

Física: fundamentos de óptica

Freddy Guachún Lucero
Marco Rojas Rojas
Sonia Guzñay Padilla
Ruth Coronel
Tatiana Quezada



Física: fundamentos de óptica

Freddy Guachún Lucero

Marco Rojas Rojas

Sonia Guzñay Padilla

Ruth Coronel

Tatiana Quezada

Este libro ha sido debidamente examinado y valorado en la modalidad doble par ciego con fin de garantizar la calidad científica del mismo.

© Publicaciones Editorial Grupo Compás
Guayaquil - Ecuador
compasacademico@icloud.com
<https://repositorio.grupocompas.com>



Guachún, P., Rojas, M., Guzñay, S., Coronel, R. Quezada, T. (2024)
Física: fundamentos de óptica. Editorial Grupo Compás

© Freddy Guachún Lucero
Marco Rojas Rojas
Sonia Guzñay Padilla
Ruth Coronel
Tatiana Quezada

ISBN: 978-9942-33-802-0

El copyright estimula la creatividad, defiende la diversidad en el ámbito de las ideas y el conocimiento, promueve la libre expresión y favorece una cultura viva. Quedan rigurosamente prohibidas, bajo las sanciones en las leyes, la producción o almacenamiento total o parcial de la presente publicación, incluyendo el diseño de la portada, así como la transmisión de la misma por cualquiera de sus medios, tanto si es electrónico, como químico, mecánico, óptico, de grabación o bien de fotocopia, sin la autorización de los titulares del copyright.

ÍNDICE

PARTE I: ÓPTICA GEOMÉTRICA	9
CAPÍTULO 1. NATURALEZA Y PROPAGACIÓN DE LA LUZ	9
Naturaleza de la Luz.....	9
Teoría corpuscular.....	9
Teoría Ondulatoria	9
Propagación de la luz	11
Terminología Básica	11
Principio de Huygens	14
Onda plana	15
Onda esférica.....	15
Refracción atmosférica.....	16
Sombras.....	20
Velocidad de la luz.....	25
Intentos para medir la velocidad de la luz.....	25
Velocidad de la luz Teoría Electromagnética	33
Longitud de onda de ondas luminosas	36
Espectro electromagnético	37
Tipos de haz de luz.....	39
Absorción de la luz.....	39
Ejercicios resueltos.....	40
Ejercicios propuestos	49
CAPITULO 2. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN EN SUPERFICIES PLANAS Y ESFÉRICAS.....	51
Leyes de la reflexión y refracción.....	52
Reflexión y refracción desde la Teoría ondulatoria	52
Reflexión y refracción de la luz desde la Teoría corpuscular ...	55
Reflexión de la luz.	56
Reflexión de una onda esférica en una superficie plana	59

Imágenes en los espejos planos: Imágenes reales y virtuales ...	60
Porción de rayos que llegan al ojo	62
Imágenes en espejos diedros o angulares.....	63
Imágenes en espejos paralelos	64
Profundidad aparente.	65
Reflexión total.....	67
Prismas de reflexión total.....	68
Prisma de porro	70
Combinación de dos prismas de porro	70
Prisma penta	71
Refracción a través de un prisma	73
Dispersión	75
Arco Iris	76
Reflexión y refracción en superficies esféricas.....	81
Refracción en la superficie esférica	83
Reflexión en una superficie esférica	86
bFocos y Distancias Focales	90
Método gráfico para encontrar la posición y tamaño de una imagen.	93
bImágenes que actúan como objetos.....	94
Superficies compuestas	95
Ejercicios Resueltos	96
Ejercicios propuestos	110
UNIDAD 3. LENTES	114
Lente sencilla en el aire.....	114
Focos y planos focales de una lente	115
Puntos principales y distancias focales	117
Representación gráfica.....	118
Lentes delgadas	118
Construcción gráfica	121

Posición de la imagen.....	122
Imágenes que actúan como objetos.....	124
Lentes divergentes.....	125
Foco objeto y plano focal objeto.....	125
Foco imagen y plano focal imagen.....	126
Representación gráfica de las lentes.....	126
Potencia óptica de la lente.....	127
Lentes gruesas.....	127
Verificación que se pueden aplicar las ecuaciones de Gauss y Newton.....	129
Lentes compuestas.....	132
Lente compuesta de lentes delgadas sencillas.....	133
Ejercicios resueltos.....	136
UNIDAD 4. INSTRUMENTOS ÓPTICOS.....	149
El ojo.....	149
Defectos de la visión.....	153
Microscopio simple o lupa.....	155
Aumento angular o poder amplificador.....	157
Oculares.....	158
Aumento total.....	161
Estructura del microscopio óptico.....	162
Anteojos.....	163
Anteojos astronómicos (Configuración de Kepler).....	164
Prismáticos o binoculares.....	167
Anteojos de Galileo.....	168
Aumento angular.....	169
Telescopio.....	170
Telescopio de Newton.....	170
Telescopio de Cassegrain.....	171
Linterna de proyección.....	172

Cámara fotográfica.....	173
Espectrómetro de prisma.....	175
Ejercicios resueltos.....	176
Ejercicios propuestos	186
Segunda Parte: Óptica física	189
CAPÍTULO V. POLARIZACIÓN.....	189
Una onda electromagnética se define como.....	189
Polarización de la luz	190
Origen de las ondas electromagnéticas	192
Polarización por reflexión	193
Polarización por reflexiones sucesivas.....	197
Doble refracción.....	197
Polarización por Birrefringencia	199
Prisma de nicol.....	199
Polarización por absorción. Cristales Dicroísmo	200
Ley de Malus.....	201
Láminas de retardo: Luz circular o elíptica.....	202
Compensador de Babinet	206
Análisis óptico de esfuerzos (Fotoelasticidad).....	207
Actividad Óptica	207
Ejercicios resueltos.....	209
Ejercicios propuestos.	214
Capítulo VI. Interferencia y Difracción	216
Historia.....	216
Experimento de la doble rendija	216
Interferencia en láminas delgadas	217
Películas no reflectantes	221
Anillos de Newton.....	222
Interferómetro de Michelson.....	225

Interferencia con doble rendija: Experimento de Young	227
Difracción de la luz	230
Mecanismo	231
Tipos de Difracción.....	232
Ejemplo de la difracción	232
Difracción de Fraunhofer por una sola Rendija	233
Red plana de difracción.....	238
Difracción por aberturas circulares.	240
Ejercicios propuestos.	242
Ejercicios propuestos	253
Bibliografía.	256

PREFACIO

De entre todas las ramas de la física, la óptica es un fascinante campo de estudio, puesto que estudia el comportamiento de la luz y su interacción con la materia. Desde la antigüedad, el ser humano ha sido cautivado por los misterios y maravillas de la luz, y a lo largo de historia han buscado comprender su comportamiento para utilizar sus propiedades en beneficio de la sociedad.

Este libro está diseñado para servir como apoyo al aprendizaje, con el siguiente enfoque metodológico; exposición de los principios fundamentales de la óptica y ejemplos prácticos de la cotidianidad o la experimentación, desarrollo de la parte matemática para obtener las ecuaciones involucradas, luego se realizan de manera detallada algunos ejercicios modelo utilizando las ecuaciones obtenidas, finalmente se presentan un grupo de problemas para que resuelva el estudiante y consolide lo aprendido.

Este libro se divide en dos partes fundamentales, la óptica geométrica y la óptica física, partiendo desde los conceptos básicos como la propagación de la luz hasta los fenómenos más avanzados como la interferencia y difracción, cada capítulo está cuidadosamente elaborado para guiar al estudiante en un viaje de descubrimiento y aprendizaje, paralelamente se presentan a los grandes físicos que establecieron las bases y las leyes de la óptica. Se han agregado imágenes y fotografías de los fenómenos ópticos de modo que el estudiante relacione los conocimientos teóricos con los prácticos.

El propósito de esta obra es proporcionar una base sólida de los conceptos básicos de la óptica de modo que permita a los estudiantes entender y apreciar el papel crucial que desempeña esta ciencia en muchos campos de la sociedad, como la comunicación, industria, tecnología, astronomía, medicina, exploración espacial, fotografía, etc. Para ello, hemos incluido numerosos ejemplos, problemas y

experimentos que ayudarán al estudiante a que se percate de importancia de la óptica en la sociedad actual.

Este libro pretende proporcionar las herramientas y el conocimiento necesario para navegar por los deslumbrantes caminos de la luz, es preciso indicar que no se pretende reemplazar al docente sino de servir de fuente de consulta, inspiración y motivación para explorar aún más los fascinantes misterios del universo óptico.

Los autores

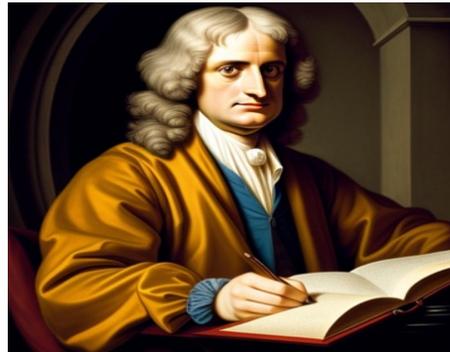
PARTE I: ÓPTICA GEOMÉTRICA
CAPÍTULO 1. NATURALEZA Y PROPAGACIÓN DE
LA LUZ

Naturaleza de la Luz

A mediados del siglo XVII surgieron casi simultáneamente dos teorías sobre la naturaleza de la luz, la teoría corpuscular propuesta por el físico inglés Isaac Newton y la teoría ondulatoria propuesta por el físico neerlandés Christiaan Huygens.

Teoría corpuscular

Sir Isaac Newton consideraba que la luz era un flujo de diminutas partículas o corpúsculos emitidos por fuentes luminosas y que se propagaban en línea recta a gran velocidad. Esta teoría pudo explicar la reflexión y refracción de la luz.



Teoría Ondulatoria

Christiaan Huygens en cambio, consideraba que la luz era una onda. Si bien es cierto esta teoría explicaba de forma más sencilla la reflexión, refracción y doble refracción de la luz, en aquel entonces sólo se conocían las ondas mecánicas, las mismas que necesitan de un medio para propagarse, esto obligó que para poder aceptar



esta teoría los físicos idearon un medio hipotético de gran elasticidad e impalpable al que llamaron éter, este medio debería cubrir todo, incluyendo el espacio vacío debido a que la luz sí puede propagarse a través de él.

Debido a la fama de Newton esta teoría no fue muy aceptada, además los otros físicos afirmaban que si la luz fuera una onda debería doblarse en los obstáculos y verse en las esquinas, cuestión que no era así. Hoy sabemos que éste fenómeno no puede verse con facilidad debido a que la longitud de onda de la luz es muy pequeña.

