. Alberto Tirado Sanabria Dr.
Prof. Víctor Manuel Barros Dr.
Prof. Víctor del Pozo Raymond Msc.

PRIMERA MATEMÁTICA SUPERIOR
Origen, contenido y su didáctica

Prof. Alberto Tirado Sanabria Dr.
Prof. Víctor Manuel Barros Dr.
Prof. Víctor del Pozo Raymond Msc.

Este libro ha sido debidamente examinado y valorado en la modalidad doble par ciego con fin de garantizar la calidad científica del mismo.

© Publicaciones Editorial Grupo Compás
Guayaquil - Ecuador
compasacademico@icloud.com
https://repositorio.grupocompas.com

Diseño de la portada es de: Ariadna Tirado Pereira

Tirado, A., Barros, V., Pozo, V., (2023) PRIMERA MATEMÁTICA SUPERIOR. Origen, cotenido y su didáctica. Editorial Grupo Compás

© Prof. Alberto Tirado Sanabria Dr.
Docente Universidad de Guayaquil

Prof. Víctor Manuel Barros Dr.
Docente Universidad de Guayaquil

Prof. Víctor del Pozo Raymond Msc.
Docente Universidad de Guayaquil

ISBN: 978-9942-33-768-9

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad de Guayaquil, por permitirme continuar con mi carrera de profesor universitario desde el año 2018 a la actualidad.

Para mis hijas: Ariadna Cristal, Grecia Rubí y Bella Esmeralda, por ser fuente constante de inspiración y lucha diaria: Para siempre seguir trabajando y dar lo mejor de mí.

A. Tirado

Al profesor Alberto Tirado, por invitarme a realizar parte de esta investigación. Al Msc. Jorge Encalada por su colaboración invaluable. A mi esposa Melba, por su paciencia y compañía. A mis hijas Melba Victoria y Amalia Victoria.

V. Barros

A mi madre por ser un soporte y guía durante toda mi vida. A mi abuelo Hugo por ser un ejemplo de lucha constante. A mi hijo Víctor Hugo y mi esposa Yuri, por brindar felicidad y aprendizaje en mi vida. Y a la Universidad de Guayaquil, por permitirme desarrollarme en mi profesión de docente universitario desde el año 2014.

V. Del Pozo

DEDICATORIAS

A todos los estudiantes que en algún momento han compartido conmigo un aula de clases, y a los docentes conocidos en la Universidad de Guayaquil, la más grande e importante del país. A ellos que esta obra les inspire en que, si se puede lograr lo que nos proponemos, cuando se trabaja con sentido lógico pensamiento continuo e ingenio.

A mis hijas queridas: Ariadna Cristal, Grecia Rubí y Bella Esmeralda.

A. Tirado

Para todos aquellos alumnos que me motivaron en este trabajo, regalándome ideas en su construcción, así como a docentes y amigos que aportaron y me ayudaron.

V. Barros

Para aquellos jóvenes que han compartido conmigo un aula de clases: presencial o virtual, a los docentes que he conocido durante mi vida académica. Y a mi hijo Víctor Hugo.

V. Del Pozo

INDICE DE CONTENIDOS

TITULO	i	5.9) Definición real y formal del límite	70
Valores de la obra	ii	5.10) Límite lateral, infinito y al infinito	72
Agradecimientos / Dedicatorias	**iv**	5.11) Aplicaciones del límite	73
Índice de contenidos	**vi**	5.12) Derivada por definición y gráfica	74
Índice de tablas y gráficas	**vii**	5.13) Aplicaciones de la derivada	76
Prefacio	1	6) El discurso docente	77
Capítulo I Problematización del estudio	**7**	**Capítulo III Epistemología y teorías propuestas**	**81**
1) Apoyos documentales	8	1) Cómo generar teorías educativas	82
1.1) Resultados de Venezuela	9	2) Psicología matemática	85
1.2) Resultados en Ecuador	10	3) Epistemología propuesta	87
2) Estudios de campo	13	4) Teorías propuestas	90
2.1) Resultados en Venezuela 2014-16	15	5) Matemática I, su discurso	95
2.2) Resultados en Ecuador 2019-23	17	**Capitulo IV Validación teórica**	**97**
3) Análisis de estos resultados	24	1) Descripción del capítulo	99
4) Epistemología del problema	26	2) Diseño y nivel del estudio	100
5) Primeras teorías generales	28	3) Instrumentos usados	101
6) Importancia de la obra	29	3.1) Cuestionarios en Venezuela	102
Capítulo II Fundamentos de la Matemática I	**32**	3.2) Cuestionarios en Ecuador	105
1) Lo histórico	32	3.3) Tamaño de los estudios	107
1.1) Los inicios de la matemática	34	4) Resultados y sus análisis	108
1.2) La matemática medieval	36	4.1) Venezuela 2014 al 2016	108
1.3) Nace la matemática moderna	36	4.2) Ecuador 2018, 2022 y 2023	111
1.4) El cálculo actual	39	5) Resumen de la validación	114
2) La universidad latinoamericana	41	5.1) En Venezuela	114
2.1) Universidad en Venezuela	43	5.2) En Ecuador	116
2.2) Universidad en Ecuador	46	6) Opiniones adicionales	118
3) Nuevas corrientes didácticas	48	**Capitulo V Reflexiones y recomendaciones**	**120**
4) Filosofía matemática	50	1) Reflexiones y resultados	121
5) Matemática I, su praxis geométrica	56	2) Recomendaciones	123
5.1) Relación llamada función	56	3) Implicaciones pedagógicas	124
5.2) Suma, resta y producto	58	**Referencias consultadas**	**126**
5.3) Movimientos en funciones	60	**Glosario de Términos y definiciones**	**128**
5.4) Condicionantes al rango	61		
5.5) Cociente entre funciones	62		
5.6) Función reciproca	65		
5.7) Relación inversa	66		
5.8) Composición de funciones	68		

LISTA DE TABLAS

TABLA I.1: Semestres I y III-2014. U.D.O. Estudiantes regulares **y (repitencia).** promediado	9
TABLA I.2: Ciclos I y II 2019, U.G. Estudiantes regulares y tercera matricula. Promediado	10
TABLA I.3: Resultados totales, del estudio de campo	**24**

LISTA DE GRAFICAS

Gráfica 1: Esquema de función	57	Gráfica 14: y = Sen(x) / x. Su vacío en el origen y su síntota en y = 0.	65
Gráfica 2: Funciones $y = x^2$; $y = x^3$. Obtenidas por x.x e $x.x^2$	58	Gráfica 15: y = 1 / x. (Inversa de y = x). Función $y = 1/(x^2 + 1)$, inversa de la parábola $y = x^2 + 1$.	66
Gráfica 3: Función $y = x^2 + x – 1$.	**58**	Gráfica 16: Función y = Sec(x). Como y = 1 / Cos(x).	66
Gráfica 4: $y = X - X^3$.	59	Gráfica 17: Relación $y = \pm\sqrt{x}$. a partir de $y = x^2$	67
Gráfica 5: Primarias, Trascendentes Y = Sen(x), e Y = Log(x), Ln(x).	60	Gráfica 18: $y = \sqrt[3]{x}$ a partir de $y = x^3$.	**68**
Gráfica 6: $y = 1 - (x - 1)^2$.	60	**Gráfica 19: y = Arcsen(x).**	68
Gráfica 7: Movimientos del Sen(x), en: 2Sen(x), y 0,33Sen(x). Y de x^2, en: $(x/2)^2$.	61	Gráfica 20: $y(u) = \sqrt{u}$. Con $u = x^2$. Para obtener la compuesta $y = \sqrt{x^2}$. Como el valor absoluto	69
Gráfica 8: Valor absoluto de la parábola $x^2 – 1$, Y Signo del Sen(x).	62	Gráfica 21: $y(u) = \sqrt{u}$. Con U = x/(x-1). Para obtener la compuesta $y = \sqrt{\frac{x}{(x-1)}}$	**70**
Gráfica 9: Parte entera de la recta y = x/3. y de la Parábola dada.	62	Gráfica 22: $y = (x^2 + 1) / x$.	72
Gráfica 10: Función cociente y = x / (x – 2).	63	Gráfica 23: $y = (x^3 - 8) / (x – 2)$.	**73**
Gráfica 11: Función $y = x^2 / (x – 2)^2$.	64	Gráfica 24: y = x / (x – 2). Con rectas tangentes en puntos dados, que permiten graficar su derivada	**75**
Gráfica 12: $y = x^3 / (x – 1)^2$, con su AO como la recta y = x + 2, “Tocada”.	64	Gráfica 25: Función $y = (x^2 + 1) / x$. Con rectas tangentes, que permiten obtener su derivada gráfica	75
Gráfica 13: $y = (x^3 + 1) / x$, con su A.C.	65	**Gráfica 26: Derivada de la función Seno, como el Coseno.**	**76**

PREFACIO

El aprendizaje de la matemática básica universitaria ha encontrado su mayor dificultad en la actitud predispuesta en el estudiante sobre que es difícil y de mucha abstracción, quizás por lo que veremos a continuación en el histórico para el desarrollo de la actual Matemática I, (conocida en el mundo con esta denominación, también llamada Cálculo I o como Cálculo diferencial; con la característica de contener los contenidos desde el mapa amplio de las funciones en el plano, hasta las aplicaciones de la función derivada, pasando por la definición de esta como un límite indeterminado particular); donde el manejo de sus conceptos y definiciones que la caracterizan muestran en la actualidad una existencia de *debilidad didáctica generacional*, que aquí se busca demostrar.

Esto quizás puede estar ocurriendo, porque para enseñar la primera matemática universitaria solo se cuenta con una preparación anterior al estilo algorítmico calculista, diferente a los nuevos contenidos de abstracción; porque al igual que el lenguaje desde sus inicios: con gestos, repeticiones y dibujos en el niño hasta el alfabeto y símbolos normalizados y generalizados en el joven, el conocer debe venir evolutivo. Donde esta introducción debe ser en el bachillerato de: los conjuntos y sus elementos, el conocer el plano cartesiana y la infinidad de puntos que los constituyen, y las nociones de funciones algebraicas básicas como las rectas, algunas cuadráticas, y las primarias trascendentes como el Seno y el logaritmo. Donde en la actualidad ya existen contenidos abstractos superiores, sin orden lógico matemático, y sin orden de contenidos o dificultad. Entonces la matemática universitaria y sus conceptos iníciales abstractos, pueden resultar como la dificultad que plantea la siguiente frase: “Jamás una nueva conducta surge ex abrupto y sin preparación; en todos los terrenos de la vida psíquica siempre la prepara una serie de conductas anteriores primitivas ante una nueva coordinación” y “Partirás de la intuición y de ella pasaras al concepto, de lo concreto a lo abstracto no inversamente”, (Aebli, 1984); a nuestro entender afirmamos: Es como pretender enseñar a un niño(a) de primaria poemas de Homero sin la preparación adecuada, esto podría ser frustrante para él, hasta el punto, de llegar posiblemente a odiar la lectura en general.

La matemática es en todo su conjunto, es una ciencia de singular belleza y facilidad, cuando se logra saborear y manejar sus definiciones con sus usos como objetos matemáticos, muy diferente al proceso solo analítico, memorístico y algorítmico actual, cuando se convierte en solo un mecanicismo calculista con algunas nociones falibles. La matemática debe su nombre a la escuela pitagórica cuando un miembro de esta sociedad secreta lograba la condición de *Mathemacois* luego de pasar en dicha institución dos años en silencio, aprendiendo sin opinar de sus maestros, contemplando la naturaleza y conociendo las formas geométricas. O sea, esta ciencia tiene su origen en la intuición como razonamiento en praxis ante lo observable, luego así debe ser enseñada para lograr su correcto aprendizaje y saber. En esta obra se realizaron estudios documentales y de campo que muestran la existencia de dificultades y debilidades en los conceptos en el aprendizaje actual de la Matemática I, como teoría inicial de partida, para luego de un recorrido histórico-filosófico sobre la enseñanza con el aprendizaje pretendido, se proponen una serie de ideas, que respaldan dos nuevas teorías educativas que viene a poner en la mesa una verdadera evolución en la enseñanza actual y en los contenidos debidos de esta asignatura. Todas esto insertado en una epistemología propia, donde la "Definición gráfica" del concepto matemático, es la praxis geométrica que permite ampliar el aprendizaje, al desarrollar el pensamiento intuitivo con abstracción sintética, apoyada en la lógica del razonamiento algebraico como comparación por confirmación de lo que se aprende[1].

La obra está destinada a estudiantes universitarios, conocedores de la Matemática I, a todo docente del área de la matemática y afines, así como al ciudadano, profesional o no, que en algún momento vio en la Matemática I una dificultad, donde poco aprendieron de ella o incluso llegaron a decidir otra carrera universitaria ante las abstracciones vividas.

La enseñanza de las matemáticas básicas universitarias debe ir acompañada de la: "Definición gráfica" del concepto matemático, un verdadero desarrollo de las definiciones por observación y aprendizaje socializado y significativo, por la utilidad geométrica y el desarrollo del pensamiento intuitivo; porque: A) La enseñanza y posibles aprendizajes de contenidos de la matemática parte en la historia humana, con axiomas y teoremas geométricos, en especial el de las primeras matemáticas del básico universitario, tanto en las carreras científico tecnológicas y formales, así como en las carreras humanísticas. B) la enseñanza actual tiene profundas debilidades como lo son en: su forma, fondo y sobre todo de resultados apreciables en el estudiante que la cursa, como el índice de aprobados, el promedio de nota en aprobados y sobre el aspecto de la permanencia del estudiante en el desarrollo del curso, C) Existen contenidos superiores ilógicos en los contenidos matemáticos en el bachillerato actual, que en vez de fundamentar las nociones formales, lo

---

[1] Idea y estructura de la tesis doctoral del profesor Alberto Tirado 2020.

que hacen es asustar y/o condicionar al joven o adolescente, sobre esta singular ciencia humana.

En diferentes niveles de enseñanza en latinoamericana se sigue utilizando en las nociones matemáticas, un método aquí definido como *tradicional*, en el cuál predomina el discurso docente y la resolución de ejercicios tipificados, que el(la) estudiante debe realizar, con el único objetivo de adquirir el dominio del procedimiento algorítmico algebraico, “La receta en la solución”, que por lo general son asimilados desde una perspectiva robótica, algorítmica y memorística en un pensar critico analítico encerrado, en programas ígneos sin el observar o entender sobre el contenido real matemático, que se usa o que se debe manejar y aprender como estrategia básica general en un correcto manejo de la o las definiciones, para el estudiante del básico universitario; es decir un estilo heredado desde el bachillerato y colegio, donde por lo general no existe una tipología del ejercicio ni orden de dificultad. Esto ha producido un rechazo al estudio matemático en general, un leve aprendizaje como actitud y un abandono significativo del aula, estudios particulares sobre la Matemática I, realizado por diferentes autores en diferentes latitudes.

El objeto de estudio de este trabajo es el aprendizaje de la primera matemática universitaria, (Matemática I o Cálculo diferencial), fundada en una epistemología propia, que se desarrolla en vista de la ausencia actual de una explicación filosófica ante las corrientes educativas actuales, que se adoptan en la educación, con la iniciativa de una apertura de ideas generales que van a conducir la investigación a un cuerpo teórico sobre la nueva didáctica de la matemática básica universitaria. Didáctica que estará en función del pensamiento matemático que se pretende desarrollar en los protagonistas de la clase y en cualquier ambiente en donde exista educación con la utilidad de la denominada praxis geométrica, en la utilidad del método conocido como: “Gráfica de Relaciones”. Propuesta basada como se ha mencionado ya, en estudios de campo y estudios documentales, sobre opiniones en los protagonistas de la clase en diferentes momentos y sitios, así como en los resultados académicos recopilados.

Luego con la intención de crear contenidos no solo en el sílabo de la Matemática I universitaria, sino en los programas tanto previos en el bachillerato, en las mallas de carreras de educación en ciencias experimentales, así como en maestrías que requieran en sus fundamentos las nociones matemáticas de la derivada y su integración. Dejando la recomendación en los lectores de esta obra el crear textos bajo el esquema educativo que se propone en los diferentes niveles educativos; con la fe y meta de en definitiva mostrar y demostrar que la matemática y sus aplicaciones en el mundo, es en sus diferentes niveles, ciencia de singular belleza y facilidad. Porque en términos históricos mejorar las estadísticas actuales sobre rendimientos en la Matemática I, o incluso observar un cambio de actitud general en estudiantes y docentes, ante el estudio de los contenidos matemáticos, sería como descubrir el final del principio.

El nuevo nacer de la didáctica matemática evolucionada de la mano de la praxis geométrica, como evento humano importante, en vista de la evolución de muchas ciencias por el tema de lo virtual, ahora como opción prácticamente única en el tema de la pandemia por el Covid19, en el mundo desde el año 2020 al 2022; pero que con el retorno a la didáctica presencial en todas y cada una de sus ventajas filosóficas y psicológicas, donde lo virtual o de plataforma debe quedar de apoyo y respaldo. Entonces la Matemática milenaria que ha permanecido incólume e incuestionable por su condición de exacta o ciencia formal con actitud de intachable, debe evolucionar junto a su didáctica. En este sentido en las siguientes frases dichas por lideres del mundo, en momentos históricos, se asimila lo que puede ocurrir en la enseñanza matemática en general y en especial en la Matemática I, de seguir las recomendaciones que expone esta obra; entre algunas tenemos

A) ¡Esto no es el final, tampoco es el inicio del final! Lo que, si es: ¡El final del principio! Winston Churchill (Sobre la batalla de El Alamein, Julio y agosto de 1942).

El primer ministro inglés, con sabia política advertía que esa gran victoria sobre el ejército alemán en la actual Libia, en el norte de África de la segunda guerra mundial; no era el fin de la guerra, pues faltaba aún por recuperar extensos territorios ocupados, tampoco era el inicio del final en el sentido que aún vendrían muchas batallas o incluso derrotas, lo qué si era quizás, es el final del avance máximo del eje. Es decir, que al introducir nuevos sílabos a ser sometidos a buena prueba de resultados estadísticos y de actitud en la visión de la Matemática I propuesta, estaríamos en un final del principio de la matemática creada solo analítica mecanicista, nacida y mantenida desde el Renacimiento a la actualidad.

B) ¡Llamarse jefe para no serlo, es el colmo de la miseria! El libertador Simón Bolívar (Bucaramanga 01/04/1828), ante la rebelión en Cartagena, gobernada por el almirante José Padilla).

Frase bolivariana muy usada en términos gerenciales, pero que sin embargo para ese entonces el Libertador ante lo que pensaba era una deficiencia del gobernante de la importante ciudad de Cartagena, bisagra de la naciente y frágil “Gran Colombia”. No aplicaba, en el sentido que luego se supo que fue el propio prócer de la batalla del lago de Maracaibo (24-07-1824), quién dirigió la rebelión, ante lo que se sabe hoy en día era un sueño irrealizable como imperio del sur. Ya advertido por el generalísimo San Martin en la famosa entrevista de 1822 con el libertador, por su extensión, la falta de ciudadanía de los pueblos y la multiplicidad de poblaciones y costumbres. Asimismo, el introducir la praxis geométrica en la didáctica de la Matemática I, o primera matemática universitaria debe ser como una rebelión que busca redefinirla en todas sus partes en un sentido evolutivo de esta ciencia, fundamento de otras.

C) ¡Solo sé que no sé nada, y aún dudo de eso! Sócrates 420 A.C.

Mensaje a sus discípulos sobre la sabiduría, a sus 49 años. Este notable filosofo ateniense reconocido por sus aportes en el pensamiento racional universal, con su Mayéutica como inicio del constructivismo, nos advierte desde entonces, sobre el asumir posturas ígneas ante determinados hechos o resultados, declarando que: ¡No saber nada! Es el principio del saber, en la búsqueda de la verdad continuamente. Donde una nueva didáctica de la matemática busca espacio para ampliar los aprendizajes debidos y sobre todo como se ven estos conocimientos en una nueva visión de significancia, que nunca viene a imponerse o a sustituir lo analítico actual, como si fuese guerras de epistemologías o de caudillismo epistémico; todo lo contrario, el método “Grafica de Relaciones” viene a combinarse, nutrir y permitir la comparación de resultados como explosión didáctica, evitando las llamadas “ideas absolutas” porque se entiende que el corpus teórico generado o por generarse es inconmensurable a igual que el aprendizaje individual, una vez que se puede lograr en la labor docente junto a sus estudiantes, una situación proactiva a la participación, al debate en la construcción y el desarrollo de conceptos y definiciones clásicas de la matemática, al reconocer su fundamento heurístico geométrico, como onto-semiótica.

Este texto nace de la tesis doctoral del autor, como se menciona, con los agregados de nuevos estudios de campo y documentales realizados en: Facultades de Ciencias Matemáticas y Físicas, y Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación, de la

Universidad de Guayaquil, Ecuador, recientes. Con esta amplitud de confirmación en resultados, se logran dos nuevas teorías educativas para lograr un libro de interés en la lectura para la comunidad de la didáctica en general y de la matemática.

La figuración capitular inicia en el capítulo I, con la explicación detallada y fundada del problema en sí: la enseñanza generacional con enigmas y debilidades; primeras teorías al respecto, en afección consecuente al aprendizaje que se logra. Relativamente diferente al esperado o requerido, en tema de actitud ante el conocer matemático como saber significativo.

El capítulo II, se hace un recorrido histórico conceptual del origen del Cálculo I como materia universitaria, nociones del método Gráfica de Relaciones como novedad didáctica, y el nuevo discurso docente. En el capítulo III, se descubre y crea la necesitada epistemología donde se insertan las teorías propuestas, estas se expresan y explican, en su surgimiento para la nueva didáctica en procura de un mejor, nuevo y significativo aprendizaje de la asignatura de Matemática I.

En el capítulo IV de la obra, se hace una validación de las teorías propuestas con la metodología aplicada, en un estudio interesante sobre los protagonistas de toda clase. Luego en el capítulo V, el texto cierra con los resultados obtenidos, sus análisis, y las perspectivas que surgirán o pueden surgir con la probidad mostrada. Aquí se exponen las reflexiones finales y las recomendaciones, así como las posibles discusiones educativas generadas y validadas en la aventura de este estudio sobre la educación de la matemática básica universitaria, su enseñanza, el aprendizaje esperado, y el cuerpo teórico que lo debe caracterizar ahora.

El texto muestra conclusiones especificas numeradas a manera de resumen, y un interesante epílogo para su lectura critica.

CAPÍTULO I

Problematización del estudio

Así como la humanidad evoluciona y la pedagogía dice que la enseñanza debe mutar a un ritmo similar, entonces en este mundo de las generaciones tecnológicas y visuales, este texto propone y defiende como argumento inicial, una enseñanza matemática donde se desarrolle el pensamiento práctico contextual, sobre todo, el pensar sintético creativo, en ambos casos por: intuición y deducción; alegando debilidades en los aprendizajes actuales en los contenidos de la primera matemática universitaria y luego haciendo una propuesta general de contenidos basado en la nueva didáctica de la "Definición Gráfica". Todo un cambio que viene luego a exigir cambios en los niveles del bachillerato, como fundamento a la propuesta educativa.

Estudios del rendimiento, la eficiencia docente y la eficacia en el estudiante que aprueba las matemáticas de su básico universitario muestran resultados preocupantes, en cifras sobre porcentajes de aplazados hasta el 70%, para un programa de baja exigencia en la asistencia del estudiante con solo notas de exámenes individuales y aprobatoria de 5/10, Universidad de Oriente en Venezuela; donde se permite hasta una quinta vista o matricula según sea la sección especial de repitencia. Y hasta un 30%, para un programa con hasta un sexto de la nota definitiva en actividades grupales socializadas con seguimiento de asistencia, y nota aprobatoria del 7/10, Universidad de Guayaquil en Ecuador; donde solo se permite hasta la tercera matricula, con pérdida de la carrera de inicio.

Todo ello con el adicional históricamente característico de la asignatura en su contenido científico para su licenciatura e ingenierías de promedio de notas en estudiantes aprobados que no supera el punto entero; es decir, menor a seis puntos para el primer caso estudiando en la tesis doctoral base de este texto y levemente sobre los seis puntos de promedio en las carreras de Medicina y Administración donde el contenido del Cálculo I, no se ve completo. Semejante como menor a los ocho puntos en el segundo caso para la universidad de Guayaquil y cercano a este valor en las carreras mencionadas o que no son de ingeniería; en este sentido para descubrir debilidades en la enseñanza y aprendizajes medibles observables, se inicia con el estudio documental como punto de partida

1) Apoyos documentales

En respaldo a estas afirmaciones la problematización sobre la enseñanza y los aprendizajes relacionados con los contenidos del Cálculo I o Matemática I en la universidad, se realizó una investigación documental en los archivos de los departamentos de la Universidad de Oriente, en el núcleo de Anzoátegui Venezuela, donde se imparten asignaturas de matemática inicial, en las carreras de ingeniería, administración y medicina. Y en la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas, en la Universidad de Guayaquil Ecuador, como amplitud e ilustración a los promedios mencionados.

Este estudio abarcó a los estudiantes en régimen especial de repetición por segunda y más veces, secciones denominada 98 en la Universidad de Oriente y tercera matricula en la Universidad de Guayaquil, para los periodos indicados; por la razón de ser de que él estudiante que ha repetido una asignatura con frecuencia, es un supuesto aventajado a la hora de aprobar un curso particular al ser repitiente regular del mismo, o puede ser un estudiante de caracterización no motivada al estudio o con dificultades adicionales dignas de investigarse. Ver esquema de tabla siguiente usada para recopilar esta información

Universidad: ______________________. Núcleo o Facultad: ___________________.
Carrera: __________________________. Lapso académico: ____________________.

Secciones del lapso.	Lista de clase al inicio	Estudiantes en el Primer parcial	Estudiantes en el último parcial	Total, Aprobados	Promedio en Aprobados

El porcentaje de aprobados desde siempre, ha sido un evaluador de la eficiencia docente, que en solitario por lo general no profundiza si esta eficiencia viene de la mano de la calidad en el producto final: el estudiante que aprueba la asignatura de matemática básica, o incluso es poco su aporte sobre la eficacia docente a la hora de que su estudiante aprobado no renuncie a los estudios o a materias siguientes en el futuro inmediato; es decir el porcentaje de aprobados es una variable escasa cuya efectividad se muestra cuando se acompaña de otras estadísticas. Es por ello por lo que este valor se tabula junto con el promedio de notas de estos aprobados, como variable que se supone mide lo aprendido, se dice “se supone”, porque nunca ha sido una linealidad entre la nota obtenida y lo que cada estudiante aprende; de hecho, se sabe por experiencia, que la nota más baja o la nota más alta, no necesariamente tienen relación con la actitud y el manejo de las definiciones que se aspira en el estudiante del curso particular. En esta oportunidad lo que se busca es una relación que ilustre un poco sobre la eficiencia docente y su eficacia.

De la tabla se puede obtener la variable de permanencia, como relación de cuanta motivación existe en el curso particular de alguna matemática básica universitaria, significando una medición porcentual de cómo el estudiantado permanece desde el inicio hasta la última evaluación regular que se realiza en el semestre. La variable de permanencia relaciona por división la asistencia del último examen parcial aplicado entre la asistencia de estudiantes al último parcial, (sean solo dos o más exámenes según la modalidad evaluativa o la autonomía de aula del docente en las evaluaciones realizadas del curso), para medir que estudiantado se retira por motivos como: “no entender lo que ocurre, sacar malas notas de inicio, o aceptar que no tiene esperanza de aprobar o de aprender”; la variable de permanencia resulta de interés en las asignaturas de matemática básica, porque el manejo de las definiciones son de contingencia y cada tema es dependiente o construido del tema anterior, por lo que puede evaluar la “Motivación” a la continuidad de los saberes mostrados.

1.1) Resultados de Venezuela

Esta investigación estadística documental, para los dos periodos señalados en estudiantes regulares y repitientes en las asignaturas de Matemática I, de la Universidad de Oriente núcleo de Anzoátegui; las cuales pueden tener algunas variaciones en contenidos de unidades y temas en el mundo de: Funciones, el límite, la derivada y sus aplicaciones; pero todas ellas como noción fundamental matemática de cada carrera particular

Tabla I.1: Ciclos II-2014, II-2015 y II-2016. Estudiantes regulares y (Repitencia)[2].

Variables	Matemática Ingeniería.	Matemática Medicina.	Matemática Administración.
% Aprobados	33,5 *(10)*	76,1 *(24,2)*	47,4 *(8,0)*
% Permanencia	70,0 *(51)*	91,8 *(91)*	62,2 *(65,7)*
Promedio de nota en Aprobados	5,61 *(5,28)*	6,53 *(5,67)*	6,23 *(5,40)*

[2] En la educación de solo exámenes individuales, los repitientes (2da y 3ra matricula, también llamados cursos 98 y 95), tienden a resultados estadísticos mucho más bajos, en las variables estudiadas. A diferencia de la educación más socializada.

1.2) Resultados en Ecuador

A continuación, resultados obtenidos en tres Facultades de la Universidad de Guayaquil, archivos consultados

Tabla I.2: Ciclos I y II 2019, U.G. Estudiantes regulares y tercera matricula promediado.

Variables	Matemática Ingeniería Civil	Matemática Medicina.	Matemática Administración.
% Aprobados	73,5	82,4	85,3
% Permanencia	92,0	95,5	93,7
Promedio de notas en Aprobados	7,51	7,83	8,13

Si bien los estudios realizados en los departamento en Venezuela y en las direcciones de carrera en Ecuador, son en una diferencia de seis años promedio en las investigaciones, resulta muy interesante lo que por lo general se sigue afirmando: Existe sin duda una caracterización en la primera Matemática universitaria en diferentes carreras que la ubican con, la nota más baja en promedio de estudiantes aprobados y con la menor permanencia estudiantil, (estudiantes que abandonan ante los primeros resultados obtenidos).

Interesante es la diferencia entre los sistemas educativos, donde sin duda la mejor opción es la observada en el Ecuador, al exigir mayor nota aprobatoria y solo permitir tres matriculas, o hasta 03 semestres aplazando una asignatura, antes de perder la carrera; con el apoyo de hasta un 60% de la nota socializada con sus compañeros de clase en actividades grupales. Porque hay más permanencia, significativamente mayor porcentaje de aprobados y similar nota relativa en los promedios de estudiantes aprobados. Por ejemplo, en las carreras de ingeniería se observan factores de 1,12 en Venezuela y de 1,07 en Ecuador, respectivamente. Se concluye en la idea de este párrafo que la universidad o institución superior que hace más *Presencia* en el estudiante es la que aplique el sistema participativo grupal o llamado académico socializado, que solo el de nota individual; sin desmerecer el mayor esfuerzo que realiza el estudiante en este último. En ambos casos independiente de sí el estudiante se gradúa o abandona.

Observaciones a la vista de interés se denotan en que se sigue y se puede seguir afirmando que la primera matemática universitaria tiene un penoso registro en variables de digamos medición de la didáctica, donde un tema importante digno de estudios más extendidos está en el hecho del estudiante repitiente que baja los resultados estadísticos cuando el pensar general es que debe subir las variables en el sentido que precisamente es repitiente, o sea tiene experiencia, conoce la asignatura y sabe algo más de ella que un estudiante nuevo. O de nuevo debemos preguntarnos: ¿Aprendió algo en su primera vista? ¿O no le fue enseñado correctamente? ¿La debilidad del aprendizaje memorista a corto plazo? Lo que se aprecia es que en la Matemática I de ingeniería en general existe el registro histórico y mantenido con la triple corona de: Menor porcentaje promedio de aprobados, mayor abandono del estudiante y menor promedio de notas en estudiantes aprobados, en comparación con el promedio general de otras asignaturas del básico o estudios generales en la universidad[3].

Pero más allá del número sobre la "Calidad" de los aprobados, hay aspectos de profundidad a descubrir como: a) El llamado porcentaje de abandono de la catedra durante el semestre en curso, (no llegar al final por notas bajas de inicio), b) Quienes terminan retirándose de la carrera en semestres siguientes, hasta un 30% abandonan sus estudios universitarios después de avanzar de los estudios básicos, c) La débil eficacia docente cuando se puede observar y medir aprendizajes deficientes, que vienen a mantener un porcentaje aprobatorio de hasta un 35%, o sea hasta 65% de aplazados, d) Nota promedio en estudiantes aprobados en 04 ciclos en secciones y carreras entre ingeniería y medicina, dice que la nota es de 5,61 y 6,53 puntos respectivamente. Estadística general obtenida en el departamento de ciencias de la unidad de estudios básicos de los núcleos de: Anzoátegui, Bolívar y Monagas, de la Universidad de Oriente en Venezuela, en los años 2014 al 2016; (Tirado, 2020).

A estos resultados los cuales se agregan en la Universidad de Guayaquil, la cifra estudiada en cuatro ciclos de los años 2018-2021, en tres carreras ofertadas en la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas, cerca del 20% de abandono, los aplazados promedia un 28% para repitientes y un 25% en estudiantes nuevos, con nota promedio en estudiantes

[3] Registro para confirmar, en especial con asignaturas afines como la Física I, o la Química general.

aprobados de 7,55 puntos antes de la pandemia del Covid19, y de 7,85 puntos en el tiempo de enseñanza virtual.[4]

Estos resultados mantenidos con poca variación en el tiempo reciente nos pueden estar diciendo, que la matemática universitaria en su enseñanza, perdió parte de su lógica, su capacidad de asombro y de generar emoción ante los conocimientos que son fundamentales en el inicio de toda carrera universitaria, en especial las de ingenierías: Lo que genera una necesidad epistemológica para la génesis de un aprendizaje sintético de las nociones que son parte de la matemática, pero que son irreales al mundo natural como: El concepto de infinito, lo infinitesimal, lo indefinido e indeterminado, y su aplicabilidad, entre otras. Las definiciones matemáticas actuales tienen un carácter ígneo y no se aceptan enigmas en sus saberes, de tal forma que cuando aparecen o se crean nuevas definiciones o nociones que surgen a priori, por: evidencia empírica, por praxis geométrica, o por tautología analítica, no son usadas. Razón de existencia de este texto; que, sin pretender desplazar las definiciones actuales, propone sus evoluciones para mejorar considerablemente su didáctica, su aprendizaje y por ende su educación general.

Puede resultar un cuento de terror enseñar la matemática básica universitaria a partir de destilados teoremas topológicos y bajo una única premisa memorística en teorizaciones, como condicionante preliminar y contingente para poder aprender; frases apocalípticas y dañinas de docentes hacia sus estudiantes, como

"Si usted no aprende esta teoría, olvídese de todo el tema".
"Es así por la definición del concepto…" o la peor de todas
"Así es, o así me lo enseñaron a mí".

Resultan en verdad como afirmaciones perturbadoras del conocer matemático en la didáctica actual. Entonces en el mismo planteamiento del problema surgen en su génesis una serie de preguntas o posibilidades que pueden resultar en afirmaciones en la didáctica matemática del básico universitario, y como posibles propósitos neurálgicos sobre este tema, cuando se usa la estrategia o método "Grafica de relaciones", como praxis geométrica de complemento en la enseñanza de los contenidos de la primera matemática superior: ¿Existe una debilidad generacional en la enseñanza de la Matemática I? ¿Se puede

[4] Estadísticas obtenidas en la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la UG, como respaldo para una investigación diagnostica sobre el aprendizaje de la Matemática I, realizada en el año 2021.

enseñar más y mejores contenidos de la matemática, y en menor tiempo? ¿Ver y/o para creer la definición matemática que se enseña? ¿Es la ampliación conceptual un avance matemático, luego es una evolución en su didáctica? ¿Se potencia la dialéctica del aula como herramienta de aprendizaje y cambios en la actitud del estudiante?

Luego, esta presencia de praxis geométrica va a originar el desarrollo de este texto como herramienta para docentes, una vez se confirma mediante los estudios de campo realizados y recientes sobre las debilidades educativas aún existente en esta asignatura, con la finalidad siempre de lograr un mejor aprendizaje en el nobel estudiante que se inicia en una carrera universitaria, como objeto de estudio. El estudio del cálculo I en su enseñanza y en los aprendizajes que pretenden lograr en la actualidad para los estudiantes que inician sus carreras de: ingeniería, medicina, administración y licenciaturas, con sus variantes respectivas sobre los contenidos clásicos: Desde funciones hasta aplicaciones de la derivada. Están fundados en una teoría educativa no visual, exacta y algorítmica; solo con respaldos gráficos puntuales y definitivos por lo general asistidos por un software, y sin confirmación o comparación de resultados. Donde en adicional se tiene como expectativa concreta en algunos docentes, mantener las definiciones de los conceptos didácticos en su mayor nivel de abstracción, generando una restricción cognitiva y un solapar de su empirismo, como contexto a lo preciso. A continuación, el estudio de campo, que junto a los resultados documentales buscan descubrir y teorizar sobre la enseñanza actual de la primera matemática universitaria.

2) Estudios de campo

Esta indagación o diagnóstico, para descubrir debilidades en los aprendizajes actuales, consistió en un estudio de campo en estudiantes de avanzada y en docentes de la Matemática I, de diferentes carreras; con una encuesta diseñada como instrumento[5]. Evitando lo posibles prejuicios inherentes en el proceso; (Martínez, 2001). Iniciando en los años 2014-2016 en la Universidad de Oriente, en Venezuela y cerrando con datos obtenidos desde 2021-2023 en la Universidad de Guayaquil, en Ecuador.

Con entrevistas a docentes del área de matemáticas, y estudiantes de avanzada en sus carreras, sobre preguntas cerradas y abiertas de indagación, hasta estudios en estudiantes cursantes de esta asignatura. Con respaldo en investigación documental, sobre

[5] En un nivel Fenomenológico para intentar medir lo aprendido por el estudiante, y lo enseñado por el docente.

las estadísticas de semestres en los índices de porcentaje de aprobados, nota promedio en aprobados y porcentaje de permanencia, o estudiantes que no abandonan el curso hasta terminarlo independientemente de su resultado, primer estudio[6]. Como se mencionó en el prefacio. Las encuestas de esta investigación se estructuraron en cuatro preguntas
1) Opine sobre la enseñanza del cálculo I en la actualidad, su orden y contenido.
2) Qué aprendizajes observó, y si usted considera que tienen utilidad oportuna.
3) Pueden existir mejoras en la enseñanza para obtener más y mejores aprendizajes.
4) Responda las siguientes preguntas: ¿Que es una función?, ¿Qué es el límite de una función?, y ¿Qué es la derivada de una función? Preguntas con una secuencia de enlace y veracidad de las respuestas; que busca evitar la coacción de un algoritmo con respuestas esperadas. A continuación, el esquema de este instrumento.

DIÁGNOSTICO INICIAL: ENCUESTA A ESTUDIANTES Y DOCENTES[7]

Universidad: ____________________. Dirección o Facultad: ________________________.

Docente: ______. Estudiante _______. fecha: _____________.

1) ¿Opine sobre la enseñanza del Calculo I actual, su orden y secuencia? _____________.

2) ¿Diga sobre el aprendizaje que observa, que evalúa o que aprendió en estos contenidos? ¿Existe utilidad oportuna o a futuro de lo aprendido? ______________________________.

3) ¿Considera usted que pueden o deben existir mejoras en la enseñanza a fin de obtener más o mejor aprendizaje en la actualidad? ____________________________________.

4) Por favor responda las siguientes preguntas específicas

¿Qué es una Función? ____.

¿Qué es el Límite de una función? ____.

¿Qué es la Derivada de una función? ____.

Donde en función del objetivo del cuestionario, se hace el convertir preguntas abiertas de tendencia cualitativa en números cuantitativos como dato e información para estudio diagnóstico en los protagonistas de la clase.

[6] Se dice primer estudio, porque luego se realizaron otros estudios en la Universidad de Guayaquil, Ecuador. La más grande del país, a igual que la Universidad de Oriente, en Venezuela.
[7] Instrumento validado por el doctor en Educación, profesor Rubén Parra, UDO 2016.

2.1) Resultados en Venezuela, (2014-2016)

En los núcleos de Monagas, Sucre y Anzoátegui, con sus extensiones en las ciudades de Anaco y Cantaura, se tiene para diferentes carreras universitarias lo siguiente

En las áreas y carreras de ingeniería, arquitectura y licenciatura de matemáticas, de 48 estudiantes encuestados sobre el quinto semestre de estudios, se tiene lo siguiente en los estudiantes por pregunta

1) 20 estudiantes dicen que los contenidos y el orden son los correctos, 16 manifiestan que hay fallas en los contenidos y su enseñanza, y 12 no responden.
2) 33 estudiantes manifiestan que los aprendizajes se logran y tiene utilidad, “aprendieron mucho y es de utilidad en la carrera” 20 que no aprendieron sobre esos contenidos, que no saben nada y que recuerdan solo el tema final de las derivadas y algunas aplicaciones, y 5 no responden.
3) 39 encuestados dicen que sí, pueden y debe haber mejoras en la enseñanza y 9 que no debe cambiarse la enseñanza ni los contenidos.
4) Sobre las definiciones se obtiene que: veinticinco estudiantes responden erradamente todas las definiciones, 20 aciertan en algunas y solo 03 responden correctamente. Donde algunas respuestas se inclinan hacia la tipología de la definición o hacia el uso en sí, sin realizar la definición solicitada.