En 1827 los científicos Thomas Young y Augustín Fresnel logran realizar experimentos de interferencia y difracción de la luz, fenómenos físicos que no se podían explicar mediante la teoría corpuscular por lo que se reconsideraba la teoría ondulatoria.

Por el año de 1865 el matemático escocés James Clerk Maxwell propone la teoría electromagnética, y afirma que la luz es una onda electromagnética con una velocidad muy grande y con una longitud de onda muy pequeña. Luego, por el año de 1880 el físico alemán Heinrich Hertz comprueba experimentalmente la teoría de Maxwell, mediante un circuito oscilante produce ondas que se comportan de igual manera que las ondas luminosas en los fenómenos de reflexión, refracción e interferencia.

Estos avances motivaron a que se ponga en duda la teoría corpuscular y renazca la teoría ondulatoria, sin embargo, años más tarde aparecen unos físicos alemanes llamados Max Planck y Albert Einstein, quienes proponen que la luz se propaga mediante cuantos de energía llamados fotones, logrando explicar así el efecto fotoeléctrico y por si fuera poco el físico Robert Millikan verifica experimentalmente esta teoría por lo que nuevamente entra en duda cuál de las teorías es la correcta.

Actualmente consideramos que la luz es de doble naturaleza, es decir, de naturaleza dual, se comporta como

onda y como partícula dependiendo del experimento que se realice.

Propagación de la luz

De acuerdo a la primera ley de la óptica geométrica la luz se propaga con una trayectoria recta, en todas las direcciones y con velocidad constante en cada medio, sin embargo, no todos los medios permiten que la luz se propague.

Existen tres tipos de medios:

- **Transparentes:** Atraviesa la luz y sigue trayectorias definidas, por ejemplo; agua, vidrio, aire, plástico, etc.
- **Translúcidas:** Atraviesa un poco la luz, pero se dispersa, no se ven imágenes con nitidez, por ejemplo; vidrio esmerilado, diamantes, vitrales, etc.
- **Opacos:** La luz no los atraviesa, por ejemplo; cartulinas, puertas, paredes, etc.



Figura 1.1 Medios transparente, translúcido y opaco.

Terminología Básica

Haz de luz: Conjunto de rayos que salen de la misma fuente, si la fuente está lejos el haz tiende a ser paralelo, si la fuente

está cerca el haz tiene la forma de un cono, tal como se muestra en la figura 1.2.

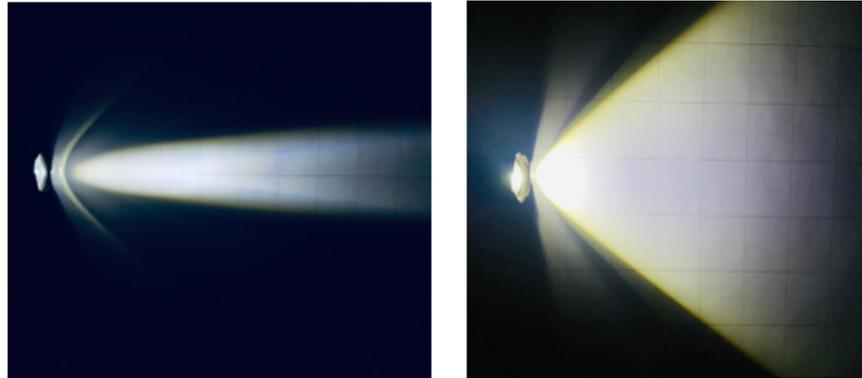


Figura 1.2 Haz de luz paralelo y haz de luz en forma de cono.

Frentes de onda: denominado al lugar geométrico de todos los puntos que se encuentran en igual fase, es decir, en el mismo estado de vibración, tal como es muestra en la siguiente figura.

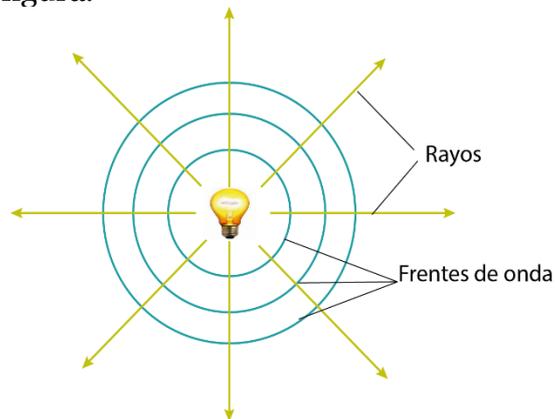


Figura 1.3 Frentes de onda.

Se acostumbra a dibujar pocos frentes de onda: máximos y mínimos de la perturbación.

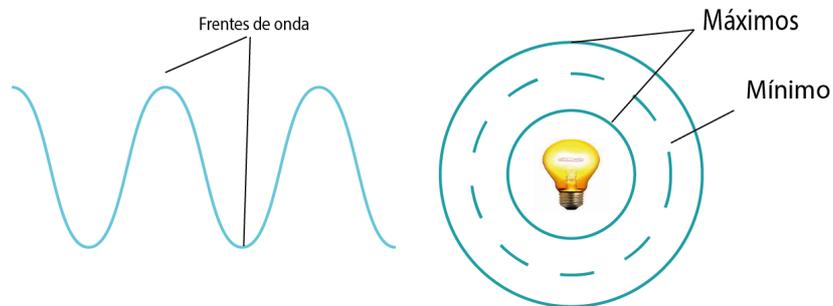


Figura 1.4 Máximos y mínimos.

Onda electromagnética: Compuesto por dos ondas, campo eléctrico y campo magnético que son perpendiculares entre sí, figura 1.5.

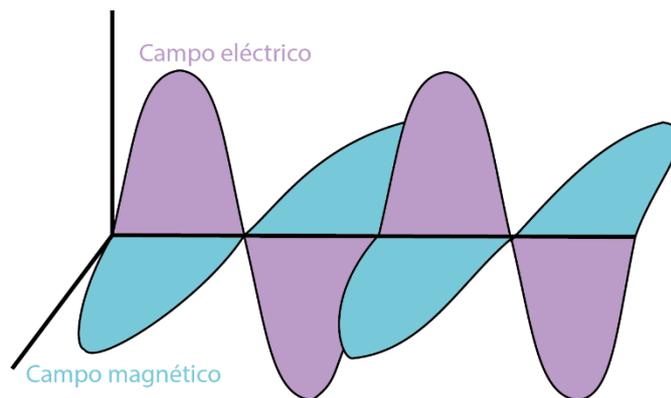


Figura 1.5 Onda electromagnética

Si las ondas están muy lejos de la fuente luminosa podemos considerarlas como ondas planas, por ejemplo, las ondas provenientes del sol, tal como se muestra en la figura 1.6.

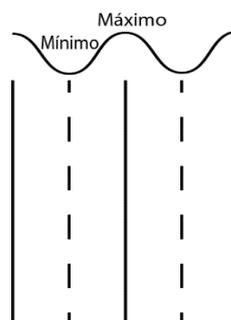


Figura 1.6 Frentes de ondas planas

Rayo: Trayectoria seguida por los corpúsculos luminosos (Teoría corpuscular).

Rayo: Los rayos son líneas rectas imaginarias perpendiculares a los frentes de onda (Teoría Ondulatoria).

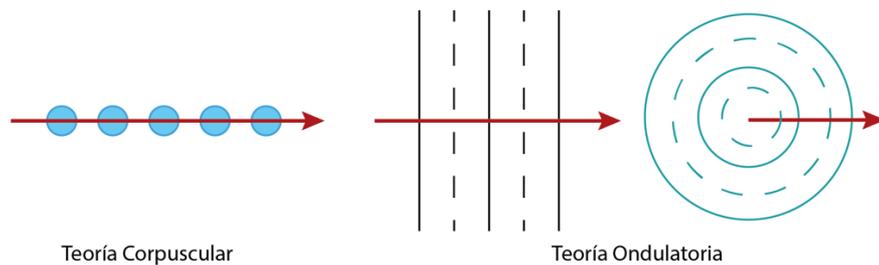


Figura 1.7 Rayos de luz

En la práctica podemos utilizar un rayo de luz de un puntero láser.

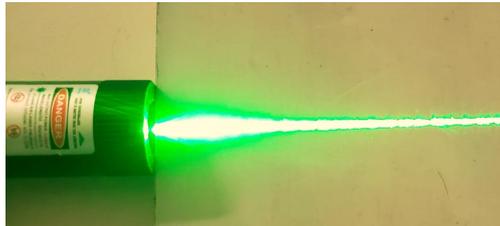


Figura 1.8 Rayo de luz de un puntero láser

Principio de Huygens

Desarrollado en 1678 por Christiaan Huygens y consiste en un método geométrico para encontrar la forma que tendrá un frente de onda en un instante posterior partiendo de un frente de onda conocido.

Principio: A cada punto de un frente de onda se lo puede considerar como una fuente de pequeñas ondas secundarias que se propagan en todas las direcciones y que tienen la misma velocidad. El nuevo frente de onda se encontrará construyendo una superficie tangente a estas ondas secundarias.

Se ejemplifica este principio en dos tipos de onda:

Onda plana

Mediante el principio de Huygens se desea conocer la forma del frente de onda al cabo de un intervalo de tiempo Δt , siendo v velocidad de propagación de la onda.

-Se construye ciertos números de circunferencias secundarias de radio $r = vt$ en cualquier punto a lo largo del frente de onda conocido.

-Se traza una curva tangente a las ondas secundarias, y esta curva es el nuevo frente de onda, tal como se muestra en la figura 1.9.

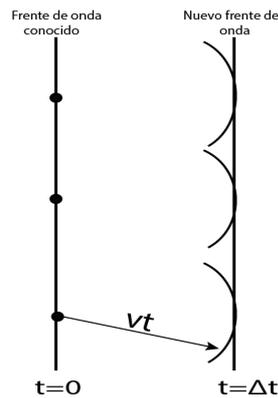


Figura 1.9 Aplicación principio de Huygens

Onda esférica

Procedemos de la misma manera si tenemos ondas esféricas: Se construye ciertos números de circunferencias secundarias de radio $r = vt$ en cualquier punto a lo largo del frente de onda conocido. Se traza una curva tangente a las ondas secundarias, y esta curva es el nuevo frente de onda, tal como se muestra en la figura 1.10.

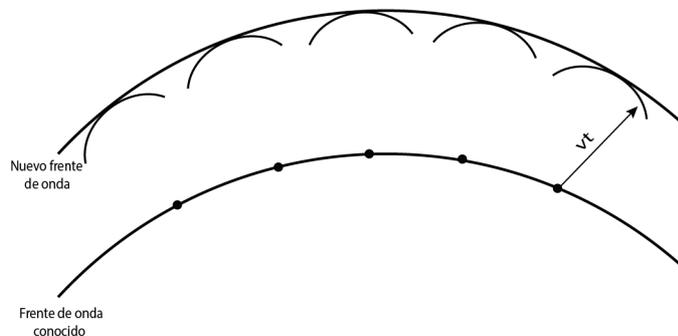


Figura 1.10 Aplicación principio Huygens

A pesar de su sencillez una desventaja de este método es que no es enteramente aplicable a cualquier caso puesto que deben considerarse ondas hacia atrás.

Refracción atmosférica

En términos sencillos la refracción se da cuando un rayo de luz cambia de dirección cuando pasa de un medio a otro con diferente densidad. Por lo que intentaremos explicar algunos fenómenos físicos que se dan en nuestro entorno debido a la refracción de la luz provocada por la atmósfera terrestre.

Para esta explicación debemos partir de las siguientes premisas.

- La velocidad de la luz es mayor en el vacío, en cualquier otro medio es menor.
- En un gas cuando la densidad aumenta la velocidad de la luz disminuye.
- La densidad de la atmósfera es mayor en la superficie terrestre y va disminuyendo con la altura.
- Los rayos de luz son desviados continuamente por la atmósfera.
- Se consideran frentes de ondas planas cuando la fuente de luz se encuentra muy alejada.

Supongamos que nos encontramos mirando una estrella, la misma que está muy lejos por lo que sus ondas de luz cuando lleguen a la tierra serán ondas planas. Cuando

ingresan a la atmósfera la densidad del aire es mayor en la superficie terrestre, por lo que la parte superior del frente de onda al estar en una región con menor densidad la velocidad de la onda es mayor y se adelanta a la parte inferior del frente de onda que está en una región de mayor densidad, tal como se muestra en la figura 1.11a. Este proceso se repite continuamente hasta cambiar la dirección del rayo de luz de la estrella. Este fenómeno físico hace que las estrellas se vean más altos de la posición real en la que se encuentran, a esta posición se la conoce como posición aparente, tal como se observa en la figura 1.11b.

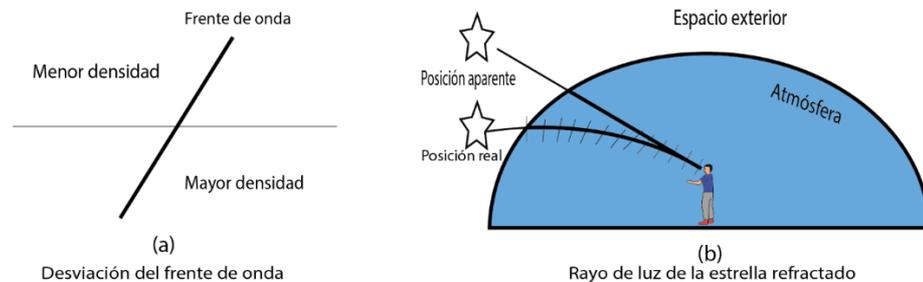


Figura 1.11 Refracción atmosférica.

Es preciso indicar que observamos este efecto debido a que el cerebro interpreta que la luz que recibe viene en línea recta.

Este fenómeno físico es el que provoca que sigamos viendo el sol unos minutos después, a pesar de que ya se ha puesto por el horizonte, tal como se muestra en la siguiente figura.

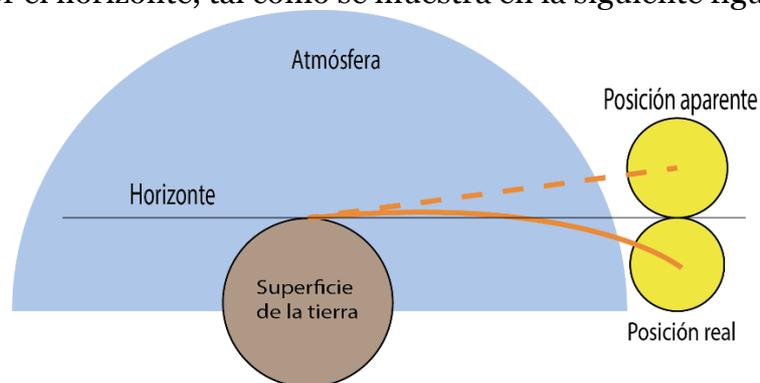


Figura 1.12 Refracción atmosférica en una puesta de sol

Espejismo: Son ilusiones ópticas, es decir, ver objetos donde no los hay. Esto ocurre frecuentemente en días y lugares muy calurosos, por ejemplo, un desierto o una vía asfaltada. En donde a lo lejos puede verse una superficie reflejante aparentando ser agua, tal como se muestra en la figura 1.13.



Figura 1.13 Espejismos.

La condición para que esto ocurra es que el aire debe ser menos denso en la superficie y su densidad vaya aumentando según incremente su altura. En días muy calurosos la arena del desierto y el asfalto de una vía están muy calientes y transfieren el calor al aire que está cerca de ellos, de modo que cerca del suelo el aire es más caliente y por consecuencia es menos denso, conforme se aleja del suelo es más frío y más denso.

En la siguiente imagen se explica por qué se ven esas superficies reflejantes.

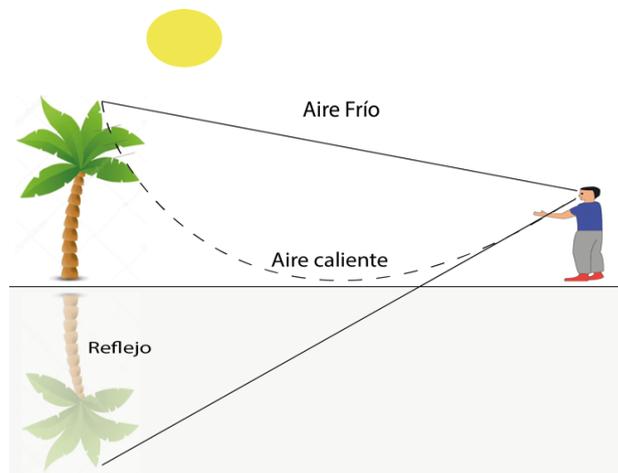


Figura 1.14 Espejismo explicación.

Recordando la condición de que el aire sea menos denso en la superficie y aumente según la altura (en ambientes calientes).

La luz que procede de la parte superior del objeto llega al ojo del observador siguiendo dos trayectorias, la una siguiendo una trayectoria recta y la otra una trayectoria curva. El objeto se ve en posición real y en posición invertida (como si hubiese una superficie que reflejará su imagen) alguien puede pensar que es agua.

Espejismo inverso: Las condiciones son inversas a las que se tienen en un espejismo normal, esto se da en grandes masas de agua. El aire cerca del mar está muy frío, su densidad es mayor y disminuye con la altura, el rayo de luz se curva en sentido opuesto. Se observa como si los barcos flotarán, conocido como el efecto de los barcos fantasmas.



Figura 1.15 *Espejismo inverso.*

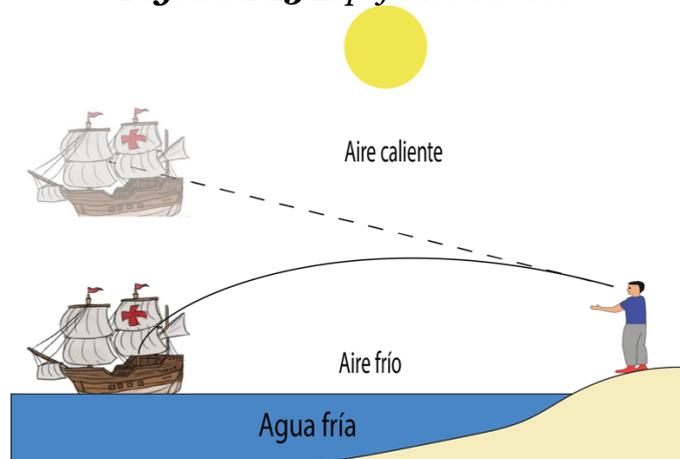


Figura 1.16 *Espejismo inverso explicación.*

Sombras

La sombra de un cuerpo iluminado por un manantial de pequeñas dimensiones tiene la misma forma que el objeto, los límites de las sombras son las líneas rectas que parten del objeto y son tan gentes al contorno del mismo, tal como se muestra en la figura 1.17.

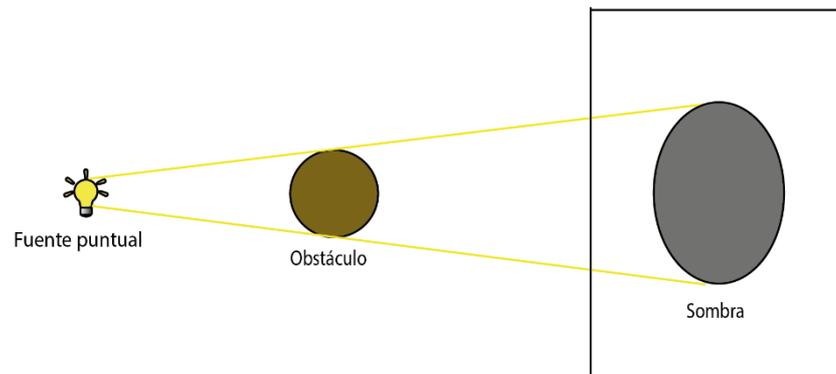


Figura 1.17 Formación de la sombra.

Lo que de forma experimental sería de esta manera:

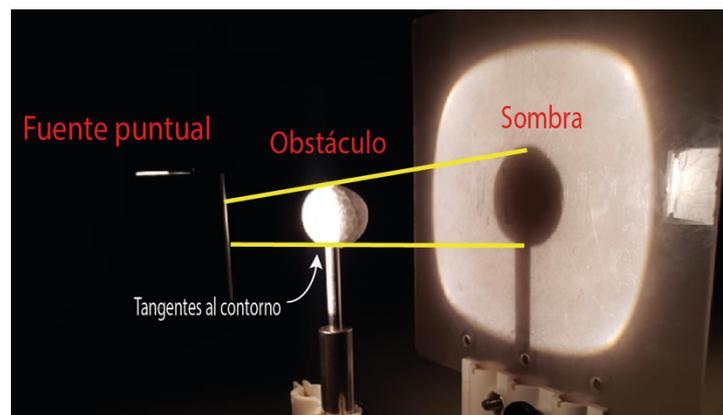


Figura 1.18 Formación de la sombra forma experimental.

Si el manantial no es puntual, aparece una región llamada penumbra que es una sombra parcial que sólo recibe luz de una parte de la fuente, tal como se muestra en la siguiente figura.