En los profesores encuestados, un total de 10, los resultados se recolectan como: Que el contenido y orden son correctos, los aprendizajes observados adecuados, así como su utilidad oportuna son aceptables. Cinco sostienen que no debe haber mejoras o cambios generales, mientras que los otros 05 dice que si. En referencia a las definiciones, todos responden más hacia el uso o la caracterización en sí, que al concepto en su esencia. Mostrando el estilo calculista, por encima de la conceptualización del elemento matemático, como modalidad establecida. De hecho, las respuestas de dos docentes fueron diluidas y con ciertas inexactitudes del manejo del concepto.

En el núcleo de Anzoátegui y Sucre, en las carreras de medicina, donde la primera matemática universitaria es similar a la de ingeniería sin las funciones trascendentes; así, como en las carreras de administración y contaduría donde los contenidos del calculo I, se ven en dos matemáticas, más algunas nociones de matrices y polinomios, se obtiene lo siguiente para 25 estudiantes encuestados y 6 docentes, por las preguntas del cuestionario.

1) 18 estudiantes dicen que la enseñanza y sus contenidos son correctos, secuencial y

completa, 05 que tiene fallas siendo deficiente; un comentario interesante fue el de denominar la asignatura como “Traumática” por desorden y falta de diferentes vías para aprender sus contenidos.

2) 15 bachilleres dicen que los aprendizajes tienen utilidad oportuna, que aprendieron mucho y tiene utilidad para el futuro; 10 dicen no recordar que aprendieron y que no encontraron utilidad a corto plazo, que no se aprendió nada y solo recuerdan algunas aplicaciones de la derivada.

3) En cuanto a si pueden existir mejoras en la enseñanza, 23 dicen que la enseñanza debe evolucionar para mejorar y dos que no.

4) Sobre las definiciones, se obtiene que 08 estudiantes responden incorrectamente, porque afirman que hay fallas del docente, 05 responden las definiciones aceptables y doce estudiantes encuestados no responden, dejan todos los espacios en blanco o solo responden una o dos de las solicitudes, donde todos no saben lo que es la derivada de una función. Algunos encuestados manifiestan que pueden resolver algunos problemas, pero que no saben la definición involucrada; es decir, una actitud mecanicista ante las nociones matemáticas, contrarias en su devenir histórico y a la exigencia en sus enseñanzas de manejar o conocer las definiciones.

Los seis docentes dicen, que el contenido y orden son los adecuados, los aprendizajes observados, así como su utilidad oportuna son correctos donde sus estudiantes aprenden, en cuanto a las mejoras la opinión es dividida exacta, tres dicen que no debe haber mejoras o cambios sustanciales y tres manifiestan que si puede o debe haber mejoras o cambios generales.

En referencia a las definiciones, todos responden las definiciones de función y límite vagamente, donde colocan como definición la ecuación o símbolo característico; responden medianamente correcta la definición de la derivada, al decir que es: una “reducción”, un movimiento de la función original o una razón de cambio; concepción que no ocurre en todas las funciones; demostrando que de alguna forma en sus respuestas no se maneja la definición geométrica de la pendiente de la recta, como la tangente en el punto de estudio.

En resumen, para los estudios realizados en el país caribeño se tiene que en los estudiantes el 60% apoya la enseñanza actual, el 70% dice que se aprenden sus contenidos, 90% acepta que deben existir mejoras y solo el 18% responde correctamente las definiciones básicas solicitadas. En los docentes y con similitud se tiene que el 90%

cree en la enseñanza actual y sus contenidos, manifiestan todos que sus estudiantes aprenden de estos contenidos, solo un 10% dice que debe haber mejoras, en una actitud conformista y de inercia a los métodos tradicionales; pero con la evidente falla en el manejo del concepto enseñando, de que solo el 40% acierta en las respuestas solicitadas. Recordando que se pide definiciones generales, no especificas ni símbolos.

2.2) Resultados en Ecuador, (2019-2023)

En un primer estudio realizado en el año 2019 en la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil, en otrora otros tiempos que funcionaba como una dirección de estudios básicos en carreras de ingeniería, en este año en la carrera de ingeniería civil, se obtiene.

Para 31 estudiantes superiores al quinto semestre, se obtiene lo siguiente de la encuesta sobre la signatura de Matemática I.

1) Diez estudiantes recuerdan que se les enseño bien, haciendo énfasis en las unidades de límite y derivadas, 15 que la enseñanza fue regular en la signatura de Matemática I, y 6 dicen que la enseñanza es mala con tendencia a lo abstracto. De donde se recogen cualidades extremas de entre buena materia a no gustarle nada;

2) Siete encuestados dicen que la Matemática I, sirve para entender y superar los contenidos en otras asignaturas como las siguientes matemáticas en la malla, que sus contenidos aprendidos son útiles y oportunos. Quince estudiantes, (15) dejan este espacio en blanco en sus encuestas, siendo interesante que no opinen sobre el aprendizaje recordado en esta asignatura; esta pregunta cierra con 9 estudiantes que manifiestan que no aprendieron nada, donde varios de estos afirman que sus contenidos no tienen utilidad en materias siguientes. Sobre la acción docente se puede promediar para las dos primeras preguntas que desde la perspectiva del estudiante casi el 41% apoya la enseñanza actual y sus aprendizajes.

3) 25/31, de los estudiantes afirman que debe haber mejoras en los contenidos y en la acción de los docentes, donde entre los cambios sugeridos están: incrementar los ejercicios por temática desarrollada y reconocer y aplicar softwares de respaldo para confirmar resultados. O sea 81% manifiesta que si pueden y deben existir mejoras.

4) Muy interesante resultó en la investigación descubrir que en las preguntas específicas el 30%, 36% y 32% respectivamente responde correctamente las tres preguntas sobre

definiciones fundamentales de la Matemática I, para un promedio asertivo del 33%. Entonces se habla de hasta un 67% de estudiantes que no recuerdan estos contenidos, responden erradamente o dejan los espacios vacíos; es incluso cuando se podría afirmar de aprendizajes pocos significativos en el momento de estudio.

Resultados para 20 docentes encuestados

1) 9 docentes manifiestan que la enseñanza actual tiene suficientes fallas, opiniones extremas desde muy mala, es muy básica, no considera el conocimiento previo del estudiante, es superficial con poca ejercitación, muy conceptual, y algunas encuestas sin respuestas; para un 45% de aceptación promediada como regular. 11 docentes dicen que la enseñanza es buena, con aplicaciones suficientes y una correcta y secuencial metodología; para un 55%.

Si bien en esta primera pregunta ya hay respuestas hacia posibles aportes para mejorar la enseñanza, la pregunta en su finalidad recoge más de la mitad de los profesores acepta la enseñanza actual de la Matemática I en sus contenidos.

2) En el tema álgido de si los estudiantes aprenden, el 60% de los docentes, (12) manifiestan que se aprende el contenido del sílabo a pesar de que el estudiantado viene con fallas numéricas y el grupo por lo general se caracteriza por no ser homogéneo en saberes; se recogen como adicional la opinión crítica sobre la educación de la matemática básica actual.

Interesante es que 4 docentes no responden y 4 manifiestan que la asignatura es exigente y se deben desarrollar habilidades en el estudiantado

Dos opiniones que destacan son: Que el aprendizaje no es medible, y el comentario: ¿Cómo aprueban si no aprenden? Se puede afirmar que entre las dos primeras preguntas que el 55% de los docentes considera que la enseñanza es buena y se aprende.

3) Muy interesante resulto descubrir que todos los encuestados docentes manifestaron que si puede haber mejoras en la enseñanza para el logro de los aprendizajes de contenidos de la primera matemática universitaria, sin embargo algunas propuestas son contradictorias o encontradas entre los docentes, como: a) se requiere de más softwares de apoyo, contra la afirmación de que se debe eliminar este apoyo tecnológico, y b) desarrollo del pensamiento lógico, en contrapartida de un desarrollo conceptual solo analítico.

El aporte más repetido es el tema de incrementar la ejercitación como una estrategia para manejar el concepto; con la nota que ningún docente conoce el método: gráfica de relaciones, como novedad didáctica.

4) En cuanto a las definiciones como puesta a prueba de lo dicho anteriormente, en un sentido del grupo total de docentes encuestados, se manifiesta no sin sorpresa lo siguiente: a) El 30% define correctamente una función del plano, 37% hace lo propio en el concepto del límite de una función y 40% responde sobre la derivada como otra función característica, para un 36% de respuestas correctas; b) Casi un 54% de los docentes responde incorrectamente las definiciones solicitadas, donde incluso existen conceptos ambiguos, mal definidos o solo con su expresión algebraica; c) Un 10% (2 docentes), dejan toda la cuarta pregunta del cuestionario en blanco, aceptando aquí que pertenecen a áreas afines, son de asignaturas humanísticas o simplemente no recuerdan la Matemática I, desde que fueron estudiantes. Posible falta de aprendizaje significativo en su momento, en donde se viene a construir el tema generacional de la educación en lo que respecta a contenidos matemáticos.

En septiembre del año 2021 se realizaron encuestas a los docentes del tipo virtual con preguntas de opciones a elegir y abiertas, en un instrumento similar a través del Office 365 de la Universidad de Guayaquil[8], en esa oportunidad se recoge lo siguiente en 19 docentes que enviaron sus respuestas por este medio

1) 8 docentes están de acuerdo con la enseñanza actual y su orden. 11 docentes dicen que la enseñanza es regular porque se tiene mucho contenido, ahora que la materia inicia en el tema de límites, aspirando que los contenidos propios de funciones se aprendan en los cursos preuniversitarios llamados de nivelación[9]; es decir, un 63% de los docentes que cumplen su sílabo, no comparten este cambio, y en especial porque precisamente los cursos previos no están enseñando el mapa competo de la unidad de funciones.

2) El 70% de los docentes, (13) manifiestan que se aprende el contenido del sílabo, cinco profesores señalan críticas constructivas para mejorar el aprendizaje.

3) De nuevo todos los encuestados dicen que siempre puede haber mejoras, entre las cuales destacan: volver a los contenidos característicos de la Matemática I, y desarrollar estrategias amigables para con el estudiante.

---

[8] Actividad realizada y publicada. Revista Odigos, 2023. *4*(3), 49–67.

[9] Un hecho relevante en la FCMF de la UG es que, en el reajuste de horas en mallas de carrera, (CES-2020), trajo como consecuencia que la Matemática I, inicie en la unidad del límite de una función; llegando la materia hasta técnicas de integración.

4) En cuanto a las definiciones solicitadas se tiene

a) El 50% define función aceptable, la mayoría (14 docentes), responde el concepto del límite usando su simbología y/o su definición formal, que no es lo que se pide; y sobre la función derivada de nuevo se recoge expresiones cortas características de esta acción pero que no pueden usarse como concepto general, veamos las dos más repetidas: Es una reducción, es una razón de cambio. En resumen, se puede afirmar de este estudio que el 60% de los profesores encuestados del área de matemáticas y afines, responde las definiciones de forma incorrecta.

En agosto del año 2022 se realizo una encuesta general en estudiantes de avanzada en carreas de ingeniería al azar, asistentes a una "Carpa itinerante" sobre proyectos de investigación varios; en la mesa del FCI-006-21 se logró entrevistar a 10 estudiantes del séptimo semestre en adelante; con una modificación en el instrumento de medición ahora usado en estudiantes que sustituye las preguntas dos y tres: sobre aprendizaje recordado, y sobre posibles mejoras a recomendar, por la pregunta de ¿Sí conoce el método "Gráfica de Relaciones"; además de la ampliación en las preguntas especificas al agregar las características de: Dominio, rango y cortes con los ejes o intercepciones de toda función. Esta encuesta entrevista en estudiantes quedó como

1) Opine sobre la enseñanza de la Matemática I actual: orden, secuencia y utilidad. ______.

2) ¿Conoce el método Gráfica de Relaciones? ___________________________________.

3) Por favor responda las preguntas siguientes

¿Qué es una Función? ____.

¿Qué es el dominio, rango y cortes con los ejes de una función? ____________________.

¿Qué es el Límite de una función? ____.

¿Qué es la Derivada de una función? ____.

Con los siguientes resultados

1) Ocho estudiantes recuerdan que se les enseño bien, haciendo énfasis en las unidades de límite y derivadas, dos estudiantes dicen que la enseñanza recordada fue mala. Cuatro de los encuestados dicen que los contenidos de la Matemática I fueron aprendidos, son útiles y oportunos; sin embargo, interesante fue que (6) dicen en la libertad de opinar que aprendieron muy poco. O sea, el 60% cuestiona la enseñanza y su esperado aprendizaje.

2) Nueve estudiantes dicen desconocer el método Grafica de Relaciones.

3) De nuevo resulta de interés que, en las preguntas sobre conceptos específicos de la asignatura, estos estudiantes responden en promedio del 80% con respuestas incorrectas, solo dos estudiantes entre buenas y regular se le aceptan las definiciones, donde las mayores deficiencias se observan en la definición del rango y del límite de una función. Donde precisamente en el cambio de malla 2020 se hace más relevancia en estos contenidos para el sílabo de la Matemática I, en detrimento de la unidad base de funciones.

Para el tema del Límite y la derivada de una función, que en el rediseño 2020 tomaron más relevancia en el sílabo de la Matemática I, solo se recolectan una y dos respuestas correctas, entre 22 y 21 respuestas están erradas o dejen el espacio en blanco; para una aceptación amigable del 7% en promedio general.

En el periodo académico CII 22-23 de la Universidad de Guayaquil en cursos de Matemática I, donde el rediseño actual en algunas carreras de ingeniería no exige la unidad de funciones en la asignatura, en una verdadera distorsión de la asignatura, cuando este contenido a dictar queda a juicio del docente como introductorio; además, del agregado de los contenidos de la integral definida y algunas técnicas de integración; cambio ocurrido en el rediseño de mallas, por disminución de horas totales en las carreras: CES-2020.

En esta oportunidad se realizan amplios estudios en estudiantes en cursos tradicionales, en cursos pilotos con la nueva estrategia didáctica mencionada y en docentes asistentes a talleres de formación en Cálculo I. Primeramente en los estudiantes se obtiene lo siguiente en dos partes: Al término de ese semestre en 5 paralelos de la Matemática I de carreras de ingeniería, con 62 estudiantes encuestados, y al término del primer parcial que incluye la unidad de derivadas, en otros dos paralelos. Para un total de 108 estudiantes, y con el nuevo instrumento señalado se obtiene lo siguiente.

1) 80 estudiantes rechazan la Matemática I actual, por conocimiento como repitientes de la asignatura, por lo que han escuchado o lo que ya han vivido, en vista de que el cuestionario se pasó en estos paralelos a mediados del primer parcial o a tercera semana del semestre; entre los comentarios más repetidos se tiene: Es confusa y extensa, complicada con poco orden, sin aplicación lógica, estricta, faltan complementarla con más ejercicios resueltos, tiene mucha teoría y poca práctica, y algunas respuestas vacías. Luego 28 estudiantes dicen que se entiende la materia, que se explica bien, que es fácil y muy importante. De esta pregunta se puede recoger valores extremos donde el 74% rechaza la asignatura y un 26% la acepta y comprende.

2) De los entrevistados 71, dicen no conocer ni haber oído hablar del método gráfica de relaciones, y su estrategia didáctica de la definición gráfica; sin embargo, se debe agregar que 30 estudiantes que manifiestas conocer el método agregan un concepto errado como el decir que es: una representación. Entonces solo 7 estudiantes responden que lo conocen y manifiestas características correctas de esta estrategia didáctica; se concluye en la pregunta que cerca del 94% no lo conoce.

3) En las preguntas, para el concepto de función 24 estudiantes, (22%) responden entre buena y aceptable esta definición; y sobre sus características, las generalmente preguntadas por los docentes en asignaciones y lecciones en esta unidad, los resultados son: del 20%, 18% y 15% de respuestas correctas o aceptables respectivamente, en el dominio, rango y cortes o intersecciones con los ejes de las funciones; es decir se promedia en la unidad de funciones un 19% de respuestas correctas. Para la definición del límite de una función 26 estudiantes dicen en su definición correcta que es una imagen o tendencia de la función para un punto especifico, (24%); donde predominan las respuestas vacías y colocar tan sola la expresión simbólica. Finalmente, en el concepto de la derivada, 27 estudiantes responden una definición aceptable en su generalidad, (25%).

Se resume que los estudiantes en su mayoría no están aprendiendo significativamente los conceptos y definiciones básicas de la Matemática I, cuando se recopila en promedio total de la tercera pregunta del cuestionario entrevista, que cerca del 78% responde incorrectamente.

En el primer semestre del año 2023 se realizaron dos talleres de formación docentes acreditados con 40 horas de duración y su certificado aprobatorio en las dos facultades de la Universidad de Guayaquil donde se realizaron los estudios documentales. En las actividades se pasó en los asistentes los cuestionarios originales de cuatro partes con los siguientes resultados

En la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas, en docentes de diferentes áreas del conocimiento de ingeniería en estudios profesionales, o sea docentes que solo dictan la asignatura de Matemática I en ocasiones, se recopila lo siguiente para 17 entrevistados que asistieron al taller sobre gráfica de relaciones en su primer día

1) Opinan que la materia es buena, básica, fundamental e importante, 14 encuestados; algunos dejan la pregunta en blanco y se recopilan cuatro observaciones de que la asignatura retornar a su esquema anterior con la unidad de funciones, y sin la unidad de

integración; 82% de apoyo.

2) 15 docentes dicen que se aprende y que tiene utilidad oportuna, (88%), donde dos profesionales de la educación acotan que la materia debe revisarse.

3) Todos los docentes aceptan que puede siempre haber mejoras y evoluciones en la asignatura en pro de una mejor didáctica.

4) Como hasta ahora, no deja de ser interesante que, para el concepto de función, solo cuatro docentes responden correctamente, (24%). En la definición del límite de una función solo un docente responde correctamente, donde algunos dejan la pregunta vacía y otros solo expresan su símbolo característico: $\lim_{x \to a} f(x) = b$

La pregunta cierra con el concepto de la derivada, donde solo un profesor responde correctamente la definición, cuando manifiesta el tema de la pendiente en el punto; siendo otras respuestas la de: Es otra función, es una reducción, es una reflexión, o es una razón de cambio. Que, si bien no son erradas, no cumplen con la definición en matemática donde el concepto debe cumplirse para todo.

En resumen, y pasmosamente similar a las respuestas de los estudiantes al final de los cursos, los docentes entrevistados responden en promedio con un 80% de debilidad conceptual.

En la Facultad de Filosofía, con 14 docentes de la carrera: Pedagogía de las Ciencias, materias: Cálculo, Precálculo, Física y humanidades, que asistieron al taller se recopila lo siguiente para el mismo cuestionario, en el orden de las preguntas. Donde las dos primeras matemáticas de esta carrera cubren el contenido del Cálculo diferencial.

1) Nueve de los docentes opinan que el orden, contenido y secuencia es correcto y bueno. Interesante que existen opiniones sobre incrementar el análisis y la filosofía en estas asignaturas iniciales. Se resume que el 64% ve positiva esta enseñanza.

2) El 79% de los entrevistados afirman que los estudiantes aprenden y que se tiene aplicación, algunos docentes aquí manifiestas posibles mejoras al incrementar la práctica y siempre estar abiertos a nuevas estrategias y cursos de formación.

3) Once docentes aceptan que pueden existir mejoras en la enseñanza, el resto deja esta pregunta en blanco; 79% de apoyo.

4) En referencia a las definiciones solicitadas se tiene que 9, 7 y 7 docentes responden correctamente el concepto de función, límite y derivada; promediando un 55% de

respuestas correctas. Donde nuevamente algunos docentes dejan espacios vacíos y algunas respuestas con solo la formula o símbolo de la definición solicitada.

En resumen, para los estudios realizados en Ecuador se tiene que en los estudiantes el 67% rechaza la enseñanza actual de la Matemática I, 60% cuestionan los aprendizajes obtenidos; donde el 81% acuerda que deben existir mejoras y el 97% no conocen el método: *gráfica de relaciones*. Los estudiantes en todos los estudios realizados promedian un 25% de respuestas correctas en las definiciones básicas solicitadas. En los docentes y de nuevo con extremos y similitudes para con los estudiantes manifiestan que: un 66% apoya los contenidos actuales donde consideran en un 74% que sus alumnos aprenden los contenidos dictados. Los encuestados promedian un 95% de aceptar que pueden existir mejoras en la didáctica, donde el 59% en promedio total responden correctamente las definiciones solicitadas, en el sentido del concepto y no de su fórmula o expresión.

3) Análisis de estos resultados.

La observación de resultados obtenidos ocurre en informantes “Calificados”, representada en los docentes del área de matemáticas, afines y en general; así como en estudiantes avanzados en sus carreras, y al término de sus semestres de estudio; es decir, con suficiente potestad de opinión sobre su experiencia en el tema de los conocimientos matemáticos vistos, extraído de (Rusque, 2003). De donde es muy interesante el hecho valido en estudios estadísticos que los resultados en estudiantes y docentes de diferentes países y en diferentes tiempos, tengan coincidencia en las respuestas y cercanía estadística. Se puede afirmar que existe validación temporal y geográfica.

Para una mejor visión de esta comparación, a continuación, la tabla I-3.

Tabla I.3: Resultados totales del estudio de campo

Noción de las preguntas	Docentes en Venezuela	Estudiantes en Venezuela	Docentes en Ecuador	Estudiantes en Ecuador
Opine sobre la Matemática I	90%	60%	66%	67%
¿Se aprenden sus contenidos?	100%	70%	74%	60%
¿Pueden existir mejoras?	10%	90%	95%	81%
Respuestas correctas.	40%	18%	59%	25%

En ese sentido la validez de una muestra, así como su fiabilidad dependerán del cumplimiento de los parámetros de *Confirmación* por semejanzas en las respuestas emitidas, de *Consistencia* en el tiempo y espacio, con *Credibilidad* por autenticidad y trasferencia a situaciones similares; (Perés, 2000). Entonces coincidencias de actores entre estudiantes y docentes, en especial la parte de las respuestas a las preguntas de conocimientos básicos; de donde se desprende las siguientes teorías educativas propuestas sobre una muy posible problemática o debilidades en la enseñanza actual de la Matemática I, por supuesto a ser sometida en praxis a su validación o refutación con estudios más amplios.

Los estudiantes en su mayoría creen que deben existir mejoras en la enseñanza para elevar la calidad en los aprendizajes obtenidos y su utilidad, donde hasta 70% olvidó o nunca aprendió correctamente sobre las definiciones fundamentales de la primera matemática universitaria. Paralelamente los docentes en sus opiniones mantienen una actitud fija sobre lo que enseñan, sobre los aprendizajes que evalúan y sobre su utilidad a corto y mediano plazo, como correctos; es decir una interesante resistencia y apoyo al programa actual. Con el agravante e increíble hecho de que, hasta la mitad de ellos, desconocen sobre el manejo y postulado de las definiciones fundamentales de la matemática básica universitaria.

Un autentico cruce de datos en las preguntas sobre enseñanza actual docentes y estudiantes en un buen porcentaje dicen que es buena con ventaja en los profesores, sobre los aprendizajes observados o vividos similar tendencia; pero cuando la encuesta entrevista cambia de esquema y pregunta sobre la mejoría posible, la divergencia es notable: el estudiante dice que no aprende y los docentes que sí. Pero lo más interesante resulta la pasmosa similitud en respuesta correctas sobre definiciones fundamentales en la Matemática I, en docentes y estudiantes existe una similar y gran debilidad o incluso se podría decir falla. Esta evidencia en los estudios realizados, vienen a dar forma a las teorías iniciales sobre lo que está, ocurriendo en la primera matemática universitaria bajo un esquema posible generacional.

4) Epistemología del problema.

Es lógico entonces realizar algunas interrogaciones que abren en definitiva el contenido de este texto donde el fondo de la situación puede centrarse ahora en el responder las posibles interrogantes sobre la primera matemática universitaria: ¿Es posible mejorar el aprendizaje bajo el esquema de una evolución de la didáctica, fundada en la praxis geométrica? ¿Puede existir aprendizaje significativo de las definiciones matemáticas básicas? Cuando los estudiantes de carrera no la saben o no la recuerdan. ¿Se puede teorizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática I? Como una característica actual

Afirmando que existe un problema o debilidad observada en la enseñanza y sus aprendizajes, que a su vez debe afectar a los programas y sílabos educativos sobre la matemática básica universitaria, en sus pretensiones: el aprendizaje, la actitud, y el manejo general de las definiciones matemáticas; se establece el siguiente resumen de causas posibles en los estudiantes, a juicio y experiencia particular docente.

1) El rechazo a la matemática en general, a su estudio para aprenderla, por la falta de orden y totalidad del capítulo de funciones. Debilidad del aprendizaje por el desorden de esta unidad, sin línea de dificultad o creación en el ámbito matemático.

2) La poca aplicabilidad general apreciada por el estudiante en los capítulos de límites y de las derivadas.

3) Estilo docente recetario sin orden de dificultad apreciable, repetitivo y poco estimulante.

4) La no visión de las aplicaciones a corto y mediano plazo, así como el mal manejo de las definiciones generales.

Donde el programa vigente de la Matemática I en general tiene un estilo ígneo en forma y fondo desde buen tiempo, que ampara y mantiene los resultados de alta reprobación en la asignatura, así como leve aprendizaje en los aprobados, al ser desconectado con alta dificultad en sus ejercicios, como su mejor estrategia.

4) Poca conexión con los capítulos siguientes y el precedente de: Límite de una función y derivada de una función con sus las aplicaciones; por ejemplo, cuando se afirma al final de la materia el tema de la *gráfica de funciones*, solo por conocimientos de sus puntos notables y sus tendencias; lo que es ilógico. Por ser funciones el tema inicial, fundamental y con la estrategia gráfica, ya el estudiante visual de hoy la tendría esbozada.

5) El arraigo conceptual entre docentes del área de matemáticas, según como lo aprendieron o recuerdan; donde se observó que resultan, en conceptos insuficientes.

La Matemática I, con su enseñanza no ha evolucionado ni aceptado los cambios que se están dando en el mundo para el aprendizaje especifico que se pretende en el estudiante nobel; en los estudios básicos de muchas carreras de ingeniería no se tiene la identidad histórica ni epistemológica que caracterice el programa actual generalizado de esta asignatura. Es decir, no hay una *Didáctica Matemática* para estos contenidos que la identifique y la evolucione; entendiendo esta ciencia de la enseñanza como una pedagogía matemática que descansa obligatoriamente en una filosofía matemática, al respecto se ha manifestado: “No existe didáctica matemática sin matemática, la matemática es la esencia de su didáctica”, (Durán, 2008).

Las principales debilidades en la enseñanza de los temas relacionados al Cálculo I, en sus diferentes códigos según la carrera universitaria, obtenidas entre otras observaciones y las opiniones de estudiantes que cursaron esta asignatura, se pueden resumir en la siguiente caracterización: a) La falta de una motivación de entrada a los temas de: funciones, límites, derivada y sus aplicaciones, así como datos de su utilidad en el corto plazo; b) La enseñanza del tema de funciones está limitada a las del tipo algebraica con algunas trigonométricas, sin mostrar su construcción y secuencia lógica como si fueran tópicos exclusivos, donde se usa poco el aspecto geométrico o de forma puntual; en adicional con la tendencia actual de su desaparición como unidad; c) Desconexión entre los conceptos a desarrollar de un tema y los conceptos desarrollados precedentes, bajo un estilo de clase recetario, con modelación y repetición de problemas, sin las aplicaciones directas del concepto desarrollado y/o a desarrollar, es decir una estrategia solo conductista, que busca magnificar el error educativo del proceso denominado: “enseñanza-aprendizaje”, como único y veraz.

Los efectos de esta situación generan en un buen porcentaje del estudiantado lo siguiente: a) Abandono de la cátedra luego de las primeras evaluaciones; b) Rechazo al aprendizaje matemático en general, al no existir una aplicación lógica de los conceptos desarrollados; c) Moderado porcentaje aprobatorio y promedio de notas en aprobados, como se indicó; d) Aprendizaje leve y no significativo de los contenidos matemáticos básicos. Todo ello conduce en generalidad, que el estudiantado que inicia una carrera universitaria tiene una actitud ante la matemática básica de no querer aceptarla y aprenderla como caracterización de su pensamiento, y una predisposición condicionante de: Una actitud memorística sin la intuición matemática del concepto. La idea de aprobar sin aprender, con una participación leve en el desarrollo de la clase. Rechazo a la enseñanza matemática en general, en especial a los temas de: funciones compuestas y trigonométricas, definición formal del límite como estudio infinitesimal, así como los denominados límites indeterminados; por su complejidad, su descontextualizad y abstracción. De donde se resume que en definitiva no existe en la actualidad una epistemología propia de la Matemática I, de donde se puedan insertar estrategias didácticas consensuadas en utilidad de las praxis geométricas, con sus criterios y evaluaciones respectivos de validación, que permitan la necesaria evolución y mantenimiento de una enseñanza acorde a los nuevos pensamientos.

5) Primeras teorías generales

Sobre lo observado en el aprendizaje de la matemática básica universitaria, a pesar de ser estudios cortos, pero con confirmación generacional; se puede decir que la enseñanza de la Matemática I y su didáctica tienen una necesidad de existencia, donde este texto ofrece una primera teoría con una segunda consecuente que relaciona la enseñanza y el aprendizaje de esta asignatura en la actualidad, en vista de los resultados obtenidos en diferentes variables y protagonistas relacionados, se puede afirmar que existe un problema de cómo se aprecian y razonan estos contenidos matemáticos.

T1: La enseñanza solo analítica algorítmica y con exigencias hacia lo memorístico, exacto y único; en la primera matemática universitaria, tiene: vacíos, discontinuidades y suficientes enigmas que afectan y deforman su aprendizaje.

En gran medida porque no se muestra desde un principio el contenido completo o mapa total posible de las diferentes funciones y sus caracterizaciones, no se hace hincapié en la debida correlación entre las unidades que debe caracterizar la asignatura, donde además por cuestión de tiempos por lo general no se destaca la importancia del capitulo final de aplicaciones de la derivada en su aplicación al mundo científico en general. En adicional y en vista de la poca o nula evolución en la didáctica matemática contenida en la primera asignatura universitaria, con cerca de un siglo de establecerse como materia básica, se tiene en ese estudiante que al ser profesional y terminar sea por deseo de sus estudios o por casualidad como docente que

T2: Existe una debilidad generacional, en el aprendizaje de la Matemática I; es decir, se aprende con vacíos, supuestos y debilidades, para así ser enseñada después, bajo el esquema de contenidos exactos e incólumes.

Cuando en la educación de la Matemática I, se hace un honor a su abstracción en nombre de la dificultad, no se explica su amplitud y aplicaciones a corto plazo, y sobre todo se asumen supuestos algorítmicos; entonces ese estudiante con un aprendizaje incorrecto, en su vida profesional de llegar a ser docente, así enseña la matemática que aprendió.

Teoría para verificar con mejores y amplios estudios estadísticos, pero con validez de existencia por ahora ante la pasmosa similitud de resultados observados entre los estudiantes de avanzada y los docentes del área de matemática consultados, en el conocimiento de definiciones fundamentales. Recordando el grave problema que existe hoy día en una de las carreras de ingeniería estudiada en la Universidad de Guayaquil, que puede ser una tendencia muy perjudicial, cuando desde el año 2020 su Matemática I, no tiene la unidad I de funciones, con el agravante incluido de tener una unidad de la temática de integración; es decir, tendencia a desaparecer el llamado Cálculo diferencial.

6) Importancia de la obra

La enseñanza de contenidos de la matemática básica universitaria, están en una verdadera crisis en la actualidad por los aprendizajes observados, no es un secreto el rechazo natural del estudiantado hacia los contenidos matemáticos en general, las dificultades vividas por los estudiantes cursantes y sus notas de quejas recopiladas en frases ya famosas como: “Porque me enseñan esto” o la mejor de todas: “Para que me sirve”. Estudios y estadísticas de respaldos a estas afirmaciones de fácil búsqueda o consulta en universidades públicas o particulares de la zona latinoamericana.

El texto busca en su contenido neurálgico sustentar el desarrollo de un estilo de clase que involucre las acciones docentes y de los estudiantes en un “manejo del concepto”, que permita la verificación de resultados por comparación con la estrategia del método: “Gráfica de relaciones”, para el desarrollo de habilidades manuales en los protagonistas de la clase en una verdadera visión de la esencia e intuición matemática que espera producir aprendizajes más significativos; en el arte y ciencia educativa de la participación conjunta en la construcción de las definiciones matemáticas como motivación hacia el gusto por la matemática, que busca disminuir la conducta simplista del docente y el solo querer aprobar la materia por parte de su estudiante. O sea, proponer romper el esquema del contrato facilista de vieja data: “Yo les exijo poco a ustedes, y ustedes no me exigen a mí”, (Kliksberg, 1983).

En resumen, se busca demostrar que se puede aprender más contenidos y de mejor manera al usar la praxis geométrica en las asignaturas de la matemática básica, como posibilidad significativa de ampliación y mejoras en la enseñanza y la acción docente; bajo un fundamento epistemológico a proponer que vendrá a descubrir una evolución en el pensamiento sobre estos contenidos matemáticos. Además, el texto establece el contenido de lo que será el taller de formación docente con una propuesta final de contenido o silabo de la asignatura general para ingenierías de Matemática I. El trabajo queda justificado en la importancia que reviste evolucionar la enseñanza y los posibles aprendizajes en los contenidos matemáticos del básico universitario, asignatura con los resultados de aprobación y manejo de los conocimientos adquiridos, preocupantes.

Más adelante se muestra como valor estratégico que la nueva didáctica permite el desarrollo del pensamiento dual entre: lo critico-analítico que caracteriza el estilo algebraico, con el pensar sintético-intuitivo que caracteriza la génesis de la matemática, su geometría como estudio fundador y hermenéutico; con esta afirmación se busca relacionar este concepto con la infinidad de axiomas de origen visual y geométrico, desarrollados por los pensadores del mundo griego llamados *Mathemakois,* (origen del nombre de esta ciencia formal), que fueron y son el fundamento de una variedad de teoremas que constituyen en la actualidad buena parte de la matemática básica universitaria. Es decir, si la hermenéutica en su definición de diccionario nos dice que es una actividad científica con métodos y principios para de forma crítica interpretar textos antiguos, entonces es lógico afirmar que el empirismo filosófico denominado aquí *Gráfica de Relaciones*, puede ser una hermenéutica de la Matemática I, cuando por estudio e interpretación de la geometría como texto antiguo, se descubre el origen de la matemática básica universitaria desde una perspectiva apriorística, en un pensar sintético creativo.

Esta dualidad va a evolucionar el estilo memorístico algorítmico aprendido en docentes y estudiantes, caracterizándolos en la actualidad sobre el conocer de los conceptos matemáticos que se manejan y que se van a utilizar con mediana frecuencia en el resto de las carreras universitarias con estudios básicos; así como en el campo laboral del profesional que emerge como egresado, al respecto se pronuncia el autor: “Porque la matemática es el prototipo del génesis de otras ciencias a pesar del barniz de enigmas y dogmas, que de forma idealizada, busca rechazar su discurso”, (Estrada, 2004).

El logro puede ser entonces, el de una renovación en la dialéctica misma entre los protagonistas del salón de clases: docente y estudiantes, que debe existir y caracterizar a las ciencias formales como la matemática básica universitaria, en una trascendencia de la didáctica, cuando en el estudio que se propone, posee una significancia particular, al romper los esquemas solo analíticos característicos de la enseñanza matemática general al plantear siguientes teorías educativas relacionadas con su didáctica, que será respaldados con los siguientes estudios de campo en estudiantes al final de cursos pilotos con la nueva estrategia educativa propuesta y en docentes al término de los talleres diseñados para su formación.

La idea es superar el pensamiento pasivo por un pensar dialogal para discutirlo críticamente con el docente sin el equívoco de creer que la estrategia gráfica es un facilismo o que viene a desplazar lo analítico en un conflicto absurdo de caudillismo epistémico; o sea quitando o superando el pensar único actual de que la inexactitud gráfica es una especie de anti matemática, una anti pureza ofensiva, e ir más allá y ver que la praxis geométrica es un desarrollo del pensamiento dual que en definitiva viene a proponer mejoras para el aprendizaje de la Matemática I, por retroalimentación del concepto, la comparación de resultados y la participación del estudiante como argumentación para mejorar.

Como objetivo principal del texto esta: Argumentar mejoras del aprendizaje, en eficiencia y eficacia, con los fundamentos de la praxis geométrica; como teorización sobre la retroalimentación del concepto y la comparación de resultados. Apoyado en estudios previos de debilidad actual mostrados en este capítulo, un recorrido histórico filosófico del nacimiento de la Matemática I como asignatura importante de los estudios básicos, la propuesta del cuerpo teórico en sí con su epistemología base.

CAPÍTULO II

Fundamentos de la Matemática I

La matemática inicia desde la antigüedad como actividad intuitiva en las operaciones geométricas, las cuales pasan por la axiomatización de las reflexiones analíticas en una abstracción previa, que le van a dar su carácter y formulación como ciencia deductiva y formal; pero ocurrió, que su enseñanza evolucionó con ella por el hecho funcional de que la didáctica de la matemática es matemática misma. El problema educativo entonces, es que los conocimientos de los contenidos del Cálculo I o Matemática I, fueron separados de su aspecto visual por las inexactitudes y limitaciones que representan estos en su desarrollo para los resultados con tendencia a la exactitud; es decir, estamos en presencia de una ciencia moderna que se enseña con poca motivación al incentivo de la dialéctica por visualización, en donde no existe su esencia de realidad y de aplicabilidad, en tal sentido las citas siguientes de hace años y con vigencia aún de este autor resultan interesantes: “La didáctica matemática debe ser operativa de fundamentos y luego el saber abstracto por interiorización” y “Las operaciones memorísticas en la enseñanza matemática tradicional ofrecen aprendizajes pocos significativos”, (Aebli, 1984).

1) Lo histórico

El recorrido de la institución educativa con cierta formalidad para el mundo occidental inicia en la antigua Grecia, donde la historia data de la existencia de estas escuelas, con cierta formalidad en la casa del aristócrata Acamos de Atenas, (387 A.C); aquí se reunían una serie de personas buscadores de la verdad, “filósofos”, y nunca que tenían la verdad consigo. Fundada por Platón su primer director, en donde se impartían conocimientos de geometría y filosofía, se llamó *Academia*; similar situación se presentó un poco después con una escuela fundada en los campos del dios Apolo Licio por Aristóteles, en diferencia con la enseñanza solo formal de Platón, se llamó *Liceo*, y unos 200 años antes en un espacio parecido propiedad del oligarca Pitágoras, funciono una comunidad secreta de estudiosos. Luego con Euclides, y su obra “Elementos” más los aportes del genio Arquímedes en variadas ramas científicas, la humanidad entro a un espacio de aplicación de la formalidad matemática de la mano del imperio Romano y la Filosofía del mundo árabe, con poco cuestionamiento a dicha formalidad, en donde la educación fue selectiva y un asunto del Estado o de círculos de nobles.

La escuela en general entonces adquirió una estructura altruista en dirección y responsables de su funcionamiento como institución similar a un monasterio, aporte del medioevo; forma que existe en la actualidad donde todo director es una especie de Abad, con programas escolásticos por unos 1000 años. Pero la crisis de la iglesia por su suprapoder sobre la vida, la invención de la imprenta con el uso de signos de puntuación y su influencia en la comunicación total del conocimiento, así como la aventura humana de la exploración de nuestro planeta en utilidad de los mapas estelares y luego de la brújula. Desataron en el mundo conocido una necesidad social de un centro de adiestramiento y conocimientos generales de variados ámbitos, destinados a miembros seleccionados de la sociedad y a quienes mostraran competencias. Educación, y escuelas para ello, en diferentes formas y ramas fue impartida y evolucionada por personajes del humanismo y racionalismo como: Rotterdam, Tomás Moro, Lutero, Calvino, Loyola, Rabelais, Vives, Ramis, Erasmo, Maquiavelo, Montaigne, entre otros, para el Renacimiento como época; y con René Descartes, como punto de inflexión para el ingreso a la era contemporánea, pues la declaración de los derechos del hombre como universales, donde se denota su educación personal generó que la escuela superior o especializada se llamase "Universidad", debiendo ser un espacio público, privado o mixto en donde se trabaja en una acción concertada y de pedagogía lógica, separada del Estado que la contiene, o de proyectos partidistas mediáticos, para ser un laboratorio ciudadano para el desarrollo educativo del sujeto libre, productivo, competitivo, social y con suficiente criterio.

Para apreciar y entender el contenido y los alcances del presente estudio es necesario realizar una especie de "arqueología" de la matemática contentiva en el Cálculo I, esto se logra con un recorrido histórico que permite descubrir el porqué de la doctrina hacia lo exacto de esta ciencia formal que de alguna forma ha colapsado con su enseñanza en la virtud de: Que si bien la didáctica matemática es matemática, no necesariamente debe cumplir todas sus normativas de certeza; este recorrido inicia desde la antigüedad, y pasa por momentos notables de la historia en su formación como cátedra universitaria; ensayo sobre la historia del cálculo del texto, de (Zill y Wright 2011), y de las notas de entrada de algunos capítulos del autor, (Baldor 1976).

1.1) Inicia la Matemática

El Número es el primer principio de esta ciencia en la humanidad, junto a la representación como coordenada del invisible *Punto*. Medir y contar son la aritmética, que luego permite con el dibujo la geometría y las primeras formas en el plano y en el espacio. Esto conduce a la formación de ecuaciones y fórmulas, (llamadas en la edad moderna cientos de años después “Algebra”), cuando se superó este concepto restringido y sus analógicas, por una visión abstracta, simbólica y general; es decir, aceptando su mundo en el alma humana, en su infinidad, tendencias y abstracciones, cuando a partir de los números naturales surgen por operaciones clásicas los números racionales, negativos, el valor cero y las potencias.

El papiro del Rhind, (Egipto 1650 a.c), sé considera el primer documento matemático de la historia, con soluciones de valores esperados en una línea recta, e incluso la solución de ecuaciones cuadráticas, monomios y polinomios. Estos saberes regaron el mundo antiguo por un tiempo estimado en dos mil años, que va desde las primeras civilizaciones semíticas del desierto e indoeuropeos, hasta el nacer de la sociedad Helénica, de ciertas libertades sociales en una pseudodemocracia, hacia el 500 a.c.

El aporte helénico en su contemplación del mundo es fundamental. Iniciando con el más famosos de los siete sabios: Thales de Mileto, (640-535 a.c), con sus aplicaciones trigonométricas y geométricas para deducir alturas, tiempo de los elipses solares y estudiar formas en el plano, siguiendo con su nuero, el comerciante Pitágoras, (585-500 a.c), quién fundo su escuela como una sociedad secreta de ciudadanos estudiosos, en Crotona; donde casi toda su producción matemática llevó su nombre como el famoso teorema que relaciona los lados de un triángulo rectángulo, nociones geométricas y la naciente trigonometría, como rama de la geometría en los cálculos de lados y ángulos de un triángulo cualquiera llamado escaleno, o en sus tipologías: isósceles, rectángulo, oblicuo y equilátero.

En la antigua Grecia, se estudiaron los valores polares y los primeros números irracionales como **la** $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$, así como la relación entre el diámetro y el perímetro de una circunferencia como valor llamado “Pi”, establecido por Arquímedes. Los nuevos Pitagóricos para ser admitidos eran llamados *Mathematikós,* como pensadores que guardan el silencio pedagógico, para luego abstraer y crear definiciones, ellos darán nombre con sus postulados a la Matemática como ciencia formal; más adelante en el estudio de la circunferencia primaria de radio la unidad numérica surge los conceptos de las operaciones

Seno, Coseno y Tangente; el Seno es el símil de estos cálculos con el radio de la curvatura interior en las mamas del pecho femenino, de allí el término, para indicar esta parte del cuerpo de la mujer. En Atenas Platón (429-347 a.c), funda la *Academia*, y como primer director, escribió en su entrada: *No entre aquí quien no sepa de Geometría*, frase que acoge la idea de la primera prueba de admisión a estudios superiores que se conozca, y el hecho de la geometría como ciencia fundamental y hermenéutica de la matemática misma.

Euclides, (365-275 a.c), con 32 postulados recopilados en su obra: *Elementos*, establece la geometría, las concepciones del volumen de determinadas figuras, las líneas rectas; las formas en el plano se amplían hasta generar conocimientos, conceptos, axiomas y teoremas usados hasta el presente, y que son base de la matemática actual. Con Arquímedes, (287-212 a.c), encontramos la mayor aplicación de los conceptos matemáticos a la resolución de problemas cotidianos, como la tangente geométrica de la espiral que lleva su nombre, que permitió la formulación de las áreas y los volúmenes llamados *circulares* que conocemos hoy en día, (cilindro, cono y esfera); interesante es que la resolución analítica de esta secante llevada a línea tangente en el Renacimiento, unos mil años después, va a fundar el Cálculo moderno como estudio infinitesimal.

Este genio se considera el promotor de la tecnología moderna, de la hidrostática y de la densidad de los elementos conocidos, Arquímedes estableció un método algorítmico para la resolución de determinados problemas, que junto a la obra: *Almagest*o, de Tolomeo, (100-175 d.c), en la escuela de la ciudad de Alejandría, serán los primeros pasos para el actual método científico. Se cierra este milenio dorado con los aportes del matemático Diofanto, (325-409 d.c), que estableció la resolución formal de sistemas de ecuaciones de primer y segundo grado, así como la simbología actual de los números negativos, y la tendencia infinita y al infinito de los números reales.

1.2) La Matemática Medieval

Cuando ocurre la decadencia del imperio Romano la humanidad descubre notables aplicaciones de ingeniería usando los fundamentos matemáticos de la Grecia clásica en una utilidad que necesariamente no entendía los orígenes conceptuales, sobre esto viene a caer sobre toda la ciencia el manto del oscurantismo impuesto por la iglesia católica; los matemáticos y estudiosos que mantienen y evolucionan el conocimiento son ahora el mundo árabes en la escuela de Bagdad, que en tres siglos, establecen el algebra elemental moderna, los números actuales llamados *Arábigos*, en su contexto de *Reales*, al no ser indefinidos ni indeterminados, en una interpretación del Cero. Nacen famosas secuencias y progresiones numéricas que humanizan esta ciencia al aceptar sus contenidos abstractos, al respecto se cita: “La matemática no es una inspiración divina, su origen abstracto surge al eliminar lo cualitativo por lo esencial cuantitativo”, y “Las contradicciones y contrasentidos van a permanecer, caso particular de los números irracionales, haciendo de ella una ciencia sublime”; (Estrada 2004).

La traducción de los tratados, axiomas y teoremas llegan a Europa y se traducen del idioma árabe e hindú al idioma Latino, se establecen escuelas y universidades para su estudio y utilidad, así como otras ciencias generadas: Física, Química y la Biología, Aristóteles estaría muy feliz. Entre los siglos 10 al 13, donde pronto ocurrirá el Renacimiento; el aporte de este milenio se resume en las secuencias numéricas, la solución de las ecuaciones cuadráticas y cúbicas, y la aritmética como ciencia.

1.3) Nace la matemática moderna

Con Neper de Escocia, (1550-1617), usamos la reducción denominada *Logaritmos* para la resolución de polinomios potenciados, luego en el siglo 17, el francés Pierre Fermat, (1601-1665), con su teoría de números *infinitamente próximos*, que le permitió encontrar la tangente de la parábola elemental, luego con el filósofo René Descartes, (1596-1650), usando los principios matemáticos propone un *Método* para la enseñanza y el aprendizaje de conocimientos generales y científicos: Cuando se logra *Pensar* en el concepto, por observación, análisis, síntesis y abstracción para que este existiera. O sea, él uso esta frase inicialmente en referencia a toda definición o concepto por descubrir, como existente en el aprendizaje de cada quién: *El concepto existe si se logra pensar en él*, que viene a ser el paradigma creado; llego a afirmar que ¡Existo porque pienso! Cuando por estudios teológicos incursionó en la creación misma de la vida y el ser Humano. En su demostración de la existencia lógica de Dios, usa la frase de acierto: “Como *la sumatoria de los ángulos internos de un triángulo igual a dos rectos”*, (en referencia a un obvio triángulo rectángulo), en vez de los 180º característicos de cualquier triángulo); dejando en duda su capacidad y conocimiento completo de la geometría Euclidiana. Se le atribuye el plano coordenado como fundamento en el aprendizaje de las matemáticas básicas universitarias porque él pudo pensar en las funciones dibujadas en este plano por un matemático de la época, cuya autoría se perdió en la historia, otorgándose al filósofo este nombre: plano de “Descartes” o

Cartesiano. Estos hechos generaron la llamada *Geometría analítica*, o matemática que resuelve las cuestiones geométricas con algebra analítica y leve apoyo a la geometría milenaria; es decir nace el Cálculo por la inflexión de juntar lo geométrico con lo analítico como mecanicismo, donde en dos siglos después se crea esta asignatura primaria en la universidad, netamente mecánica, algorítmica y con muy poco apoyo geométrico, por el afán de la búsqueda de la exactitud como formalidad.

La historia continua, después del aporte racionalista cartesiano abrebocas de la era contemporánea, con los siguientes autores y sus corrientes características generadas por su forma de ver y aplicar la educación, que influyeron para crear la escuela actual y sus divisiones, por edades desde los niños hasta las especializaciones para el futuro joven en la sociedad y el posible profesional. A saber: 1) Spinoza, Comenio, Locke y Leibniz en la corriente de la educación *estética*, de la belleza general de la educación y el sentimiento que genera; inicia y se mantiene hasta la actualidad, el Romanticismo que es todo movimiento educativo de libertad que rompe con los esquemas clásicos ortodoxos; aquí se inicia con la educación "para todos", y la diferencia entre la lógica y los razonamientos. 2) Rousseau y Herder en la *Ilustración*, cuyos principales aportes son: el racionalismo utilitarista progresista de la clase burguesa dominante en la sociedad, una educación para el ciudadano, el hombre como parte de la naturaleza y las ideas de la historia humana; surge el maestro y el currículo de estudio, sustituyendo al preceptor como educador individual. 3) Hume, Goethe, Kant y Pestalozzi, en el *Idealismo*, que propone entre otras cosas el profesar la pasión de educar organizadamente en una reducción de la realidad al ser como ente social, al hombre con derechos de desenvolverse y expresarse en un servicio social; la pedagogía como arte y ciencia. 4) Schiller, Fichte, Jefferson, Hegel, Herbart y Froebel, en el *Progresismo,* en los instintos humanos de sensibilidad y raciocinio deductivo, lógico e inductivo, el ser en su pensamiento, en ideas y doctrinas para el progreso político y social "Dios solo ayuda al que trabaja" es una de sus máximas. 5) Comte, Mann, Mill, Spencer y Huxley, en el *Positivismo*, que se caracteriza por establecer la evolución humana en las etapas de: teología, metafísica y científica como el logro de todo ciudadano. Y 6) Emerson, James, Dewey, Froebel y Hutchins, en el Pragmatismo y el Progresismo; el valor de lo practico, de la eficacia oportuna e instrumental, en rechazo de un apriorismo no empírico; es decir es una enseñanza dinámica.

El cálculo ahora denominado *Moderno* nace en la Europa de inicios del siglo 18, con los aportes de Isaac Barrow, (1630-1677), en su obra *Lecciones de geometría*, con teorizaciones de fundamento, e Isaac Newton, (1642-1721), con el desarrollo algebraico del binomio que lleva su nombre, estableció las bases del teorema fundamental del cálculo al definir las variables de los ejes y la palabra *Derivada,* como razón de cambio o de velocidad de un cuerpo. Luego con el alemán Gottfried Leibnitz, (1646-1716), con un estudio paralelo y similar de las razones de cambio por las tangentes a una función del plano, Leibnitz estableció la simbología dy/dx como la derivada de la función cuya integral es volver a la función original antes de derivarla; seguidamente el área bajo la curva como la sumatoria finita de rectángulos de base como diferencial en la horizontal: $A = \int f(x)dx$, es el aporte del matemático Riemann; y con Jean D´Alembert, (1717-1783), se redacta la enciclopedia matemática, contentiva de las tipologías de los límites, para definir y usar los infinitésimos de Leibnitz en funciones.

Entonces el aporte Cartesiano, la psicología del conductismo como mejor razón de aprender, el mecanicismo Newtoniano, y el estudio solo analítico de Blas Pascal; van a generar que el Cálculo contemporáneo se separe de su aspecto gráfico Hermenéutico. Esta era cierra con los aportes de los suizos James (1655-1705), y John Bernoulli, (1661-1748), los franceses Guillaume L´Hopital, (1661-1704), con su famoso teorema de resolución; Michelle Rolle, (1652-1719), y José Lagrange, (1736-1813), en el estudio de concavidades y puntos específicos en funciones del plano. Además, del prolifero alemán Leonard Euler, (1707-1783), en su texto *Análisis del infinito*, que puede considerarse el primer texto de Cálculo avanzado, en donde se clasifican las funciones entre algebraicas y trascendentes, con numerosas aplicaciones.

1.4) El Cálculo actual

Como la Geometría primaria es finita basada en la visión de puntos y rectas, con un Cálculo moderno hacia lo infinitesimal en demostraciones generales para los fenómenos físicos descubiertos y de utilidad en diferentes ingenierías; la escuela matemática francesa y europea, establece la ideología y filosofía educativa anti-geométrica. Iniciando con Carl Gauss, (1777-1855), y su teorema fundamental del algebra, seguido de Agustín Cauchy, (1789-1857), con su *análisis matemático moderno*, estableciendo la rigurosidad como única razón de ser de la matemática, Nicolás Lobatchewski, (1793-1856), con su llamada geometría No-Euclidiana, y Karl Weierstrass, (1815-1897), en su aporte al análisis matemático con su definición formal del límite. Todos ellos van a establecer la matemática actual solo algebraica algorítmica, con elementos como el dominio, el rango y las famosas letras delta y épsilon, en un estilo formal absolutista fundado en la corriente del logicismo, como entrada al siglo 20; con los contenidos desde funciones en el plano, hasta aplicaciones de la derivada.

La enseñanza se convierte a solo analítica como exigencia a la exactitud deseada que pasa a ser sinónimo de la matemática misma, como herencia moderna y contemporánea caracterizada por una especie de incolumidad ante los cambios o evoluciones del pensamiento general, matemático y su didáctica. Los Pensum o Sílabos de estudio de la Matemática I, heredados en las universidades latinoamericanas, asumen una actitud rígida no pragmática sin identidad en su forma y estilo de enseñanza así como en las aplicaciones consecuentes que se esperan en el estudiante de ingeniería; con la consecuencia actual y caracterizada en el capítulo I de esta obra: por poca eficacia en los aprendizajes que deben producir, con una teoría educativa caracterizada por la falta de visión, manejo y gráfica del concepto.

Las clases en sí, tiene una didáctica formalista hacia una certidumbre matemática, con reglas axiomas y cadenas de símbolos de objetos matemáticos cuya existencia real poco importa, donde su significado está en el pensamiento que el docente-maestro *inyecta* por la llamada: *Transmisión del conocimiento*, a un estudiante que solo debe decodificarlo y aplicarlos, en el solo instante que se necesitan, (memorización a corto plazo). En resumen, el Cálculo actual no es el producto de la geometría analítica, es más bien una matemática inicial analítica con escasos apoyos gráficos sin confirmación ni retroalimentación de los conceptos y teoremas que se manejan en los resultados obtenidos; en una concepción y aplicación convencionalista, absolutista, exacta y de programación monolítica, con los efectos generalmente negativos, ya mostrados.

La educación es una práctica de la libertad, en una disciplina intelectual crítica, sistemática ante la realidad contextual de la existencia, para crear ideas en un proceso de comunión social; toda pedagogía debe ser y ofrecer la esperanza de la libertad como derecho del ser humano. La educación universitaria, debe estar a tono con la realidad global de las culturas contenidas en suficiente soporte del holismo actual, que viene a ser *erupciones volcánicas* llamadas globalización, caracterizadas especialmente por considerar solo el aspecto económico de las naciones; Luego la universidad como institución autónoma puede escuchar sobre las tecnologías modernas y formar a sus profesores con suficiente innovación, pero cuidando que los programas solo sean acciones educativas ígneas, para poder ofrecer en su producto: El profesional graduado, un conocimiento de la realidad global, con una actitud a las soluciones, con un esquema claro sobre la productividad; actitud que debe iniciar desde el estudio básico en especial el de la matemática.

La sociedad en un auto orden de desarrollo va a implicar la lógica de la desigualdad por la entropía de las competencias individuales, en este sentido debe motivarse una educación cultural que evoluciona por afectividad y curiosidad hacia la aprehensión mental de la imagen cognoscible, por: análisis, razonamiento, lógica, intuición, dialéctica o discurso observable. El conocer entonces es con base epistemológica, una construcción o cambio de actitud constante de abstracciones arqueológicas, de un mundo anterior que evoluciona en el individuo.

2) La universidad Latinoamericana

La universidad latinoamericana con escasas excepciones permanece en una inercia en casi todos sus componentes: espacio físico, presupuesto controlado, sin estimulo o formación docente continua, sin control de sus estudiantes y docentes en función de sus desempeños y productividad de su existencia, como institución general pública suele caracterizarse por estar repleta de técnicos y burócratas muy superiores a el número de investigadores con productividad real, en esquemas organizacionales rígidos de funciones y sin productividad didáctica en donde el egresado esta resultando en una masificación no diversa con conocimientos obsoletos, reducidos y estandarizados; palabras duras pero necesarias, pues conocer y aceptar situaciones o debilidades es el primer paso para superar y evolucionar, al respecto vale la opinión recopilada: “Tanto en la agricultura como en la pedagogía, el sistema extensivo es el de los países atrasados; el intensivo el de los países en progreso, con resultados de mayor eficacia a menor costo” (Carvajal, 2000). Luego este joven profesional graduado en una educación contaminada por lo político partidista, por actitudes y circunstancias en torno al tema de aprobar las asignaturas muy por encima de aprender de ellas; es y puede quedar atrapado en un posible empleo sin aplicación o actitud de lo aprendido y mucho más, por olvido, la esencia y utilidad de los conceptos y aplicaciones de su carrera, más aún en las definiciones matemáticas básicas.

La estructura educativa superior debe evolucionar a una propuesta de calidad y desarrollo holístico del profesional productivo en todos los sentidos, con una admisión justa y controlada en la permanencia del ciudadano que estudia para ser un profesional de su país, dirigida a una elite clasificada, admitida y con seguimiento, para optar a este rango dentro de su sociedad en línea con la excelencia y el desarrollo, porque la ruina de un Estado puede iniciar cuando su gobierno no esta en manos de ciudadanos suficientemente educados, capacitados o que como sujetos, no han logrado aún su plenitud productiva.

Entonces el valor de la educación como exclusividad humana superior al desarrollo instintivo por la supervivencia, conlleva a una necesidad de no morir como seres ignorantes, si no como individuos sociales que portan conocimientos y pueden evolucionarlos e informarlos a otros; nuestra educación inicia cuando por conciencia propia de la realidad y de nuestros semejantes empezamos a resolver situaciones que por lo general son de índole matemático, en una relación de comunicación con un entorno social: familia, amigos, visiones electrónicas, maestros, escuela y lecturas en general.

En Latinoamérica actual se observan dicotomías extremas entre el apoyo y la resistencia a la globalización, los segundos por considerarla una imposición de los países industrializados, sin ver que en la realidad es un planteamiento que acopla la realidad económica con lo social, desestimando los nacionalismos y los liderazgos fascistas que manipulan al *Pueblo* con mentiras históricas sobre este nuevo enemigo, que el socialismo salvador pretender combatir; el neoliberalismo mal llamado salvaje precisamente es la idea de liberar al Estado con su gobierno alterno de cargas sociales *Paternas* que históricamente han resultado muy ineficientes y corruptas, por un sociedad libre y en libertad que asuma el deber y derecho ganado, en una ciudadanía, de resolver los problemas comunes, para permitir a sus países entrar en la vía del desarrollo.

La globalización no esta para restar protagonismo a los Estados, si no que más bien los invita a una participación eficiente y oportuna de sus potencialidades, buscando evolucionar sus debilidades, que todo gobierno debe aceptar y engranar respetando su existencia e historia de sus países; evitando el ánimo de la adoración o culto a este fenómeno contemporáneo; el Liberalismo proclama el rechazo al Estado supra administrador y benefactor único de las comunidades, busca evitar al líder digno de adoración, por una recomendación general para solidificar su eficiencia y eficacia funcional, por encima de su densidad política o partidista, al disminuir su intervención en asuntos específicos de la sociedad, como la educación. Pues toda doctrina al no ser *doliente*s directos, del organismo público en funciones, tienen a corromperlos; los mega estados en el esquema Populista han demostrados en la historia y en suficientes latitudes, que son débiles y terminan afectando más a los que proclaman proteger en sus sociedades.

Los regímenes comunistas llamados socialistas en la actualidad observan en esta tendencia que llaman Neoliberal una amenaza, el populismo prefiere y busca un individuo des evolucionado, un ser autómata, en una relación de convencionalismo con su sociedad, que incluso puede convertirlo en una especie de parasito, porque solo sabe adorar a sus gobernantes y seguir sus estrictos lineamientos, sin ser productivo. Luego con suficiente conciencia de su importancia, su libertad de acción no dependiente, el ciudadano como miembro importante de su sociedad y su país, gana valor personal y se inserta en una relación positiva cuando se le permite y motiva, en un Estado democrático que respete más las instituciones autónomas que el discurso partidista; de hecho, la amenaza neoliberal, sirve a la vez de escusa a una guerra titánica que consume recursos y tiempo a estas debilitadas economías. Una sociedad de este tipo va a sacrificar a sus clases medias, pudientes, así como a sus innovadores, por una falsa inclusión de los más pobres, empobreciendo todo y a todos.

Si bien debe existir controles del Estado con normas y leyes claras, de suficiente lógica en su aplicabilidad, para que la sociedad tenga movilidad y oportunidad general de todo individuo de surgir bajo el esquema de productividad para su país. La educación universitaria como institución superior debe ofrecer, con el apoyo de docentes dignos y profundamente éticos, la orientación definitiva hacia el profesionalismo en una política de Estado sin su intromisión político partidista, respectando su autonomía histórica como centros buscadores del saber en libertad, esto es lograr el éxito sin trastornos o la frustración de formar profesionales no capacitados, que terminan siendo mediocres.

El docente en estas latitudes deja de ser un buscador de nuevas competencias para enseñar y adquirir conocimiento, abierto a nuevas técnicas direccionales de enseñanza y de evaluación del aprendizaje observado, para ser primero un sobreviviente de una realidad económica en cada país; pasando a ser un atareado trabajador en instituciones educativas variadas sin tiempo para la investigación, la consulta personal con sus estudiantes y el mejoramiento continuo con autoevaluación o la evolución de la didáctica matemática, la cual observa como un enemigo a nunca permitir. En adicional se enfrenta a un joven estudiante caracterizado por su criterio, su amplia capacidad visual, que por lo general lo supera en horas ante un computador y que gracias a la tecnología es más dejado al trabajo de campo lector, y espera de toda asignatura una idea, aunque sea abstracta de su aplicación inmediata o a futuro en su carrera.

2.1) Universidad en Venezuela

En el caso venezolano de la educación universitaria, además de ser uno de los más claros ejemplos de la critica realizada en la Sección anterior de este capítulo, se observa que la pasión pedagógica esta ahogada en el culto a la masificación, la calidad desplazada por un gobierno-estado que observan a todo el sector como una especie de *Inversión Social Partidista* y no como una inversión necesaria para la distribución, uso, utilidad y aplicación del saber; con la adición negativa que existen instituciones privadas o particulares de la educación, que en vez de representar la alternativa mejor, se caracterizan por defender la institución como solo un negocio, pues con poco o ningún control académico, o exigencias mínimas sobre el personal docente, las han convertido en una especie de instancias para el servicio exclusivo y similar a las instancia del Estado, de la *Titularidad*, (donde se asiste, para obtener un título).

La universidad pública atada a un presupuesto supra deficiente y a una violación a la razón de ser de la carrera docente, mantiene una tendencia similar, donde los programas educativos se caracterizan por su obsolescencia y la repetición descarada de sus contenidos, el incentivo y control docente académico no existen, al punto que este profesional llega a caracterizarse por un estilo repetitivo y rutinario, en diferencia del educador con miras a la condición de doctor, como deber ser, con suficiente creatividad y estilo conferencista único e insustituible de su área; es decir conservar y repetir el conocimiento en una estrategia rígida y monótona, es una anti docencia que no genera experiencias nuevas.

La universidad venezolana en la quinta República actual, no posee autonomía en el correcto marco jurídico de que la educación es libre y de ciudadanos libres para ejercer la función educativa, con suficientes recursos para esta loable función en su sociedad, como lo establece la ley de universidades vigente de 1970; quizás porque los recursos debidos se dispersan en la masificación de estudiantes y de instituciones nuevas creadas bajo el esquema de *Experimentales* sin plena autonomía, con la finalidad y discurso populista de que “Todos deben estudiar”. Engañosa publicidad, porque no todos los integrantes de una sociedad deben ser profesionales, porque tan simple como: ¿Quién los emplearía a todos? O quién realizará los oficios técnicos requeridos por experiencia de vida en las comunidades.

El manejo económico de una Universidad debe ser en suficiencia para el desarrollo tan necesitado de una institución caracterizada por su aporte a todo aspecto educativo, su productividad científica y de investigaciones, para un apto personal docente, así como su producto esperado: El profesional digno, ético y útil para el país. La universidad nunca debe ser objeto de apropiación del Estado donde existe ni mucho menos del gobierno en turno, deben en definitiva y con la convicción de que la educación es un acto de ciudadanos libres y en libertad, contar con una autonomía plena incluyendo el aspecto económico, para cumplir con esta función de inconmensurable valor en la sociedad. Quizás como en el siglo XIX cuando poseían bienes e inversiones propias para sus gastos y funciones, hasta que el presidente Antonio Guzmán Blanco, llamado el *Ilustre Americano*, las desposeyó de estos con el decreto 1723 de 1870, que impuso la educación obligatoria y gratuita incluyendo la universitaria, atándolas a un presupuesto que emana del poder central que afecto en gran medida el espíritu de la educación superior, condición que permanece en la actualidad.

Para 1980 ciento diez años después, y sin entender aún que una cosa es la educación integral para el niño, joven y ciudadano hasta el bachillerato, como formación importante y labor del Estado, y otra muy diferente es la universidad formadora de profesionales para la República; para esos años ya la masificación universitaria era un hecho por variadas razones sociales y su crisis presupuestaria era un hecho que nunca fue resuelto más bien en incremento hasta implosionar gravemente. En adicional en casi todas las universidades nacionales se gestaban profundos cambios y nuevas estructuraciones curriculares, que en el tema de la matemática básica representó un retroceso al ocurrir la sustitución del estudio de la geometría y su uso didáctico por el álgebra solo-analítica; es decir, se adoptó el esquema europeo de una matemática exacta y conductista. Los contenidos de estudio incorporaron la teoría de conjuntos como una innovación, con el hecho de que la acción docente y su didáctica no evolucionó y se desligó del uso de la praxis geométrica.

Este el gobierno revolucionario del pueblo y para el pueblo, ha incrementado las instituciones públicas experimentales, que se caracterizan por un desarrollo publicitario de las políticas del gobierno nacional en una constante explicación de la llamada educación

Comparada con el pasado reciente, en acusaciones injustas de exclusiones y elitismo, por encima de la calidad mínima de los contenidos académicos y de su evolución continua, comparar el hecho engañoso de que ahora hay educación para todos; o sea, educación superior de muy bajo nivel, sin superar paradigmas didácticos que existen y han existido.

El método *Gráfica de relaciones* va a nacer, quizás sin saberlo aún, tomando partes de diferentes corrientes filosóficas de finales del siglo pasado como veremos más adelante; en el aspecto de su fundamentación epistemológica y sus teorías didácticas, como un trabajo particular de un docente en la ciudad de Cumaná para 1993, como estudio geométrico-analítico, ampliado y usado en cursos pilotos sino hasta el año 2010 en la Universidad de Oriente, núcleo de Anzoátegui; con excelentes resultados para la motivación participación del estudiante en las clases, además de mejor promedio de notas y porcentajes de aprobados, pero que quedo allí sin continuidad. O sea, siempre podrán surgir nuevas filosofías educativas que seguirán modelando la escuela y como los ciudadanos de un país adquieren conocimiento, conciencia para existir en su sociedad en pro de su desarrollo; solo hay que primero permitir la evolución en el uso de nuevas didácticas, segundo observar los mejores ejemplos y las novedades que se ofrecen, para luego de una suficiente puesta a prueba con sus resultados obtenidos, decidir en los programas y sílabos que es lo mejor.

2.2) Universidad en Ecuador

Con el presidente general Eloy Alfaro se puede decir que se dan los reglamentos para una educación Laica y gratuita en el país, 1897 y decretos del año 1900, luego de un periodo colonial y un estilo de dominación y adoctrinamiento religioso que perduro por cien años en época Republicana. Definiéndose una gratuidad a todo nivel, una separación de la iglesia católica, pero con el componente político partidista del líder: Docentes y profesores deben ser del partido Liberal, por mencionar una clara violación o desconocimiento al concepto de autonomía. Gobierno-Estado en continua mezcla, han llevado la educación hasta nuestros días con promesas populistas todas cumplidas a medias, como el intentar cubrir además los costos particulares del estudio: útiles, uniformes, textos, transporte, entre otros; para los sectores más pobres; LOE emanada de la constitución del 2008, una carga evidente insostenible por cualquier Estado.

Si bien acertadas políticas, recursos y seguimientos en el algoritmo funcional del sistema colocan al país en la quinta educación de Latinoamérica en niveles preuniversitarios, con mejoras significativas en la actualidad según la UNESCO; el estudio superior es bueno en el ámbito de la altitud a donde se encuentra, pero una vez más la dependencia de un presupuesto del Estado, así como influencias político partidistas influyente en las instituciones fiscales, característica de casi todo nuestro continente, definen que se esta en un buen nivel pero con un techo o límite natural.

En este sentido parte de la evolución requerida o esperada pasa por la diversificación curricular y la flexibilidad en algunos contenidos programáticos especialmente los de las asignaturas básicas que pueden representar la tan necesitada evolución hacia el camino de la excelencia académica; bajo la idea de controlar la masificación estudiantil sacándola del discurso populista, cuando se entienda que una cosa es la educación básica y hasta el bachillerato, necesaria y en lo posible gratuita para formar al ciudadano de cada país, y otra cosa muy diferente es la educación profesional, donde se requiere en adicional investigación y productividad, como se ha mencionado.

establecer una mejor diversificación en las carreras cuando ahora son las propias universidades que deben elegir a sus aspirantes y por supuesto agregando estabilidad económica y laboral a todo su personal.

La universidad que necesitamos debe tener normas claras de sus funciones y manejo autónomo de quienes pueden ser sus docentes con necesaria estabilidad laboral, quienes son sus estudiantes así como de su permanencia en el estudio, con un claro mensaje que ya el bachiller es un ciudadano acto para su sociedad donde la profesión es y debe ser de calidad; la universidad en general debe salir de la retórica político-partidista en una liberación a tono con la globalización observada en el planeta, con un presupuesto independiente de toda acción intrusiva del gobierno democrático de turno.

Situaciones países diferentes uno mejor que otro, pero por ejemplo en ambos casos y por más de cincuenta años la didáctica para los contenidos de la primera matemática universitaria, llamada Matemática I, o Cálculo I, permanece igual en casi todas las carreras con sus variaciones temáticas, en un estilo: Recetario, algorítmico, ígneo con muy poco uso de los aspectos gráficos y en seguimiento del tema exacto y formal. Sin una sociopolítica educativa que le permita evolucionar a ritmo de las tecnologías actuales, de los esquemas y caracterizaciones de nuestros jóvenes que acuden a una universidad, provocando resultados ya observados en el planteamiento del problema, donde el rechazo al estudio matemático en general es notable y los resultados académicos son sin duda preocupantes.

Sobre la praxis geométrica para el aprendizaje de los contenidos matemáticos fundamentales, en diferentes publicaciones con propuestas, y a diferencia de las recomendaciones de los jurados calificadores sobre usar la estrategia *gráfica*, esta no ha sido aplicada de manera formal, no existe en el programa o sílabo de la Matemática I, en Venezuela ni en el Ecuador; en el año 2018 en la Universidad de Guayaquil, se ensayó en una Facultad, el rediseño del sílabo para la materia de Cálculo I con 8 horas a la semana, que incluía tanto el método gráfico como los tiempos de enseñanza de esta estrategia didáctica novedosa. Esta propuesta duro hasta el 2020 cuando se establece la reducción de horas de malla en todas las carreras universitarias del país, y porque los docentes de esa carrera en esa iniciativa particular no fueron suficientemente entrenados ni motivados para este cambio; solo se recogen buenos resultados como iniciativa individual en algunos docentes que dominan esta estrategia didáctica y la aplicaron cuando pudieron.

De hecho, dicha reducción en horas totales de las carreras universitarias trajo como consecuencia un retroceso en la enseñanza para el aprendizaje de la Matemática I, cuando en esta asignatura en variadas carreras en Facultades en la Universidad de Guayaquil y otras nacionales, se le quita la unidad de *Funciones,* alegando que son contenidos vistos en el bachillerato y la nivelación, lo cual no solo es falso en su completitud, sino en las abstracciones matemáticas del número indefinido o de las indeterminaciones como vacíos del dominio; o sea sin conocer la tipología, construcción y caracterización de las funciones del plano cartesiano, iniciando con la abstracción del Límite es un absurdo, pues esta noción como punto o tendencia se aplica sobre funciones que deben ser conocidas, ha igual que la Derivada y sus aplicaciones, lo que a resultado en una dificultad didáctica que debe ser corregida. Además, de la intromisión administrativa de no permitir homologaciones de esta importante asignatura básica.

3) Nuevas corrientes didácticas

El estudio de conjuntos, sus secuencias y combinaciones de existencia, es la corriente moderna denominada *Platonismo,* impulsad Cantor (1845-1918), donde la Matemática es un proceso para descubrir conceptos por su preexistencia y experiencia, como filosofía propia; surgiendo una generación de matemáticos que evitan lo absoluto, pero aceptan darle formalidad al infinito. Dando origen a una construcción con intuición matemática, donde esta ciencia es falible, requiriendo de construcción y reconstrucción desde sus primeros axiomas o postulados en una revisión hermenéutica; estos procesos permiten una espiral de avances cognitivos que pueden apoyarse en primarias demostraciones informales, así como en ordenadores electrónicos, que viene a exigir la demostración analítica formal de nuevas concepciones. Todo esto evoluciona o debe contemplar el aspecto de la enseñanza matemática y el determinado aprendizaje que se pretende en el estudiante de cualquier asignatura.

Las nuevas estructuras, que rechazan el formalismo en la matemática, surgen en consideración descriptiva o naturista de la matemática, examinando críticamente la estructura del conocimiento que adquiere el estudiante que aspira a una profesión dentro de la sociedad; estas se dividen cerrando el siglo pasado a la actualidad, en: Empirismo, cuasi empirismo y constructivismo social.

Empirismo, en donde la acción matemática es un proceso descubridor y toda ella reposa en generalizaciones empíricas y de las observaciones del mundo físico.

Cuasi empirismo, en donde los datos o células básicas son los axiomas el pensamiento a priori es falible, donde la creación es un sistema hipotético-deductivo.

Constructivismo social, en donde el objetivo es la génesis del conocimiento matemático en un ciclo de renovación y retroalimentación entre los protagonistas de toda clase: estudiantes y sus docentes.

El prestigio universitario no se mide por la cantidad de estudiantes que entran y se mantienen en el sistema sin no por la calidad del profesional útil que se forma, y en este sentido la formación del joven que llega a la institución superior requiere en especial manera una ruptura con el mecanicismo memorístico y algorítmico, con que se encuentra en las asignaturas iníciales, en especial cuando le corresponde la primera de las matemáticas y sus definiciones milenarias.

Es aquí donde la propuesta del método gráfica de relaciones para la educación de la matemática básica universitaria cobra singular sentido como herramienta de enseñanza que engloba toda una mejora en el sistema y sus protagonistas, por deducción entonces la praxis geométrica pasa a poder existir como posibilidad real de mejoras inéditas en: la enseñanza, el aprendizaje, en el manejo y utilidad de las definiciones matemáticas. propuesta que viene a generar antinomias en las teorías educativas sobre los contenidos matemáticos actuales y a poner a la disposición una filosofía o corriente filosófica caracterizada por la lógica geométrica como fundamento primario del quehacer matemático y de su didáctica, que resulta ser matemática misma.

La *Grafica de Relaciones* pertenece a la filosofía llamada Platonismo, ir más allá sin desplazar al razonamiento lógico absolutista del Cálculo actual; porque ser un constructivismo matemático al crear y usar la *Definición Gráfica*, que permite la comparación para la verificación de resultados como filosofía educativa con un poderoso componente visual, en el aprendizaje general; además de lograr y descubrir ampliaciones conceptuales. Lográndose una retroalimentación mutua y de apoyo con el proceder algorítmico algebraico característico. Pudiendo generar situaciones enigmáticas que vienen a representar nuevos conocimientos y retos, al pensarse en sus soluciones analíticas posibles, partiendo siempre de la definición de funciones en el plano. Porque tan simple como que el Límite y sus nociones se aplican sobre una función determinada, ha igual que la derivada como una función consecuente a partir de otra dada.

4) Filosofía Matemática

La enseñanza matemática en el básico universitario debe, como primera asignatura de inicio en una etapa, que el bachiller con emoción apertura en su vida, demostrar su belleza y su origen geométrico así como su utilidad oportuna a futuro en la carrera universitaria, donde la unidad de funciones es el alma existencial para su didáctica; nunca en una condensada abstracción algebraica solo analítica como condición ilógica a una "madurez", esta debe exigirse de forma dosificada, con el apoyo de la condición intuitiva autónoma de la lógica que caracteriza a esta ciencia formal. El Cálculo I, debe en su recorrido del lapso académico, establecer el parámetro axiológico de su calidad e importancia como asignatura inicial, con una teleología enfocada en la aplicación de la función derivada con un fundamento filosófico hacia el aprendizaje por reflexión de lo vivido; es decir un conocimiento desarrollado por intuición que evoluciona hacia una analogía analítica y nunca al revés.

Es preciso partir de una base intuitiva primaria para la construcción matemática con su pensar, porque con los juicios sintéticos se puede implicar la posibilidad de intuir sobre el "objeto matemático" para formar definiciones y concepciones que no provengan obligatoriamente de la heurística axiomática, esta no queda desplazada si no que en dualidad puede confirmar el concepto formado y evolucionarlo; el problema como se mencionó, es que "La geometría no Euclidiana desde 1829, surge por sumatoria y combinatoria de axiomas y teoremas que permitieron generalizar y crear nuevos conceptos y teoremas" (Piaget y Beth 1980). Entonces con este decir, se comenta que el aprendizaje de estos teoremas, por la acción de que la didáctica matemática es matemática, es sin la geometría base una simple primaria; es decir, sin el pensamiento lógico autónomo del joven aprendiz cursante. De hecho, el razonamiento geométrico como apoyo a lo algebraico, permite en el nivel del plano o incluso en el espacio, lo denominado como: "semejantes imaginarios", no empíricos que resultan como axiomas reales.

La psicología matemática entra al siglo pasado como actividad exacta, con lógica analítica y simbólica nutrida de mecanicismo que en definitiva influyen en las formas del pensar formal y lo separan del pensar emocional. Si bien las ciencias deductivas fundan sus objetos reales en axiomas primitivos evidentes, el planteamiento aquí es que: Las entidades matemáticas son y deben ser enseñadas para su aprendizaje como conjuntos entre construcción e intuición, donde el lenguaje sea visual y algebraico en un silogismo como filosofía propia, a establecer.

El razonamiento matemático por lo general es un pensamiento intuitivo, afectado notablemente por el mundo en que vivimos en la actualidad como era visual, destacando una generación de jóvenes y profesionales denominados *internautas*; si bien existe una gran variedad de razonamientos como el: lógico, analítico, critico, sintético, contextual, práctico, deductivo, inductivo entre muchos otros, entonces el razonamiento matemático no debe ser atrapado, enseñado o aprendido de la forma única de silogismo lógico, o con un único razonamiento como se estableció desde el Renacimiento, ni aunque este proceder se base en analogías razonadas.

El aprendizaje en el estudiante de la matemática inicial universitaria puede provenir de un conocimiento intuitivo a priori, cuando la clase se caracterizada por la dialéctica con un fin sintético razonado; luego este estudiante puede diversificarse a medida que avanza en la asignatura y luego en su carrera y profesión, dependiendo si está dirigido a la matemática pura, a la matemática aplicada en carreras de ingenierías, de ciencias médicas o de ciencias sociales.

El razonamiento sintético luego se basa en descubrir definiciones a partir de ideas primitivas en un cálculo simbólico análogo y de la mano de la comparación y verificación del resultado algebraico; o sea, la curiosidad intuitiva como pensar que motoriza la producción de axiomas y empirismo, cuando se aplica sobre elementos geométricos, producto de la observación superior a la analogía razonada, sólo analítica. Entonces la llamada *definición gráfica* es un ente que se genera en lo abstracto, (geometría), y pasa a ser una didáctica de la matemática como elemento semi concreto.

Luego, la lógica empírica crea conocimiento por construcción intuitiva que usa la deducción o la inducción, al obtener una verdad particular a partir de generalidades o viceversa, en el acto de la clase y el conocimiento allí mostrado. Donde la lógica denominada psicológica, puede influir a la forma de pensar en su aspecto emocional sobre lo formal; o sea se habla de razonamientos combinados o duales. Tanto el estudiante como el docente de la clase se caracterizan en su pensamiento y en la aplicación de su inteligencia, por sobresalir en una o dos, de tres formas conocidas y aceptadas más comunes de razonamientos característicos del pensar.

Estos pensamientos para aprender son según (Sternberg y Spear 1999), como: critico-analítico, práctico-contextual y creativo-sintético; estas formas de pensar pueden evolucionar y caracterizarnos durante el desarrollo social e intelectual de nuestras vidas o incluso en una asignatura, cuando se reconocen que determinados conocimientos y actividades requieren para su mejor aprendizaje de un tipo particular pensamiento según la inteligencia del individuo. Es así, como los docentes observamos lógicas diferencias en nuestros estudiantes en clases con diferentes contenidos, donde pueden ocurrir sorpresas de sus avances, incomprensiones y logros; así como de sus destinos o trabajos desarrollados en sus vidas, cuando tenemos conocimiento de ello, contrastando con sus actitudes que alguna vez mostraron en la clase.

El pensamiento crítico analítico, se caracterizado por la memorización y análisis de las ideas que se proponen, capacidad algorítmica para la resolución de situaciones planteadas, deducción e inducción de cómo se resuelve un problema con poco aporte propio. Aquí es ideal el estilo absolutista de la matemática, cuando se obtiene aprendizaje por modificación de la conducta con un docente tipo *Maestro,* que intenta “Transmitir el conocimiento” a un estudiante que decodifica sus contenidos sin modificarlos o cuestionarlos. La tabla de multiplicar en sus números naturales es un buen ejemplo del dominio de este pensamiento.