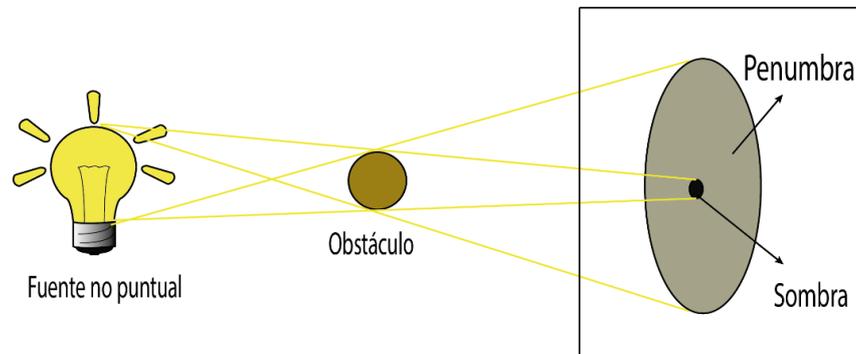


Figura 1.19 Formación de la penumbra.

De igual forma en la experimentación se vería de la siguiente forma.

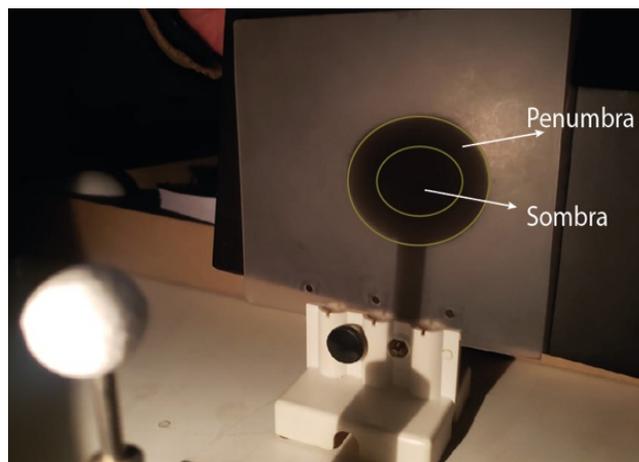


Figura 1.20 Formación de la penumbra forma experimental

Eclipse solar: Fenómeno en el que no se ve el sol. Es una forma de demostrar la propagación rectilínea de la luz a escala astronómica. Los que están en la sombra, eclipse total. Los que están en la penumbra, eclipse parcial, tal como se muestra en las siguientes figuras.



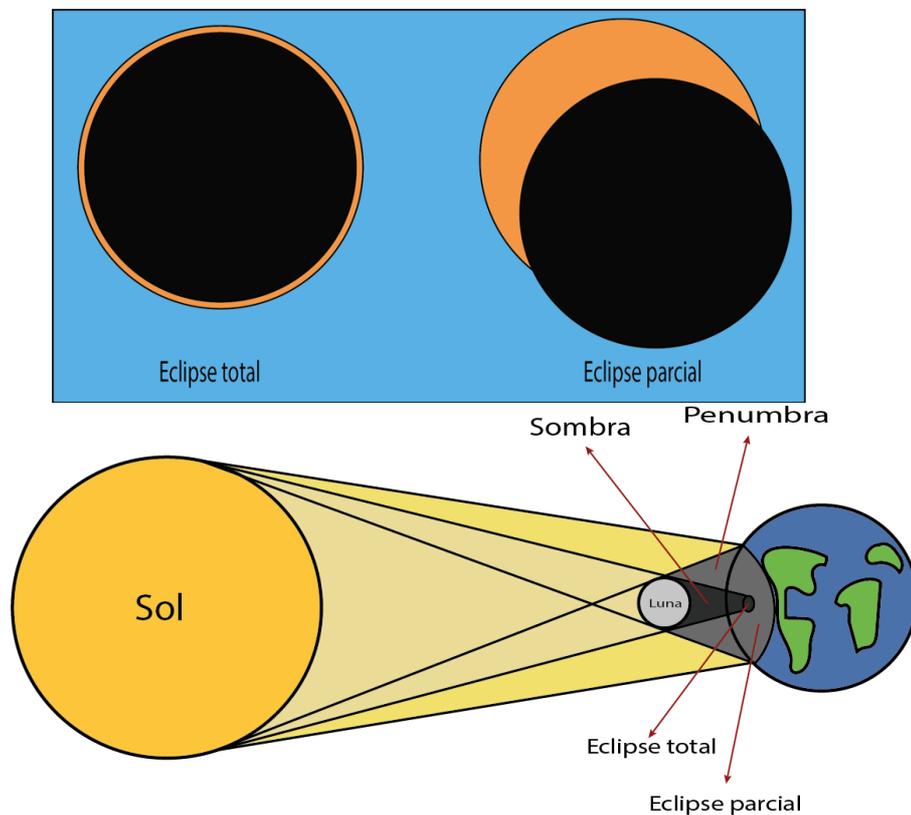


Figura 1.21 Formación del eclipse solar explicación. Representación experimental de un eclipse.



Figura 1.22 Formación de un eclipse solar experimental

Eclipse lunar: Fenómeno en el que no se ve la luna, la tierra se posiciona entre el sol y la luna, tal como se muestra en la siguiente figura.

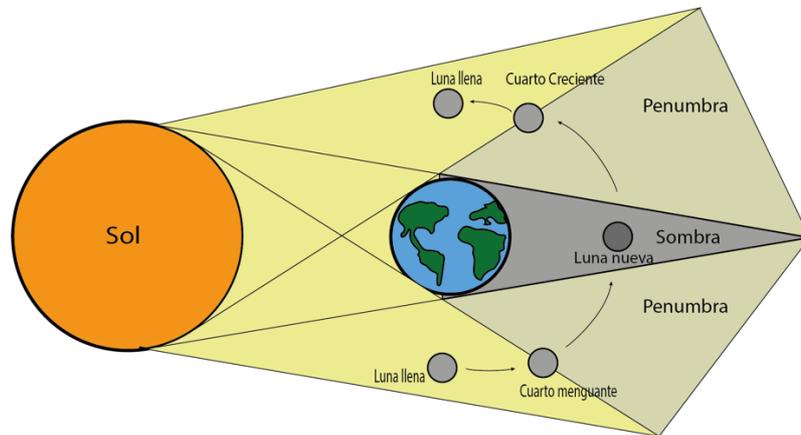


Figura 1.23 Eclipse lunar y fases de la luna explicación.

La representación experimental de un eclipse lunar se muestra en la siguiente figura.

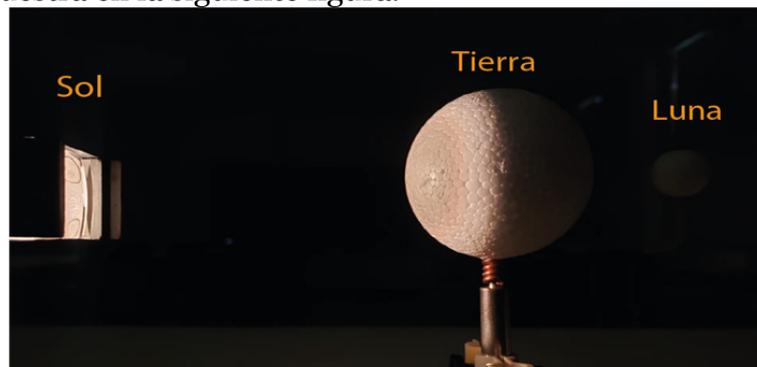


Figura 1.24 Eclipse lunar experimental.

De la misma manera se intenta simular experimentalmente las fases de la luna.

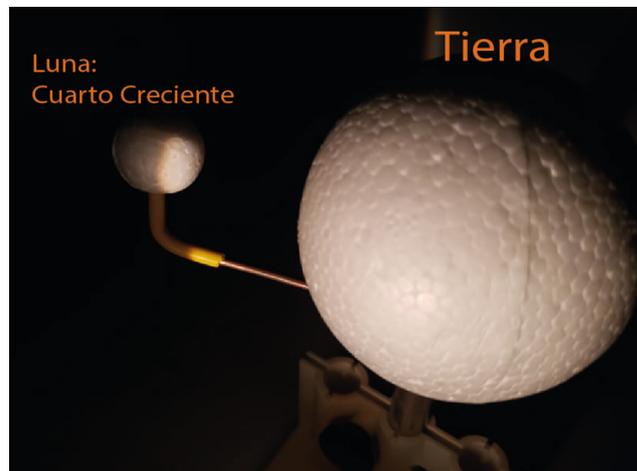


Figura 1.25 Fases de la luna de forma experimental

Velocidad de la luz

La velocidad de la luz en el vacío es una de las constantes más trascendentales que existen en el universo y es igual a $299\,792\,458\text{ m/s}$, es decir, aproximadamente $3E8\text{ m/s}$, no pudo determinarse experimentalmente hasta 1676, antes de eso se creía que se propagaba con velocidad infinita.

Intentos para medir la velocidad de la luz

Primer intento: Galileo Galilei un gran físico italiano, luego de haber medido la velocidad del sonido decidió intentar medir la velocidad de la luz. Con un cañón, un péndulo y dos colinas separadas 3500 m aproximadamente midió la velocidad del sonido, obtuvo un valor de 350 m/s, el mismo que es muy próximo a los 344 m/s, que se obtiene con experimentos y la tecnología actual. El experimento consistía en colocar una persona con un cañón en una colina y otra persona con un péndulo en la otra, la persona activaba el cañón, la otra persona veía la explosión y tomaba el tiempo que tardaba en llegar el sonido de la misma, con esos datos y aplicando las ecuaciones de MRU se obtiene la velocidad.

Galileo por el año 1667 quiso hacer lo mismo con la luz, pero no pudo debido a la gran velocidad que lleva, el experimento consistía en colocar a dos personas con una antorcha cubierta cada uno en dos colinas muy separadas, la primera persona descubría la luz de su antorcha y arrancaba el tiempo,



luego la segunda persona vería la luz y descubriría su antorcha, finalmente la primera persona cuando vea la luz de regreso paraba el tiempo. Aunque el procedimiento estaba bien, puesto que si conocemos la distancia entre las personas y el tiempo transcurrido podía determinar su velocidad. Sin embargo, debido a que la luz va muy rápido parecía instantánea su velocidad, y siendo críticos ni considerando todo el perímetro de la tierra sería suficiente para tomar un dato puesto que la luz recorrería la tierra 7 vueltas y media en un segundo.

Segundo intento: En 1676 el astrónomo danés Ole Roemer, debido a las observaciones de los satélites de Júpiter, fue el primero en demostrar que la luz se propaga de manera finita. Júpiter tiene once lunas y cuatro de ellas son muy brillantes que pueden ser vistas desde la tierra, son llamados satélites Galileanos porque fueron descubiertas en 1610 por Galileo Galilei.