Para el pensamiento práctico contextual, la actividad empírica en el desarrollo de los conceptos es su caracterización en la búsqueda de relaciones con la aplicación inmediata a corto plazo de lo aprendido, sea para la asignatura misma en diferentes unidades, en conceptos y definiciones en asignaturas siguientes o en la vida diaria; es una inteligencia tipo práctica orientada por el sentido común. Aquí sobresale la corriente platónica empirista social y construccionista de la matemática, el aprendizaje se obtiene por debates discursivos, con un docente cómo moderador y propiciador de situaciones lógicas en la resolución de problemas propuestos en orden de dificultad; donde el estudiante es invitado a preguntar y responder y tiende aburrirse en clases tipo formal de matemáticas, donde mostrará su protagonismo cuando se le asignan actividades de aplicación.

Seguidamente en el pensar creativo sintético, suele ocurrir el rechazo al formalismo con notable capacidad de resolución para situaciones nuevas, con descubrimientos en aportes a priori, de concepciones por intuición y *meta-definición*; superior a la sola analogía lógica inductiva. Aquí resalta la matemática constructivista que permita la verificación de los resultados que se obtienen, el aprendizaje significativo y una peculiar actitud hacia esté. Entonces el docente debe provocar el debate dialéctico, para proponer situaciones nuevas posibles para la selección, combinación y comparación de las ideas y conceptos que se desarrollan; aceptando que el aspecto visual es fundamento en este tipo de pensamiento, sobresale la enseñanza matemática en utilidad de la geometría, como la *definición gráfica* del método grafica de relaciones.

La estructura general de la matemática existe como una armonía entre los pensamientos razonados: puro, deductivo, socrático, intuitivo y heurístico, entre los más notables; en vista de que por ejemplo la deducción geométrica espacial requiere de reflexiones teoréticas y empíricas temporales que mueven su autonomía, ante hechos denominados indefinidos como el infinito. De aquí la frase: “El matemático y el geógrafo no crean a voluntad, descubren y otorgan definiciones”; (Piaget y Beth 1980).

Entonces ¿Puede existir un método o estilo único de enseñanza matemática? Para obtener el mayor y mejor aprendizaje posible en el estudiante, pregunta difícil de responder aunque la lógica misma debe rechazar la unicidad; pero tal vez se podría afirmar que en el nivel de la primaria, el docente más exitoso sea el que desarrolle de alguna forma los tres tipos de pensamientos mostrados, con actividades enfocadas y alternadas para cada pensar con sus objetivos particulares, a fin de forjar en el adolescente y luego joven, una actitud propia ante la enseñanza y su consecuencia esperada el aprender. Es decir, sin dudas, será un error académico establecer una tipología para el aprendizaje como única, que por lo general es el desarrollo del modelo crítico analítico.

Sin embargo, la experiencia dice que de establecerse en programas educativos una forma estándar en el desarrollo del pensar, este debe ser del pensamiento sintético-creativo, pues es el que puede generar y evolucionar a los otros tipos de razonamientos, que tienden a ser más estáticos y característicos en el individuo que estudia; por lo que en y para los contenidos matemáticos del Cálculo I o Cálculo diferencial, se recomienda usar el método *Gráfica de Relaciones*, por desarrollar el pensar sintético intuitivo, como actitud.

La idea generalizada será la acción constructiva de la definición matemática, cuando se rescata el pensar filosófico de lo que se realiza como actividad medible en el dominio del dibujo de las funciones y relaciones del plano coordenado, aptitud llamada *praxis geométrica*, como actividad que puede ser evaluada a la vez que puede permitir evaluar el aprendizaje de las definiciones matemáticas involucradas. Todo esto puede resultar en una mejoría de agrado en este ciudadano que se inicia en una carrera universitaria por su caracterización general de individuo “visual”, generación internauta de la actualidad.

Es decir ¿Cómo se logra que la asimilación de conceptos matemáticos sea de agrado a quienes tienen la obligación de conocer, informar y utilizar dichos conceptos? ¿Cómo evitar que el aprendizaje en las matemáticas básicas sea un dolor de cabeza para el estudiante? Estas interrogantes, serán siempre un reto de vigencia constante y de importancia capital en quienes pretendan evolucionar el sistema educativo; es una labor para aquellos que deseen y posean la visión necesaria y suficiente para escribir sobre el tema, en especial porque enseñar la matemática universitaria requiere de una preparación previa evolutiva en el estudiante, al igual que el lenguaje desde sus inicios en todos los humanos: con gestos y dibujos en el niño, pasando por el alfabeto con palabras, luego con oraciones símbolos normalizados y generalizados; hasta que el joven logra suficiente comunicación social y académica.

Aceptando el hecho de que todo ciudadano del ámbito universitario, es en su origen humano un sujeto psicológico, entonces el aceptar y comprender los axiomas y teoremas matemáticos es en sí, parte de su psicología como superioridad al simple hecho de aceptarlas como meras normas; entonces las realidades, indefiniciones e indeterminaciones matemáticas van a depender de estructuras sintéticas previas, del lenguaje usado de las ideas del ser, para razonar sobre los hechos ante sí, con la idea de descubrir nuevas verdades y definiciones. Luego en dominio epistemológico se puede manejar la relación entre conocimiento y realidad, en respeto a la autonomía de la lógica y la psicología como conciencia del ser, para aceptar la jerarquía cronológica desarrollada con el pensar; o sea, la enseñanza actual tiene, como se percibe y se muestra en el capítulo I, profundas debilidades y/o fallas en su forma y fondo, sobre todo de resultados apreciables en el estudiante que la cursa.

Porque se conserva en su praxis el uso del llamado *método tradicional*, con predominio del discurso ígneo y la asignación de abundantes ejercicios por parte del docente, que el estudiante debe realizar con el objetivo único de adquirir el dominio de la receta de resolución o procedimiento algorítmico del problemas tipo; que por lo general, son asimilados desde una perspectiva memorística en un pensar critico analítico encerrado, sin observar o entender sobre el contenido real matemático que se está usando.

Pero la lógica empírica puede crear conocimiento de la mano o con la construcción intuitiva, al obtener una verdad particular a partir de generalidades con deducción. Luego la lógica psicológica puede influir en el pensar simbólico emocional sobre lo formal, cuando exista motivación al cambio de actitud. Con la idea generalizada de una acción constructiva de la definición matemática, cuando se rescata el pensar filosófico de lo que se realiza como actividad medible en el dominio del dibujo de las funciones y relaciones en el plano coordenado, epistemología base con sus respectivas teorías educativas, a construir.

La construcción espontanea no necesariamente obedece a un orden histórico o de la complejidad estructural, si no al tipo de pensamiento que se desarrolla desde el niño al joven con fuentes educativas, su entorno, procesos empíricos, su genética particular y la abstracción reflectora ante la toma de conciencia del *nuevo* conocimiento. Entonces poder manejar el concepto, es una evidencia empírica lógico-matemática por inducción o por comprensión repentina; la lógica matemática inicia al agrupar y sintetizar axiomáticamente las estructuras estudiadas, como el caso de las funciones del plano; nada o solo fundamento de la llamada matemática pura o análisis matemático, como un conjunto de axiomas y teoremas con caracterización de: aceptables, validos, independiente de objetos empíricos e intuitivos, que son una *solución* para una acción analítica particular.

Con la máxima de evitar las llamadas *ideas absolutas*, denominado en la actualidad como “Caudillismo epistémico”, porque en definitiva el corpus teórico es inconmensurable en las teorías que se pueden generar o introducir para su futura generación de enseñanzas, donde el método: “Gráfica de relaciones” viene a ser una matemática de origen intuitivo que al introducir el componente de observable va a afectar la dialéctica del salón de clases; una vez que se puede generar en la labor docente y sus estudiantes una situación proactiva a la participación con el debate en la construcción y desarrollo de conceptos y/o definiciones clásicas de la matemática en el básico universitario. Partiendo de algunas experiencias docentes que opinan sobre el método propuesto: “Se enseña más y mejor matemática en menor tiempo”, y “Ver y creer en el elemento matemático que se está trabajando”, ambas opiniones fundamentadas en que, los conceptos y definiciones se pueden ver y *tocar,* más allá de lo solo analítico.

La matemática es un lenguaje superior a la mera caracterización de esta acción humana como actividad social: analítica-tautológica, de sintaxis, síntesis e información intrínseca; o sea, es pensamiento razonado, es ver y comprender, es leer y obtener resultados verificables. En sus estudios básicos universitarios es algebra y geometría en dualidad, que exige en la actualidad de una epistemología naciente, como herramienta de aprendizaje al estimular el pensamiento intuitivo y lograr en algunos casos de relevancia histórica la ampliación conceptual como avance en la didáctica matemática y en la matemática misma. A continuación, se describe muy resumidamente el método: “Grafica de Relaciones”, en los temas iconos de la Matemática I, a modo introductorio de lo que debe ser el taller general para docentes, interesados en dominar esta didáctica

5) Matemática I, su praxis geométrica

La Matemática I, o Cálculo diferencial, como se ha dicho, debe constar de cuatro partes inseparables en unidades consecuentes y dependientes en su enseñanza, definidas como: 1) Funciones, en donde se introduce este tópico mundial de la matemática aplicada, que cuenta con una infinidad de posibles relaciones del plano, tipologías de funciones cuyo orden lógico, de formación ya es complejo, pero debe mostrarse las tipologías de funciones, su caracterización fundamental de dominio, rango, cortes con los ejes y puntos notables. 2) Límite de una función, con la observación para el análisis y las síntesis de los conceptos manejados, representa un entendimiento liberador de la abstracción actual, al realizarse sobre funciones conocidas y en su mayoría ya graficadas cambia radicalmente a un aspecto mecanicista algebraico de rigurosidad. 3) La función derivada, en donde se define a partir de un límite especial indeterminado y el aspecto del silogismo grafico ante el proceder solo algorítmico algebraico, cobra suma importancia; precisamente desde su denominación como función consecuente. Y 4) La aplicación de la derivada, en donde el joven estudiante al fin puede apreciar o tocar el aspecto práctico de la matemática básica universitaria con la visión de situaciones comunes de la vida y del campo laborar posible; entender para que y porque se me enseña matemática. Luego el método: Gráfica de relaciones, consiste en representar las llamadas funciones primarias para luego por los segmentos representados en las imágenes realizar operaciones según su expresión analítica.

5.1) Relación llamada Función

Se inicia con un ejemplo sencillo y primario, el de la definición del termino: función del plano cartesiano, esto es en la actualidad una relación entre el eje "x" horizontal, llamado abscisa, y el eje "y" vertical denominado ordenada, en donde para todo punto x_0 perteneciente a "X" debe existir un único punto y_0 perteneciente a "Y". Todos los puntos de la relación en la abscisa se llaman dominio y su correspondencia en la ordenada se llaman imagen o rango, es decir: {Para todo conjunto (x_0, y_0), € al plano se denomina función si y solo si y_0 es único para todo o cada x_0 dado y real}. Esto significa que una función es la correspondencia f: (X→Y, Sii y_0 € Y es único); o función es la siguiente expresión: {relación (X, Y) / ¥ x_0 € X Ë y_0 € Y exacto y único}.

A partir de aquí el docente y sus estudiantes realizan actividades de conjuntos y con la expresión tabular de una función para *ilustrar* esta definición en ejercicios en donde se dice si la relación ¡Es o no Es! una función del plano; luego se escriben las funciones algebraicas básicas como la recta y polinomios; se calculan los dominios, rangos y cortes o intercepciones con los ejes de estas, con penosos procedimientos analíticos, que el algebrista Aurelio Baldor simbolizo como: *y = f(x)*, a saber algunos ejemplos típicos de esta primera semana de clases en la matemática actual universitaria se tiene para funciones algebraicas: $y = x$, $y = x^2$, $y = 3x + 2$, $y = x^2 - 2x + 1$, entre una finidad; con las llamadas funciones trascendentes como: y = Sen(x), y = Tan(x), y = Ln(x), cuando la norma trasciende a un valor especifico.

Ya aquí el estudiante revela un inicial rechazo cuando no puede observar o "tocar" lo que se le enseña y su novel mente desde ya actúa en reclamo pasivo ¿Por qué y para que se me enseña esto? ¿Cómo lo aprendo? Ahora en utilidad del aspecto visual véase la gráfica 1. Realizada con un software como: Mathgv4, GeoGebra, o Matlab; entre otros. Por razones de estética, sin embargo, es importante señalar que todas las gráficas pueden ser realizadas en forma manual por el estudiante en su cuaderno, así como por el docente en su pizarra.

¿Como sabemos que es una función? Por su *definición gráfica*, a saber: “Dibujo en el plano cartesiano que relaciona las variables (X; Y) de tal forma que rectas verticales solo la cortan una vez”, al observar el dibujo se nota que, de proceder a rayar rectas verticales en el dibujo, paralelas al eje “Y”, estas solo cortan a la relación en un único punto por lo que resulta ser una

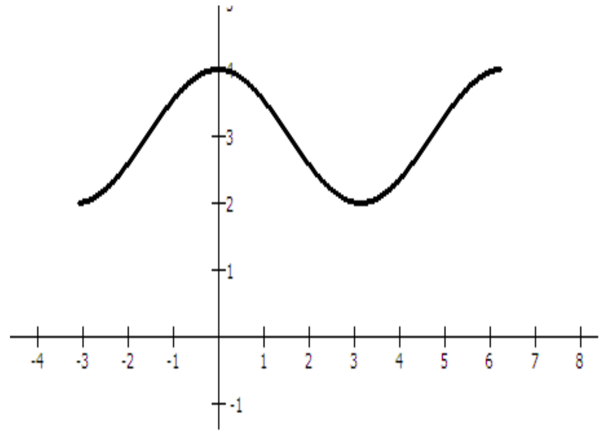


Figura 1: Gráfica de una función

En cuanto a su dominio, su definición analítica es: conjunto o conjuntos en la abscisa que poseen imágenes reales, esto es Dom: {(a, b) € X / ¥ x_0 € (a, b) existe imagen real}, su calculo analítico consiste en descubrir restricciones no reales en su ecuación, luego la *definición gráfica* dice que el dominio es: “La proyección o sombra de la función sobre el eje horizontal”, que al observar la figura 1, se estima en el intervalo (- 3; 6), aproximadamente.

El rango en su definición analítica es: conjunto o conjuntos de la ordenada con correlación con el dominio, esto es Rango: {(c, d) € Y / ¥ y_0 € (c, d) que tiene correlación en el dominio}, y su calculo analítico es descubrir restricciones o valores no reales en la ecuación de la variable dependiente, para la *definición gráfica* será: la proyección o sombra de la función sobre el eje vertical. Que en el ejemplo de la figura 1 estaría aproximadamente en el intervalo (2; 4); es decir, sin el ánimo de desplazar la concepción analítica del concepto de función, su dominio y rango; la definición gráfica es una herramienta adicional y complementaria que el docente debe usar para ilustrar lo que se pretende enseñar e invita al estudiante a participar y a debatir sobre el concepto de función y sus primeras características.

Luego resulta de interés a muchas ciencias que aplican el Cálculo I, conocer los cortes que la función puede hacer con los ejes coordenados, como soluciones esperadas según la relación que se especifica; un corte o intercepción con el eje “x” se obtiene al igualar la función a la recta horizontal y = 0, para luego por despeje obtener los valores x_0 posibles. Similarmente un corte con el eje “y” se obtiene al sustituir los valores de la variable equis por cero, despejando los valores “Y_0” posibles. O sea, en la gráfica de toda función se pueden *observar* los cortes con los ejes y las tendencias a este hecho, luego por calculo algebraico se verifica con exactitud este valor, por comparación y similitud de resultados.

5.2) Suma resta y producto

El método Gráfica de relaciones en sí, es un procedimiento de operar los segmentos o valores de las imágenes de una función primaria en un punto dado o cercanía de este; para obtener de primero por suma, resta y producto, otras funciones en una secuencia finita y sencilla. Esta construcción es el procedimiento algebraico que permite comparación y verificación de resultados. Véase la figura 2 en esta página, en donde a partir de la función primaria y = x, se obtienen las gráficas de las funciones por producto de la parábola: y = x^2 llamada cuadrática, e y = x^3 Llamada cúbica.

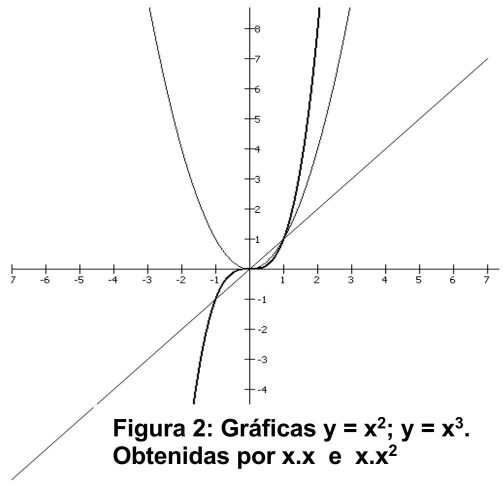


Figura 2: Gráficas y = x^2; y = x^3. Obtenidas por x.x e $x.x^2$

Este procedimiento sencillo y poderoso, permite graficar relaciones de diferentes tipos y complejidad; partiendo de las funciones primarias: y = x, e y = Constante, se obtiene por suma y producto entre sí, las funciones algebraicas, desde las rectas se hasta la infinidad de funciones denominadas polinómicas, usadas y estudiadas en el Cálculo I. Veamos la función construida y = x^2 + x - 1. La función es un polinomio, y todo valor de “x” produce un resultado real; siendo su dominio todos los reales. Gráficamente, se observa esto, y que la concavidad, (punto mínimo), de la curva está por debajo del valor: x = -1, en la vertical, es decir el rango de la función tiene un intervalo aproximado de: [-1,3; +∞). Esta solución “x” se obtiene como: $x^2 + x - (1+y) = 0$. Que analíticamente es: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4.(1+y)}}{2}$ → $y \geq -5/4$. Lo que significa un rango correcto de: [-1,25; +∞). Muy próximo al sugerido por la figura 3.

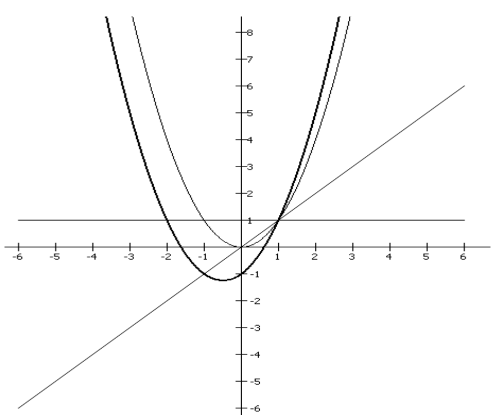


Figura 3: Función y = x^2 + x – 1.

Luego la gráfica sugiere un corte con el eje vertical en el punto y = -1. Y al eje horizontal en dos puntos: cerca izquierda de x = 1, y algo a la derecha de x = - 2. Calculo analítico de los cortes, resultan: y(0) = - 1, el corte con el eje vertical. Cortes con el eje horizontal: $x^2 + x - 1 = 0$, lo que implica que $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$ → $x_1 = -1{,}618$. $x_2 = 0{,}618$, confirmando el resultado gráfico.

Otro ejemplo interesante que viene a poner sobre la unidad de funciones y desde ahora es la existencia de los puntos notables, a ser estos confirmados en su ubicación en el plano, con la aplicación de la derivada. Véase la función $y = x - x^3$, figura 4 a continuación.

Donde se puede apreciar que el dominio y el rango de la función son todos los números reales, característica de los polinomios de potencia impar; la gráfica sugiere tres cortes: Origen coordenado y en los puntos x = ± 1.

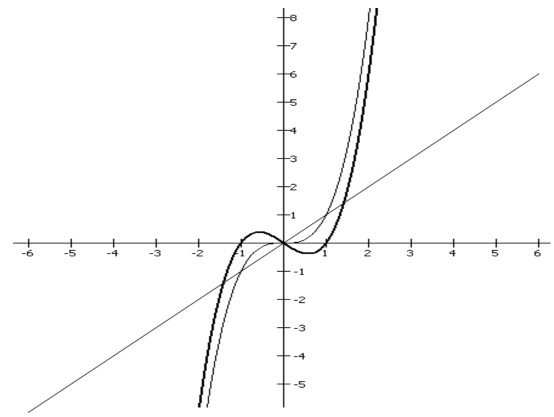


Figura 4: Función y = X - X^3.

La respuesta analítica confirma lo observado en la gráfica. Y resulta de interés que se pueden observar que la función posee un punto cóncavo, (un mínimo), y un punto convexo, (un máximo), en puntos medios entre el (0, 1) y el (-1, 0), respectivamente, y un punto de inflexión que representa un *cambio de tendencia en la concavidad* en el origen coordenado, todos estos valores que se observan serán ajustados en ese momento; en las aplicaciones de la función derivada, donde el estudiante va a aprender el concepto de una aplicación matemática.

Las funciones tienen muchas caracterizaciones y divisiones, pero su clasificación general inicia con los hechos de ser funciones *Inyectivas*, cuando no hay repetición en las imágenes, (relación uno a uno única), y *Sobreyectivas* cuando todos los elementos tienen relación en la norma de la función, valoración de continuidad; es decir, las rectas inclinadas y los polinomios impares son funciones inyectivas, los polinomios pares no son funciones inyectivas, pues a pesar de ser funciones en relación uno a uno, esta relación no es única. Estas funciones no producen una función en el procedimiento de inversión, que se verá más adelante en la unidad.

Otra característica de clasificación es la condición *Par* e *Impar* en las funciones, que se verá seguidamente con los movimientos y rotaciones posibles en el plano. Luego continuando con la construcción y tipologías, la función Seno es la primaria de las funciones llamadas trigonométricas, y la función Logaritmo, es la primaria de las funciones logarítmicas y exponenciales; todas ellas denominadas trascendentes, o funciones que trasciende de la norma algebraica. Y como se ha visto con el método *Grafica de relaciones*, se obtienen nuevas funciones por suma, resta y producto; situación similar a la infinidad de colores obtenidos al combinar los colores primarios, ver siguiente figura 5.

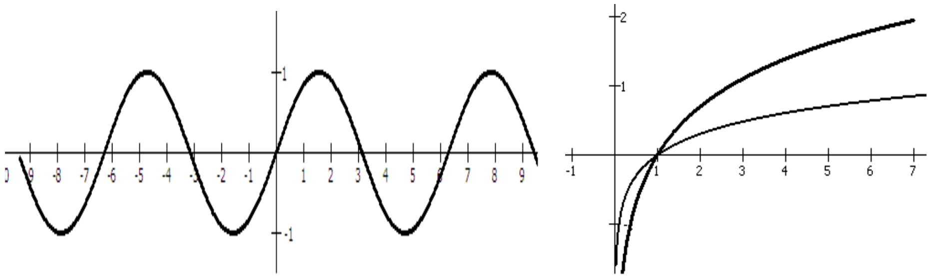


Figura 5: Funciones primarias, Trascendentes Y = Sen(x), e Y = Log(x), Ln(x).

5.3) Movimientos en funciones

En un siguiente tema, del método surge la concepción del movimiento de una función para obtener otras funciones por

a) desplazamiento horizontal o vertical: toda función sube o baja “a” veces, cuando ocurre f(x) ± a, respectivamente, y toda función se mueve a la izquierda o derecha en una cantidad “a”, cuando ocurre f(x ± a), respectivamente. Ver la figura 6, movimientos de $y = x^2$.

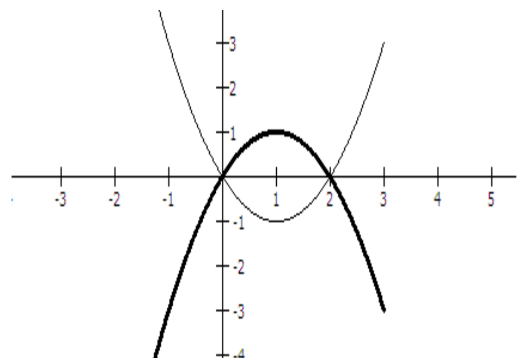


Figura 6: $y = 1 - (x - 1)^2$. Movimiento en una parábola.

La función Coseno nace del movimiento del Seno; es decir cuando se desplaza el valor π/2 a la izquierda, esto es: Cos(x) = Sen(x + π/2). Siendo ambas la misma sinuosidad periódica que se entrelazan como la molécula del ADN.

b) Luego toda función rota 180° con respecto a la horizontal, con el operador: – f(x), y rota 180° con respecto a la vertical, con la acción: f(-x). Es decir, con los estos primeros movimientos, se apertura toda una nueva infinidad de funciones con sus respectivos rangos, dominios, cortes con los ejes e intercepciones posibles; de hecho, dependiendo de la afección o no de algunas rotaciones las funciones se clasifican como: *Par*, cuando una rotación horizontal con respecto a la vertical no la afecta; es decir permanece igual. *Impar*, cuando esta rotación las cambia hacia la característica de la rotación vertical con respecto a la horizontal; es decir es función impar cuando -f(x) = f(-x), de una f(x) dada. Demostraciones abstractas en la matemática solo-analítica, que queda bellamente descubierta en la definición gráfica.

La parábola clásica es par y la cúbica impar, asimismo el Seno es impar y el Coseno par, como caracterizaciones de estas importantes funciones.

c) También toda función genera otras funciones diferentes, por producto externo o interno, que las "encoge" o las "alarga", con respecto a cada eje coordenado: a.f(x) para la ordenada; es decir, la función crece o decrece en la vertical para valores de "a" mayores a la unidad o menores a este valor, respectivamente. Y f(a.x) para la abscisa; donde la función realiza movimiento en su dominio como un resorte horizontal. véase las siguientes figuras de la figura 7, movimientos con respecto a la vertical en el Seno y la Parábola clásica.

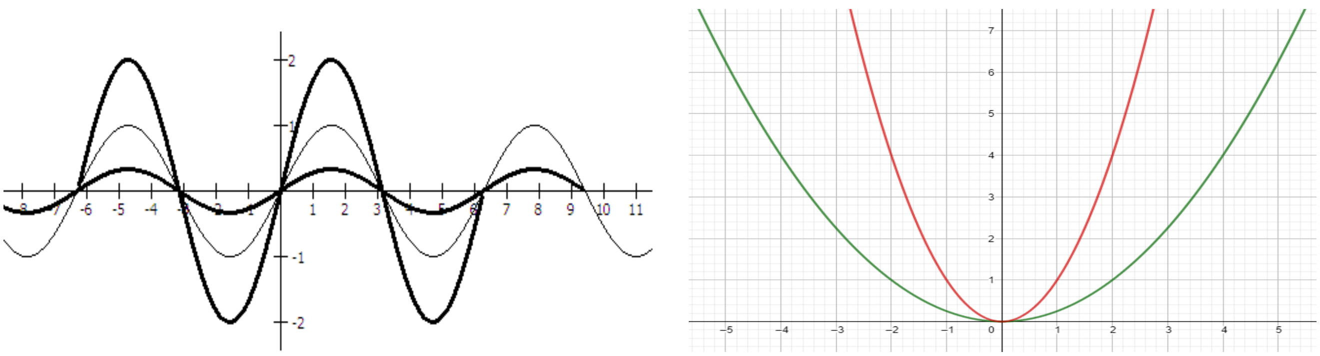


Figura 7: Movimientos del Sen(x), en: 2Sen(x), y 0,33Sen(x). Y de x^2, en: $(x/2)^2$.

5.4) Condicionantes al rango

La siguiente temática gráfica se denomina las *Condicionantes*, o funciones del plano con el rango condicionado a una particularidad, entre las más conocidas tenemos

a) Valor absoluto, donde toda la parte de la gráfica de la función dibujada por debajo del eje horizontal, o sea para todo el rango menor a la recta y = 0, este pasa hacia arriba en una rotación vertical de tal forma que si la función corta el eje horizontal, en dicho punto se produce el *Pico* características de esta condicionante.

b) función Signo, donde el rango se limita a los puntos 1 para valores positivos, cero para cortes con la horizontal, y de -1 para valores negativos, existiendo una variación al considerar el cero con valor de imagen en la unidad.

c) función Parte entera, como la condición de un rango formado por los números enteros bajo la condición de que intervalos hasta justo antes de un número entero positivo en la ordenada, se corresponde al entero anterior, y justo antes de un número entero negativo se corresponde con el entero siguiente en el eje vertical.

Ver las siguientes gráficas, figura 8: valor absoluto de la parábola $x^2 - 1$, como la función $y = | x^2 - 1 |$. Y la condición signo del Seno, como y = Sgn(Seno(x).

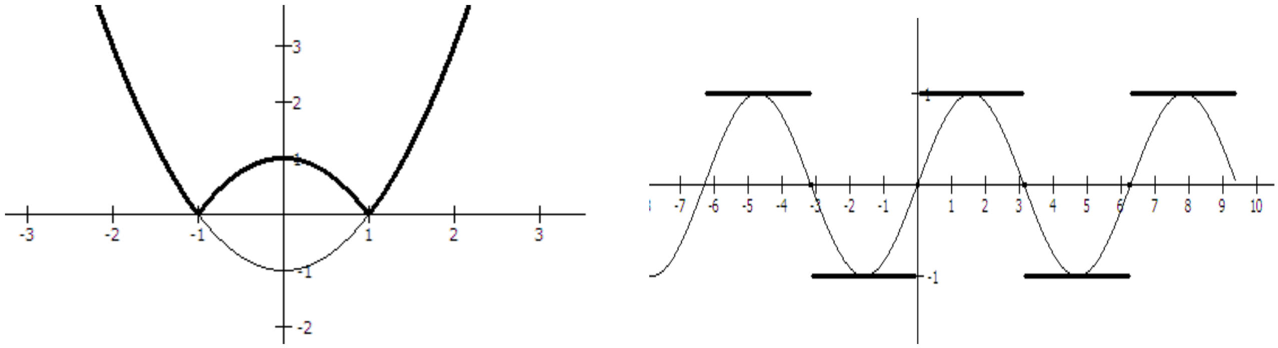


Figura 8: Gráficas del valor absoluto de la parábola: $x^2 – 1$, Y Signo del Sen(x).

Seguidamente figura 9, ilustración de la Parte entera de la recta y = ‖x/3‖. Y parte entera de la parábola dada, y = ‖ $x^2 – 1$ ‖.

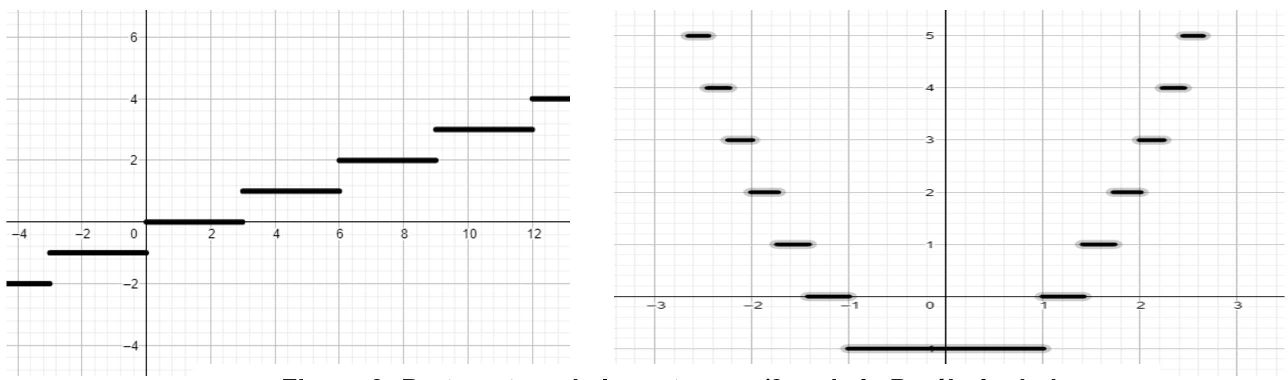


Figura 9: Parte entera de la recta y = x/3, y de la Parábola dada

5.5) Cociente entre funciones

El Cálculo I, entra en una especie de razón de ser con el cociente de funciones, pues es aquí donde surgen los objetos *irreales* a ser estudiados por tendencias, como lo son: las indefiniciones al aceptar el infinito en nuestra conciencia, como resultado denominado *indefinido*, y las indeterminaciones con valores vacios y/o en tendencias a descubrir. Estos valores se obtienen con un procedimiento denominado aproximación infinitesimal, acción que se denomina el *Límite* de una función, tema que se tratara en la sección 6.b; de hecho, en el cociente de funciones surge el concepto de *Asíntota* de una función, del lenguaje griego: A – sym - totus, que significa “Sin toque”.

El cociente de una función se representa como h(x) = f(x) / g(x), con f(x) como numerador y g(x) como el denominador, siempre y cuando quede así expresado; es decir, no sean divisibles en otra expresión. El cociente entonces conlleva a la definición de nuevas estructuras matemáticas, a continuación, las posibilidades enseñables para la Matemática I.

a) Si f(x) → 0, y g(x), es diferente de cero, entonces h(x) → 0.

b) Si f(x), es diferente de cero, y g(x) → 0; entonces h(x), es de resultado indefinido con tendencia en su imagen al más o menos infinito, resultado no real aceptado como una *asíntota* vertical; es decir, el $g(x_0) = 0$. No pertenece al dominio de la función cociente.

c) Si g(x) toma valores al infinito → ∞, y f(x) es un valor real, entonces h(x) → 0.

d) Si f(x) y g(x) son o tienden a cero para un mismo valor (x) dado, esto es una situación denominada de *indeterminación* matemática, significando una tendencia desconocida, con valores tanto en el dominio y en el rango como punto vacío de h(x).

e) Si f(x) y g(x) toman valores reales para tendencia extremas desde el origen coordenado, aceptadas como “Al infinito” en cualquier tendencia, la función h(x) tiende a un valor que resulta ser una *Asíntota* horizontal. De esta posibilidad surgen las asíntotas inclinadas llamadas oblicuas, y las asíntotas curvas.

A continuación, el cociente clásico de dos rectas no divisibles, y partiendo de la grafica se muestran los incisos señalados, ver figura 10 siguiente

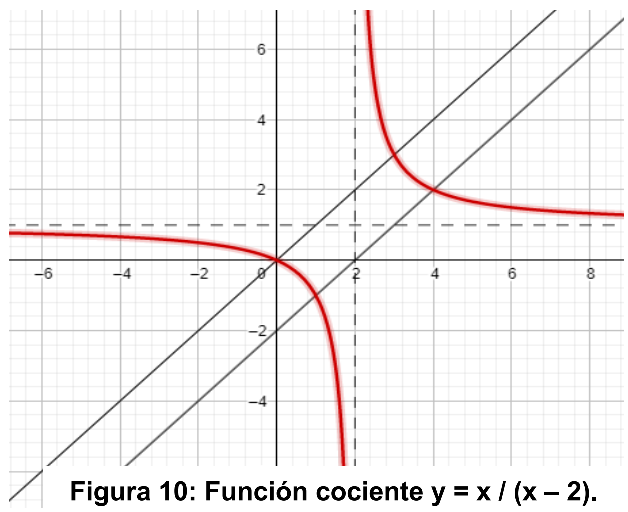


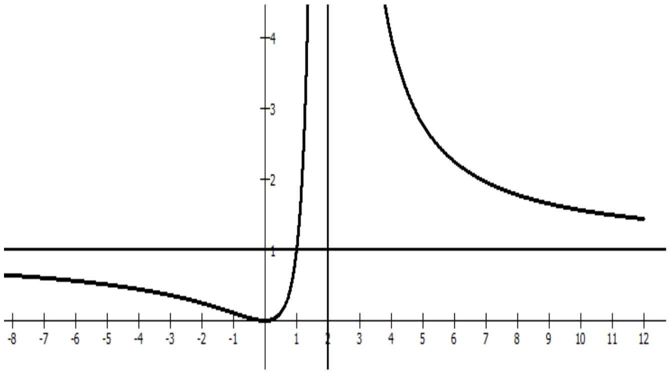
Figura 10: Función cociente y = x / (x – 2).

Cuando se tiende al origen la función cociente tiende a cero, porque el numerador allí vale eso; h(0) = 0. Cuando en el dominio se tiende al número 2, la función adquiere valores muy grandes que pueden denotarse con la indefinición del ±infinito, lo que es para la matemática el objeto de una asíntota vertical, representada por la recta x = 2. Dibujada. Cuando el dominio asume valores extremos a la izquierda y derecha, llamados *Al infinito*, la función tiende a la recta horizontal y = 1, como objeto denominado asíntota horizontal, afirmaciones todas que pueden demostrarse con la tabulación de estas tendencias[10].

El dominio de h(x) es todos los reales menos el valor x = 2, y el rango es todos los reales menos el valor 1, que se observa como *Definición gráfica*; todos estos valores calculables algebraicamente por sus definiciones formales.

[10] En un texto de Matemática I, el concepto de función debe enseñarse en sus versiones: Gráfica, expresión analítica y tabular.

Figura 11: $y = x^2 / (x – 2)^2$, con su A.H, y = 1. “Tocada”.



Veamos el siguiente ejemplo en la figura 11, como el cuadrado de la función cociente de la figura 10; esto es: $y = (x / (x – 2))^2$. Ahora se aprecia lo siguiente: a) la asíntota vertical x = 2, permanece incólume, significando que esta es una característica de discontinuidad esencial en las funciones del plano, y el dominio es el mismo; b) la asíntota horizontal se conserva por su condición de unidad, en los extremos o a tendencias al infinito, sin embargo se aprecia un cruce de la función con ella en el punto x = 1, entonces su condición de intocable o de sin toque permite una apertura nueva de ampliación en la definición de asíntotas, conservando su condición en los valores extremos de tendencia al infinito, pero con toque puntuales de interés; c) el rango entonces es de [0 ; + ∞). Aquí es importante destacar que para obtener el rango por el método tradicional la resolución queda en un estudio de límite indeterminado, (tema siguiente del Cálculo I), por lo que la *Definición gráfica* en este punto va a significar un avance importante en la enseñanza, así como en el aprendizaje deseado.

Veamos el siguiente ejemplo de función cociente con numerador de grado mayor como: $y = x^3 / (x – 1)^2$. En este caso hay una asíntota inclinada u oblicua, (A.O), calculable por una aplicación del límite de una función en estudio extremo; cómo la recta y = x + 2, ver figura 12. Lo interesante es que se puede apreciar el toque aproximado a: x = 0,5. Con dominio todos los reales menos el 1, y rango todos los reales. (Tirado, 2021)

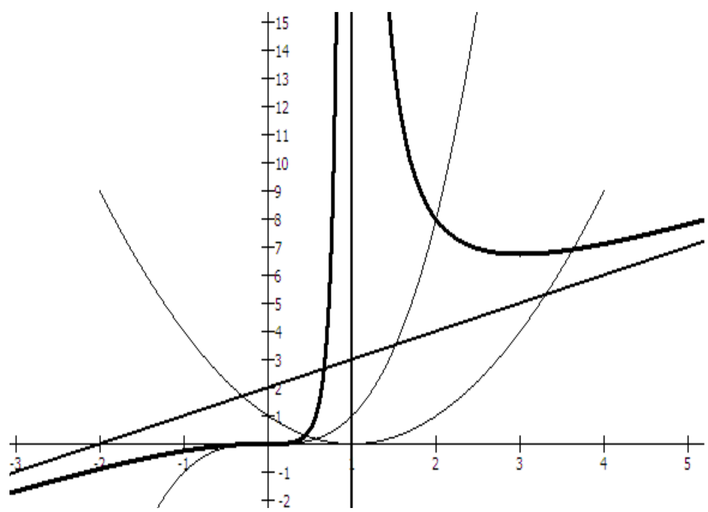


Figura 12: $y = x^3 / (x – 1)^2$, con su A.O como la recta y = x + 2, “Tocada”.

En otro ejemplo se amplía la definición de asíntota, que hasta ahora es el de una recta con tendencia de la función en sus extremos, y/o con posibles *toques* para valores específicos en su dominio; sin embargo, el producto entre funciones hace que una asíntota no vertical se mueva o se trasforme pudiendo existir las llamadas asíntotas curvas, representadas por funciones del plano.

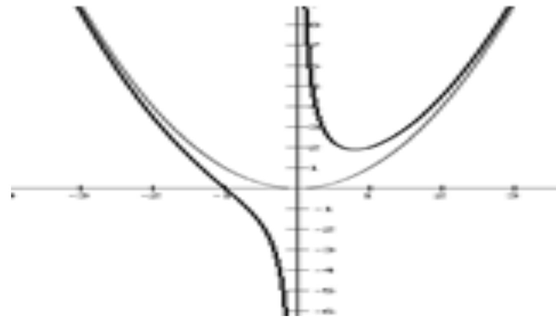


Figura 13: y = $(x^3 + 1) / x$, con su A.C.

En la figura 13, se observa que la tendencia en el dominio al origen coordenado produce la asíntota vertical en el eje "Y" y que tendencias de apertura en la horizontal hacen tender la función cociente a la función $y = x^2$, lo que indica que se está en presencia de una Asíntota *Curva*, (A.C), como una clara ampliación conceptual del contenido matemático, que el autor consultado logra exponer como ecuación; aporte de la definición gráfica.