Roemer se percató que las lunas al girar alrededor de Júpiter se escondían y aparecían luego de 42 horas aproximadamente, en diferentes épocas del año cuando la tierra se acercaba a Júpiter el tiempo en el que vuelven a aparecer se adelantaba y consecuentemente el tiempo se retrasaba cuando la tierra se alejaba, descubrió que en promedio se retrasaba unos 22 minutos en volver a verse

las lunas. Roemer razonó que estas variaciones no eran causadas por movimientos de Júpiter, sino más bien por la luz que viajaba desde las lunas hasta la Tierra. Cuando la Tierra estaba más cerca de Júpiter, la luz tenía que viajar una distancia más corta, por lo que las apariciones ocurrían antes. Cuando la Tierra estaba más lejos, la luz tenía que viajar una distancia más larga, causando un retraso en las apariciones, este fenómeno demuestra que la velocidad de la luz es finita. En la figura 1.26 se observa las posiciones de la tierra y júpiter en distintas épocas del año.

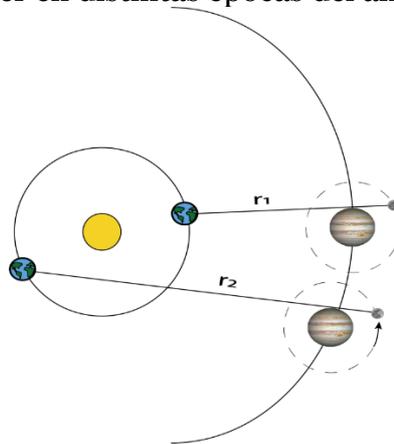


Figura 1.26 Posición de la tierra y júpiter.

Gracias al astrónomo italiano Giovanni Cassini, se sabe que el diámetro orbital terrestre es 300 000 000 km, y con el tiempo obtenido por Roemer de 22 minutos, tenemos que la velocidad de la luz es:

$$v = \frac{300\,000\,000\text{ km}}{(22 \cdot 60)\text{ s}} = 225\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Valor que tiene un error del 25% comparado con el valor actual, sin embargo, fue la primera vez que se determinó la velocidad de la luz de manera experimental.

Tercer intento: Este intento se hizo mediante la aberración de la luz, fenómeno que fue descubierto por el astrónomo inglés James Bradley en 1728, quien la descubrió cuando quiso medir la distancia a una estrella.

Consiste en la diferencia que hay entre la posición observada de una estrella y su posición real ocasionada por la combinación de la velocidad del observador y la velocidad de la luz, un esquema de ella se muestra en la siguiente figura.

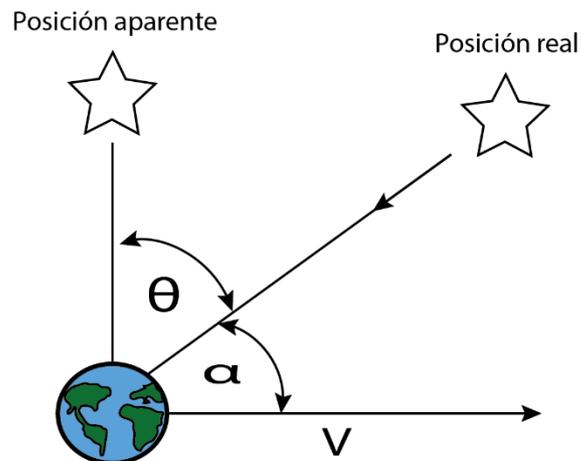


Figura 1.27 Aberración de la luz de una estrella

En otros términos, supongamos que llueve verticalmente, figura 1.28a, si el tubo está quieto una gota de agua pasará sin tocar el tubo, ahora, si inclinamos el tubo y lo desplazamos con una cierta velocidad de manera que la gota de agua no toque el tubo, figura 1.28b, hemos combinado la velocidad de caída de la gota de agua y la velocidad del desplazamiento del tubo para evitar que el agua toque el tubo, figura 1.28c.

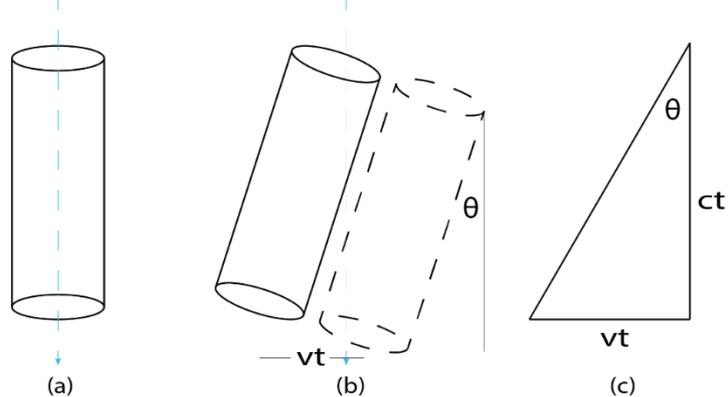


Figura 1.28 Explicación aberración de la luz.

Si ahora cambiamos el agua por un rayo de luz de una estrella y el tubo por un telescopio que con el movimiento de la tierra en un año describe una circunferencia subtendida de 2θ , tenemos:

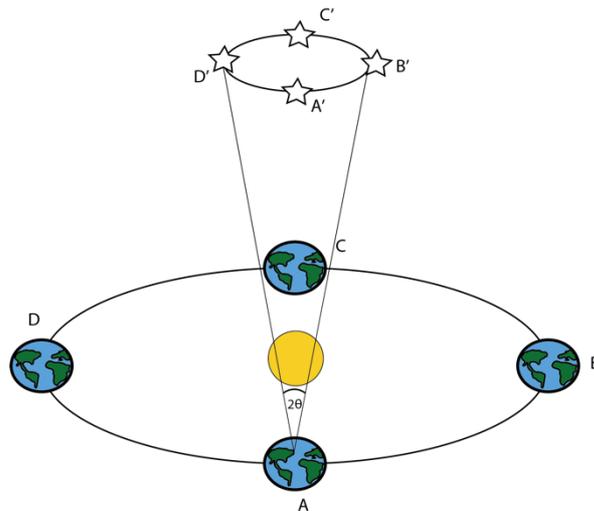


Figura 1.29 Formación de un cono por la aberración de la luz

Bradley logró medir el ángulo de $2\theta = 0,0113^\circ$, es decir $\theta = 9,86E - 5 \text{ rad}$, y si conocemos la velocidad promedio de traslación de la tierra $v = 29,8 \text{ km/s}$, tenemos que:

Considerando el triángulo de la figura 1.26c.

$$\text{tg } \theta = \frac{vt}{ct} \quad \Rightarrow \quad \text{tg } 9,86E - 5 = \frac{v}{c}$$

$$c = 302\,197,20 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Valor similar que en el intento anterior.

Velocidad de la luz con mediciones terrestres.

Cuarto intento: Por el año 1849 el físico francés Hippolyte Fizeau realiza la primera medición de la velocidad de la luz con cálculos terrestres, el experimento

tenía la siguiente estructura: Un disco dentado, una fuente de luz, una lámina de vidrio, unas lentes que servían para enfocar los haces de luz y un espejo plano, tal como se muestra en la figura 1.30.

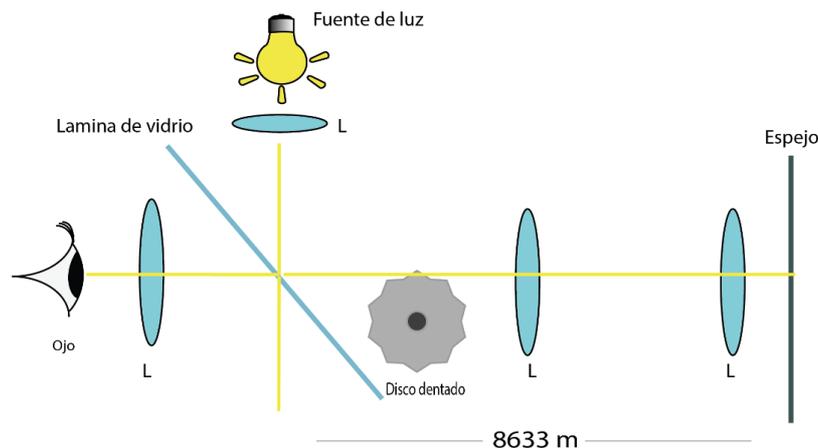


Figura 1.30 Esquema experimento de Fizeau

El haz de luz sale de la fuente, llega a la lámina de vidrio, parte de la luz se refleja y parte se refracta, la luz reflejada ingresa por uno de los orificios del disco dentado, sigue su camino y llega al espejo, se refleja en el mismo, regresa y si la velocidad angular del disco es adecuada es bloqueada por el diente, de modo que el ojo de la persona no vería el haz de luz. Los lentes únicamente son para enfocar mejor, no nos centraremos en ellos.

Recordando la velocidad angular

$$w = \frac{rad}{s}$$

Analicemos los ángulos de las divisiones de los dientes del disco.

$$\theta = \frac{720 \cdot 2}{360} = 1440 \text{ divisiones} = 25^\circ = 4,363E - 3 \text{ rad}$$

Fizeau se dio cuenta que la velocidad angular que debía tener el disco para bloquear el haz de luz era de 12,66 rev/s.

$$12,66 \text{ rev/s} = 4557,6 \text{ }^\circ/\text{s} = 79,54 \text{ rad/s}$$

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{8633 \cdot 2}{\Delta t}$$

$$w = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta \theta}{w}$$

$$\Delta t = \Delta t$$

Si la luz es bloqueada por el siguiente diente.

$$\Delta t = \frac{4,363E - 3 \text{ rad}}{79,54 \text{ rad/s}} = 5,485E - 5 \text{ s}$$

$$c = \frac{8633 \cdot 2}{5,485E - 5} = 314\,785\,779 \text{ m/s} \approx 315\,000 \text{ km/s}$$

Quinto Intento: En 1862 el físico francés León Foucault mejoró el experimento de Fizeau al utilizar un espejo giratorio en lugar del disco dentado, consiguiendo un valor más exacto, es un proceso más simple, aunque el montaje es más delicado de trabajar. El esquema se muestra en la figura 1.31.