Un ejemplo trigonométrico conocido y estudiado como límite indeterminado en el origen lo constituye la función y = Sen(x)/x. La función tiene una indeterminación en el punto origen coordenado, (vacío), con tendencia al valor o imagen $f(0) \rightarrow 1$; sin embargo, viene a constituir un bello ejemplo de una *Sintota* en la recta horizontal y = 0, denominado eje x. Cuando se aprecia que es cortada por la función trigonométrica cociente infinitas veces en los valores múltiplos enteros del π radianes; véase la figura 14.

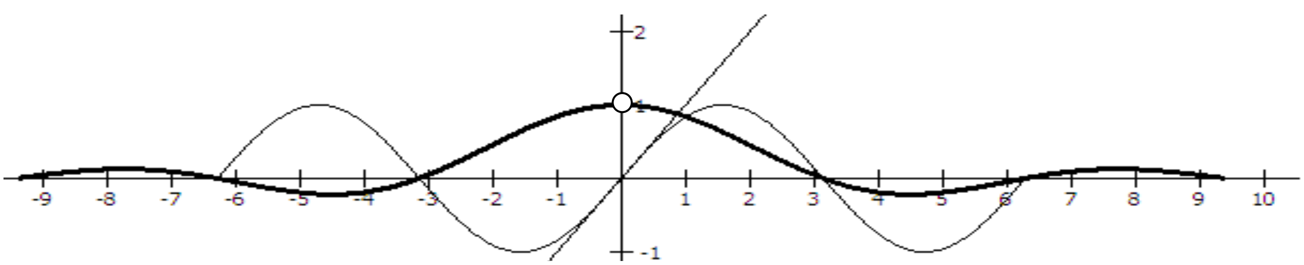


Figura 14: y = Sen(x) / x. Su vacío en el origen y su síntota en y = 0.

5.6) Función Reciproca

El tema de funciones en el plano con la perspectiva del método gráfica de relaciones avanza hacia las concepciones de inversa de una función con respecto al producto, (que siempre genera otra función y denominaremos *función reciproca*), y el importante tema de la relación inversa con respecto a la norma, donde la relación consecuente solo será función si la función origen es inyectiva.

Iniciando con las funciones inversas de la primaria y = x, y de la parábola y = x^2 +1. La función llamada hipérbole como y = 1/x, y la *campana* Gaussiana, muy usada con sus respectivas variantes en las ciencias estadísticas, como y = 1/(x^2 + 1), son los ejemplos siguientes que se expresan en la figura 15 a continuación. Donde para y = 1/x denominada hipérbola primaria el dominio son todos los reales menos el cero por ser allí una incólume asíntota vertical, con rango en todos los reales menos el cero por ser una asíntota horizontal. En el caso de la inversa de la parábola se observa el dominio como todos los números reales y el rango limitado de cero abierto hasta la unidad, intervalo: (0, 1]; función con un máximo o una convexidad en el origen y sendos puntos de inflexión cercanos al ± 2. A ser calculados y confirmados, como aplicación de los criterios de la derivada.

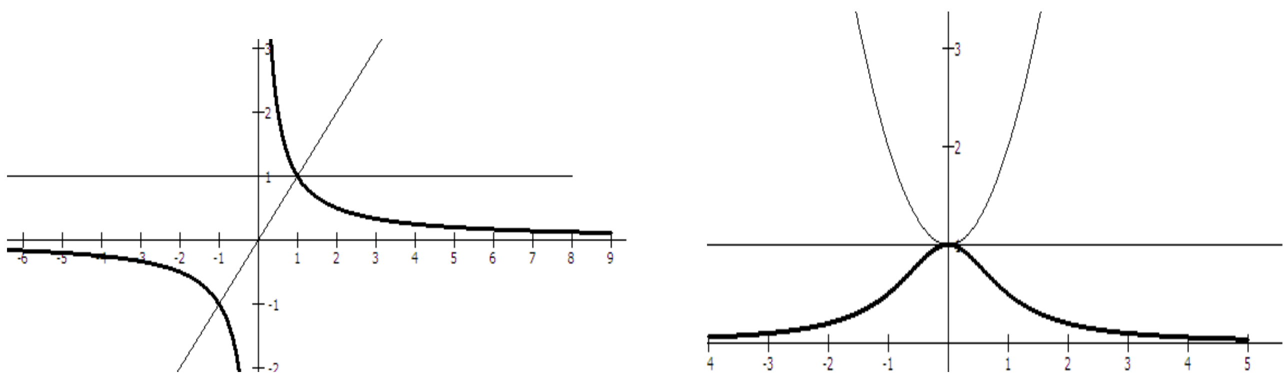


Figura 15: y = 1 / x. (Inversa de y = x). Función y = 1/(x^2 + 1), inversa de la parábola y = x^2 + 1 .

Seguidamente ejemplarizando las funciones trigonométricas, tenemos la Secante como función inversa del Coseno, siendo una infinidad de “Úes” alternadas con respecto a la horizontal, y con infinitas asíntotas verticales en los múltiplos impares de π/2. Ver aquí al lado la figura 16. Su rango es el intervalo (- ∞, - 1] U [1, +∞).

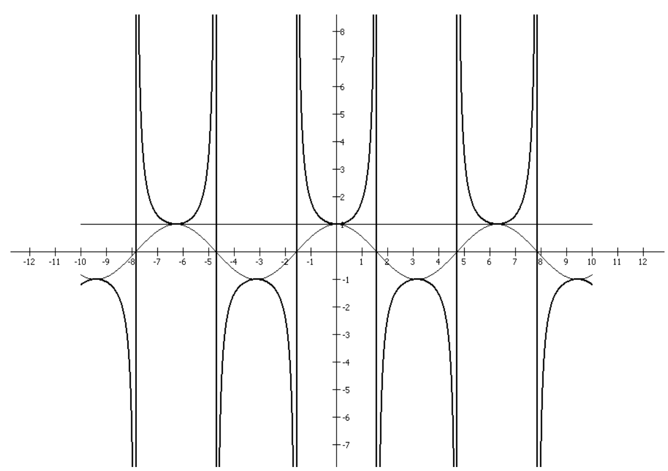


Figura 16: Función y = Sec(x). Como y = 1 / Cos(x).

5.7) Relación inversa

Luego la relación inversa como una inversión de la norma o argumento de la función, a diferencia con lo anterior de invertirla con respecto a la unidad, solo genera una función cuando se parte de una función inyectiva como se dijo, caso contrario genera una relación, (puntos del dominio con más de una imagen), que debe ser separada en partes o ramas, denominadas *Arcos* para que estos sean función. Las relaciones inversas dan apertura a un nuevo mundo en el Cálculo I e incluso en el Cálculo II, cuando generan

a) Las funciones radicales como relaciones inversas de las funciones potenciales.

b) Las trigonométricas inversas arco-función, y

c) Las funciones exponenciales como inversas de las funciones logarítmicas. Estas funciones, son usadas en la Matemática II, denominada Cálculo integral, y como expresiones de solución en algunas ecuaciones diferenciales; sin embargo, es aporte importante del método gráfica de relaciones, el de mostrar en lo mejor posible el mapa completo de la unidad de funciones, como visión fundamental en el estudiante.

Iniciando con la radical de la raíz cuadrada, como inversa de la función parábola clásica; procedimiento de despejar la variable dependiente de la expresión: $x = y^2$, como $y = \pm\sqrt{x}$. Como relación que no es función, ver aquí la figura 17. Luego al dividirla en arcos como proceso de *Restringir* el dominio original, (hacer que la función origen sea inyectiva), se obtiene las partes o ramas: $y = \sqrt{x}$ o $y = -\sqrt{x}$.

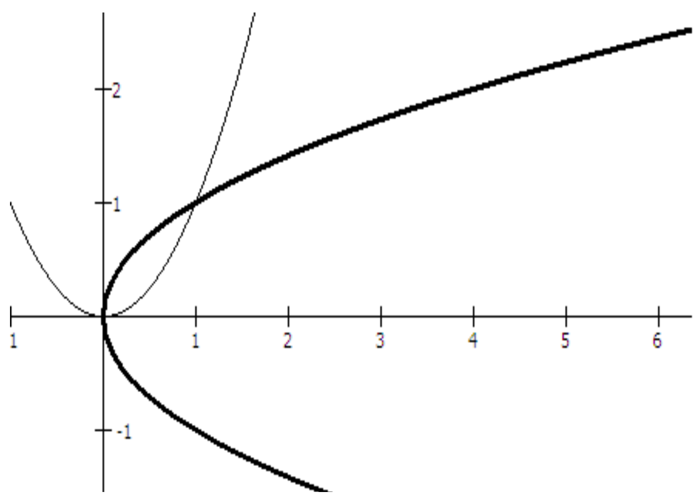


Figura 17: Relación $y = \pm\sqrt{x}$. a partir de $y = x^2$

La gráfica de toda relación inversa puede realizarse muy fácilmente por la estrategia de mover los ejes coordenados, según precisamente el cambio de variable que representa este proceder; o por el hecho visual intuitivo de que la relación inversa es la reflexión de la función original, con respecto a la recta $y = x$, la cual hace de *Espejo*. Ver la figura 18 del ejemplo siguiente, como la inversa de la función cúbica, que demuestra este proceder[11].

[11] Encontrar la relación inversa de una función con el método tradicional conlleva por lo general en dificultades algebraicas.

Esta inversión de la norma de la función y = x^3, resulto en otra función de dominio y rango igual a todos los reales, como y = $\sqrt[3]{x}$; caracterización que se puede asumir como condición de las funciones algebraicas impares, por ser la función origen inyectiva.

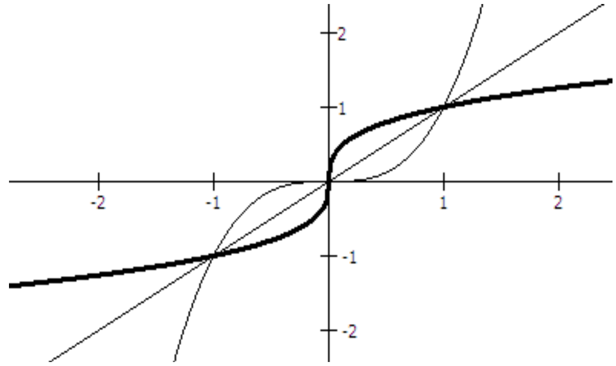


Figura 18: y = $\sqrt[3]{x}$ a partir de y = x^3.

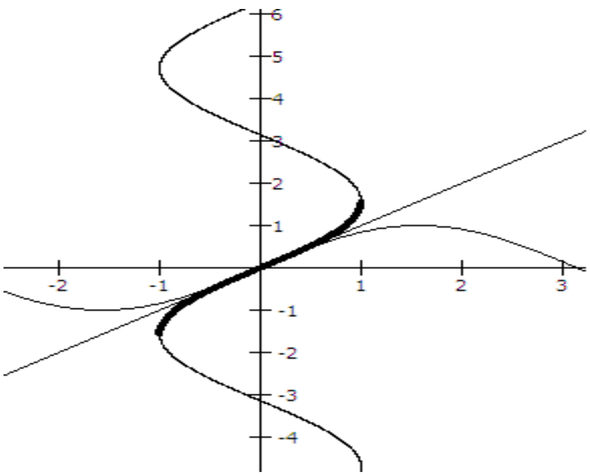


Figura 19: y = Arcsen(x). De y = Sen^{-1}(x).

A continuación, se realiza la relación inversa de la primaria: y = Sen(x), la cuál muestra visualmente que y = Sen^{-1}(x), no es una función, por lo que se procede a crear el arcoseno o restricción del dominio original por convencionalismo, acotado en [-π/2; π/2], generando la función inversa denominada arcoseno, como: y = Arsen(x); ver figura 19.

5.8) Composición de funciones

El capítulo o unidad de funciones como tema fundacional del Cálculo I, sigue con suficiente generalidad en los básicos Universitarios, con la conformación de la función llamada *Compuesta* por combinación asociada de normas, en una secuencia de una función dentro de otra función; la función compuesta tiene un desarrollo algebraico con cierta dificultad, pero su concepción desde su *Construcción gráfica*, lo permite por una parametrización o descomposición previa, lográndose una nueva infinida de funciones, donde se aprecia el cómo o razón de ser de su dominio y rango de la compuesta generada.

Se escribe como la norma de la norma o función de una función como: h(x) = f(g(x)); Supongamos las funciones: g(x) = x / (x - 1). Y f(x) = $\sqrt{x}$. Entonces la composición en la forma de: h(x) = f(g(x)), es: y = $\sqrt{\frac{x}{(x-1)}}$. Viceversa será: I(x) = g(f(x)) = $\sqrt{x}$ / ($\sqrt{x}$ - 1).

La función compuesta existirá en donde se cumpla la condición de que el rango de la función que llamaremos interna sea un subconjunto del dominio de la función externa; de tal forma que un recorrido por la horizontal en la función interna permite primero establecer la intercepción de dominios como el rango de la función compuesta y luego por el contrario imágenes encontrar el dominio de la compuesta. Por supuesto luego y recorridos en puntos de interés se obtiene la gráfica deseada por conocimiento del método gráfica de relaciones.

El procedimiento grafico es: a) primero la gráfica de la función y = f(u), parametrizada con la variable “U”, luego se gráfica la función u = g(x), como función dentro o interna. Luego a partir de estas gráficas se obtiene la función compuesta graficada, expresada en las variables conocidas: y = f(x), en una tercera gráfica. Por los recorridos mencionados en la variable “U” común: rango de la función interna y a su vez como dominio de la externa.

Como ejemplo tenemos, grafique la función compuesta: y = $\sqrt{\mathbf{x^2}}$ a partir de las funciones componentes: y = $\sqrt{u}$, primera norma en la primera gráfica o interna, con U = x^2, segunda norma en la siguiente gráfica, para a partir de ellas obtener la gráfica compuesta deseada; ver figura 20, siguiente.

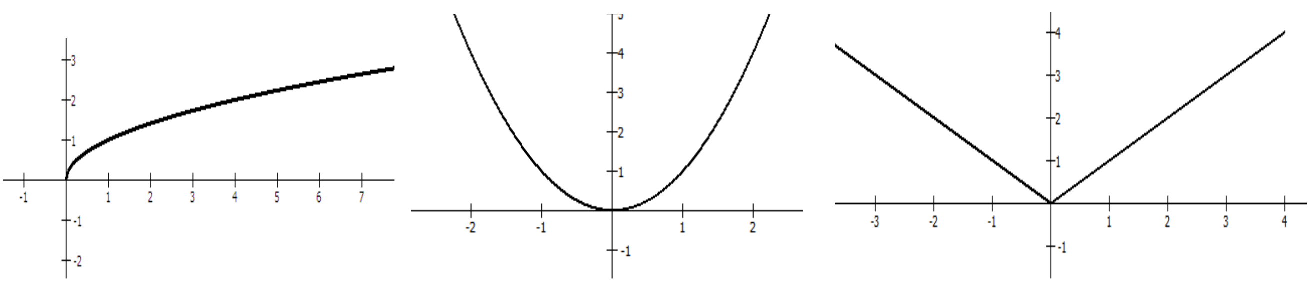
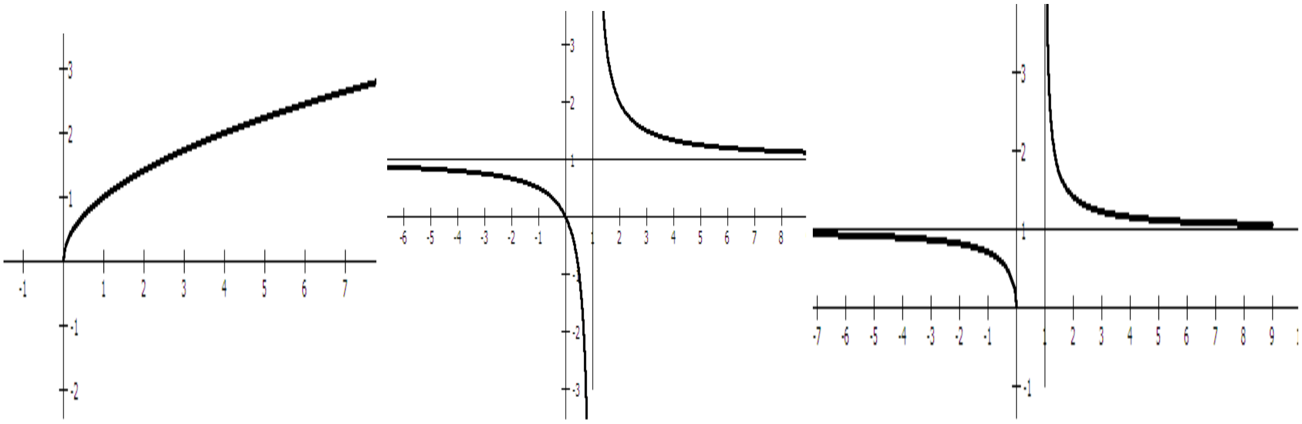


Figura 20: Gráfica de y(u) = $\sqrt{u}$. Con u = x^2. Para obtener y = $\sqrt{\mathbf{x^2}}$. Como la función *Compuesta,* que resulta ser el valor absoluto y = │x│.

Con dominio de todos los reales y rango los valores positivos incluyendo el cero. El resultado obtenido demuestra que el valor absoluto de cualquier función f(x) se puede expresar como la función compuesta: y = $\sqrt{(\mathbf{f(x)})^2}$ propiedad de permite operaciones con esta condición matemática.

Siguiente, grafique la función: y = $\sqrt{\frac{x}{(x-1)}}$, estime su dominio y rango por observación. Para lograrlo, se realizan las gráficas: y(u) = $\sqrt{u}$. La rama positiva de la raíz cuadrada, seguidamente la función cociente U = (x / (x -1)). Para obtener la gráfica compuesta, interesante que esta no posee dominio en el intervalo (0; 1], pues allí la función interna toma valores negativos en su rango, lo que no existe en el dominio de la función externa. Ver figura 21, con sus tres gráficas.



Gráfica 21: y(u) = $\sqrt{u}$. Con U = x/(x-1). Para obtener la compuesta y = $\sqrt{\frac{x}{(x-1)}}$

El dominio en la primera gráfica o externa es: [0, +∞), y en la gráfica interna es todos los números reales - {1}; esta intersección resulta como: [0, +∞) - {1}. Que es el rango de la compuesta.

Las funciones cierran su contenido con la llamada función *Ramificada* o por *Tramos,* como expresión de varias funciones juntas en el plano, pero por partes en cada una de ellas, de tal forma que al estar al lado o en cercanías cada una de ellas, el total constituido es función porque como que sencillamente no es más que la unión de dos o más funciones del plano coordenado cuando a estas se les ramifica en intervalos seleccionados en cada uno de sus dominios individuales.

Donde incluso la función de tramos o ramas constituida por varias funciones tendrá por dominio la unión de todos los dominios individuales, cada quién con sus restricciones de existir. De tal forma que para funciones continuas y en contingencia se podría tener un dominio total de todos los números reales, aquí existe el bonito ejemplo de la condicionante Valor Absoluto que muestra esta situación al ser un proceso hacia atrás y representar una función en sus tramos: negativo, cero y positivo.

En las gráficas, como se ha ejemplarizado, se puede observar la ocurrencia del pensamiento intuitivo y sintético de los diferentes conceptos y definiciones, de hecho, el estudio visual de la aproximación a un punto especifico o a una tendencia en el dominio de una función, para obtener una imagen posible, se denomina: Limite de una función, y a continuación se enfoca esta segunda unidad del Cálculo I.

5.9) Definiciones del límite

El límite de una función, se inicia en descubrir esta imagen en el rango, por una aproximación infinitesimal en el dominio de un punto o tendencia dados, se denominan en limites definidos, indefinidos e indeterminados; con tendencias puntuales o extremas respectivamente, sobre las funciones precisamente construidas en la unidad de funciones que se graficaron en la clase; esta acción viene a mostrar al iniciado en al universidad que las unidades están en correspondencia, y que el Límite es un estudio particular sobre funciones. O sea, es un verdadero sin sentido iniciar la asignatura de Matemática I sin la unidad de funciones, pues tan simple como que: ¿Sobre que se hace el estudio del Límite en sus diferentes posibilidades? Si antes no se ha dado el mapa suficiente de las funciones, sus tendencias y características, precisamente a demostrar en la unidad del Límite.

La simbología lateral del límite alrededor cercano de un valor "a" en el dominio, con imagen o tendencia a un valor "b", se expresa como: $\lim_{x\to a} f(x)$ = b. Las tendencias laterales son: por la izquierda, $x \to a^-$, y por la derecha, $x \to a^+$. Es decir, existe el límite de una función según exista lateralmente. Donde el límite como resultado se demuestra por diferentes nociones como: La aproximación tabular infinitesimal del valor resultante y la definición formal, en su abstracción matemática; el límite será definido cuando tenga una solución real, indefinido para una tendencia infinita en el caso de las asíntotas verticales, y al infinito como resultado real o indefinido, en valores estudiados por imagen o tabular-mente en extremos del dominio, llamadas tendencias al infinito.

La definición algebraica del límite de una función se establece como: Un valor "ε" (épsilon) ínfimo positivo en torno a la imagen "b"; tal que exista un valor "δ" (delta) ínfimo próximo de "a". Relacionarse con "ε". En términos algebraicos como expresión matemática es: $b - \varepsilon < f(x) < b + \varepsilon$. Sí y solo si $a - \delta < x < a + \delta$.

O sea, para $|f(x) - b| < \varepsilon$. Siempre que $|x - a| < \delta$ Cuando $x \to a$; entonces existe el límite; resultando tanto simple como abstracto, pues se tiene que encontrar una función pendiente, de igualdad numérica entre $|f(x) - b|$ y $|x - a|$, que permita al menos una relación delta-épsilon en números reales. Proceder de profundidad topológica, que por lo general se enseña con funciones sencillas algebraicas en la Matemática I, retomado en semestres posteriores, para estudiantes que después de superar el básico universitario estén dedicados a carreras de licenciatura de matemáticas.

Sin embargo, el método: Gráfica de relaciones ofrece la visión geométrica de la definición formal como una autentica definición gráfica, que demuestra varias posibilidades de relación épsilon delta como novedad, para demostrar el límite puntual definido, e incluso el de tenencia indefinida y al infinito; (Tirado, 2022).

Procedimiento de graficar las funciones generadas o movidas y condicionadas con el valor absoluto de: $|f(x) - b|$ y $|x - a|$, en donde se procede con la gráfica de una recta absoluta y superior a $|f(x) - b|$, que logra la relación delta-épsilon. Aquí viene a ocurrir una ampliación matemática cuando por este proceder gráfico se puede demostrar la definición o existencia del límite en funciones transcendentes, (trigonométricas y logarítmicas), situación no enseñada en la actualidad con el método tradicional.

5.10) Límite lateral, infinito y al infinito

Con un primer ejemplo se usa una función cociente ya conocida y graficada para ilustrar el límite puntual definido, el límite indefinido y al infinito; o sea, de la función $y = (x^2 + 1) / x$. Calcule su imagen o límite los valores: $x \to 1$, $x \to 0$, y $x \to \infty$. Ver figura 22, donde se ilustran estos límites, con una clásica función cociente.

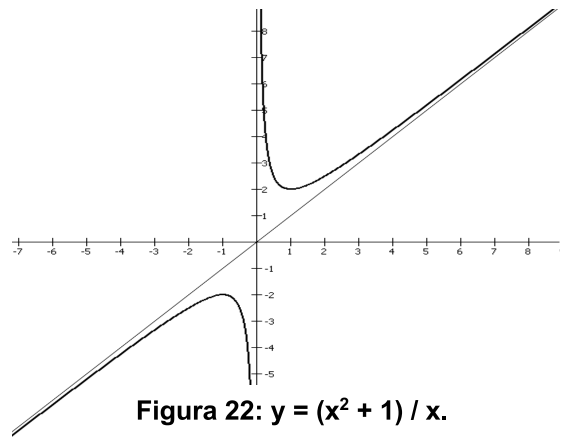


Figura 22: $y = (x^2 + 1) / x$.

El proceder analítico es: $\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 2$. Resultado definido, porque es un número real.

$\lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2+1}{x}\right) \to \infty$. Resultado indefinido, es una asíntota vertical. En ambos casos el resultado se aprecia en la gráfica, luego para la tendencia extrema en el dominio de $x \to \pm \infty$.

$\lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^2+1}{x}\right) = \infty/\infty$ Resultado indeterminado, con posible asíntota inclinada a descubrir, por aplicación del límite al infinito.

La estrategia para resolver esta y otras indeterminaciones, es un procedimiento denominado: *Levantar la indeterminación*, en donde la función original se sustituye por otra función similar, procedimiento algebraico analítico de buen nivel, la cuál al ser evaluada posee Límite definido o indefinido, (solución matemática). Es decir, el límite indeterminado no existe, es un vacío del dominio de la función estudiada, pero se puede averiguar su resultado o tendencia.

Con el siguiente ejemplo en la función cociente y = $(x^3 - 8) / (x - 2)$; esta se sustituye por otra función que posee la imagen o Límite solicitado para la indeterminación cuando $x \rightarrow 2$. Esto es: $\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^3 - 8}{x - 2} \right)$ = 0/0. Al factorizar y simplificar numerador con el denominador queda la función *Similar* de y = $(x^2 + 2x + 4)$, cuyo resultado de $f_{(2)} = 12$. Ver siguiente figura 23.

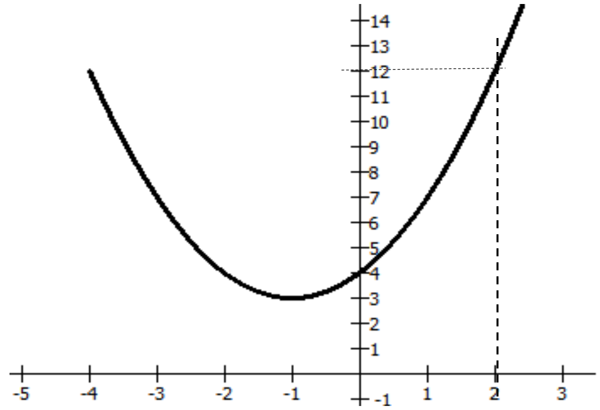


Figura 23: y = $(x^3 - 8) / (x - 2)$.

Es importante destacar que, en la resolución del límite de una función el cambio denominado *Levantar la indeterminación* por el proceso algebraico que corresponda, no debe hacerse como igualdad de funciones; es decir, se procese a la evolución de la función hacia otra similar que posea imagen en el punto o tendencia indeterminada, y luego se evalúa. Las indeterminaciones trigonométricas son de especial belleza y singularidad, cuando se va de la mano de la definición gráfica, en especial el de resolución denominada *Teorema del Sándwich* fundamentado de resolución en las relaciones cocientes trigonométricas: Sen(x) ≤ x para x ≤ Tan(x); en valores cercanos al origen. Esto es: $\lim_{x \to 0} (Sen(x)/x)$ = 1.

En resumen, en el mundo del límite de una función, existe entonces variadas formas de descubrirlo y demostrarlo, a saber y sin orden: 1) Como se aprecia con la gráfica de la función por intuición, como conocer innato de inicio; 2) Por la noción tabular, cuando se puede realizar las aproximaciones infinitesimales con valores a la tendencia señalada; 3) Por la resolución algebraica de levantar la indeterminación y evaluar; y 4) por la definición formal en limites definidos e indefinidos.

5.11) Aplicaciones del Límite

Las aplicaciones del límite de una función, además de su simbología de aproximación, es un tema importante para desarrollar en esta unidad como estrategia didáctica del responder al estudiante su pregunta repetida de ¿Para qué se me enseña esto? Aclarando sus tipologías que son

a) Como simbología de tendencia o estudio de proximidad.

b) Demostración de existencia de las asíntotas y sus variadas tipologías de una función, así como su deducción.

c) Demostrar continuidad de una función en un intervalo o punto del dominio dado, tema vital en el estudio de sus puntos notables y el caso interesante de la asíntota vertical que, por ser una relación del plano, resulta ser una discontinuidad puntual esencial.
d) La definición de la derivada, como un límite indeterminado que genera una recta tangente a la función original en el punto de estudio por aproximación.

Es decir, la idea es mostrarle al estudiante que los temas de la Matemática I, están conectados en una secuencia lógica de dependencia conceptual, con aplicaciones inmediatas y a mediano plazo en la carrera que desarrolle el estudiante.

5.12) Derivada de una función y su definición

La derivada de una función en el plano resulta como otra función consecuente, formada por las imágenes de los valores de las pendientes de rectas tangentes a la función original, en su dominio; es aquí en donde el aspecto visual intuitivo de la gráfica de relaciones permite la construcción de la denominada: *Derivada gráfica*.

La estrategia algebraica actual llamada derivada por definición, al resolver el limite indeterminado particular de cualquier función dada, va a permitir los teoremas y el algebra de procedimiento de derivación, donde la derivada gráfica como esencia general en toda función permite la demostración por comparación del procedimiento; es decir, una vez más el aporte del aspecto visual ofrece soluciones matemáticas antes que el solo proceder analítico algebraico, lo que en definitiva es una cualidad en la enseñanza de la Matemática I, y por ende un ente que va a mejorar tanto la acción docente de la enseñanza como el aprendizaje esperado en el estudiante que se inicia en la universidad.

A continuación, dos ejemplos clásicos de funciones derivadas a partir de funciones dadas y graficadas por el estudiante en la unidad de funciones, a saber: $y = x / (x - 2)$. Función cociente clásica con asíntotas vertical y horizontal, luego al trazar sobre su gráfica rectas tangentes en puntos clave, se puede ir modelando la silueta de la función derivada consecuente, la cual es una especie de *Copa* con dominio idéntico de todos los reales menos el número 2, (asíntota vertical incólume en $x = 2$), y ahora con asíntota horizontal en el eje horizontal $y = 0$. Ver figura 24 siguiente, que muestra ambas funciones.

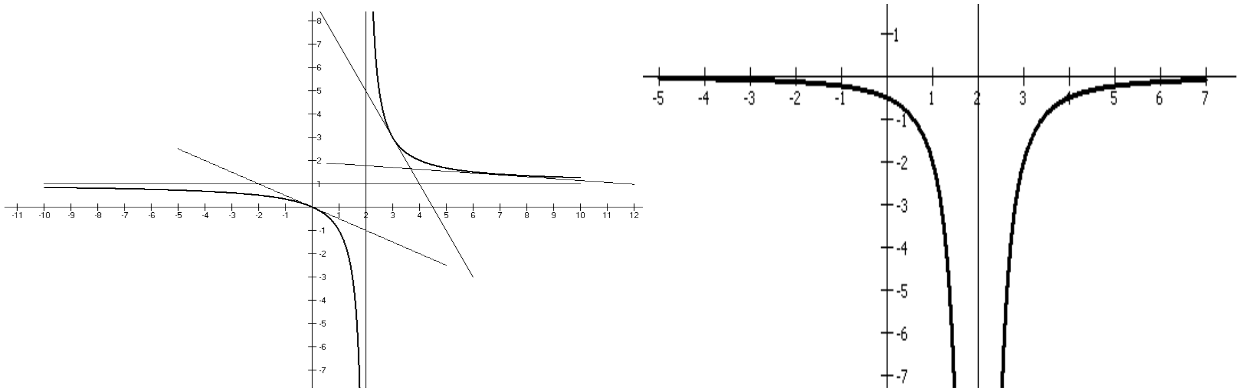


Figura 24: y = x / (x – 2). Con rectas tangentes en puntos dados, que permiten graficar su derivada

A continuación la función cociente y = $(x^2 + 1) / x$, con su asíntota vertical en el origen y su asíntota inclinada llamada oblicua; con el mjsmo procedimiento en puntos o tendencias de la gráfica original se colocan rectas tangentes para obtener la silueta y gráfica de su función derivada. Ver figura 25 con ambas gráficas, a continuación

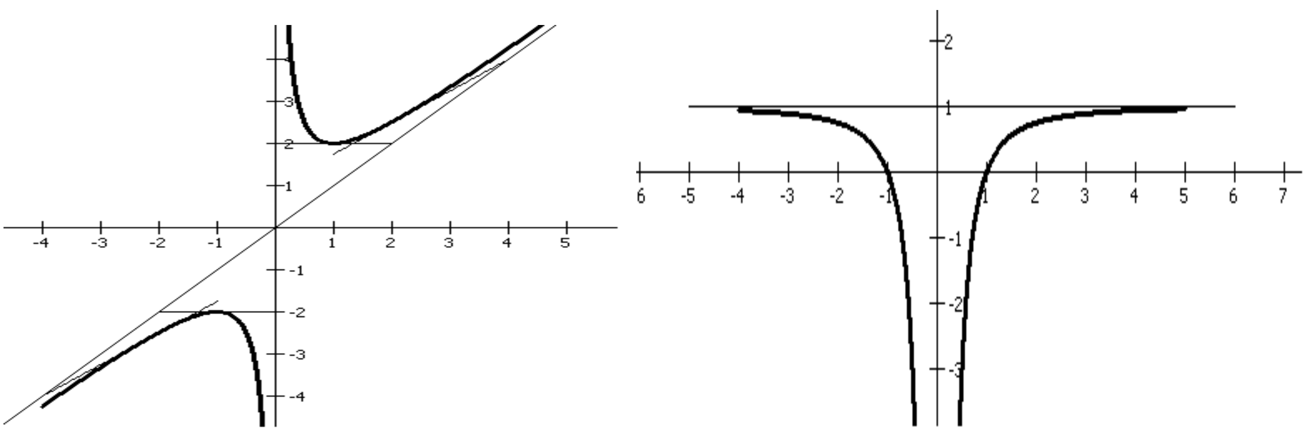


Figura 25: Función y = $(x^2 + 1) / x$. Con algunas rectas tangentes en puntos dados, que permiten obtener su derivada gráfica

Muy interesante resulta observar como la tendencia en la gráfica de la función derivada, para valores extremos del dominio, tiende a la pendiente de la asíntota de la asíntota inclinada; es decir, puede existir teoremas al respecto sobre este tópico poco estudiado en a la actualidad, como novedad matemática.

A continuación, el clásico de porque la derivada del Seno produce su función similar el Coseno, precisamente con rectas tangentes en puntos notables como los múltiplos de π/2 y π en la función Sen(x). El proceso de derivada gráfica, continua hasta la derivada enésima de ser necesario, además de que se puede confirmar de esta forma o con la comparación de la gráfica de la función obtenida por derivada algebraica, o por teoremas. Ver figura 26 siguiente, la derivada el Sen(x).

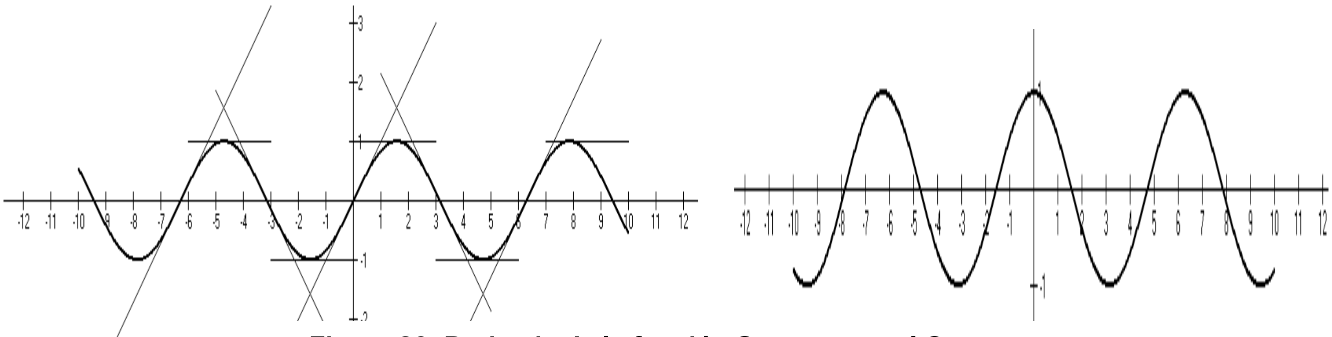


Figura 26: Derivada de la función Seno, como el Coseno.

La derivada actual, se obtiene al resolver el límite indeterminado particular de cada función, generado por una expresión de movimiento horizontal de la función en una cantidad infinitesimal, y de dividirla entre este valor, haciendo su tendencia a cero; este proceder se denomina Derivada por Definición, como se mencionó. Luego existe los llamados teoremas y algebras de la derivada, como proceso algorítmico para obtener derivaciones de la función original que sea; dependiendo de su complejidad o composición, pero nuevamente el aporte de la definición gráfica es complementario en el aprendizaje, al permitir la comparación de resultados por observación. Cuando el estudiante puede graficar la derivada obtenida, en este sentido como contexto en la construcción gráfica como didáctica expresada en la siguiente máxima del constructivismo: La verdad es el resultado del hacer.

El capítulo de la derivada culmina con la derivación múltiple o de orden superior, llamadas: segunda, tercera y/o enésima derivación; y con las tipologías de: funciones Paramétricas e implícitas.

5.13) Aplicaciones de la derivada

Este tema conlleva contenidos que se pueden desarrollar y utilizar en casi todas las asignaturas medias y de avanzada de las carreras universitarias, es por ello su importancia como clímax de la Matemática I, en su lógica secuencia capitular, las aplicaciones son las siguientes a desarrollar en orden de dificultad

1) Regla de L´hopital, como estrategia para resolver límites indeterminados complejos.
2) Confirmación puntual en una función dada de su continuidad, para poder reconocer los intervalos en donde se pueden obtener sus puntos notables posibles.

3) Teoremas de Rolle y de Lagrange, como el tema de las rectas normales y ortogonales a una función en un punto dado, y la demostración de existencia de puntos notables, llamados también puntos críticos, cuya visión y comparación a través del método gráfica de relaciones, hace de este una estrategia relevante en el aprendizaje aspirado en el estudiante.
4) Ajuste en la gráfica de una función, al mostrar los puntos notables que posea como herramienta tope en los saberes que se esperan del Calculo I, en los llamados criterios de la derivación de una función.
5) Optimizaciones con aplicaciones a situaciones y problemas relacionados con la carrera que el estudiante cursa, en el ámbito del conocimiento en donde la matemática es estudio básico. Empezando por maximizar áreas y minimizar volúmenes, según se enseñe modelar o establecer la función base a optimizar.
6) La antiderivada, en sus nociones básicas, como la integral indefinida y los primeros teoremas de integración; en una introducción a la Matemática II, o Cálculo II, llamado integral, en su teorema fundamental, con las llamadas sumas de Riemann.

Es importante destacar que el tema de descubrir exactamente donde quedan los puntos notables y sus valores se llama ahora *Ajuste* en la gráfica y no como en los programas actuales de *grafica de funciones*, por el hecho importante de que las funciones ya fueron graficadas por el estudiante desde el capitulo inicial; además, de que en la actualidad es falso que se grafique toda la función por el hecho de solo encontrar algunos puntos notables y sus asíntotas como aplicación del límite, demostrándose una vez más que la acción didáctica de la gráfica de relaciones rompe esquemas y evoluciona la matemática actual y su didáctica, al ampliarla y permitir la confirmación de resultados.

Cerrado el resumen del taller de formación docente cuya necesidad obvia está en la creación del texto de Matemática I, con las nociones de la gráfica de relaciones desde el importante y vital unidad de funciones, como aprendizaje necesario; encontramos sin duda, que la definición gráfica va de la mano de las interrogantes que originan la inquietud inicial de este texto y que pueden llegar a ser afirmaciones en vez de interrogantes, a saber
1) Se enseña más y mejores contenidos de la matemática.
2) Se ve y se cree en la definición matemática que se enseña.
3) Existe la ampliación conceptual como avance en la didáctica matemática.

Donde la gráfica de relaciones como estrategia didáctica no solo pasa a existir como un cuerpo o *ente* semi concreto que sin duda va a mejorar la enseñanza en la Matemática I, y por ende va a afectar positivamente su aprendizaje. A continuación, algunas nociones sobre el docente actual y el nuevo paradigma a entrenar en este profesional de la educación, para la visión holística del pensamiento a evolucionar.

6) El discurso docente

Suele ocurrir en las sociedades los procedimientos de algunas prohibiciones de lo que se dice o se quiere manifestar, el orador con derecho en el aula, (docente), se le permite hablar en una experiencia del tipo conductista que por lo general convierte la clase en un monologo repetitivo, con mínimos diálogos y sin desarrollos dialécticos para con su audiencia: El pasivo estudiante. Caracterizado por un discurso de estilo algorítmico con la resolución de ejemplos y ejercicios *tipo*; entonces la clase separa sus protagonistas convirtiéndose en una especie de resistencia de soportar lo más posible atención.

Aquí toma relevancia el tipo de pensamiento característico de cada individuo en donde para una clase de contenidos matemáticos y por lógica, los primeros en abandonar la mirada son los del pensar practico contextual, seguidos de los del pensar sintético creativo y dependiendo de la *Carga* de oraciones en el aire, con cortos tiempos de vuelo[12], perderán el interés los del pensar critico analítico.

Con las nuevas tendencias didácticas para la matemática, se puede afirmar que los contenidos en silogismo solo algebraicos no pueden generar el mismo aprendizaje que los contenidos sintéticos de intuición lógica, aquí es cuando se refuerza la afirmación de que los juicios analíticos se deducen por lógica de las definiciones; cuando en superior los juicios sintéticos buscan la comparación y la demostración de estas definiciones exigiendo del docente la apertura del dialogo con la participación del estudiante. La nueva tendencia y aporte en la enseñanza de la matemática básica, debe evitar el absolutismo en manos únicas, en un despliegue de nuestra esencia, donde lo ideal es la dualidad con mezclas de pensamientos, que reconociendo y aceptando los enigmas del pasado no busque el conflicto o el desecho de lo que ha sido la educación por largo tiempo en la humanidad.

Si bien el cientificismo tiene profundas grietas, es el piso que soporta gran parte de la tecnología y el mundo moderno; entonces evitando lo que se conoce como el *Caudillismo*

---

[12] Referido a un movimiento del tipo parabólico. Donde las palabras del docente son proyectiles.

Epistemológico, y el control del pensar por imposiciones doctrinarias o choques, las nuevas epistemes educativos deben tener la amplitud libre y abierta del pensar, con disposición a: la crítica, los enlaces helicoidales, la autoevaluación, para evolucionar constantemente, en la mejoría de la didáctica. Nuestro pensamiento individual es una dualidad entre lo certero y el error, pero la naturaleza de la verdad que se descubre en una teoría educativa debe: admitir lo opuesto como falso, entender que puede cargar con enigmas propios en una correspondencia entre las creencias y los hechos tangibles; porque el conocer se puede poner en práctica, como discurso social valorizado y distribuido, tanto en la vida diaria del ser humano, así como en las instancias dedicadas a la educación.

Discursos literarios científicos y/o matemáticos convertidos en textos, resultan como un entramado dialógico en la educación tradicional universitaria, en donde la postura y opinión del estudiante solo es relevante para su formación principalmente dirigida a la sola idea de obtener un título como logro profesionalizante; si bien ese es su deseo primario, la institución universitaria no debe atarse a esta función como actividad única en la sociedad de la *Titularidad*. El discurso lógico entonces es una correspondencia para razonar y distinguir lo correcto de lo errado, en un despliegue de proposiciones que infieren o concluyen sobre una idea o tema particular; con un lenguaje en común con la audiencia, que provoque el mínimo de perturbaciones al razonamiento, al poseer dualidad del pensar con el aprendizaje; es decir, en una adecuación social del discurso en el nivel básico universitario, se debe seguir una distribución acorde con la madurez del estudiante.

En una dirección de lo simple a lo complejo para el aspirante a un título profesional, con una actividad variante no ígnea y con noble dificultad, al intentar desarrollar un nuevo ritual en el discurso del docente y de los diálogos del aula; porque toda clase de Matemática y de ciencias afines debe ser diferente, inédita como meta, porque el individuo es un mundo pensante que se caracteriza por un ritmo particular de su aprendizaje, en un ambiente que resulta ser del tipo compartido.

Entonces debemos cuidarnos de la sociedad aclamadora del discurso del líder solitario, porque oculta el temor a evolucionar, adorando la logo-filia que pueden prefigurar y esquivar el pensamiento en la búsqueda de la verdad; de una didáctica para intuir la existencia y confirmación de nuevas verdades científicas y nociones matemáticas. Cuidado con la matemática exacta y fija, llamada tradicional como creadora de autómatas seguidores de algoritmos en sílabos que terminan siendo ígneos, contrarios y diferentes en el ciudadano que aspira a ser profesional de cualquier área, en especial a aquel que se caracteriza por usar su ingenio, llamado en la sociedad *ingeniero*.

El profesor universitario como autor natural del discurso y su línea, debe evitar que este sea una especie de monologo histriónico para sus estudiantes o peor aún para con su pizarra o pantalla de apoyo virtual, luego con unicidad del origen de sus significaciones en un enfoque coherente, el discurso en la clase será veraz por la valoración científica que posea, y valorizado en relación al aprendizaje que pueda producir; a diferencia del discurso literario donde el autor puede dar al lenguaje, unidades de ficción con nudos de coherencia real, para el avance de la historia que se quiere desarrollar. El discurso docente debe buscar el logo *Hegeliano*, donde la dialéctica provocada es la estrategia racional del pensamiento para conocer el concepto, con la ayuda de: la lógica razonada, el fundamento epistemológico; además, del aporte de los autores del conocer enseñado, (íconos históricos de la literatura, la política y la ciencia), para convencernos de que el discurso docente debe ser una fenomenología del espíritu.

Luego el docente de la matemática básica es y debe ser un ejemplo de individualismo competitivo que incentive el pensamiento intuitivo en cada estudiante, en un navegar por mares no dóciles, con herramientas idóneas que le puede permitir una enseñanza con esquemas motivacionales, de suficiente surtido en las problematizaciones que se exponen en la clase; con praxis crítica sobre el conocimiento, un discurso no repetitivo, porque cada clase es y debe ser un evento único, magistral, con emociones y anécdotas propias a ser *Vivido*. En plena autonomía y libertad de invocar sus propias vivencias, lecturas, estrategias y empirismos que van a caracterizar su habilidad, que no es ni debe ser fija, como evolución constante, porque toda clase es y debe ser un acto inédito.

El poder enseñar entonces se convierte en saberes de la clase cuando el sujeto puede explicar las razones y los motivos de su acción docente, de su dialéctica, que va ha generar una especie de *jurisprudencia pedagógica*, para el joven bachiller acostumbrado al discurso *solitario* del maestro del liceo. Luego en la Matemática I, el estudiante puede ahora descubrir que el docente es un ayudante falible, con un esquema del discurso dirigido a sembrar la inquietud e intuición matemática para la deducción de definiciones aplicadas en la resolución de problemas planteados, complementando su aprendizaje con estudios personales.

CAPÍTULO III

Epistemología y teorías propuestas

En este texto se desarrolla una epistemología de razonamiento propia, a la vez que critica el cientificismo de la enseñanza matemática actual con su estilo analítico algebraico único, con clases algorítmicas y repetitivas, sin motorización del error geométrico como holgura Socrática, para una estrategia didáctica; cuando se propone en este texto una metodología de estudio sobre los protagonistas en el salón de clase, en la educación universitaria general, relacionados con la matemática básica, en el fenómeno de la conciencia y la actitud ante los saberes matemáticos aprendidos, al mostrar, enseñar y usar el método *Gráfica de relaciones*. Porque la comprensión de la geometría Euclidiana como fundamento para evolucionar la tradición del cálculo actual, en su enseñanza y comprensión de las definiciones y axiomas matemáticos, así como un nivel de racionalismo crítico al proponer desde el inicio un cuerpo teórico, que intentan explicar una realidad actual a la vez que proponen como propósitos mejoras en el aprendizaje de la matemática básica universitaria. La idea se funda en la propuesta epistemológica necesaria para la utilidad de esta novedosa estrategia didáctica iniciando en un estudio histórico de las epistemologías más destacas en el ámbito educativo que se pueden relacionar con lo que representa la utilidad en la actualidad de este método. Donde por lo general las teorías educativas se insertan en epistemologías que existentes, descubiertas o no, están para indicar las corrientes filosóficas que explican el cómo y porque de la tipología del conocimiento, con su aprendizaje respectivo en las mentes receptoras; las epistemologías entonces son un mundo que increíblemente para un momento inicial, no son requeridas en la teorización primaria, que por supuesto esta va a requerir luego insertarse en una epistemología cercana, o generar la necesidad de generar una propia.

Algo similar ocurrió en el mundo de la química, como historia de la ciencia, con el aporte del ruso Dmitri Mendeléiev donde mostraba en una cuadricula los elementos conocidos hasta la época con algunos vacíos con caracterizaciones *Familiares*, que luego fueron descubiertos como nuevos elementos con características similares a lo que el proponía; es decir, nació la tabla periódica actual. El aporte de este genio fue el de *predecir* la existencia de elementos de la naturaleza a partir de una organización que se usa hoy en día; o sea propuso una teoría de aproximación química, que luego genero su epistemología propia de enseñanza.

1) Cómo generar teorías educativas

Las teorías educativas buscan explicar los procesos en la educación de la persona, como elemento de su sociedad, se cuentan con un denso devenir histórico y filosófico en aceptable orden cronológico, se puede afirmar que la lógica como teoría de la búsqueda del conocer, de Dewey y el desarrollo del niño de Piaget, abren el camino en los mediados del siglo XX. En ese sentido y en lectura realizada de la obra de (Sanguinetti 2005), se tienen entre algunas teorías alineadas al aprendizaje en general, junto con sus autores lo siguiente en orden cronológico reciente

a) El aprendizaje por descubrimiento; (Jerome Bruner), cuando se propicia la participación del estudiante en la problemática, se le ofrecen tópicos de orientación, pero es él en su pensar propio que encuentra el conocimiento dado por psicología cognitiva.

b) El aprendizaje significativo; (David Ausubel), cuando se aprende lo que tiene sentido lógico en función de conocimientos previos relacionados, es decir por comparación significativa, con el nuevo conocer, en un acto constructivo; afirmaciones que se fundan en un trabajo previo denominado “Las doce razones del aprendizaje por descubrimiento”. En complemento y en diferencia con el aprendizaje solo por exposición.

c) El socio-constructivismo; (Lev Vygotsky), donde el aprendizaje es una construcción propia a partir de saberes previos con interacción social, como psicología del desarrollo: Discusión con compañeros en la clase, lectura de textos, guías de ejercicios, entre otras.

d) EL aprendizaje como proceso activo; (John Abbott), donde cada individuo modifica su método de aprender por experiencias vividas, es un proceso individual de cada ser pensante, de su lógica, patrones propios y razonamiento.

Para casi todo estudioso del fenómeno educativo, los llamados cognitivistas, el aprendizaje conlleva: una teorización o idealización primaria, una estructura que caracterice el aprendizaje específico, un material o método de aplicación y una actitud como meta de su logro; para el caso del autor Ausubel, estaríamos hablando de una estructura y método con significancia particular, con una actitud de aprendizaje significativo. Luego lo cognitivo, en su objeto, es estudiar como la mente conoce y memoriza los aprendizajes, en una actualidad teórica denominada *inteligencias múltiples*, en donde la inteligencia es un conjunto de capacidades y habilidades individuales diferentes a la sola brillantez académica; de hecho, el aprender depende de la conducta, la emoción, el ambiente, la motivación y sobre todo del individuo en sí.

Entonces la teoría de la educación hacia las nociones matemáticas, necesaria o que busque surgir ante cualquier anomalía o enigma en la didáctica o en los aprendizajes observados en la actualidad, primeras debilidades acotadas en este trabajo, debe iniciar, y según experiencias particulares de docentes que conocen y aplican la praxis geométrica, como: a) El conjunto ordenado de proposiciones que hacen referencia al fenómeno educativo que se aprecia o se puede observar en el aprendizaje de la Matemática I.
b) Caracterizaciones posibles del aula de clase bajo el método grafica de relaciones, que contrasta con lo investigado como problemática actual, en la enseñanza y aprendizaje deseados de estos contenidos.
c) Avances significativos en el manejo de las definiciones matemáticas.
d) Motivación a la dialéctica del salón de clases.
e) Incremento de la permanencia estudiantil hasta el final de la asignatura del semestre, en una nueva actitud de aprender.
f) Incremento del promedio de notas y del porcentaje de aprobados.

Variables para apreciar y comparar entre estudiantes que cursaron la Matemática I con el método tradicional y con la estrategia de la gráfica de relaciones, en tabulaciones de resultados que se muestran más adelante; por supuesto a juicio y probidad en estudios consecuentes a este texto. Así como en los anexos de tesis realizadas al respecto.

En adicional y como marca de una realidad ante el fenómeno didáctico que se expone, algunos docentes en diferentes latitudes recogen opiniones y frases rescatadas en estudiantes repitientes, (segunda o tercera matricula), que han tenido la oportunidad de vivir ambas situaciones didácticas, como lo son: ¡Que bella es la matemática! ¡Que fácil es ahora! ¡Si me hubiesen enseñado así, mi historia como estudiante de la universidad o incluso la carrera obtenida, de pronto fuese diferente![13]

Todo esto conduce a la formación del cuerpo teórico que se propone, con una epistemología propia que permita la inserción de teorías que en definitiva van a superar los enigmas de dificultad sobre la Matemática I actual, así como el demostrar que se logra un mejor aprendizaje y manejo de sus definiciones características desde sus axiomas base, a la actualidad con su cientificismo, con estructura algorítmica ígnea.

[13] Opinión interesante, cuando se observó similar aporte y reacción en el cuerpo docente. Asistentes a los talleres de formación sobre la Gráfica de Relaciones.

Para el autor (Moore, 1980), una teoría educativa es un argumento con recomendaciones prácticas, y su probidad o refutación dependerá de lo empírico, de su puesta a prueba; con factibilidad en sus principios como conjunto. Es decir, se debe demostrar que sus conclusiones merecen ser puestas en práctica por encima de sus supuestos, con: afirmaciones de la experiencia, juicios de valor filosóficos y deducciones en sus argumentos.

La mejor apología de una teoría educativa es su criticidad, cuando se demuestra que sus objetivos son realizables, es de moral aceptada y su eficacia es inobjetable; o sea, es valida cuando posee defensa racional. En el tema que ocupa este texto se habla entonces de una teoría del aprendizaje de los contenidos matemáticos del básico universitario, por entender que cuando se aprenden estos, es por una esencia de intuiciones con sentido, sobre un conocimiento; donde se tienen intuiciones cuando se *observa* el sentido del argumento, se adquiere el dominio de una técnica que se está usando o incluso se observa la solución, ante la situación planteada como problemática y sentido de trabajo. Siendo diferente y superior a una ejercitación repetitiva con fines solo memorísticos a corto plazo, sin el debido manejo del concepto.

La propuesta teórica acepta que la complejidad y la individualidad del aprendizaje hacen difícil la existencia de una sola teoría educativa adecuada o generalizada, pero el enfoque es que su existencia esté relacionada con los saberes geométricos que fundaron y son exégesis de la matemática actual; además de la epistemología base que podría identificar la inserción de estas teorías que se generan aquí, caracterizadas por un desarrollo dual del pensamiento, que no debió ser separado en el desarrollo histórico del Cálculo I, como elemento didáctico de retroalimentación y comparación, además de la ampliación de algunas definiciones matemáticas básicas, entre lo analítico y lo gráfico.

La didáctica gráfica busca redefinirse como elemento de complemento en la enseñanza solo algebraica, con un estilo Socrático en utilidad del poderoso sentido visual más característico de las actuales generaciones de estudiantes, para el aprendizaje y manejo de definiciones abstractas que constituyen la formalidad matemática; es decir, con el sentido que caracteriza a la juventud moderna por encima de las generaciones pasadas, al utilizar con frecuencia las tecnologías electrónicas de este siglo. Esta didáctica busca separase del estilo algébrico analítico único actual, sin pretender quitarlo o superarlo, siempre de apoyo y retroalimentación didáctica; cuya visión en la memorización condicionada conduce al estudiante a una especie de pasividad y rechazo, cuando solapa su posible o mejor entendimiento y aprendizaje; como mostro en parte el estudio especifico realizado en estudiantes de carrera, en el capítulo I de este texto.

El cuerpo teórico en el mundo educativo inicia en el percibir de la construcción de conocimientos, en donde los enigmas y anomalías de su utilidad no son de suficiente criterio o incluso si estas fuesen de una racionalidad diferente; la teoría entonces se hace paradigmática cuando sus espacios completos de contenidos permiten el surgir de nuevas teorías no superiores en una coexistencia de racionalidad en el universo cognoscible. Luego para el desarrollo de la teoría o las teorías debe iniciar con su fundamento epistemológico, porque cuando una nueva teoría surge se inicia un proceso de construcción de objetos de investigación para el uso y criterio de los conocimientos que se generan; es decir como un conjunto de hechos procesados, con realidad ontológica y empírica propia.

Donde la epistemología base, estará conformada por corrientes filosóficas de validez en la comprobación de los aprendizajes, en relación de responder o relacionarse con las interrogantes de: ¿Existe aprendizaje de la Matemática I, por descubrimiento o por socio interacción? Cuando el estudiante de avanzada en la carrera se sabe que por lo general que desconoce la utilidad de estos contenidos en su contexto. ¿Pueden crearse o descubrirse lineamientos teóricos que, bajo la validez empírica, de las teorías educativas, evolucione el aprendizaje de la matemática inicial universitaria? Y de ser así, ¿Existen epistemologías o corrientes filosóficas, relacionadas con este fenómeno didáctico de la definición gráfica?

2) Psicología matemática

El razonamiento para aprender matemática desde el pensar intuitivo, afectado notablemente en la actualidad bajo la *era* visual del internet, no debe ser atrapado bajo una enseñanza solo con silogismos algorítmicos; por más lógica que posean ni, aunque este proceder se base en analogías razonadas. Porque el pensamiento mecanicista redujo complejidades a lo simple y especifico fragmentando el entramado de la realidad misma y su visión, la educación de muchas ciencias inclusive y especialmente la matemática, se ato a un diseño programático que la aisló de otras disciplinas propiciando una separación de su contexto y existencia fundacional, generando una matemática básica recetaría y algorítmica; es decir, como debilidad o debilidad educativa actual, generando: inestabilidad, ruptura entre los enlaces cognitivos posibles y un conflicto didáctico engranado y protegido por su peculiar singularidad de ciencia exacta.

Al reformar las mentes se reforman las instituciones en un ciclo de mejoramiento que desprende las obsolescencias que ocurran y se acumulan, el aprendizaje en el estudiante de matemática podrá provenir de un razonamiento intuitivo en una clase, la cual se debe caracterizar por la dialéctica, con deducciones sintéticas individuales y socializadas en el salón de clases. Donde el acto mental de la curiosidad para motorizar la producción de experiencias cuando se aplica sobre semejantes imaginarios empíricos o no, producto de la observación y manejo de la *Definición gráfica*, más que la analogía razonada solo analítica. Es decir, la lógica empírica crea conocimiento en el individuo que estudia, cuando aparece la construcción del concepto, al obtener una verdad particular a partir de generalidades.

En el artículo de (Vargas, 2003), se destacan algunas epistemologías educativas que están relacionadas con esta investigación, y resultaría paradójico e ilógico que para estudiar un problema complejo como el enunciado, se tome la decisión de adoptar un método de pensar rectilíneo; de allí la necesidad de poner en juego, de acuerdo a la naturaleza de la realidad empírica problematizada, un enfoque transmetodológico que propicie la cooperación de distintos paradigmas, métodos, técnicas e instrumentos. En tal sentido la investigación se apoya en lineamientos nodales que surgen de epistemologías, asumidas como sustento de la búsqueda de una epistemología propia de donde puedan *nacer* teorías para la nueva enseñanza de la matemática básica universitaria y su mejor y más completo aprendizaje.

En la idea de superar este vacío y debilidad actual cuando se considera que, por la supuesta perfección o exactitud de la matemática, esta ciencia no requiere o no se le puede asignar una epistemología en relación con su didáctica. A continuación, las epistemologías conocidas que se usan de base, para la construcción que se desea

a) Racionalismo crítico: Con su aspecto de invención de teorías necesarias para el logro de objetivos con la oposición al culto del concepto, esto es cuestionar definiciones vigentes de la matemática para resolver sus enigmas como el caso particular de las asíntotas no rectas y las que involucran cortes, así como la definición del límite geométrico, el límite en funciones trascendentes, entre otros enigmas actuales.

b) Fenomenología hermenéutica: Cuando se explora la experiencia como fenómeno de la conciencia, entonces el estudiante agrega la observación como actitud para su comprensión de los nuevos conocimientos, que le permiten obtener el aprendizaje significativo; se trata de la comprensión del presente, con tradiciones pasadas y como resultado de una arqueología particular, al develar la riqueza fundamental de la *gráfica de relaciones*, como método.

c) Neo-estructuralismo: Cuando la construcción de conceptos, como factibilidad significativa, cuando se corresponden con la llamada *definición gráfica* de la Matemática básica universitaria, en una interesante construcción conceptual, a la vez que permite la comparación de resultados en ejercicios planteados.

d) Complejidad: En su intencionalidad orientada a tejer elementos asociados en la educación de la matemática básica, precisamente la dualidad que propone la unión geométrica analítica de su génesis, que pretende evolucionar el existir exacto y axiomático impuesto en la evolución contemporánea de la matemática y su enseñanza; o sea, en una conciencia de lo idóneo y utilidad.

Favoreciendo el juicio sintético basado en descubrir definiciones a partir de ideas primitivas en un cálculo simbólico y análogo; es decir, de la mano de la comparación y verificación entre la matemática algebraica y gráfica, sin plantear nunca una sustitución en la enseñanza, porque la gráfica de relaciones es una propuesta de didáctica dual.

3) Epistemología propuesta

Al requerirse la construcción de enunciados teóricos, a partir de una matriz o cimiento para la nueva estructura del saber y su aprendizaje, se habla entonces de una episteme fundacional. Entonces el itinerario a seguir no será una aventura, vacio o al azar, al observar estos enfoques epistemológicos generales de lo educativo, que son el sustento inicial de la epistemología a proponer, en donde se puede apreciar que el método: Gráfica de relaciones conlleva: Empirismo inductivo con el manejo de la técnica como inferencia de lo primario a lo general y Racionalismo en la comparación de los resultados con el método sólo analítico.

En donde pueden ocurrir retroalimentaciones, deducción cuando surgen respuestas y utilidades de las definiciones gráficas creadas a partir de la generalidad concluida en determinada definición algebraica, en una vivencia consciente del estudiante ante el proceso que se lleva a cabo en su aula de clase.

La gráfica de relaciones en el plano ha generado definiciones de estilo o forma conceptual en nuevos entes matemáticos que exigen o reclaman el correspondiente estudio algebraico analítico que lo explique como matemática pura o superior, en una muy interesante retroalimentación del concepto; caso especial a mencionar aquí: La ampliación del concepto actual de asíntota, en curvas y con cortes, (Tirado, 2021).

El abordaje de inicio como fundamento cognitivo se caracteriza por

1) Dualidad entre el pensamiento crítico analítico y el pensamiento sintético creativo.

2) Construcción, comprensión y evolución del concepto por la significancia, cuando puede ser dibujado y observado, psicología de la visión como se mencionó.

3) Asociación y retroalimentación continua de lo geométrico con la exactitud analítica.

4) Enfoque contextual y de utilidad de las definiciones en el momento, después en la propia asignatura de Matemática I, y como referencia de utilidad a futuro.

5) El hecho de la conexión existente y necesaria entre los cuatro temas fundamentales de esta asignatura inicial universitaria, pues ¿Cómo se podría enseñar limite, si saber funciones? ¿Cómo se muestra la definición de la derivada? Sino a través de un límite especial indeterminado, y por supuesto la aplicación de la función derivada como alma y esencia a descubrir; clímax sin duda de la materia.

Donde lo real tiene naturaleza matemática con entendimiento apriorista, de rigor aceptable en el hecho de que estas estructuras sintéticas poseen síntesis y necesidad de experiencia en el manejo de las definiciones formales que se construyen en este nivel, (o sea un llamado a una teoría educativa propia); un singular ejemplo de lo dicho es el conocimiento en las escuelas Pitagóricas de los números irracionales, a partir de operaciones con los números naturales, los cuales se tenían como razonamiento de lo absurdo, debido a que si cualquier alma pretendía entrar a esta región oculta de la razón podría ahogarse en las corrientes del devenir incesante e irreductible a las normas comunes en el pensar numérico ordenado, por eso estos números se llamaron así.

Pero si bien la axiomatización facilita la lectura, la evolución rigurosa y la caracterización de temas particulares, este proceso en solitario reduce la intuición necesaria que se debe cultivar en el estudiante, cambiando su esencia a una exigencia de memorización de conjuntos y soluciones; contrario a la evolución de la mente humana desde su niñez que inicia con la intuición y la experiencia sensible para luego seguir con los juicios analíticos que producen el desarrollo de la lógica y la razón, característica de cada ser pensante.

Es de interés recordar ahora al lector, los dos mil años que separan la deducción sobre figuras elípticas en la antigüedad a su aplicación en el movimiento planetario, descubierto por el alemán Kepler en 1609, que dio origen a la mecánica Newtoniana y los conocimientos en orbitas planetarias de hoy; entonces las guías matemáticas están justificadas en la belleza de su arte que se puede aprender y apreciar, cuando el docente en su aula la redescubre desde sus orígenes en suficiente saber de conocerla no como una única unidad, sino como un conjunto de partes relacionadas en armonía cuyo origen es intuitivo y luego axiomático.

La investigación propone el nombre, por no existir ahora de una episteme racionalizado en la dimensión ontológica de la intuición y del pensamiento práctico de la matemática, como: **Didáctica del Cálculo I**, como praxis intuitiva para mejorar el aprendizaje, en un pensamiento educativo lógico, con fundamento geométrico en su enseñanza universitaria básica. Es el nacer de una matemática gestáltica que encuentra soluciones a los ejercicios propuestos desde un punto de vista de entender y comprender el concepto matemático que se está enseñando por encima de la sola reflexión analítica algorítmica, y en el constructo teórico que se pueda generar; esta epistemología tiene las siguientes líneas de pensamiento y acción

a) Desarrollo del ingenio por la intuición razonada, y dualidad del pensamiento.

b) Lógica matemática y empirismo como construcción inicial del concepto.

c) Asociación, retroalimentación y utilidad de la definición matemática en el desarrollo psicomotor de la estrategia gráfica en la clase, con la comparación de resultados.

Todo ello por observar que ni una ni otra de las epistemologías descritas previamente, abarca o permite la generación de nuevos conocimientos, o de resolver enigmas en las definiciones actuales en la matemática básica universitaria, así como el de sus aprendizajes y dominios de utilidad a mediano plazo; o sea, se está en una necesidad epistemológica, no porque no se genere conocimiento y aprendizaje del Cálculo I en la actualidad, si no porque se requiere de una denominación que funde teorías que en definitiva proponen comprobar que se aprende más y mejor matemática básica con la utilidad de la gráfica de relaciones.

Porque la enseñanza de la matemática básica universitaria perdió su lógica y genera una necesidad epistemológica para el génesis de un autentico aprendizaje sintético de nociones irreales como el infinito, lo infinitesimal, o lo indeterminado; en el contexto de aplicabilidad de estos saberes, así como de las nuevas definiciones y nociones básicas que surgen a priori, por evidencia empírica e incluso por tautología analítica, que sin pretender desplazar las definiciones monolíticas actuales, buscan su evolución del cuento de terror que está resultando enseñar la matemática básica universitaria solo a partir de teoremas y teorizaciones.

La matemática como ciencia fundamental, es una bella historia en la humanidad, y así debe ser enseñada: Agradable, entendible y emocionante, como un cuento infantil de héroes y princesas con final feliz; caracterizada por una teoría del conocimiento que permita una didáctica de correspondencia entre lo observable y lo razonado como superación de la realidad, en formalidad sintética, lógica axiomática de objetividad intrínseca y rigurosidad coherente; donde esta producción no debe arrastrar *su didáctica*, porque genera una incomprensión por parte del optante al aprendizaje, esta debe ser una invención de combinaciones en elementos y métodos educativos que funden la nueva estrategia para la educación de la matemática básica universitaria, como pedido a gritos.

Propuesta para someter por supuesto a las justificaciones que en un plazo definido le permita existir como epistemología creada para la enseñanza de la matemática básica universitaria al mejorar su aprendizaje. Donde la invención didáctica consiste en combinar para descubrir elementos educativos existentes en una nueva estrategia visual, que puede llegar a generar y ampliar definiciones, creando nuevos entes matemáticos. Entendiendo este resultado desarrollado, con todo el recorrido explicativo de su finalidad, como una verdad provisional, en vista de que mantiene la expectativa de su enriquecimiento por aportes, criticas y discusiones futuras, en su utilidad; porque siendo la verdad, en concepto general, como una cualidad de un proceso cognoscitivo: mental, lingüístico o simbólico, que resulta eficaz o tiene éxito. Entonces es lógico pensar que esta epistemología no da término o no será la única, sobre el tema teórico siguiente, del aprendizaje de la matemática básica universitaria.

4) Teorías propuestas

La matemática contenida en el Cálculo I debe y puede enseñarse con el empirismo sobre definiciones básicas que se construyen y deducen a partir de la observación de formas y objetos con esta capacidad, donde lo real tiene naturaleza matemática y lo irreal es de entendimiento apriorista; esto resulta de rigor aceptable porque la estructura sintética a priori va a constituir la síntesis ante la necesidad de entendimiento intrínseca, para el manejo empírico de la o las definiciones a este nivel. Aceptando el surgimiento de nuevos entes lógico-matemáticos por construcción contingente en una autorregulación de rigurosidad por coherencia, porque su negación seria inexistentes.

En el mundo del aula, donde el estudiante es protagonista de los procesos educativos, con su actitud, debe ocurrir una armoniosa y conducida dialéctica, cuya lógica se apertura en la praxis geométrica y se acompaña de la matemática axiomática, para producir la practica necesaria de caracterización de las teorías educativas. La argumentación teórica entonces surge con el uso del método *grafica de relaciones*, donde: se enseña más y mejor matemática, se ve y se cree en las definiciones matemáticas como didáctica propia, se potencia la dialéctica del aula, se amplían las definiciones matemáticas y se aprende más y mejores contenidos de la matemática básica. Entonces su postulado es

T3: La definición gráfica de los contenidos matemáticos del Cálculo I, es un complemento de enseñanza que: desarrolla el pensamiento dual, amplia las definiciones matemáticas, y produce aprendizajes por descubrimiento, por significancia, y por socio interacción.

Esta praxis geométrica es una invitación a la construcción de las definiciones matemáticas por los protagonistas de la clase, en una dialéctica que compara el conocer analítico con la intuición o creación en la mente, resultando como una propuesta para el fin del oscurantismo metódico de esta ciencia formal y del renacer de un docente más inventivo.

Luego se dice que se amplían las definiciones matemáticas por los siguientes ejemplos; entre otros posibles

a) El dominio en la abscisa y el rango en la ordenada, que se observan en la gráfica de toda función, y que se estiman antes de resolver su intervalo por cumplimiento de las restricciones matemáticas; caso similar ocurre con las intercepciones entre la función y los ejes coordenados.

b) La construcción de todas las funciones conocidas, en el orden correcto y con sus caracterizaciones, como tipologías; son una novedad para considerar.
c) El estudio de lo infinito, al infinito y las tendencias infinitesimales que son los fundamentos del límite de una función, que se descubren y comparan; así como la definición formal y geométrica del límite, en el porqué de sus diferentes soluciones.
d) La ampliación del concepto y tipologías de las asíntotas, que se ven y demuestran.
e) La derivada gráfica demuestra los resultados obtenidos por la derivada por definición y por el algebra y teoremas de esta.
f) Las aplicaciones de la derivada: Regla de L´Hópital, Teoremas de Rolle y Lagrange, Ajuste en la gráfica de funciones con sus nuevos puntos notables, y La optimización de áreas contenidas, en variables planteadas como funciones. Son todas estas, muestras de avances en los aprendizajes observados con la *definición gráfica* y su método, en comparación con la estrategia tradicional.

El pensamiento dual que hace nacer la comparación de resultados abre el debate y la participación en la clase con el docente, con los compañeros de clase, por lo que sirve la mesa al aprendizaje como actividad socializada, cuya conducción por el líder del aula genera dialéctica local o general. En este sentido el profesor pasivo, de exigencias memorísticas en tareas extensas a tiempo, y clase algorítmica, no encuentra razón de ser; cuando la dinámica de la clase con definiciones visuales le compromete a una actividad más amplia considerando la infinidad de funciones posibles a crear, en todas sus tipologías y caracterizaciones a partir de las funciones primarias.

Ya aquí se observa una necesidad práctica de valoración y validez, una verificación de experiencia docente y vivencia estudiantil, así como de juicios de valor necesarios; donde la profundidad y novedad de lo que se pretende y se afirma hasta ahora, pasa por el hecho educativo de impacto que el aprendizaje como acción individual por necesidad o casualidad, en una actividad colectiva, donde siempre existe la presencia del ente que enseña, es dependiente del conocimiento que esta en el juego o en el ambiente.

Es decir, hay dependencia de la forma y fondo de la: definición, concepto o actitud, que busca ser parte de nuestra individualidad, y nutrirla como un componente más en nuestra ética y saber, como otra herramienta o escalón que permanece con nosotros en nuestras mentes hasta ser utilizado o evolucionado. El conocimiento entonces es así como una brisa que toca nuestra piel, que cuando se siente por acción didáctica puede generar o modificar aprendizajes relacionados al mundo de la matemática y a ciencias afines; toda ampliación del debate da valor a lo propuesto.

En virtud de lo anterior se plantea la siguiente teoría, ampliada del solo mundo de la matemática a lo educativo en general, cuyo postulado se propone para toda apertura de su crítica, en una amplitud suficiente y extendida a otras actividades y ciencias, como un aprendizaje llamado de momento: *En contacto con el conocimiento.*

T4: El aprendizaje depende de la caracterización en forma, fondo y presencia, del conocimiento; su logro es un proceso del individuo inmerso en un contexto social, en libertad, por razonamientos y lógicas duales que pueden o no combinarse.

Esta teoría viene a significar una ampliación a la propuesta teórica de Abbott 1999, en donde el aprendizaje es un proceso activo del individuo; ahora el llamado aquí contacto con la forma, fondo y características del conocimiento van a generar en el individuo los razonamientos para poder entender el saber que se aprende.

Por ejemplo, es sabido que en una oportunidad el pensador griego Aristóteles afirmo que los planetas Venus y Marte giraban alrededor del sol, por el hecho de que en determinadas fechas los veía aparecer en el cielo a lados diferentes de la línea solar en el cielo nocturno; es decir, en presencia del hecho casual o inducido, se acude a la lógica y a la razón para deducir saberes que al ser normados se convierten o convertirán en conocimientos, a confirmar luego como en efecto ocurrió. Entonces con diferente capacidad cada ser y ante cada situación va a reaccionar como desde el niño que aprende las cosas de su entorno, a partir de un instinto o conocimiento medular centrado se conforma un conocer propio, social y socializado; similar a la helicoidal del ADN humano, es el pensamiento ante un eje central en constante retroalimentación.

Luego el conocer que se convierte en verdad es el objeto de los que habitan el mundo de la educación, una dignidad de vida en y para la libertad del hombre, ante los hechos o ante los entes inconmensurables que nos ocurren o que descubrimos. La matemática entonces, una vez promovida a ciencia formal, fue despojada de sus estructuras madres, de sus formas naturales, y de la intuición geométrica, para realizar con ella abstracciones reflexivas en superior a una secuencia formularía, en donde arrastro su enseñanza como un método oscuro en escusa a que el aprendizaje de lo infinito o lo indeterminado, era una especia de imposible, o un vagar perjudicial a la mente, que no todos podían comprenderlo, algo así como la afirmación de la sagrada Biblia, en el libro de las revelaciones, en donde determinadas profecías son solo: *Para aquellos que tengan el entendimiento*; en tal sentido afirma (Martínez, 2001), "Todo clama en estos tiempos, por una matemática gestáltica, en su fundamento, porque La matemática nace como explicación razonada de la realidad que se vive u observa".

Porque toda alma, en especial las noveles con la contante distracción actual de la red desean o se orientan mejor para aprender matemática que exista: Orden, secuencia, fundamento, dificultad creciente y aplicación conceptual; del conocimiento a significar o reconocer; y de ser posible histórico o protagonistas del concepto. En este sentido se propone la teoría quinta de esta obra

T5: La motivación al aprendizaje de conocimientos abstractos en las mentes actuales, exige del docente: orden jerárquico e histórico, secuencia lógica de los contenidos, orden de dificultad, y sobre todo reconocer aplicaciones siguientes o a futuro del concepto tratado.

Porque tan sencillo como el hecho que no se debe confiar en la ciencia solamente, pues ella ha nacido y se hace constantemente cuestionando conceptos y aplicaciones. Es decir, no hay verdad total o única que perdure en el tiempo y en la didáctica, pues para diferentes contextos, tiempos, lugares y almas, en especial las noveles; el aprendizaje significativo en cada individuo dependerá de su motivación y atención, nacidas del impulso o necesidad a crear de saber sobre un tema específico.

Entonces el concepto platónico de que la educación existe solo en individuos libres, hace tiempo evolucionó, cuando precisamente el exceso de libertad en un ciudadano que puede acceder a mucha y descontrolada información, resultan como elementos perturbadores a la hora de aprender conocimientos relevantes, en especial el de la Matemática I. Es hora de aceptar que no basta contar con la libertad para educarse, es importante superar imposiciones, distracciones y dogmas establecidos en algunos contenidos matemáticos, para disfrutar su aprendizaje en esencia intuitiva, para descubrir su facilidad y singular belleza.

Algo así como poder cuestionar el catecismo calculista sin saber o conocer que ocurre o para que, en el proceso de resolución, en un seguimiento a priori que debe reconocer y evitar el memorismo de cada algoritmo de resolución, mostrado en un falso esplendor por el *sacerdote* que lideriza la clase, con acciones repetitivas, exceso de problemas sin explicación, destilados artilugios poco algebraicos y con la amenaza constante de una dificultad y abstracción, que en definitiva nunca fueron el origen y desarrollo de la matemática como ciencia formal. En este sentido se afirma como teoría final que

T6: Mostrar gráfica y analíticamente el concepto matemático usado en la resolución de ejercicios, y usar estas estrategias para la comparación y verificación de resultados. Resulta como un argumento didáctico, para el aprendizaje significativo de la Matemática I.

Como cierre de este capitulo, y en función de las teorías propuestas, su epistemología base y los razonamientos que se esperan generar en el estudiante, se hace la propuesta del discurso del docente, en las cuatro unidades de la Matemática I, como especificidad de lo planteado en el tema 6 del capítulo II anterior.

5) Matemática I, su discurso

Se sugiere tener un discurso por unidades de esta asignatura, para lograr el manejo del concepto como dominio didáctico en las siguientes caracterizaciones

1) Unidad de Funciones: Se debe resaltar la abstracción matemática en virtud de lo infinito en las modalidades de las tipologías de funciones que pueden existir en el plano coordenado, con un orden lógico existencial y el aporte de sus construcciones; la explicación debe mezclarse entre los conceptos que se construyen y la ejercitación de aplicación de este vital concepto de la matemática básica: Cuando se diferencia de una relaciones del plano, cuando se pueden obtener los intervalos de sus proyecciones sobre los ejes coordenados, así como los cortes o intersecciones con estos. El profesor debe orientar lo sintético creativo por intuición, una vez establecido que las funciones se pueden *construir* a partir de funciones primarias, algo así como en el mundo de los colores y sus tonos que parten de tres o siete, colores primarios.

2) Unidad del Límite de una función: Aquí se busca constatar la demostración gráfica y analítica de la existencia del límite en su definición, como imagen o tendencia especifica en

el rango de una función, para un valor especifico o de tendencia en su dominio; la clase debe destacar lo critico analítico y el proceder algebraico, en la resolución de las diferentes situaciones en el calculo del límite de una función, en comparación a los resultados *observados* en las funciones construidas y graficadas en la primera unidad. Tocando el hecho de la aplicación inmediata y a futuro de este concepto matemático con suficiente ejercitación de uso, destacando la llamada *Aplicaciones del límite de una función*.

3) Unidad de la Derivada de una función: Este capitulo resulta ser una aplicación lógica razonada del límite indeterminado de una función en un punto de su dominio, manteniendo el enlace y la consecuencia en toda la Matemática I. El discurso docente debe mantener una tonalidad critica analítica, al aprender y usar los teoremas en las resoluciones de las derivadas, con su algebra respectiva por forma de la función a derivar expresada como operaciones elementales del algebra.

4) Unidad de la aplicación de la derivada: El discurso cambia radicalmente hacia lo práctico contextual, el docente debe realizar ejercitación de aplicaciones a corto y mediano plazo de la matemática básica en la carrera universitaria particular. Usando la matemática aprendida o que se ha logrado conocer hasta ahora, para la resolución de situaciones y problemas cotidianos.

Posible esto cuando el profesional de la educación en la universidad tiene dominio práctico y conceptual de la *definición gráfica*, como una proctológica de pensamientos que se razonan como necesidad de la nobel mente que al buscar validez estimula la discusión con otros compañeros de la clase y con el docente. El cual puede convertir esta socialización en dialéctica de estilo y forma para conducir y abordar los temas; donde las teorías propuestas en este capítulo nos recuerdan que en definitiva toda verdad debe ser validada y en lo mejor posible comprobada, por todo el sector de ciudadanos que estará en contacto o utilidad de lo que se propone. Es decir, es la hora de un estudio amplio en los protagonistas de la clase para demostrar esta nueva comprensión de la realidad para mejorar el aprendizaje de la Matemática I, en un marco metodológico con diseños de validación, capítulo 4 siguiente.

CAPÍTULO IV

Validación teórica. Resultados

Este capítulo demuestra en sus específicos estudios la existencia lógica de la epistemológica propuesta que puede sustentar las cuatro teorías finales enunciadas, por la razón de que su función de validación solo es posible cuando se sabe de que tema y que contenidos se desean realizar criticas y cuestionamientos que puedan luego abrir el debate de los enigmas que se superan, del o los paradigmas que pueden mejorar los aprendizajes de la Matemática I. En este texto se coloca este estudio en cuarta parte, como fin estético de mantener una seguidilla en la lectura sobre el avance de la propuesta general en sí sobre el nuevo Calculo diferencial o Matemática I, a diferencia de una tesis que por forma se coloca la metodología empleada desde el comienzo.

Se refresca ahora que el trabajo metodológico se dividió en tres partes bien definidas que se explican cómo

1) El estudio de campo inicial para descubrir vacíos o debilidades en los aprendizajes de los contenidos fundamentales del Cálculo I, como matemática universitaria inicial; estudio diagnóstico realizado en estudiantes de avanzada y docentes de esta asignatura, en diferentes carreras universitarias en las universidades nacionales más grandes de Venezuela y el Ecuador; estudio respaldado con una investigación documental sobre resultados estadísticos relativo a la eficacia y eficiencia de docentes y estudiantes en esta asignatura, además de promover las primeras teorías educativas sobre la situación actual en la enseñanza y los aprendizajes observados.