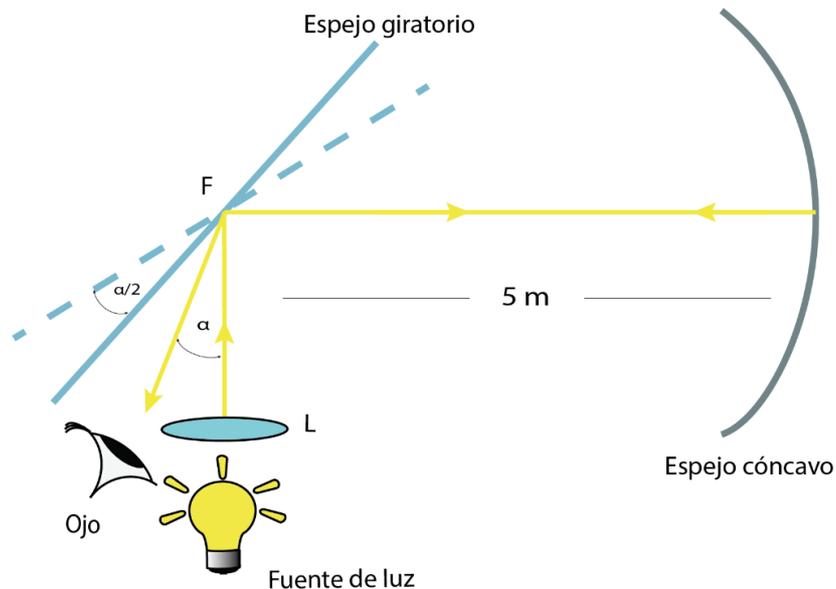


Figura 1.31 Esquema experimento de Foucault

Un espejo plano que rota a una velocidad muy alta, el eje de giro del espejo está colocado en el foco de un espejo parabólico fijo. La velocidad angular del espejo debe ser muy grande para que el tiempo que tarda en dar una vuelta el espejo sea semejante al tiempo que tarda la luz en ir y volver del espejo parabólico. El haz de luz reflejado por el espejo es fácil medir el ángulo que se ha desviado y si conocemos la velocidad angular, se puede calcular el tiempo que se ha demorado en girar la mitad de este ángulo.

$$\omega = 400 \frac{rev}{s}$$

$$\omega = 800\pi \frac{rad}{s}$$

$$deg = 5 m$$

$$\alpha = 1,68E - 4 rad$$

$$\Delta\theta = \alpha/2 = 8,4E - 5 rad$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{8,4E - 5 rad}{800\pi \frac{rad}{s}} = 3,34E - 8 s$$

$$c = \frac{2 \cdot h}{\Delta t} = \frac{10 m}{3,34E - 8 s} \approx 299\,000\,000 \frac{m}{s} = 299\,000 \frac{km}{s}$$

En este experimento se podía colocar en la distancia h un tubo lleno de agua y podíamos determinar la velocidad de la luz en el agua.

$$v_{agua} = 226\,000 \frac{km}{s}$$

Sexto Intento: En 1880 el físico estadounidense Albert Abraham Michelson propone un montaje un poco más sofisticado para medir la velocidad de la luz, en el que utiliza un espejo giratorio, pero no es plano sino octagonal. Su esquema se muestra en la figura 1.30.

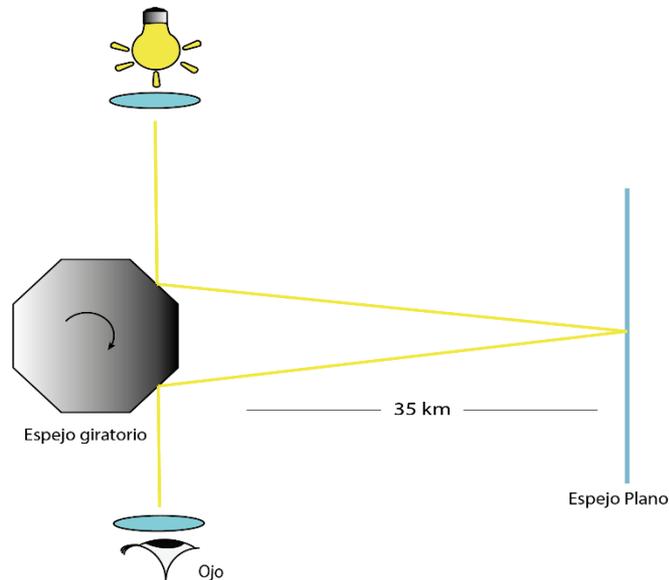


Figura 1.32 Esquema experimento Michelson

El haz de luz sale de la fuente se refleja en una de las caras del espejo y se dirige hacia un espejo plano, el haz regresa, se refleja en la otra cara del espejo y se dirige hacia el observador. Si el espejo gira muy lento o muy rápido no entra en el ocular, debe tener una velocidad específica.

Michelson se dio cuenta que la velocidad del espejo para que esto ocurra era de $536 \text{ rev/s} = 3370,80 \text{ rad/s}$. Si el espejo da un octavo de vuelta ($1/8$ vuelta) en el tiempo que la luz va y vuelve, tenemos.

$$t = \frac{\pi/4 \text{ rad}}{3370,80 \text{ rad/s}} = 2,33E - 4 \text{ s}$$

$$c = \frac{d = 70 \text{ km}}{2,33E - 4 \text{ s}} \approx 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Velocidad de la luz Teoría Electromagnética

En 1865 James Clerk Maxwell luego de proponer sus ecuaciones que explicaban los fenómenos electromagnéticos demostró que la luz era una onda

electromagnética y que se propaga en el vacío con la siguiente velocidad.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85E-12 \cdot 4\pi E-7}} = 299\,863 \frac{km}{s}$$

Hoy en día se sabe que el valor exacto es.

$$c = 299\,792 \frac{km}{s}$$

Demostración,

Partiendo de las ecuaciones de Maxwell.

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{J} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)\end{aligned}$$

Unos artificios matemáticos

$$-\nabla^2 \vec{E} + \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \left(\vec{J} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

De igual forma con el campo magnético

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Comparando con la ecuación general de onda.

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Se concluye que los campos eléctricos y magnéticos se propagan como ondas con la siguiente velocidad.

$$\mu_0 \epsilon_0 = 1/v^2$$

Índice de refracción

Como ya sabemos la velocidad de la luz en el vacío es de 299 972 458 m/s. La velocidad en cualquier otra sustancia es menor.

El cociente entre la velocidad de luz en el vacío y la velocidad de la luz en otro medio se denomina índice de refracción del medio, es preciso indicar que debe especificarse para qué longitud de onda se calcula porque el índice de refracción depende de la longitud de onda de la luz.

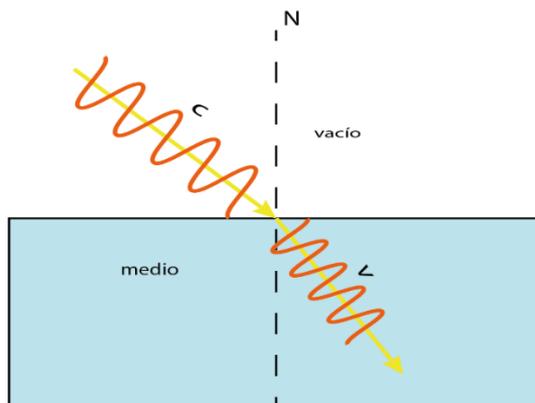


Figura 1.33 Refracción de la luz.

El índice de refracción se designa con n , y depende de las longitudes de onda (λ) de la luz. Si no se menciona la longitud de onda (λ) para la cual se calcula, se supone que se trata de luz amarilla de una llama de sodio, es decir, $\lambda = 589 \text{ nm}$.

La ecuación sería:

$$n = \frac{c}{v}$$

La velocidad de la luz en un gas es aproximadamente igual a la del vacío. Por lo que a lo largo de este y en otros libros se considera que la velocidad de la luz en aire es igual al del vacío.

Es decir, el índice de refracción del aire, agua y vidrios que se utilizan para construir algunos instrumentos ópticos son.

$$\eta_{\text{aire}} = 1 \quad \eta_{\text{agua}} = \frac{4}{3} \quad \eta_{\text{vidrios ópticos}} = 1,46 - 1,96$$

Longitud de onda de ondas luminosas

Las primeras mediciones de las longitudes de onda se deben a los físicos; Thomas Young (británico), Joseph Fraunhofer (alemán) y Agustín Fresnel (francés).

Las mediciones se obtuvieron en los fenómenos de interferencia y difracción, los mismos que serán estudiados más adelante.

Las longitudes de onda de la luz son muy pequeñas, del orden de nanómetros, aunque en algunos libros lo trabajan con Angstrom que significa $1\text{E-}10$ m.



Una de las relaciones más importantes, entre la longitud de onda, la velocidad de propagación y su frecuencia es la siguiente.

$$v = f \lambda$$

Cuando la luz pasa de un medio a otro, su frecuencia permanece constante puesto que el número de ondas que sale de un medio debe ser igual a las que llegan al otro medio, es decir lo único que debe cambiar es la longitud de onda, matemáticamente.

$$c_1 = f \cdot \lambda_1 \quad \Rightarrow \quad c_2 = f \cdot \lambda_2$$

Ahora bien, pongamos el caso del índice de refracción del agua.

$$\frac{4}{3} = \frac{c}{v} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{3}{4}c$$

$$f = \frac{v}{\lambda_m} \quad f = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\frac{3c}{4\lambda_m} = \frac{3c}{4\lambda_0}$$

$$\lambda_m = \frac{3}{4}\lambda_{vacio}$$

$$\lambda_m = \frac{3}{4}(589E - 9)$$

$$\lambda_m = 441E - 9 \text{ m}$$

Por lo que observamos, la longitud de onda de la luz, disminuye cuando pasa de un medio a otro.

Espectro electromagnético

Las ondas luminosas son ondas electromagnéticas, por lo que forman parte del espectro electromagnético, es decir, forman parte del conjunto completo de todas las formas posibles de radiación electromagnética que pueden producirse y estudiarse, que incluyen desde las ondas de radio que tienen baja frecuencia hasta los rayos gamma que tienen alta frecuencia. La radiación sirve para identificar la sustancia a través de la frecuencia igual que identificamos a una persona a través de la huella dactilar.

Como se indicó el espectro electromagnético abarca desde la radiación de menor longitud de onda como son los rayos gamma hasta la radiación de mayor longitud de onda como las ondas de radio.

Pueden expresarse en términos de energía, recordando que:

$$c = \lambda f \quad \rightarrow \quad f = \frac{c}{\lambda}$$

$$E = hf \quad \rightarrow \quad E = h \frac{c}{\lambda}$$

Donde h: constante de Planck 6,626 E-34 Js.

Es decir, la energía depende de la longitud de onda o de la frecuencia, dependiendo con qué valor se trabaje.