2) Este texto como aporte a la educación, es una investigación teórica bajo el esquema filosófico de la epistemología critica, donde a través de un recorrido arqueológico de la asignatura con su marco respectivo, desarrolla una epistemología propia con teorías redactadas y definidas en procura argumentativa sobre mejoras en los aprendizajes de la matemática básica universitaria. Se habla de investigación teórica, porque se desarrollan teorías que buscan completar los enigmas y debilidades actuales en la enseñanza de la Matemática I, con los contenidos del llamado Cálculo I o Cálculo diferencial; bajo el esquema lógico de su probidad o rechazo, solo bajo estudios de resultados empíricos de estas; es decir su puesta a prueba en secciones pilotos aquí a continuación y por supuesto a futuro, en sus protagonistas: Estudiantes y docentes; tipos de investigación en la obra de, (Martínez 2001).

Precisamente bajo este esquema de la razón de ser de toda teoría educativa, que debe ser *Probada*, es que este texto cierra con una metodología en un estudio de campo que mezcla valores cuantitativos con cualitativos en situaciones con: a) Estudiantes al termino de lapsos académicos, bajo la estrategia de enseñanza llamada gráfica de relaciones, como cursos piloto; b) Con docentes de diferentes áreas del conocimiento, que asistieron a los talleres programados sobre la estrategia didáctica aquí planteada, y los aprendizajes que propone; en la Dirección de Estudios básicos de la Universidad de Oriente, (Venezuela años 2015-2016), y en una Facultad de la Universidad de Guayaquil, (Ecuador, años 2022-2023). En ambos casos se pasaron cuestionarios cerrados y abiertos, que en resumen buscan, en lo mejor posible, validar y/o comprobar las teorías con su fundamento epistemológico, propuesto.

Suele ocurrir en el mundo de lo científico, que algunas construcciones vacías cuyo sustento es el dogma y algunos enigmas tipo *rémoras,* permanecen en una aceptación susceptible de revisión, pero que no se hace por actitud de *rigidez educativa*, ya recogida en una frase escuchada o leída en un pasillo de universidad: “El peor enemigo de la creatividad es el sistema rígido que busca mantener su inercia”; porque primero la ciencia no es dueña de la verdad, es el producto del pensar razonado y de las investigaciones que con un método lógico secuencial mantienen una verdad útil y necesaria para un fin particular que no debe permanecer en un eterno rigor. El siguiente estudio se basa en que la probabilidad en un buen rango de aceptación, e incluso con los aspectos cualitativos de valor por similitud y repitencia de resultados-valores, en el cálculo de certidumbres de un hecho a investigar; es y puede mantenerse como una media verdad mutante, ante circunstancias que por lo general no afectan al ente individual si no a todo el contexto.

No es todo malo en la ciencia, en ella se fundamenta el mundo actual y su educación, sin embargo se debe tener el pulso de entender y aceptar sus deficiencias en lo empírico positivista con sus contradicciones, cuando la realidad del fenómeno observado y apoyado en ingenuidades pretende decirnos que fuera del ser existe una verdad absoluta; sin embargo, el mundo *paralelo* de la visión de las cualidades obtenidas y buscadas de una investigación, no puede ni debe asumirse como sustituto de la ciencia o como la única búsqueda como teoría de la conciencia, error de enfrentar posturas filosóficas diferentes; cuidado con el llamado *caudillismo epistémico*, que busca imposiciones cuando en temas educativos precisamente es lo contrario, buscar puntos fuertes y comunes en una mezcla de saberes con un fin común: el mejor aprendizaje de la Matemática I, como la propuesta de este texto.

1) Descripción del capítulo

En este capítulo se propone explicar un plan de trabajo dual entre lo cuantitativo y lo cualitativo que en algunas latitudes llaman trans-metodología, cuando se combinan versiones de estudios e investigaciones, para en lo mejor posible validar lo propuesto: teorías educativas y su epistemología para la enseñanza de la Matemática I y su mejor aprendizaje. Entonces el enfoque metodológico debe pretender un camino de búsqueda lógica sin obstrucciones hacia el individuo y su grupo para propiciar o incentivar la creatividad en libertad mental, ante la perturbación que representa la investigación deseada, cuya claridad será medida de verdad en la medida que use la ciencia estadística y los factores psicológicos y afectivos en el sujeto.

Si bien la estrategia educativa del método gráfica de relaciones es un fenómeno didáctico y dialectico dentro del aula, con caracterizaciones ya explicadas, esta obra busca validar el aprendizaje que se produce o argumentar mejoras, por lo que es entonces una investigación en diseño de campo en los protagonista de la clase de la Matemática I, que busca dar probidad a la investigación teórica realizada: "Donde la construcción de nuevas teorías ante enigmas observados busca completar un cuerpo de conocimientos inconexos", porque el trabajo realizado se caracteriza por ser *Endógeno*. Donde las nuevas teorías son conjeturas que va a condicionar el pensar para: interpretar, completar, unificar o integrar conocimientos a un cuerpo de saberes que son: imprecisos, enigmáticos e incompletos, como modelo idealizado que ofrece una estructura inteligible, sistemática y coherente para lograr más y mejor aprendizaje de la matemática básica universitaria.

Las teorías se evalúan por medio de un proceso de validez en contenidos de verdad, en deducciones lógicas con suficiente rigor sobre evidencia empírica, que permite la contrastación entre los datos obtenidos y los datos que proponen las nuevas teorías en una retroalimentación característica de la cognición. Porque para entrar al mundo de lo paradigmático se debe realizar un diseño de técnicas e instrumentos de medición, cuya característica principal debe ser la sensibilidad y lo similar consiente con los participantes en el campo de estudio seleccionado, en una especie de referentes compartidos con esta comunidad constituida para este fin científico, que esta validando o no, la o las teorías que se proponen ante uno o variados enigmas.

Las teorías propuestas cuentan con un diseño pertinente, caracterizado en

a) Simplicidad y fácil entendimiento, siendo una afirmación de mejoras en los diferentes procesos de enseñanza para lograr aprendizajes, en los contenidos del Cálculo I.

b) Debate y productividad, como premisa de toda conjetura que se exprese como inédita, por conllevar como meta lo inconmensurable del aprendizaje ante el fenómeno didáctico que representa la definición gráfica.

c) Perspectiva fenomenológica, al explicar y demostrar que representa un cambio positivo motivacional del estudiante, su pensar matemático y como incentivo a la dialéctica del aula.

d) Con lógica interna y de redacción relativa y sin contradicciones, se tiene que: la primera teoría es en sí una frase lineal con una sintaxis de orden, y la segunda es una amplitud abierta a toda crítica constructiva, en el mundo de la educación en general.

2) Diseño y nivel del estudio

El plan metodológico de cierre quedo formado por estudiantes cursantes de la Matemática I con el método gráfica de relaciones, en tres lapsos o ciclos seleccionados, (Dirección de Estudios básicos en la Universidad de Oriente, Venezuela 2014 al 2016); además, de un estudio similar con encuestas de opinión en docentes que asistieron a los talleres programados sobre el método gráfica de relaciones, en el tiempo de la investigación de la tesis doctoral en la que se fundamenta este texto; en esta oportunidad con docentes de toda área del conocimiento, en especial los que dictan o dictaron la Matemática o asignaturas afines en esas fechas. Aquí con instrumentos de validación específicos hacia las teorías propuestas, en un estudio en los docentes caracterizado por cierta etnografía al buscar indagaciones en diferentes áreas del conocimiento, como caracterización en Venezuela

De forma similar y en completitud se realiza un estudio de campo, Universidad de Guayaquil, en estudiantes cursantes con el método gráfica de relaciones de tres ciclos académicos, para los años 2018, 2022 y 2023, y en talleres varios realizados en docentes en 2022 y 2023, relativos al ´rea de matemática o afines. En este estudio con encuestas tipo entrevista, con instrumentos de indagación de conocimientos y opiniones sobre la enseñanza en la Matemática I, y sus aprendizajes observables; es decir, que se concluye la validación teórica por resultados positivos obtenidos.

Pero el enfoque principal de la encuesta como técnica de estudio en el ambiente empírico de los talleres programados, es el de la trans-metodología cuando los instrumentos de medición poseen una mezcla en valoraciones cuantitativas estadísticas y cualitativas, en la opinión a rango de experto de los participantes; es decir, es un nivel descriptivo de lo observado en las respuestas recolectadas tanto en estudiantes como en docentes, en ambos países y tiempos, donde se gana validez por permanencia de resultados similares y similitud geográfica.

Siendo su principal característica la experimentación controlada, donde el investigador puede crear el procedimiento para aprehenderse de las reflexiones de los participantes, en un proceder nunca preestablecido, con perspectivas no excluyentes, sino que complementan y retroalimentan la investigación; en especial cuando el investigador es parte, al estar presente como exponente de los talleres que se dictan a los grupos participantes. En el caso de los profesores hubo una serie de opiniones fuera del instrumento, sobre vivencias propias u observadas que son dignas de ser expresadas en los resultados, precisamente como complemento de lo buscado, como ventaja fenomenológica en las entrevistas realizadas.

El instrumento de medición sigue siendo el cuestionario, y según (Rusque, 2003), un cuestionario es “un procedimiento de recolección de información para ser trasformada en datos pertinentes a la investigación”. Donde nuevamente la validez de la muestra, así como su fiabilidad en los resultados dependerán de los valores o características expuestas en el capítulo I, sobre descubrir la problematización en la enseñanza de la Matemática I.

3) Instrumentos usados

La entrevista con el cuestionario guía se diseñaron para establecer criterios sobre las afirmaciones didácticas, el aprendizaje a evaluar, y delimitar el fundamento epistemológico y teórico que se propone, para la validación de las teorías aquí propuestas. Las etapas se definen en los sets de preguntas generales y especificas que se realizaron a los estudiantes al término del lapso o ciclo académico, y a los docentes asistentes a los talleres programados en ambos países y tiempo; es decir a continuación, se describen los cuatro instrumentos usados con sus explicaciones de forma y fondo, en su finalidad de validar el corpus teórico formulado y su epistemología base. Los instrumentos usados en Venezuela fueron validados por los doctores en educación: Rubén Parra y Armando Mariño de la Universidad de Oriente, y los usados en Ecuador, son validados por el autor.

3.1) Cuestionarios en Venezuela

Estudiantes

1) ¿Conoce la gráfica de relaciones? para la enseñanza de Matemática I (S / N): ________.

2) Puede el método: Gráfica de relaciones desarrollar construcciones intuitivas

¿En algunas definiciones? (Si / No), porque: ______________________________________.

¿Como ampliación en definiciones matemáticas? (Si / No), porque: __________________.

3) En comparación con el método tradicional, ¿Puede mejorarse la eficiencia y la eficacia, de la asignatura? (Si / No), porque: ____.

4) ¿Se enseña más y en menor tiempo estos contenidos? (Si / No): __________________.

5) Responda solo como verdadero o falso, a su consideración lo siguiente

¿Se Ve y se cree, en la definición matemática enseñada? (V / F).

¿Se potencia la dialéctica del aula? (V / F).

¿Se aprende diferente a la memorización algorítmica? (V / F).

En la primera pregunta para estudiantes se busca descubrir cuanto es conocida la estrategia didáctica propuesta, para indagar el porcentaje que saben o incluso dominan algunos de sus aspectos; en la entrevista que se realiza al final del curso se aclara que esta pregunta corresponde al inicio de clases.

La segunda pregunta con respuesta cerrada y/o abierta a opiniones, se divide en dos partes que buscan de primera mano conocer sobre las construcciones intuitivas desarrolladas en la ampliación de los contenidos matemáticos enseñados, como medición de aprendizaje.

En las preguntas 3 y 4, igualmente cerradas para una respuesta corta estadística, con posibilidad de opinión como valoración cualitativa en pregunta abierta; para precisamente este joven ciudadano que por lo general reclama con *gritos en silencio* el porqué de la Matemática I actual en variados aspectos. Aquí se pone sobre la mesa temas comparativos sobre calidad de enseñanza y tiempos aplicados; o sea, eficiencia y eficacia de la enseñanza tradicional y la vivida como curso piloto con el método: Grafica de relaciones.

El cuestionario cierra con tres preguntas cerradas para indagar en símiles sobre situaciones características de las teorías educativas propuestas; es decir, si están de acuerdo con el aprendizaje obtenido, independiente de su resultado académico.

Nuevamente cobran relevancia aquellos estudiantes repitientes de segunda o tercera matricula, porque ellos pueden comparar mejor con las estrategias tradicionales en la Matemática I, que habían visto.

Las encuestas dirigidas a los estudiantes se identificaron con la fecha de aplicación del cuestionario, su condición de repitencia, y a manera opcional con la cédula del estudiante. A fin de poder ubicar un seguimiento en cualquier verificación a futuro, la relevancia de sus opiniones, en estudios documentales y/o de campo consecuentes.

Docentes

1) Opine sobre el método: Gráfica de relaciones que aprendió en el taller, y su posible aplicación en la Matemática I: ____.

2) En comparación con el método de enseñanza tradicional, (que conoce o recuerda), ¿Puede mejorarse la eficacia y eficiencia del aprendizaje? Si/No____ Por qué __________.

3) ¿Existen avances en el manejo de las definiciones matemáticas, así como construcciones intuitivas? Si / No ______. Opine ____.

4) ¿Es el método *Gráfica de Relaciones*, una hermenéutica de las matemáticas básicas universitarias? Si / No, _____.

¿Qué tipos de razonamientos cree usted que desarrolla? ____________________________.

5) ¿Con la gráfica de relaciones se podría potenciar la dialéctica del aula? Si / No _____. Luego ¿Es la Definición Gráfica un ente matemático didáctico? Si / No, _____.

6) ¿Se aprende más y mejor, la Matemática I? Si / No, _____. ¿Por qué? ______________.

7) Esta usted de acuerdo con el nombre para la epistemología propuesta: *¿Didáctica del Cálculo I?* Si ___. No, ____. Sugiera un nombre: __________________________________.

8) ¿Se pueden producir aprendizajes por descubrimiento? Si / No, ______. ¿Por significancia? Si / No, ______. Y ¿por socio interacción? Si / No, _______.

En la primera pregunta a los docentes se busca descubrir que aprendió sobre la técnica de la gráfica de relaciones y si entendió o reconoció algunas definiciones matemáticas trabajadas; recordando que los talleres son para profesores de toda área del conocimiento. En la segunda pregunta se indaga sobre una comparación con el método didáctico actual o tradicional, siendo precisamente de interés la opinión en aquellos educadores que no pertenecen al área de matemáticas o afines, por eso la nota en la pregunta de, *O recuerda.*

La tercera pregunta refuerza lo hasta ahora buscado en el cuestionario, al indagar sobre si el aprendizaje obtenido es del tipo innato; es decir, por observación geométrica y no por procesos de razonamiento, entrando en materia didáctica. En la cuarta pregunta para aquellos conocedores de los términos epistemológicos, va directa hacia este enfoque; perdido, como se ha mencionado en la evolución de la asignatura de Matemática I, al separase de sus aspectos geométricos y volverse mecanicista calculista.

La quinta pregunta es doble, para indagar una conjetura de opinión en profesionales de la educación sobre lo que acaban de vivir en el taller realizado, llevado a ese escenario del aula de Matemática I, con la visión gráfica se ¿Potencia la dialéctica Socrática? Pregunta acompañada de un saber sobre si se considera que la *Definición Gráfica*, es un ente matemático. Solo para aquellos que escucharon o están de acuerdo con que la didáctica matemática es matemática.

La sexta pregunta en el instrumento a docentes es una evaluación sobre lo aprendido en el taller realizado que viene a ser llave con su opinión en la primera pregunta, a manera de confirmar sobre los avances conceptuales que ofrece el método gráfica de relaciones así como su opinión en el nuevo esquema que se plantea para la enseñanza de la Matemática I; donde el tema de funciones y como estratégica de dictar más contenidos en menos tiempo, es la unidad principal de donde se sustenta las demás unidades. En la actualidad se ha generalizado la idea de que los pensamientos pueden ser: critico-analítico, caracterizado por el proceder algorítmico de ideas, basado en la memoria; práctico-contextual, en donde sobresale la actividad empírica con aplicaciones; y sintético-intuitivo, cuando se resuelven nuevas situaciones por descubrimiento y significancia. La idea en la última y octava pregunta en el cuestionario docente es indagar que razonamiento se reconoce en el método grafica de relaciones; lo que vendrá a validar en parte las teorías educativas propuestas por coincidencia de posturas en estas opiniones relativas al aprendizaje.

La encuesta docente en resumen busca descubrir, su opiniones específicas y generales sobre el aprendizaje observado en cantidad y calidad, vivido en el taller realizado como significancia hacia una nueva actitud del profesor de Matemática I, en consideración de la enseñanza actual y sus aprendizajes observables; en un descubrir de aspectos psicológicos, intuitivos y filosóficos sobre lo que se busca: un nuevo razonamiento para los contenidos matemáticos. Donde y sin duda cobra relevancia el hecho que el estudio no se limita a docentes del área de matemáticas, en una puesta a prueba de la definición gráfica como como ente educativo semi concreto; es decir, en la búsqueda de la probidad teórica se abre el mapa en opiniones de diferentes experiencias docentes y sus áreas cognitivas, donde en cada instrumento se colocó esta identificación.

3.2) Cuestionarios en Ecuador

Estudiantes

1) ¿Opine sobre la enseñanza de la Matemática I, su orden y secuencia? ______________.

2) Conoce usted el método Grafica de Relaciones. Si / No, ______. Opine. _____________.

3) Por favor responda las siguientes preguntas específicas

¿Qué es una Función? ____.

Qué son el Dominio, Rango, y Cortes con los ejes, ¿De una función? __________________.

¿Qué es el Límite de una función? ____.

¿Qué es la Derivada de una función? ____ .

Docentes

1) ¿Opine sobre la enseñanza de la Matemática I actual, que usted conoce o aplica en sus clases? Orden y secuencia ____.

2) Diga sobre el aprendizaje que observa, conoce o evalúa ¿Existe utilidad oportuna o a futuro de lo aprendido? ____.

3) ¿Considera usted que pueden o deben existir mejoras en la enseñanza en procura de un mejor aprendizaje? ____.

4) Por favor responda las siguientes preguntas específicas

¿Qué es una Función? ____.

¿Qué es el Límite de una función? ____.

¿Qué es la Derivada de una función? ____ .

Algún comentario final ____.

En el caso ecuatoriano las preguntas realizadas en docentes y estudiantes son menos y más puntuales, en el sentido de buscar validar las teorías propuestas desde el enfoque en conexión con las encuestas iniciales; es decir, si hay cambios significativos en las respuestas tanto de opinión como de las definiciones básicas una vez culminado el taller en docentes, y al final de los paralelos pilotos en estudiantes, en comparación con los resultados obtenidos en el estudio diagnóstico realizado: Capítulo I.

Empezando por la primera pregunta que es similar tanto para docentes como para los estudiantes, en búsqueda precisamente de una opinión profesional y de quién le corresponde criticar y/o aportar a la acción docente. En la segunda pregunta a los estudiantes se espera recoger información actualizada sobre lo vivido con la nueva estrategia o método: Gráfica de relaciones, con opiniones de conocimiento sobre la nueva estrategia didáctica, para cerrar la llave de un cuestionario corto con las preguntas sobre definiciones básicas de la Matemática I ampliadas en algunas características de las funciones, en contraste con su opinión sobre la asignatura. Aquí cobra relevancia la comparación con los estudiantes de avanzada entrevistados en el estudio inicial, así como los porcentajes de respuestas correctas, pues en ello se basan la epistemología propuesta y sus teorías finales en términos de afirmar que existe mejora en el aprendizaje y que se vive una nueva generación de estudiantes, en pensar, ver las cosas y manejar los conceptos.

Luego en los docentes entrevistados al término de los talleres la segunda y tercera pregunta, y a igual que el estudio inicial, busca respuestas cerradas y comentarios sobre posturas en sí en sobre la asignatura, cerrar con las respuestas; es decir, nuevamente contrastando posturas generalmente ígneas hacia la matemática con el cómo manejan los conceptos básicos y definiciones; o sea, de nuevo en la búsqueda de validad las teorías iniciales sobre la problematización em el objeto de estudio, así como si se aprendió con la nueva estrategia en un sentido de aceptación de la misma. Entonces se está ante un paradigma educativo interesante, pues ampliar la unidad de funciones y mostrar su construcción en un mapa completo de su tipología y características, puede conducir a ¿Disminuir tiempos? En las unidades consecuentes del límite y la derivada; razón de ser de la pregunta abierta final sobre algún comentario.

Ambos instrumentos el de estudiantes y docentes, en ambos países en sus tiempos respectivos contaron con sus instructivos de llenado, así como asistencia ante cualquier duda sobre las preguntas de opinión. Recordando que el estudio de campo se realizó de forma grupal; al término de los talleres docentes y en las aulas con los estudiantes, de forma PRESENCIAL, salvando el tiempo de la pandemia del Covid19 de casi tres años en el mundo. Donde se consideró las respuestas dejadas en blanco, como negación o desconocimiento.

3.3) Tamaño de los estudios

Venezuela

El estudio de campo abarcó 65 docentes y 94 estudiantes, en los variados talleres realizados: once en total en tres núcleos de la Universidad de Oriente, 2015-2016, en esta oportunidad en docentes de toda área del conocimiento que acudieron ante las invitaciones realizadas; además, del estudio en cuatro cursos de Matemática I, en los llamados cursos intensivos de los años: 2014, 2015 y 2016 como secciones piloto con la nueva estrategia didáctica de la gráfica de relaciones; (Tirado 2020).

Ecuador

Se entrevistaron 22 estudiantes en un solo curso, otorgado para el 2018, (Universidad de Guayaquil, Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas), paralelo denominado entonces: Cálculo I. Luego en dos cursos de Matemática I: 5A periodos académicos CII 22-23 y CI 23-24, como secciones pilotos se realizó la encuesta entrevista en 57 estudiantes; para un total de 79. Igualmente, en dos talleres formales de 40 horas dictados en esta Facultad, y en la Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación, lográndose entrevistar al cierre de la actividad a 25 docentes de 34 asistentes.

Si bien el estudio pudiese juntarse en totales entre estudiantes y docentes de ambos países, (173 y 90 respectivamente) bajo el cumplimiento de similitud de respuestas, es importante aclarar que los resultados y sus análisis se harán por separado en vista de las diferencias de los cuestionarios aplicados; sin embargo, igual se hará un resumen de respuestas totales considerando la validación o rechazo de las teorías propuestas con su episteme. Todos los cuestionarios que se consideran válidos, en estudiantes y docentes, fueron llenados en el momento de la entrevista; es decir nunca se permitió que se lo llevaran y traigan luego, para precisamente darle mayor objetividad. Asimismo, es importante repasar el hecho de que la aproximación metodológica cuenta con las significancias: geográfica, permanencia, validez tras metodológica y consistencia; como se menciona en el estudio del problema.

Cuando el marco metodológico para la validación teórica resume en su punto de convexidad, el recorrido que realiza este texto, en el cumplimiento de su propuesta educativa desde sus inicios, y explica a continuación ese ordenamiento que le permite realizar y expresar su estudio completo, con reflexiones y recomendaciones del texto, a manera de cierre.

4) Resultados, y sus análisis

El estudio de campo abarco a estudiantes, aprobados y reprobados, al termino de las secciones piloto con la didáctica del método *gráfica de relaciones*, que participaron el día del cuestionario; y en los docentes de diferentes áreas del conocimiento asistentes a los talleres programados; a continuación, los resultados en estudiantes y docentes por países, con el orden cronológico.

4.1) Venezuela 2014 al 2016

Estudiantes

Para los lapsos académicos II-2014, II-2015, y II-2016, en tres cursos de Matemática I en el básico de ingeniería, donde fueron encuestados 94 estudiantes de un total de 159 inscritos en esos paralelos y ciclos. Con un promedio de aprobados del 38%, una permanencia en aula hasta el final de semestre promediada en 81,5% y un promedio de notas en aprobados de 5,73 puntos; índices todos mejorados, como respaldo documental realizado en Venezuela en comparación con la tabla I-1, página 9 de este texto, que demuestra una notable mejoría en resultados de eficiencia y eficacia docente en la columna de los estudiantes de ingeniería. Sobre la entrevista se obtuvo lo siguiente en cada una de las preguntas de su cuestionario, página 102.

Pregunta 1) 87 estudiantes no conocen el método: Grafica de relaciones, donde los otros 7 estudiantes lo han oído mencionar y solo uno manifestó conocer sobre la definición gráfica, (7,4% de conocerlo) [14].

Pregunta 2) Sobre las construcciones intuitivas y ampliaciones en algunas definiciones matemáticas, se recoge entre las opiniones más comunes

Es más fácil y visual 44. Es más rápido 18. Ahora es más sencillo que antes 12

Nos ayuda a entender y resulta interesante 10. Es muy práctico y más didáctico 8.

Solo dos estudiantes manifestaron no aprender el método: *gráfica de relaciones*.

[14] Es importante aclarar que la estrategia didáctica: G*ráfica de relaciones* surgió en los años 80, con maduración a mediados de los 90 en la Universidad de Oriente, (Venezuela); y solo es aplicado de forma focalizada por docentes que dominan este método, porque no se ha establecido como programa oficial o sílabo. Caso particular el rediseño 2018 en la UG-FCMF.

Para un total de 98% de aceptación, (92 estudiantes de los 94).

Pregunta 3) En comparación con el método tradicional actual, (eficiencia y eficacia), los estudiantes recopilan entre las respuestas se tienen

Se aprende más contenidos, es más fácil y rápido 29, se ve y se verifica con claridad, 25.

Es más sencillo, se explica más y complementa la parte analítica 26.

Incrementa el promedio de notas, es más práctico, interesante y directo 11.

Tres estudiantes manifestaron dificultad en la definición gráfica, y que lo algebraico es superior a lo gráfico. Para un 97% de respuestas de apoyo, (91 estudiantes de 94).

Pregunta 4) Como respaldo a la pregunta anterior, el estudiantado responde en esta pregunta cerrada sobre que se enseña más y mejor, con un sí en 89 encuestados; es decir, un 95% de confirmación).

Pregunta 5) En los verdaderos y falsos de esta triple pregunta se recolecta que los estudiantes apoyan las sentencias enunciadas en: 91, 90 y 89 respectivamente; (para un promedio total del 96% de respaldo).

Y en definitiva no es sorpresa cuando se descubre un incremento del 13% en el total de los aprobados para la Matemática I de ingenierías, un 16% más de permanencia estudiantil durante el lapso y los contenidos vistos; además, de un leve pero significativo aumento en las notas de los estudiantes aprobados. Entonces con el hecho de existir mejoras en los índices estudiados, se puede incluso desde el solo estudio de resultados académicos, respaldar las teorías educativas propuestas.

Docentes

Los talleres realizados son de un total de ocho, desde el mes de abril a septiembre del año 2016, (Universidad de Oriente), distribuidos como: cuatro Barcelona, uno en la extensión de Anaco y otro en la extensión de Cantaura, todos del núcleo del Estado Anzoátegui, uno en el núcleo del Estado Monagas y otro en el núcleo del Estado Sucre; para un total de 65 profesores participantes de toda el área del conocimiento; sobre el cuestionario aplicado descrito en la página 103, se obtiene lo siguiente por pregunta

Pregunta 1) sobre lo aprendido en el taller

Aumenta el aprendizaje y es más fácil 18. Es más didáctico y permite ver el concepto 15.

Es más intuitivo, práctico, y novedoso 14. Es interesante por ampliar la matemática 10.

Es sencillo, rápido, creativo y debe aplicarse, por permitir la comparación de resultados 8.

No hay opiniones adversas o negativas, 100% de respaldo.

Pregunta 2) sobre la eficiencia y eficacia en comparación con el método tradicional, todos los docentes apoyan afirmativamente, 100% de respaldo, por las razones más comunes de que: Es visual, facilita la educación, y puede abarcar más contenidos 31.

Es adecuado, práctico, aumenta el aprendizaje, y da más comprensión 26.

Porque permite la construcción y el descubrimiento del concepto 8.

Pregunta 3) sobre los avances en las definiciones matemáticas, cinco docentes no responden, uno niega y 59 apoyan esta afirmación, 98% de respaldo.

Pregunta 4) en referencia si el método: *gráfica de relaciones* es una hermenéutica para el cálculo I o Matemática I, y los razonamientos que puede desarrollar, se tiene que

Dos docentes no responden, 54 dicen que, si lo es, y 9 niegan sugiriendo algunos de ellos que más bien es una heurística de la matemática; para un 86% de aceptación.

31 docentes afirman que se desarrolla el pensamiento sintético intuitivo, 26 opinan que es el práctico contextual, y los demás entre lo práctico analítico y sintético inductivo 8.

Pregunta 5) si se potencia la dialéctica en el aula, el 100% de los docentes está de acuerdo, asimismo aceptan que la *definición gráfica* es un ente matemático 62/65, para un 97%.

Pregunta 6), sobre el aprendizaje de la matemática, se tiene

Si porque es visual y hay más comprensión de la definición 28.

Se hace en menor tiempo, se amplía el concepto, es más fácil y didáctico 22.

Representa variedad y se puede confirmar los resultados 13.

En esta pregunta todos los aportes son afirmativos, solo dos docentes no responden, para un 97% de aceptación que se mejora el aprendizaje del estudiante.

Pregunta 7) en referencia a la denominación dada a la epistemología para fundar allí las teorías propuestas como “Didáctica del Cálculo I”, los docentes encuestados ofrecen una interesante respuesta: 52 apoyan el nombre para un 87% de aceptación, ocho no responden y el resto ofrece otros nombres, a saber

“Didáctica del complemento de la Matemática I”.

“Didáctica matemática”.

“Didáctica del Cálculo básico”

“Didáctica intuitiva del Cálculo I”.

“Origen practico del Cálculo I”.

Pregunta 8) Para el cierre del cuestionario de los docentes en Venezuela, se tiene que la *definición gráfica* puede desarrollar los siguientes aprendizajes

Por Descubrimiento: Extraído de la idea del psicólogo Jerome Bruner, en la llamada revolución cognitiva de los años noventa, cuando se propicia la participación del estudiante en la clase y se le facilitan tópicos de orientación. Aquí 63 docentes respaldan que se descubre la definición matemática, para un 98%; tomado del texto de (Novak, 1998), a igual que las nociones de los siguientes tipos de posibles aprendizajes

Por Significancia: Como base del constructivismo del psicólogo educativo David Ausubel, cuando se aprende por comparación significativa entre los conocimientos manejados y se construye un nuevo conocer a partir de uno previo más significativo. 56 profesores dicen que sí y 9 niegan, para un 92% de apoyo a la significancia de ver el concepto matemático.

Por Socio-interacción: Cuando el ruso-judío Lev Vygotsky, que dejo en la educación su aporte que somos seres sociales, y así aprendemos; en una acción constructiva de las discusiones y dialécticas de la clase entre los estudiantes apoyados por su profesor para aprender el concepto y su utilidad. De los docentes consultados 60 dicen que, si se obtiene este tipo de aprendizaje, para un 94% de apoyo.

4.2) Ecuador 2018, 2022 y 2023

En este país se tuvo la oportunidad de entrevistar a los estudiantes del ciclo académico CI-2018 de un paralelo como curso piloto de Matemática I, para ese entonces llamado Calculo I, en el rediseño de ese año en la carrera de ingeniería civil; en 22 estudiantes de un total de 26 inscritos, y luego en el paralelo 5A de los ciclos académicos: CII-2022 y CI-2023, cursos presenciales después de la pandemia del Covid19, en un estudio diagnóstico inicial en 30 y 27 estudiantes de 35 y 38 inscritos respectivamente; para un total de 79 estudiantes encuestados en total, (con la cifra interesante de 20 de estos estudiantes en condición de repitientes: 2da y 3ra matricula). Se obtuvo los siguientes resultados en los cuestionarios aplicados en el Ecuador, que se juntan promediados por ser respuestas en márgenes porcentuales similares a pesar de la diferencia de tiempos.

Estudiantes

Pregunta 1) Los estudiantes al final de los cursos logran desarrollar más objetividad en sus respuestas, pese a existir reprobados, interesante resultó un respaldo del 95%, (75 estudiantes), hacia los contenidos dictados con la nueva didáctica; entre los comentarios más repetidos se tienen

Es más ordenada en secuencia y agiliza la mente. Completa en contenido.

Es bueno en cada tema e importante, es sencillo y rápido.

Diferente, entendible y muy buena.

Solo dos estudiantes responden con criterios encontrados y dos dejan la pregunta vacía.

Pregunta 2) Si conocen el método: Grafica de relaciones, 10 bachilleres manifiestan conocerlo en un sentido de lo vivido en el curso piloto, con interesantes notas de que: ¡Es como se aprende! O ¡Qué bella es la matemática! 9 responden con apreciaciones muy simples y 60 estudiantes no lo conocen, ni lo han oído mencionar al inicio del curso, 76%.

Pregunta 3) Con respecto a las preguntas de este cuestionario que abarca las nociones características de las funciones, se tiene no sin sorpresa

En el concepto de función 54 estudiantes responden correctamente, 12 con respuestas equivocadas, diez respuestas regulares y tres encuestados dejan la pregunta en blanco. Para un 68% de respuestas correctas.

En las características de una función: su dominio, rango y cortes con los ejes se obtienen 74%, 72% y 70% de respuestas correctas, para un promedio de 57 estudiantes en dominio de estos saberes; con 22 de ellos con respuestas ambiguas y pocas vacías.

Sobre el espinoso tema del límite de una función, 70 estudiantes responden correctamente con sus variaciones posibles castellanas, que es una imagen o tendencia a una, para valores específicos en el dominio de una función, seis responden mal aludiendo su símbolo o su formalidad, y tres dejan el espacio vacío.

En el concepto de la derivada 66 encuestados responden bien la definición al mencionar que es la pendiente de una recta tangente a la función origen; igualmente cinco dejan el espacio en blanco y 5 estudiantes responden con simbologías y la no generalidad de la razón de cambio.

En general, promediado los resultados de los cursos pilotos, con la nueva estrategia de enseñanza, y rescatando la unidad de funciones, que en la malla Ces2020 no se coloca como contenido mínimo de la Matemática I, se logra un bonito resultado del 74% de respuestas correctas y aceptables, en las definiciones solicitadas. Interesante resulta comparar estos valores asumibles en términos de aprendizaje, con los obtenidos en el amplio estudio diagnóstico realizado en el capítulo I.

Se agrega la estadística de los tres cursos, el del año 2018 y los seguidos del 2023, donde el porcentaje de aprobados fue en promedio del 76%, (60 estudiantes de los 79 inscritos). La permanencia con cuatro abandonos en total se marcó en 95%; sin embargo, la variable que más mejoró con respecto al diagnóstico realizado en el capítulo I, (Tabla I.2 de la página 10 en estudiantes de ingeniería), es el promedio de notas en aprobados, con 7,93 puntos, luego se puede decir que: ¿Hay más aprendizaje? Quizás sí, pero recordando que el aprendizaje es de difícil medición lo correcto sería realizar estudios documentales a futuro en seguimientos a estos aprobados, en asignaturas siguientes donde la Matemática I sea prelación, como la Matemática II y la Física II.

Docentes

Realizados los talleres formales en las Facultades: Ciencias Matemáticas y Físicas, abril 2023, y Filosofía Letras y Ciencias de la Educación, marzo 2023. Para un total de 34 profesores asistentes; donde se logró entrevistar a 25 docentes en total con el instrumento señalado en esta parte, similar al usado en el estudio diagnóstico. Recordando que este cuestionario se pasa al final del taller a docentes, para medir en lo posible lo aprendido y posibles cambios en las opiniones sobre la enseñanza de la matemática básica, así como validar el episteme propuesto y las teorías educativas por mejorías en las respuestas. Aquí se obtienen los siguientes resultados por pregunta

Pregunta 1) 21 docentes opinan que el contenido de la Matemática I debe ser desde la unidad de funciones hasta aplicaciones de la derivada, con nociones de la antiderivada o integración indefinida, en las carreras de ingeniería, así como en la carrera: Pedagogía de las ciencias experimentales, cuyos contenidos están divididos en dos asignaturas: Precálculo y Calculo I, para un total del 84% de respaldo. Cinco docentes de estos agregan que es un error iniciar la Matemática I en la unidad de límites; las otras cuatro respuestas avalan a medias la estrategia o método: *Gráfica de relaciones*, aludiendo que puede existir solo con el respaldo analítico.

Pregunta 2) El 67% de los profesores, (17/25), mantienen que sus estudiantes aprenden la Matemática I, por su importancia y utilidad en otras asignaturas; sin embargo, ahora siete docentes dejan este espacio en blanco y uno manifiesta que le gusto mucho la nueva didáctica aprendida como complemento de aprendizaje.

Pregunta 3) Sobre si pueden existir mejoras en la enseñanza para obtener mejor aprendizaje, de nuevo todos afirman que sí, con el adicional que13 docentes consideran la *Gráfica de relaciones* una notable estrategia didáctica nueva, en el sentido de lograr lo dicho en el taller: La visión del concepto y la existencia de la Definición Grafica.

Pregunta 4) En las definiciones se descubre que para el concepto de función 15 docentes responden correctamente y 10 regularmente, destacando que ahora no hay respuestas erradas, en esta importante definición de la Matemática I.

En el tema del límite de una función 20 docentes responden correctamente y solo 5 mantiene respuestas cuestionables basadas en su símbolo, su expresión formularia o su formalidad. Y en el concepto de la derivada los 25 asistentes en ambos talleres en las dos Facultades señaladas responden correcta y regularmente aceptable la definición. Se resume que en la cuarta pregunta de verificación del instrumento se tiene en promedio un interesante 93% de respuestas correctas, o aprendizaje logrado.

En este cuestionario se agregó un espacio como comentario final que la mayoría dejo en blanco; sin embargo, se recogen cinco aportes de que el curso taller dictado fue muy bueno, y de que hay que *rescatar* la Matemática I.

5) Resumen de la validación.

Recordando que las teorías educativas en su definición de existencia dicen que son argumentos o afirmaciones, con recomendaciones para un fin didáctico, que deben ser validadas o refutadas bajo estudios empíricos de prueba y/o consulta a quienes enseñan y/o son enseñados. entonces su aprobación de validez puede de inicio pasar por los estudios de campo realizados en esta investigación en los protagonistas de la clase de Matemática I; en ese sentido se resume para el lector los resultados obtenidos en esta parte del texto en estudiantes y docentes de cada país, para las cuatro teorías finales que se proponen. Donde por supuesto esta validación debe y puede ser sometida a futuro y constantemente a pruebas de validez o rechazo teórico. Recordando que la primera teoría en el capítulo I, aquí denominada T1, se respalda y valida con los estudios diagnósticos realizados tanto en Venezuela como en Ecuador, donde se amplía esta con la teoría dos de esa parte, (T2).

5.1) En Venezuela

La validación teórica realizada en los estudios de campo en estudiantes y docentes es el trabajo de la tesis doctoral fundamento de este texto, donde se buscó respaldar la epistemología base desarrollada y las teorías aquí denominadas T3 y T4 del capítulo III; a continuación, el estudio de campo realizado en este país

Estudiantes

Se compila que el 87% de los estudiantes venezolanos al inicio de los cursos piloto, no conocen el método Grafica de Relaciones, a pesar de originarse en ese país como mueva estrategia didáctica para la Matemática I, el 97% respalda el método como más eficiente y eficaz, donde la expresión moda como opinión es que: “Es más fácil y visual”; con cierre en la cuarta pregunta de existe mayor enseñanza, que en la clase tradicional. Sobre los pensamientos y actividades en el aula, en respaldo a las teorías propuestas en la tesis, se tiene que el 96% de los estudiantes manifiesta que se, *Ve* el concepto, se aprende diferente y se potencia la dialéctica en el aula.

Recordando que, de estos porcentajes promedios de apoyo, incluyen estudiantes reprobados en los cursos piloto, quedando diluida la posible falta de objetividad en sus respuestas, al ser una investigación endógena. En adicional los estudiantes cuando rechazan el método vigente tradicional, en comparación con la nueva y visual estrategia, validan la teoría inicial en el planteamiento del problema, sobre la problemática vigente para el aprendizaje de Matemática I.

Docentes

El total de los docentes participantes en los talleres realizados apoyan la estrategia de enseñanza denominada *Gráfica de relaciones* y respaldan el aprendizaje y los razonamientos que produce en el estudiante, entre las opiniones de validación más recurrentes están: El aumento en el aprendizaje, su facilidad que permite *Ver* el concepto, y por su didáctica implícita. En referencia a la eficiencia y eficacia como mejora en la enseñanza, los docentes opinaron en su totalidad, 100%, que la didáctica descrita, incrementa estas variables con respecto al método tradicional. Sobre los avances en las definiciones matemáticas el 98% la respalda, cuando aprendieron sobre: la amplitud de conceptos centenarios como las asíntotas curvas y con intercepciones, la definición gráfica del límite y la derivada gráfica; todos ellos observables en la parte 5 del capítulo II.

Los docentes aceptan en un 86% que la *gráfica de relaciones* es una hermenéutica del Calculo I, cuando por estudio histórico se descubre que su fundamento y génesis, es axiomático sobre teoremas de análisis geométrico. También confirman que se desarrollan diferentes tipos de razonamientos, (95% en promedio), como dualidad del pensar, mejor al estilo algorítmico y calculista en la Matemática I tradicional. Los docentes están todos de acuerdo que se potencia la dialéctica en la clase. Respaldan el hecho de que la *definición gráfica* es un ente didáctico, (97%), que amplía los contenidos matemáticos enseñados y se aprende más, por el hecho notable de que es una estrategia visual, y que la denominación de la epistemología propuesta, es correcta, 87%.