El espectro electromagnético se divide en:

#	RADIACIÓN		LONGITUD DE ONDA (λ)
1	Señales de radio	Radio	$< 650 \text{ m}$
2	Radars	Microondas	$< E - 2 \text{ m}$
3	General calor	Infrarrojo	$< 2,5 \text{ y } 50 \text{ E} - 6 \text{ m}$
4	Visible	Visible	$< 780 \text{ E} - 9 \text{ m}$
5	Sol - medicina	Ultravioleta	$< 200 - \text{y } 380 \text{ E} - 9 \text{ m}$
6	Atraviesa cuerpos opacos	Rayos X	$< 1 \text{ E} - 9 \text{ m}$
7	Elementos radioactivos o procesos subatómicos	Rayos Gamma	$< 1 \text{ E} - 12 \text{ m}$

En el espectro visible cada longitud de onda representa un color visible, tal como se muestra en la siguiente imagen.

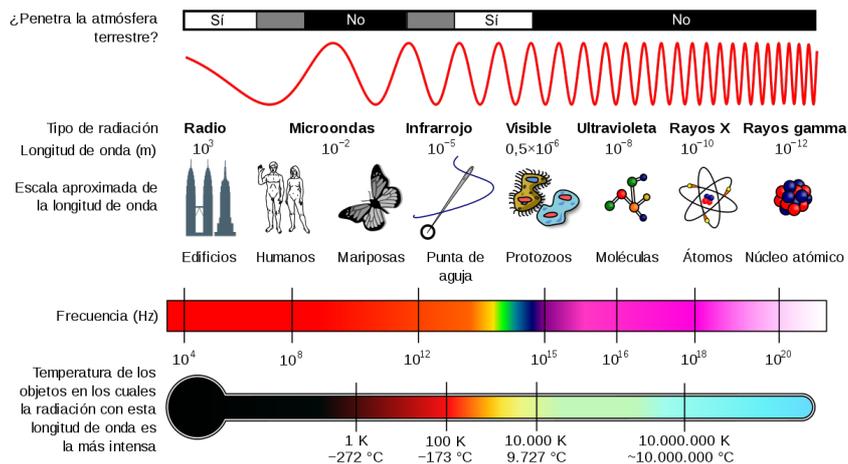
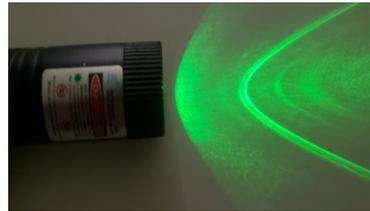


Figura 1.34 Espectro electromagnético.

Tipos de haz de luz

A lo largo de este libro se nombrará dos tipos de haces de luz.

Monocromática: Cuando la luz incidente sólo está compuesta por una longitud de onda, y por ende sólo tendrá un color, por ejemplo, un láser de color verde.



Policromático: Cuando la luz incidente está compuesta por varias longitudes de onda, por ejemplo, la luz del sol, de una linterna o un foco.



Absorción de la luz

Para que nosotros podamos ver un objeto necesitamos que la luz incida sobre él y luego se refleje hacia nuestros ojos.

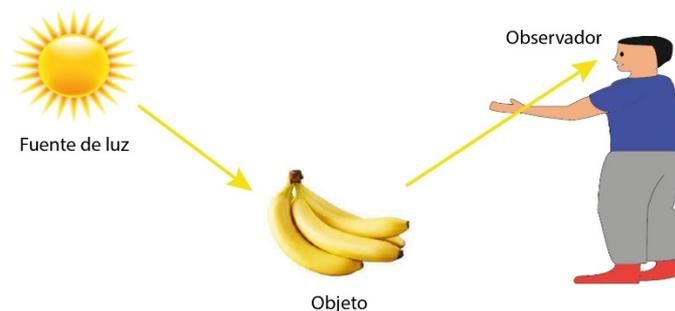


Figura 1.35 Para ver las frutas primero debe incidir sobre él luz.

El hecho de que podamos ver los colores de los objetos es debido a la luz incidente, puesto que la estructura molecular

del objeto es capaz de absorber más ciertas longitudes de onda y reflejar otras, tal como se muestra en la siguiente figura.

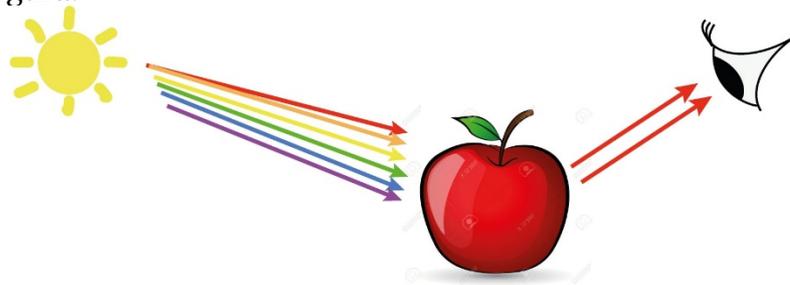
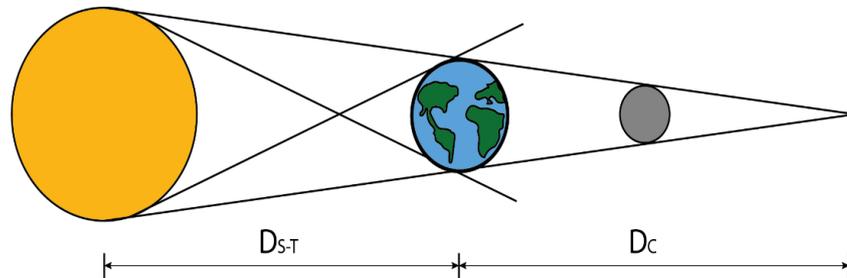


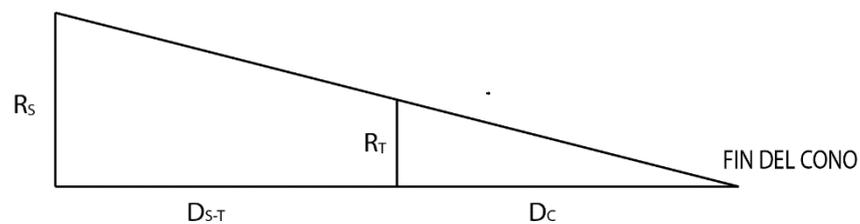
Figura 1 36 Absorción de la luz en una manzana.

Ejercicios resueltos

1.- Para el eclipse lunar del 21 de enero de 2019 la distancia Tierra-Luna fue de 364 356 km. Además, la distancia entre Sol-Luna fue de 147 218 564 km. Calcúlese el diámetro de la umbra (la sombra propiamente dicha) para ese eclipse lunar sabiendo que el radio del sol es de 696 340 km y el radio de la Tierra es de 6370 km.



Primero calculemos el diámetro del cono de la umbra. Para ello nótese los siguientes triángulos:



Estos triángulos son proporcionales por lo que podemos establecer la siguiente relación:

$$\begin{aligned}\frac{R_s}{R_T} &= \frac{D_{ST} + D_C}{D_C} \\ R_s \cdot D_C &= R_T(D_{ST} + D_C) \\ R_s \cdot D_C &= R_T \cdot D_{ST} + R_T \cdot D_C \\ R_s D_C - R_T D_C &= R_T \cdot D_{ST} \\ D_C &= \frac{R_T \cdot D_{ST}}{R_s - R_T}\end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que $D_{SL} = D_{ST} + D_{TL} \Rightarrow D_{SL} - D_{TL} = D_{ST} \Rightarrow (147\,218\,564 - 364\,356) \text{ km} = D_{ST} \Rightarrow D_{ST} = 146\,854\,208 \text{ km}$

$$\begin{aligned}D_C &= \frac{6370 \cdot 146\,854\,208}{696\,340 - 6370} \\ D_C &= 1\,355\,799,97 \text{ km}\end{aligned}$$

Ahora calculemos el radio del cono de la umbra al nivel de la luna.

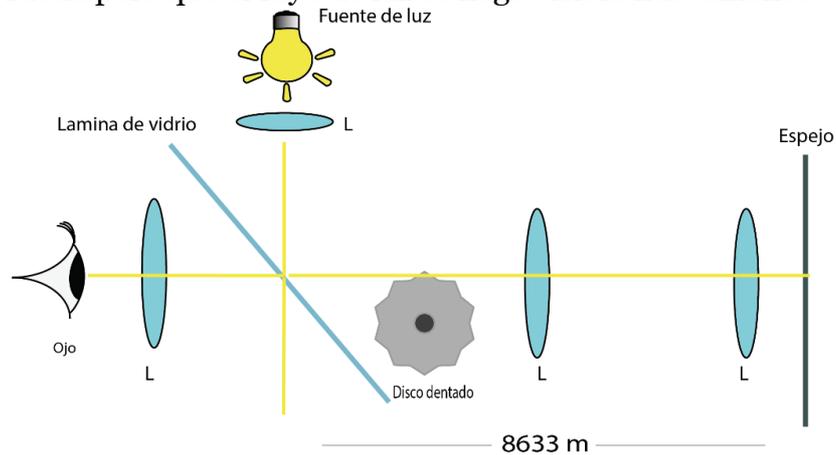
R_{CU} es el radio del cono de la umbra a nivel de la Luna. Por lo tanto, podemos establecer la siguiente relación:

$$\begin{aligned}\frac{R_T}{R_{CU}} &= \frac{D_{TL} + D_C - D_{TL}}{D_C - D_{TL}} \\ R_{CU} &= \frac{R_T(D_C - D_{TL})}{D_C} \\ R_{CU} &= \frac{6370(1\,355\,799,97 - 364\,356)}{1\,355\,799,97} \\ R_{CU} &= 4658,13 \text{ km}\end{aligned}$$

Pero $D = 2R \Rightarrow D = 4658,13 \cdot 2 \Rightarrow D = 9316,26 \text{ km}$.

2.- Supongamos que la rueda dentada de Fizeau, compuesta por 720 dientes, rota con una velocidad de 12,66 revoluciones por segundo hasta que logra bloquear por completo el haz de luz. Si conocemos que la distancia entre la rueda y el espejo reflector es de 8633 metros, calcúlese la velocidad de la luz. A partir de este resultado, ¿a qué

velocidad angular debe incrementarse la rotación de la rueda para que el rayo de luz se haga visible nuevamente?



Sabemos que

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \frac{2 \cdot 8633}{\Delta_t}$$

Calculemos Δ_t con la siguiente relación. Si la rueda esta girando a una rapidez angular entonces:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta_t}$$

$$\Delta_t = \frac{\Delta \theta}{\omega}$$

La rueda tiene 720 dientes por lo que $\theta = \frac{2\pi}{720(2)} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{720}$

Para que bloquee el haz de luz uno de los dientes tiene que desplazarse $0,25^\circ$ o lo que es mismo $\frac{\pi}{720}$ rad.