En resumen, los estudiantes y profesionales de la educación encuestados en Venezuela validan la teoría T3 de este texto, al aceptar el mejor aprendizaje que produce la *Definición gráfica* como didáctica de la Matemática I, y la teoría T4 cuando por la diversidad de respuestas observadas, se comprueba que se aprende de forma individual, en un proceso activo, continuo y propio del individuo, inmerso en diferentes conocimientos y diversidad de nociones filosóficas; (Abbott 1999).

5.2) En el Ecuador.

En esta obra ampliada en aportes teóricos con respecto a la tesis de base, el estudio de campo realizado en el país mitad del mundo se orientó a validar las teorías educativas 5 y 6, denominadas aquí: T5 y T6 respectivamente; en un sentido de usar instrumentos más directos y enfocados en intentar medir el aprendizaje sincero en las definiciones clásicas de la Matemática I, ya vistas. O sea, en un cuestionario más corto, pero incisivo sobre: a) la opinión de la asignatura en la actualidad, b) si conoce el método Grafica de relaciones y c) las definiciones en sí, para estudiantes; y un cuestionario similar en los docentes asistentes a los talleres como actividades programadas, agregando opiniones sobre: a) el aprendizaje observado en sus estudiantes y b) si pueden existir mejoras en la didáctica actual. Ver estos instrumentos en la página, 105; a continuación, el resumen de los resultados obtenidos con su aporte de validez a las nuevas teorías mencionadas de este texto.

Estudiantes

El 95% de los encuestados aspirantes a continuar en su carrera de ingeniería, apoyan la nueva didáctica desarrollada, a pesar de que como toda novedad es obvio la defensa a lo que esta o se tiene, como actitud de inercia; sin embargo, el estudiantado en su mayoría aprendió la estrategia gráfica y la uso para aprender Matemática I. Con un conocimiento de su existencia por comentarios de sus compañeros en semestres pasados del 24%, en un sentido de interés por un cambio en la enseñanza y avaluación actual de esta difícil asignatura inicial en las carreras de ingeniería.

Con respecto a la validación teórica propuesta en reconocimiento de esta nueva generación de estudiantes, como muy inteligentes, críticos hacia lo abstracto y más visuales que la generación de sus docentes; se tiene que se voltea positivamente los resultados del aprendizaje cuando hasta un 74% de encuestados ofrecen respuestas correctas y aceptables. Entonces para las T5 y T6, se puede en un sentido de siempre aceptar y recomendar nuevos y más amplios de estudios de campo en los protagonistas de la clase de Matemática I, que en efecto los estudiantes en los cursos piloto se motivan más ante la nueva didáctica cuando en una amplia mayoría la aceptan y respaldan por sus contenidos en construcción lógica del concepto y el por qué se requieren a medida que la asignatura va avanzando; como por ejemplo en las nociones iniciales de la *función recta* como una primaria se les dice que es concepto importante para la función derivada, o en las primeras funciones algebraicas que se grafican ya se observan puntos notables de concavidades y puntos de inflexión, que se les afirma se demostraran en la aplicación de la derivada.

En adicional el resultado en respuestas positivas de casi el doble con respecto a los cursos tradicionales sobre las definiciones básicas y clásicas de la Matemática I, muestran un respaldo hacia un aprendizaje más significativo y socializado, cuando el estudiante de forma individual y en consulta con sus compañeros de clase descubre la definición cuando *Ve* el concepto y puede por fin confirmar el resultado cuando compara los resultados analíticos y gráficos obtenidos.

Docentes

Una mayoría de docentes respalda el hecho que la Matemática I debe iniciar en la unidad de funciones, aquí se observa que el 84% de profesores encuestados esta de acuerdo con la nueva didáctica vista en el taller realizado. Sin embargo, se mantiene la postura en especial en los que dictan la asignatura de que hay eficacia en su labor al mantener que sus estudiantes aprenden; donde todos aceptan que pueden existir mejoras y respaldan la gráfica de relaciones, pero se aferran a no aceptar que toda mejoría pasa por reconocer debilidades, en el aprendizaje actual con el método tradicional aprendido en su momento.

Pero el resultado medible y notable, es que los docentes asistentes a los talleres programados mejoran, cuando se les consulta al final del mismo, su mapa de respuestas sobre las definiciones clásicas de la Matemática I, dejando de mantener ataduras al simbolismo, o a definiciones que si bien no están erradas, no son generales, como definir función como elementos de entrada para una representación de salida, el límite con su expresión formularia o su definición formal y la más común afirmar tajantemente que la derivada es una razón de cambio o una reducción algebraica. El estudio en docentes cierra con ahora un 93% de respuestas correctas, muy superior a las obtenidas en la entrada del taller, donde de manera firme no se acepta el simbolismo o la formula como definición.

6) Opiniones adicionales

En las entrevistas a los docentes que llenaban las encuestas y al salir de la actividad, en los talleres programados, ocurrió una serie de opiniones personales sobre la *Gráfica de relaciones* tanto en Venezuela como en Ecuador dignas de ser consideradas, a pesar de no ser buscadas en los instrumentos y por ende esperadas; esto por la relevancia de estas opiniones en profesionales de la educación con experiencia y como personas que en algún momento fueron estudiantes y vieron contenidos completos o en partes del Calculo I o la Matemática I, cuando iniciaron sus respectivas carreras, en especial docentes de áreas afines así como estudiantes de avanzada participantes, como por ejemplo entre las más comunes se tienen.

a) Que no aprendieron el Cálculo I en muchas de sus definiciones, en el momento que la cursaron; este aprendizaje provino después, que con mayor madurez ya en estudios avanzados de sus carreras.

b) Profesores de educación, sociales, e idiomas, manifestaron que se iniciaron en carreras de ingeniería y licenciaturas de Física, Química e incluso Matemáticas, pero al no poder aprobar las matemáticas iniciales se cambiaron de carrera universitaria. He incluso les ha tocado vivir experiencias similares con sus hijos y en bachilleres conocidos.

c) Algunos de estos profesores manifestaron que en la actualidad han descubierto que poseen habilidades numéricas y abstractas, qué de haber visto la Matemática I de sus carreras, con una didáctica más amistosa o con comparación de resultados, como el método *grafica de relaciones*, su historia profesional, tal vez seria otra.

d) Algunos docentes del área de matemáticas manifestaron que les gustó el método, pero que poco lo usan o aplican en sus clases de Matemática I a pesar de conocerlo, porque no está especificado en el pensum o sílabo de la asignatura, no hay tiempos actuales como para incluirlo en los planes analíticos y desconocen de textos y guías explicativas de la estrategia como para estudiarla y mantenerse activos en ella.

Recordando al lector que esto se logro en el rediseño de malla, (Universidad de Guayaquil 2018), con una Matemática I que en ese momento se denominó Cálculo I. Con ocho horas semanales en cuatro encuentros; asignatura extensa que llego a contener las nociones todas del método grafica de relaciones, con la nota y experiencia de ese y tres lapsos siguientes que era una asignatura de mucho tiempo. Pero con la reducción de horas totales en mallas de carrera exigidas en el año 2020 en el Ecuador, esta regresó a sus seis horas por semana, pero ahora en solo dos encuentros de tres horas cada uno; donde a pesar de las recomendaciones de algunos docentes en proyectos entregados donde se podía mantener el contenido de la nueva estrategia didáctica porque precisamente con un buen soporte y extensión de la unidad de funciones se puede ganar tiempos en las otras tres unidades características.

Pero por desconocimiento y aludiendo el factor tiempo es que se corta la unidad de funciones en la actualidad, con el agravante absurdo de agregar la unidad de integración y sus técnicas. Porque con la gráfica de relaciones no solo se muestra e ilustran los conceptos y definiciones de la matemática básica universitaria, si no que en definitiva se enseña más y mejor los contenidos matemáticos, hay mejoras en los aprendizajes y se incrementa notablemente la participación estudiantil en la construcción de dichos conceptos.

CAPÍTULO V

Reflexiones y recomendaciones

Al saber que en toda investigación lo que dicen los informantes puede resultar ser la epidermis de la validación, es nocional y superficial, pero si se mantiene una actitud de auto critica constructiva y de no limitarse a repetir lo que dicen éstos, toda investigación deja abierto la comprobación de su validez ante la comunidad de expertos que manejen la acreditación educativa, en investigaciones y discusiones que pueden ser necesarias y consecuentes; en ese sentido este texto entrega seis teorías y una epistemología base para ser sometida no ya en cursos pilotos sino en direcciones o coordinaciones de estudios básicos de una Facultad completa como siguiente estrategia de validación con docentes entrenados en la estrategia gráfica y estudiantes a los que se les haga seguimiento de supervivencia, o validar si aprendieron con estudios de resultados en asignaturas siguientes a la Matemática I.

Donde este texto sirve de punto de partida para estudios de educación en esta asignatura o incluso de áreas afines que tengan estrategias novedosas que se usen de forma informal en la actualidad, como el conocido manejo del concepto en la Física I, porque ofrece en respaldo que

a) Una buena participación de los protagonistas de la clase en dos países y sus universidades más grandes e importantes.

b) En un espacio de tiempo de más de cinco años de investigación, con permanencia y similitudes de respuestas, en los encuestados.

c) Que la profundidad de la puesta a prueba de la epistemología y las teorías propuestas no fueron opciones de preguntas cerradas, sino de opiniones a sus caracterizaciones y resultados de los aprendizajes medibles.

d) En el estudio existieron valoraciones cuantitativas y cualitativas en un cuestionario que ofrece coacciones mínimas e instructivos, y porque en todos los resultados superan valores promediados sobre el 90% de aceptación; es decir, se considera y como cierre del capitulo de resultados y sus análisis, que la interpretación de los actores evidencia suficiente validez en este estudio, dignos de seguir estudiándose, así como las teorías propuestas todas.

Todos los resultados obtenidos en los cuestionarios a estudiantes y docentes participantes, se recopiló en el cuaderno de estudios de la tesis doctoral base y en carpetas de cuestionarios llenos a mano en Ecuador. Como resguardo fiel de la investigación ante la comunidad científica y de investigadores de la educación, que deseen y puedan verificar. Para construir la aventura de la propuesta en el desarrollo de un nuevo pensar matemático; a continuación, las reflexiones finales y las recomendaciones generales, ocuparan una singular parte de su cierre.

1) Reflexiones y resultados

Al pensar que ya existe una brisa en el nuevo pensar sobre la Matemática I, cuando estudiantes comentan en pleno semestre de secciones pilotos que: ¡No es una asignatura tan difícil como se les dijo! Y ¡Es de singular belleza! Viene a ser, sin duda el principal aporte de este texto, que a su vez en su capítulo II parte cinco, tiene un resumen de la estrategia gráfica para docentes interesados. Cuando de a poco se empieza a lograr cambios en los contenidos actuales, mayor motivación a participar en la clase del estudiante declinando la visión actual de que es una materia solo aprobable con memorismos y cálculos algorítmicos formulados. De forma especifica se reflexiona

a) Entendiendo a la geometría como ciencia de razonamientos verdaderos sobre la visión de figuras inexactas, la didáctica *Gráfica de relaciones* es una estrategia geométrica de enseñanza que produce razonamientos duales, en función de mejoras y amplitud sobre el aprendizaje deseado en los contenidos de la matemática básica universitaria.

b) Las teorías iniciales T1 y T2, sobre la degeneración didáctica de la matemática básica universitaria en la actualidad, esta fundamentada en los deficientes resultados de cantidad y calidad en estudiantes participantes de esos contenidos matemáticos, así como en sus docentes; con respuestas vacías y deficientes en conceptos básicos, amén de las estadísticas que caracterizan la materia de la Matemática I, con porcentuales de aprobados y nota promedio aprobatoria, ya clásicos como materia registro. A continuación, se enuncian
T1: La enseñanza solo analítica algorítmica y con exigencias hacia lo memorístico, exacto y único; en la primera matemática universitaria, tiene: vacíos, discontinuidades y suficientes enigmas que afectan y deforman su aprendizaje.
T2: Existe una debilidad generacional, en la enseñanza para el aprendizaje de la Matemática I; es decir, se aprende con vacíos, supuestos y debilidades, para así ser enseñada después, bajo el esquema de exacta e incólume.

c) La epistemología propuesta “Didáctica del Calculo I”, es un fundamento de y para teorías sobre la educación matemática inicial universitaria, que surgió de la necesidad y ausencia de una episteme relacionado al formalismo y rigurosidad axiomática de la matemática universitaria básica en general, y de los teoremas que la construyen; dando su base para las teorías aquí enunciadas y otras que puedan surgir, en pro de mejorar la enseñanza de la Matemática I. Entonces como praxis intuitiva para mejorar el aprendizaje en un pensamiento educativo lógico se tiene la epistemología tiene entre sus líneas de pensamiento lo siguiente

* Desarrollo del ingenio por la intuición razonada, y dualidad del pensamiento.
* Lógica matemática y empirismo como construcción inicial del concepto.
* Asociación, retroalimentación y utilidad de la definición matemática.

d) La teoría expuesta sobre la *definición gráfica* como un ente didáctico T3, es una idealización que agrupa a teoremas sobre el aprendizaje lógico, razonado y no memorístico de los contenidos de la primera matemática básica universitaria, llámese Cálculo I o Matemática I; de donde se generan o parten las siguientes teorías por observación de conducta en el estudiante actual en las carreras de ingeniería.

T3: La definición gráfica de los contenidos matemáticos del Cálculo I, es un complemento de enseñanza que: desarrolla el pensamiento dual, amplia las definiciones matemáticas, y produce aprendizajes por descubrimiento, por significancia, y por socio interacción.

e) Las teorías siguientes expuestas sobre el aprendizaje general, en función de la libertad y la dualidad o no, de los razonamientos que se desarrollan en el participante de cualquier proceso educativo ante la aquí llamada *Presencia del conocimiento*, es una conclusión ideal de la diversidad de opiniones observadas en los estudios de campo realizados en estudiantes de los cursos tradicionales y pilotos, en los estudiantes de avanzada, y en los docentes asistentes, al inicio y al final de los talleres programados.

T4: El aprendizaje depende de la caracterización en forma, fondo y presencia, del conocimiento; su logro es un proceso del individuo inmerso en un contexto social, en libertad, por razonamientos y lógicas duales que pueden o no combinarse.

T5: La motivación al aprendizaje de conocimientos abstractos en las mentes actuales, exige del docente: orden jerárquico e histórico, secuencia lógica, orden de dificultad y sobre todo reconocer aplicaciones siguientes o a futuro del concepto tratado.

T6: Mostrar el concepto matemático en la resolución de ejercicios, con diferentes estrategias para la comparación y verificación de resultados, es un argumento didáctico para el aprendizaje significativo en la Matemática I.

De hecho, estas teorías pueden ser ampliadas y probadas en otras asignaturas universitarias, afines a la matemática básica o no; como demostrativo adicional de validez.

f) La validez de la epistemología y de las teorías propuestas, ante los protagonistas de la clase, encuentra sustento en la comunidad pedagógica en general, por las opiniones de respaldo como valoraciones cualitativas, y de una aceptación cuantitativa promedio entre docentes y estudiantes, en ambos países del 90%.

2) Recomendaciones

a) Las teorías iniciales sobre el problema y los vacíos en la enseñanza para los aprendizajes esperados de la Matemática I, bajo la metodología actual, queda abierta a su revisión de validez y comprobación con la recomendación en trabajos consecuentes, en la ampliación de estudios de resultados en otras universidades de la geografía nacional; o incluso en otras latitudes Latinoamericanas.

b) Tanto la epistemología expuesta como las teorías finales sobre la evolución en la mejoría del aprendizaje de los contenidos matemáticos del básico universitario, quedan abiertos a toda crítica constructiva y de comprobación de los resultados: Probidad en estudios consecuentes en otras universidades del Ecuador. Entendiendo que, desde el punto de vista curricular, en ningún momento se ha planteado generar otra asignatura, la idea es incluir en los pensum y/o sílabos de las matemáticas básicas universitarias, la estrategia didáctica de la *Gráfica de relaciones*, en sus unidades.

c) Se recomienda a los directivos de carrera y/o a los coordinadores del área, de cada Facultad, manejar informaciones relacionadas a variables de eficiencia y eficacia docente, como: el porcentaje de aprobados, de abandono y promedio de notas en aprobado; a fin de contar con registros históricos por asignatura. Realizando periódicos estudios en estudiantes de avanzada en sus carreras de ingeniería, con la finalidad de indagar sobre los aprendizajes logrados de los contenidos enseñados en la Matemática I o primera matemática universitaria; todo ello como estrategia de seguimiento de los resultados y en lo posible lograr el mejoramiento continuo del profesor, en sus funciones.

d) Para los lectores de esta obra, con conocimientos de matemática básica universitaria y con capacidad editorial aceptable, se recomienda el desarrollo de guías, problemaríos o textos, con la estrategia didáctica de la *Gráfica de relaciones*, para docentes y estudiantes. Como necesidad actual sugerida en las opiniones docentes adicionales. Entendiendo que la nueva didáctica nunca a buscado desplazar el contenido y forma analítica, sino como retroalimentación del concepto, a abarcar resoluciones con ambas estrategias.

e) Se hace necesario el diseño o agregado de los números múltiplos del $\pi/2$, aceptablemente representados e incluso del valor Neperiano, en reglas y escuadras de uso manual por el estudiante, así como de suficiente porte para ser usados en los pizarrones de clase.

3) Implicaciones pedagógicas

Cuando con la *Gráfica de relaciones* no solo se muestra e ilustran los conceptos y definiciones de la matemática básica universitaria, si no que en definitiva se enseña más y mejor los contenidos matemáticos, hay mejoras en los aprendizajes y se incrementa notablemente la participación estudiantil en la construcción de dichos conceptos. De hecho, en una lógica triangulación de los resultados, provenientes en preguntas abiertas similares entre los estudiantes y los docentes, (como una fiabilidad y validez adicional), donde al contrastarlos, se observó una similitud de resultados, se afirma lo siguiente

a) Los resultados concluyen que 92% de los estudiantes creen en la ampliación conceptual que desarrolla la praxis geométrica, apoyan el método *Gráfica de relaciones* y su *Definición gráfica*, y consideran que se desarrollan nuevos razonamientos. Interesante promedio de respaldo donde existen estudiantes encuestados reprobados.

b) Los docentes respaldan el método *Gráfica de relaciones,* así como la *Definición gráfica* como un ente didáctico, apoyan la epistemología propuesta: “Didáctica del Cálculo I”, y las teorías que se desprenden; al considerar que produce aprendizaje por descubrimiento, por significancia y por socio-interacción. Promedio general de apoyo en un 90%.

c) La secuencia lógica de la Matemática I, debe ser: Preliminar del cálculo, unidad de funciones, con la construcción de todas ellas en el orden lógico desarrollado y límite de una función puntual, lateral, infinito y al infinito sobre las funciones graficadas; para cerrar el primer parcial con los límites indeterminados y la definición formal del límite. Seguidamente el segundo parcial debe seguir con la unidad de la función derivada, sus teoremas, algebras y algunas tipologías, así como de orden superior, para cerrar con la amplia unidad de la derivada y sus aplicaciones: Regla de L´höpital, rectas tangentes y normales, teorema de Rolle y Lagrange, ajuste de los puntos notables y optimizaciones; con la finalidad de que el estudiante sienta la Matemática I, es una asignatura de aplicación. Cerrando con la noción de la antiderivada como la integral indefinida y algunos teoremas básicos.

d) La validación de las teorías propuestas y de su epistemología particular como comprobación en los resultados observados, muestran que la obra se enmarca en el contenido de educación, cuando en cada paso avanzado se apertura la puesta en práctica de lo propuesto como necesidad, con su respectiva discusión de los resultados.

e) Hablar del conocer a priori, el cuál es aceptado en la filosofía critica como un razonamiento sintético por intuición, que produce aprendizajes a nivel de razonamientos creativos, es el argumento de esta obra y la didáctica expuesta por manejo y construcción del concepto, como argumentación general. Entonces se puede afirmar un avance al conocer solo por pensamiento analítico, en donde sin visualizar el planteamiento con claridad, solo se busca que se aprenda al obtener el resultado esperado y sin contar con comparación alguna.

REFERENCIAS CITADAS Y CONSULTADAS

Abbott, S. (1999). *Teorías de aprendizaje*. Revista encuentro educacional Luz.

Aebli, H. (1984). *Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget*. Buenos Aires, Argentina, p 10, 77, 127. Editorial Kapeluz.

Baldor, A. (1976). *Algebra*. Organización gráfica EDIME.

Carvajal L. (2000). *Para transformar la educación*. Primera edición. Publicaciones de la universidad católica Andrés Bello. P 55.

Durán, D. (2008). *Didáctica de la matemática.* XII Escuela venezolana para la enseñanza de la matemática. ULA.

Estrada, J. (2004). *Epistemología, educación y formación matemática*. (Tesis doctoral). Universidad Pedagógica Experimental Libertador. P 47, 54.

Kliksberg N. (1983). *La crisis pedagógica en las universidades latinoamericanas*. Ediciones de la biblioteca UCV. P 48.

Martínez, M. (2001). *Comportamiento humano, nuevos métodos de investigación.* Tercera edición. Editorial Trillas.

Moore, T. (1980). *Introducción a la teoría de la educación*. Segunda edición. Alianza editorial, S. A.

Novak, J. (1998). *Conocimiento y aprendizaje.* Editorial alianza. Madrid. España.

Piaget J., Beth E. (1980). *Epistemología y psicología matemática*. Editorial critica 2da edición.

Pérez, G. (2000), *Investigación cualitativa, retos e interrogantes*. Volumen 2, Técnica y análisis de datos. Tercera edición. Editorial La Muralla, S.A.

Rusque, A. (2003), *De la diversidad a la unidad en la educación cualitativa*. Editorial hermanos Va Dell.

Sanguinetti, J. (2005). *El conocimiento humano. Una perspectiva filosófica.* Ediciones Palabra.

Sternberg, R., Spear, L. (1999). *Enseñar a pensar*. Edición en español, p 14. Aula XXI editorial Santillana.

Tirado, A. (2020). *El aprendizaje universitario de la matemática básica, con los fundamentos de la praxis geométrica*. [Tesis doctoral, Universidad Pedagógica Experimental Libertador] .

Tirado, A. (2021). Las asíntotas curvas en funciones del plano cartesiano*. Revista Paradigma* 42(2). Pp 66-81. http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/970.

Tirado, A. (2022). Definición gráfica del límite de una función, aporte a su formalidad como didáctica geométrica*. Revista Opuntia Brava* 14(1). Pp 88-103. http://opuntiabrava.ult.edu.cu/index.php/opuntiabrava/article/view/1356/1747

Tirado, A., Núñez, G. (2023). Estudio en la Matemática I para describir debilidades en sus aprendizajes como un diagnóstico preliminar. *Revista Odigos*, *4*(3), 49–67. https://doi.org/10.35290/ro.v4n3.2023.926

Vargas, G. (2003). *Tratado de epistemología*. Universidad pedagógica nacional, Bogotá.

Zill, D. y Wright, W. (2011). *Cálculo de una variable, trascendentes tempranas*. Cuarta edición. Mc Graw Hill. México. Pp XVII.

GLOSARIO DE TÉRMINOS Y DEFINICIONES

Abscisa: Es la recta horizontal del plano coordenado, eje “X”, función constante y = 0.

Actitud: Disposición de ánimo manifiesto, para hacer o pensar en algo.

Ajuste en la curva: Procedimiento para ubicar analíticamente puntos notables que posea una función, para una mejor visual en su gráfica, usando los criterios de la derivada.

Algebra: Calculo por composición de números y variables, ecuación en general.

Algoritmo: Proceso cerrado de cálculos en secuencias para llegar a un fin o resultado final.

Análisis: Estudio para ubicar las partes de un conjunto.

Analítico: Pensamiento de la filosofía como un análisis.

Ángulo: Valor “Φ” en grados de elevación, con respecto a la horizontal, de una recta tangente a f(x) en un intervalo definido, donde la pendiente de esta recta es a = Tan(Φ).

Antinomia: Contradicción entre principios y/o deducciones.

Aptitud: Condición o capacidad para ejecutar un acto. Preparación previa.

Apología: Discurso o escrito que busca la defensa o justificación de una propuesta.

Aprender: Adquirir un conocimiento por su estudio, práctica o experiencia.

Aproximación: Tendencia por ambos lados, a un punto determinado en el dominio.

Argumento: Razones o explicaciones para negar o apoyar una afirmación.

Asíntota: Relación en el plano a donde f(x) tiende en aproximación, para valores específicos y extremos en el dominio.

Axioma: Proposición o evidencia primaria no reducible por demostración, en donde se puede fundar una ciencia. Principio lógico que basa teorías deductivas.

Calculadora gráfica: Dispositivo electrónico con el programa de trazar gráficas de funciones, a una alta rapidez, punto a punto.

Codo-minio: Conjunto de valores $f(x_0)$, para todo “x_0” del dominio de la función.

Cognición: Estructura de actividades psicológicas, para conocer, por dominio de la afectividad.

Colineal: Puntos que pertenecen a una misma línea recta.

Concavidad: Intervalo de una función en donde las rectas tangentes a sus puntos están por debajo de la función.

Concepto: Idea abstracta general y verificable.

Condicional: Regla asumida como norma que afecta el rango, en funciones determinadas.

Conexo: Que tiene conexión lógica.

Conjunto: Colección arbitraria de elementos, con asociaciones.

Conocer: Tener noción definida de algo, mediante facultades intelectuales.

Continuidad: Caracterización en una función de tener imagen, en un intervalo dado.

Convexidad: Intervalo de una función en donde las rectas tangentes a sus puntos están por encima de la función.

Coordenada: Es cuando un conjunto de elementos se asocia a una dirección; pueden ser rectangulares en relación con los ejes y polares cuando se relacionan con la distancia al origen y con su inclinación.

Crear: casualidad productora de realidad, fundar a establecer una novedad.

Creciente: Intervalo, (a, b) en una función, con las pendientes de rectas tangentes a ella positivos, o $f(b) > f(x)$ del intervalo.

Criterio: Norma o principio de discernimiento o decisión. Opinión juiciosa.

Criterios de derivación: Reglas que permiten ubicar y calcular puntos notables en las funciones, con el empleo de la primera y segunda derivada, de una función.

Cuadrante: División del plano coordenado, en cuatro partes, por las rectas que forman los ejes coordenados.

Darwinismo: Se evoluciona para poder sobrevivir.

Decreciente: Intervalo, (a, b) en una función, con las pendientes de rectas tangentes a ella positivos, o $f(b) < f(x)$ del intervalo.

Deducción: Verdad particular, generada a partir de verdades generales y concluidas, por inferencia.

Definición: Denominación que explica, influye y aclara, conocer el concepto.

Derivada: f´(x) como otra función, cuyas imágenes son las pendientes de rectas tangentes a f(x), en todos los puntos de su dominio que sea posible.

Descubrir: Dar a conocer un objeto desconocido.

Desigualdad: Simbología que representa la relación entre dos elementos en: mayor que, menor que, mayor e igual que, y menor e igual que; diferente a la igualdad.

Dialéctica: Arte del dialogo y la discusión de oposiciones, divergencias y convergencias de pensamiento para lograr una síntesis.

Didáctica: Ciencia y arte de la enseñanza.

Discontinuidad: Caracterización de las funciones de no ser continúa en algún intervalo o punto de su dominio.

Dominio: Valores de x_0 en "X" donde la función este definida. Proyección de la función sobre el eje horizontal: {(a, b) € X / f(x_0) € (a, b) existe como imagen real}.

e: Número irracional que explica una variedad de fenómenos de la naturaleza, que en la forma de función exponencial es: $f(x) = e^x$; una cantidad aceptable de cuatro cifras es: 2,718.

Ecuación: Relación de igualdad entre una o varias variables y sus normas.

Eje: Recta horizontal y/o vertical que forman el plano coordenado.

Empirismo: Método de la experiencia, algoritmo de lo vivido.

Enigma: Vacío de algún conocer, definición ambigua por completarse.

Ensayo: Levedad temática en donde se promueven ideas razonadas y sus reflexiones sin esperar adhesión directa.

Epistemología: Fundamentos, métodos y filosofías del y para el conocimiento; estudio critico de las ciencias y de la validez del conocer.

Estética: Relativo al orden y a la belleza.

Ética: Autorreflexión del ser sobre la moral y la sociedad.

Etnografía: Estudio estratificado de los elementos de una población.

Exegesis: Explicación o interpretación histórica y filosófica de un texto.

Exponente: Valor de potencia en una variable o una función.

Extremos: Tendencia al infinito en los ejes coordenados. Valores máximos o mínimos en la imagen de una función, para un intervalo dado.

Familia de funciones: Colección de funciones de ecuación similar y repetidas verticalmente, en donde la derivada de la familia resulta ser la misma función.

Fenomenología: Estudio filosófico de la descripción de los fenómenos y de la consciencia intrínseca.

Filosofía: Reflexiones y postulados humanos sobre el conocimiento.

Función: Ecuación o formula de una norma de correspondencia única. Relación que asigna a cada valor "x_0" del dominio un valor único de imagen del rango. Las funciones son algebraicas, cuando sus normas provienen de operaciones algebraicas, y trascendentes, por ser trigonométricas o logarítmicas.

Función biyectiva: Característica sobre su disposición en el plano, que refiere que es "inyectiva", en donde toda imagen es distinta para los elementos de su dominio y es "sobreyectiva", en donde el condominio es igual a su rango, es decir cumple con la condición de continuidad.

Función cociente: Que posee la forma racional $h(x) = f(x) / g(x)$.

Función compuesta: Es la resultante de la combinación de las normas de dos a más funciones, se simboliza como: h(x) = f(g(x)); o I(x) = h(g(f(x))).

Función constante: La de imagen única, independiente de todo punto del dominio.

Función exponencial: Son las producidas por la inversión de las funciones logarítmicas.

Función impar: Simétrica al respecto del origen.

Función par: Simétrica al respecto al eje vertical, como reflexión.

Función primaria: La que no puede expresarse como operación algebraica o trascendente de otras funciones; y las que resultan de estas operaciones se denominan funciones consecuentes

Función radical: Es la que posee raíces de índices variados, producidas por la inversión de las funciones potenciales.

Función ramificada: Resultado de la unión de dos o más funciones restringidas o no, de tal forma que no ocurra la intercepción de sus dominios.

Función restringida: Es aquella en donde se restringe o se reduce el domino, en una parte denominada “Arco”.

Geometría: Disciplina del estudio riguroso de las figuras y formas de la imaginación, pudiendo ser con referencias o coordenadas.

Giro: Rotación o reflexión, en la gráfica de una función con respecto a un eje coordenado.

Grado: Es el mayor de los exponentes de los elementos de un polinomio; y la relación en el circulo pitagórico, donde un “π” radian es 57,3° de circunferencia.

Gráfica: Dibujo en el plano coordenado de una función o de una serie de datos, ordenados.

Hermenéutica: Ciencia de principios y métodos para la interpretación y critica de los textos antiguos.

Heurística: Investigación documental histórica, para descubrir o inventar sobre un tema específico. Disciplina de las reglas de la investigación.

Hipótesis: propuesta inductiva por verificar.

Imagen: Es el valor numérico o la tendencia que adquiere una función para un punto “x” de su dominio.

Indefinido: valor en la imagen de una función de tendencia infinita.

Indeterminado: Tendencia a una imagen que no existe de una función, para un valor especifico o una tendencia en el dominio; se expresan como: 0 / 0, ∞ / ∞, e ∞ - ∞.

Inducción: inferencias probables y empíricas, generalizadas a partir de una verdad particular.

Inecuación: Relación de desigualdad entre una o varias variables y sus normas.

Infinito: Valor no definido numéricamente de expresión: ± ∞.

Inteligible: Que puede ser entendido y comprendido.

Intercepción: Es un punto en donde dos o más funciones tienen la misma imagen de un mismo punto único del dominio; la intercepción de una función con el eje horizontal es donde ella sea igual a cero y la intersección de una función con el vertical es donde la variable “x” sea igual a cero.

Intervalo: Subconjunto de los números reales representados por segmentos en la recta horizontal; son abiertos cuando no incluyen los polos expresándose como: (a, b). Y cerrados cuando los incluyen, expresándose como: [a, b].

Introspectivo: Estudio de la conciencia por el sujeto mismo.

Intuición: Construcción conceptual no empírica, conocer a priori del intelecto, conocer innato por visión.

Inventar: Nueva forma de hacer o decir de un ente particular, creación.

Lenguaje: Expresión de información con direccionalidad.

Lema: Propósito emblemático de un tópico científico

Ley: Regla general invariable sobre un tópico científico. Regla constante que expresa y relaciona los fenómenos naturales.

Límite: Es una imagen o tendencia, al hacer una aproximación cercana a un punto o tendencia, en el dominio de una función.

Límite infinito: Es cuando la variable dependiente crece o decrece indefinidamente; es decir tiende a una imagen indefinida.

Límite al infinito: Valor definido o indefinido que toma la imagen de una función cuando se evalúa la tendencia: ± ∞, en el dominio.

Línea: Extensión considerada en una sola dimensión; pueden ser rectas o curvas.

Logaritmo: Función monótona creciente de dominio positivo, con símbolo: $Log_a(x)$, cuyas relaciones inversas son las funciones exponenciales.

Lógica: Principios y métodos del razonar sobre proposiciones para lograr lo correcto.

Longitud: Es el tamaño de un segmento de línea.

Matemática: Ciencia del orden y la medición de lo posible sin contradicción, estudio de lo abstracto por deducción axiomática y de rigor de estructuras algebraicas.

Máximo absoluto: Imagen mayor de una función en todo su dominio, se denomina relativo cuando es la mayor imagen de un intervalo dado. Llamado notable si la función es continua.

Mayéutica: Ideas y soluciones que surgen del pensar por similitud de conjeturas irónicas en el discurso, método Socrático.

Memoria: Función reflexiva del pensar, capacidad de repetir un conocer.

Método: Operaciones coordinadas y ordenadas para obtener un propósito

Método grafica de relaciones: Es un procedimiento de operaciones algebraicas de imágenes en funciones de gráfica primarias, para a partir de esta obtener la gráfica de otras funciones; es una estrategia de enseñanza y complemento de concepciones relacionadas con las funciones.

Mínimo absoluto: Imagen menor de una función en todo su dominio, se denomina relativo cuando es la menor imagen de un intervalo dado. Llamado notable si la función es continua.

Misoneísmo: Temor hacia lo desconocido, a la evolución del pensar.

Monografía: Discurso disciplinado objetivo y monotemático, con relevante argumentación que es o puede ser probada.

Movimiento: Operación de números reales sobre funciones, que pueden producir cambios en las configuraciones de estas, así como rotaciones y traslaciones.

Nominalismo: La verdad como axiología humana no individual.

Pragmatismo: La verdad en la práctica, conducta de la verdad.

Paradigma: Idea, ejemplo prototipo que sirve de norma a seguir.

Paráfrasis: Explicación o interpretación ampliada de un escrito o texto.

Praxis: Acción o voz de la practica para lograr una meta, filosofía práctica.

Proctológica: Lógica originaria o primaria, fundamento del razonar sobre un fenómeno.

Ordenada: Es la recta vertical del plano coordenado, eje “Y”, o relación x = 0.

Origen: Es el punto en donde se interceptan la ordenada y la abscisa.

Ortogonal: Referida a la dirección perpendicular o normal con respecto a una referencia o recta dada.

Parábola: Función polinómica simétrica de potencia de grado entero par, de dominio todos los reales.

Pendiente: Grado o valor de inclinación de una recta; es indefinida en rectas verticales.

Polinomio: Función de dominio todos los reales formada por la suma algebraica de dos hasta finitos elementos potenciales.

Punto: Cantidad a-dimensional representada en el plano, por una pareja ordenada de valores, en cada uno de los ejes coordenados.

Punto notable o critico: Imagen del dominio en una función continua, donde ocurre que $f'(x_1) = 0$, que $f''(x_1) = 0$, o ambos. Son: Máximo, mínimo, o punto de inflexión.

Punto de inflexión: Lugar geométrico de una función donde ocurre un cambio de concavidad, punto notable donde ocurre que $f''(x_1) = 0$ con $f'(x_1) \neq 0$.

Punto de silla: es un punto de inflexión donde ocurre que $f'(x_1) = 0$ y $f''(x_1) = 0$.

Radian: Cantidad a-dimensional para medir inclinaciones, representa la longitud de arco de circunferencia entre la horizontal y una recta de pendiente uno; su relación aceptada en cinco cifras es de que cada radian representa 57,296 grados, siendo la circunferencia de 360 grados de 2π radianes.

Rama: "Parte" de una función que se toma por conveniencia o por la restricción de su dominio, como estrategia para cambiar su condición a la de función inyectiva, de tal forma que su relación inversa sea función.

Rango: Proyección de la función sobre el eje vertical, es el conjunto de imágenes de todos los valores que pertenecen al dominio.

Razón: Premisas afirmadas y concluidas de base verdadera.

Reciproca: Es la función que resulta de $1 / f(x)$ o $n / f(x)$. También llamada función inversa con respecto al producto.

Redondeo: Acción de reducir los dígitos o cifras de un número a una cantidad con la significancia aceptada, mediante la estrategia: si el digito a la derecha es mayor o igual a cinco, suma una unidad al digito siguiente izquierda.

Regla de la cadena: Procedimiento para obtener la derivada de una función compuesta, la cual está formada por funciones derivables; si $h(x) = f(g(x))$, entonces $h'(x) = f'(g(x)).g'(x)$.

Regla de L´Hôpital: Estrategia para levantar las indeterminaciones: $0 / 0$ e ∞ / ∞, en funciones cocientes, en un punto especifico del dominio.

Relación inversa: Es la inversión o cambio entre el dominio y rango en una función. Resulta como: $y = f^{-1}(x)$ de $x = f(y)$. Será función solo si $f(x)$ es inyectiva.

Retorica: Arte conjetural para persuadir.

Rigor: Precisión y exactitud adecuada.

Rotación de eje: Estrategia usada por el método grafico para graficar funciones inversas y el condicionante valor absoluto; consiste en intercambiar los ejes coordenados o girar un eje sobre el otro.

Saber: Ética y profundidad cognitiva de una ciencia o conocimiento, sensatez del pensar.

Secante: Línea recta que intercepta a una función, en al menos dos puntos, en un intervalo específico del dominio.

Semiótica: Ciencia de los signos de comunicación.

Silogismo: Razonamiento riguroso entre dos proposiciones para deducir una conclusión.

Simetría: Armonía de posición de las ramas de una función, iguales en referencia a un punto o recta dada. La función par tiene “ramas” simétricas con respecto al eje vertical. Y toda función inyectiva es simétrica con su función inversa, con respecto a la recta, y = x.

Sintaxis: Orden y gramática de una oración.

Síntesis: Método demostrativo por causa efecto, al reunir elementos semejantes; resumen.

Sintota: Función en el plano a donde f(x) tiende en aproximación para valores extremos del dominio, con intersección o intersecciones, para valores específicos.

Sofismo: Razonamiento de apariencia lógica, para inducir al error, o a conductas erradas.

Subconjunto: Colección de elementos agrupados dentro de un conjunto; un intervalo es un subconjunto en el dominio de una función.

Tangente: Línea recta que toca o atraviesa una función, en la tendencia de esta, en un punto único especifico de su dominio.

Tautología: Repetición de un mismo pensamiento.

Técnica: Método especifico de un arte, aptitud particular.

Teorema: Expresión o proposición demostrable. Afirmación que requiere demostración.

Teorética: Estudio del conocimiento, relativo a las teorías.

Teoría: Conocimiento idealizado a partir de teoremas verificables y no aplicado aún, especulación ordenada por demostrarse.

Tesis: Monografía de contenido, criterio propio y suficiente rigor; con propuestas, construcción teórica y fundamentos originales, que se expone ante un tribunal doctoral, para demostrar la capacidad y madurez del aspirante a doctor.

Topología: Rama de la matemática sobre la teoría de superficies y el análisis matemático; estructuración de conjuntos.

Unión: Es la agrupación de subconjuntos que no se interceptan entre sí, como la unión de intervalos de un dominio dado, o como la unión de funciones o de ramas de funciones para conformar una función ramificada.

Unicidad: Normativa de solución única, o que es de imagen única.

Valor absoluto: Condición que modifica el rango de una función, expresando solo sus valores en el intervalo $[0; +\infty)$.

Variable: Cantidad que puede representar cualquier valor que se le asigne o establezca una norma. Para: y = f(x), se llaman variables “x” independiente e “y” dependiente.

Verdad: Conformidad del decir con el sentir y el pensar, juicio aceptado como cierto.

La matemática es en todo su conjunto, es una ciencia de singular belleza y facilidad, cuando se logra manejar sus definiciones y aplicaciones, muy diferente a lo solo analítico, memorístico y algorítmico actual; porque se convierte en un mecanicismo calculista nociones falibles. Luego la definición gráfica de los contenidos la Matemática I, es un complemento de enseñanza que: desarrolla el pensamiento dual, amplia las definiciones, y produce aprendizajes por descubrimiento, significancia, y socio interacción.

Los autores: Profesores en la Universidad de Guayaquil

ISBN: 978-9942-33-768-9

9 789942 337689

compAs
Grupo de capacitación e investigación pedagógica

@grupocompas.ec
compasacademico@icloud.com