A la velocidad angular hay que convertirla a rad/s para trabajar con las mismas unidades

$$12.66 \frac{\text{rev}}{\text{s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 79,54 \text{ rad/s}$$

Reemplazando los datos nos quedaría

$$\Delta_t = \frac{\frac{\pi}{720} \text{ rad}}{79.54 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

$$\Delta_t = 5,48\text{E} - 5 \text{ s}$$

Con eso reemplazamos en:

$$v = \frac{2 \cdot 8633}{\Delta_t}$$

$$v = \frac{2 \cdot 8633 \text{ m}}{5,48E - 5 \text{ s}}$$

$$v = 3,18 \text{ E8 m/s}$$

Para que la luz sea visible, la velocidad angular seria la siguiente

$$\omega = \frac{\Delta_\theta}{\Delta_t}$$

$$\omega = \frac{\frac{\pi}{720} + \frac{\pi}{720}}{\Delta_5}$$

$$\omega = \frac{\frac{\pi}{360}}{\Delta_t}$$

Calculemos Δ_t con el dato de la velocidad encontrada:

$$v = \frac{2\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta_t = \frac{2 \Delta x}{v}$$

$$\Delta_t = \frac{2 \cdot (8633)}{3,18 \text{ E8}}$$

$$\Delta_t = 5,43E - 5 \text{ s}$$

Con este dato ahora si calculemos la rapidez angular:

$$\Delta_\omega = \frac{\frac{\pi}{360}}{\Delta_t}$$

$$\Delta_\omega = \frac{\frac{\pi}{360}}{5,43E - 5}$$

$$\Delta_\omega = 160,71 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Delta_\omega = 25,57 \text{ rev/s}$$

3.- Se sabe que las velocidades de la luz son de 300 000 km/s en el vacío, 225 000 km/s en el agua y 199 000 km/s en el vidrio. Teniendo en cuenta esos datos determine el

índice de refracción y la longitud de las ondas que hay en estos medios.

Sabemos que por definición el índice de refracción es la razón entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio, es decir:

$$n = \frac{c}{v}$$

Teniendo esto en cuenta, el índice de refracción para el vidrio será:

$$n_v = \frac{3 \text{ E}6 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{1,99 \text{ E}6 \frac{\text{km}}{\text{s}}}$$

$$n_v = 1.507$$

Para el agua:

$$n_a = \frac{3 \text{ E}6 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{2,25 \text{ E}6 \frac{\text{km}}{\text{s}}}$$

$$n_a = 1,33$$

4.- Para determinar la longitud de onda tengamos en cuenta la siguiente relación: la velocidad de propagación de una onda es igual al producto entre la longitud de onda y la frecuencia, es decir, $v = \lambda \cdot f$. Cuando la luz pasa de un medio a otro, la frecuencia es la misma para ambos medios (ya que el número de ondas no cambia). Por lo tanto, podemos establecer la siguiente relación:

$$n = \frac{\lambda_{\text{vacío}} \cdot f}{\lambda_{\text{medio}} \cdot f}$$

$$n = \frac{\lambda_{\text{vacío}}}{\lambda_{\text{medio}}}$$

$$\lambda_{\text{vacío}} = 589 \text{ E} - 9 \text{ m.}$$

Reemplazando los datos tenemos lo siguiente:

$$n_v = \frac{\lambda_{\text{vacío}}}{\lambda_v} \quad \lambda_v = \frac{\lambda_{\text{vacío}}}{n_v}$$

$$\lambda_v = 3,91 \text{ E} - 7 \text{ m}$$

Lo mismo hacemos para el agua

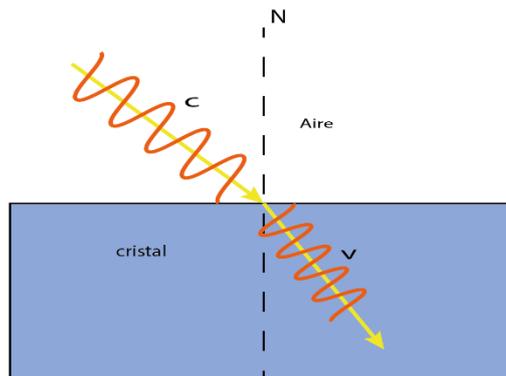
$$n_v = \frac{\lambda_{\text{vacio}}}{\lambda_a}$$

$$\lambda_a = \frac{\lambda_{\text{vacio}}}{n_a}$$

$$\lambda_v = \frac{589 \text{ E} - 9}{1,33}$$

$$\lambda_v = 4,42 \text{ E} - 7 \text{ m}$$

5.- Considere un rayo de luz amarilla que tiene una longitud de onda de 580 nm en el aire, pasa por un cierto cristal en el que su longitud de onda se altera y pasa a ser de 5E-7 m. Calcular la frecuencia y la velocidad de propagación en cada medio.



Sabemos que la velocidad de propagación de una onda en cualquier medio será $v = \lambda \cdot f$. Ahora sabemos que $n = \frac{v_{\text{vacio}}}{v_{\text{medio}}}$

Para el caso del aire donde el índice de refracción es 1 tenemos

$$1 = \frac{v_{\text{va}}}{v_{\text{m}}}$$

$$v_a = \frac{v_v}{1}$$

$$v_a = 3 \text{ E} 8 \text{ m/s}$$

Por lo tanto su frecuencia será la siguiente

$$v = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{v_a}{\lambda_a}$$

$$f = \frac{3 \text{ E}8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{580 \text{ E} - 9 \text{ m}}$$

$$f = 5,17 \text{ E}14 \text{ Hz}$$

Esta frecuencia será la misma en el cristal porque la frecuencia se mantiene constante.

Calculemos ahora la velocidad de propagación en dicho cristal.

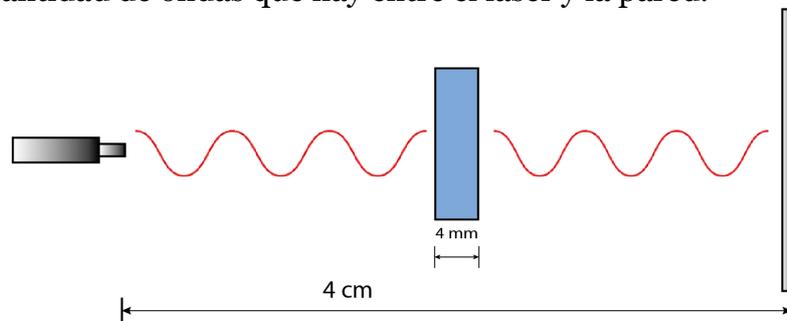
Tenemos:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v_c = 5 \text{ E} - 7 \cdot 5,17 \text{ E}14 \text{ Hz}$$

$$v_c = 2,585 \text{ E}8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

6.- Una lámina de cuarzo, con un índice de refracción de 1,54 y de 4 mm de espesor, está colocada entre un láser monocromático de luz roja con una longitud de onda de 700 nm (en el vacío) y una pantalla. Entre el manantial y la pantalla existe una separación de 4 cm. Determine la cantidad de ondas que hay entre el láser y la pared.



Sabemos que el número de ondas en la razón entre la distancia y la longitud de onda. Nótese que el número entre N_1 y N_2 su longitud de onda es la misma (ya que se propaga por el mismo medio). Teniendo eso en cuenta establezcamos la siguiente relación

$$d_1 = 4 \text{ cm} - 4 \text{ mm}$$

$$d_1 = 4 \text{ E} - 2 \text{ m} - 4 \text{ E} - 3 \text{ m}$$

$$d_1 = 0,036 \text{ m}$$

Por lo tanto, el número de ondas entre N_1 y N_3

$$N_1 = \frac{d}{\lambda}$$

$$N_1 = \frac{0,036 \text{ m}}{700 \text{ E} - 9 \text{ m}}$$

$$N_1 = 51\,428,57$$

Ahora calculemos el número de ondas en el cuarzo. Para ello necesitamos el valor de la longitud de onda en ese medio, por lo que podemos establecer lo siguiente:

$$n = \frac{\lambda_{\text{vacío}}}{\lambda_{\text{medio}}}$$

$$\lambda_m = \frac{\lambda_v}{n}$$

$$\lambda_m = \frac{700\text{E} - 9 \text{ m}}{1,544}$$

$$\lambda_m = 4,534 \text{ E} - 7 \text{ m}$$

Por lo tanto, el número de ondas en el medio cuarzo será:

$$N_2 = \frac{d_2}{\lambda_m}$$

$$N_2 = \frac{4\text{E} - 3 \text{ m}}{4,534 \text{ E} - 7 \text{ m}}$$

$$N_2 = 8822,23$$

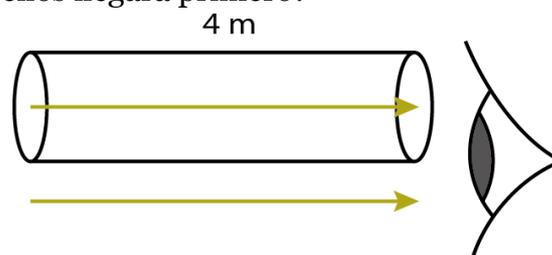
El número total de ondas serán:

$$N_T = N_1 + N_2$$

$$N_T = 51\,428,57 + 8822,23$$

$$N_T = 60\,251 \text{ ondas}$$

7.- Se tiene una varilla de vidrio con una longitud de 4 metros y un índice de refracción de 1,50. Dos destellos luminosos parten simultáneamente, uno a través de la varilla y el otro por el aire a la misma distancia. ¿Cuánto tiempo tardarán en llegar ambos destellos a un observador y cuál de ellos llegará primero?



Para el medio tenemos

$$n = \frac{v_{\text{vacío}}}{v_{\text{medio}}}$$
$$n = \frac{c}{v}$$
$$v = \frac{c}{n}$$
$$v = \frac{3 \text{ E } 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1}$$
$$v_1 = 3 \text{ E } 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para el medio 2 tenemos:

$$n = \frac{v_{\text{vacío}}}{v_{\text{medio}}}$$
$$n = \frac{c}{v}$$
$$v = \frac{c}{n}$$
$$v = \frac{3 \text{ E } 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,50}$$
$$v_2 = 2 \text{ E } 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ahora para el medio 1, como el destello de la luz recorre a una rapidez constante, tenemos lo siguiente:

$$v = \frac{d}{t_1}$$
$$t_1 = \frac{d}{v_1}$$
$$t_1 = \frac{4 \text{ m}}{3 \text{ E } 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$
$$t_1 = 1,33 \text{ E } - 8 \text{ s}$$

Aplicamos lo mismo para el medio 2

$$v = \frac{d}{t_2}$$
$$t_2 = \frac{d}{v_2}$$
$$t_2 = \frac{4 \text{ m}}{2 \text{ E } 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t_2 = 2 \text{ E} - 8 \text{ s}$$

Por lo tanto, el intervalo de tiempo para que los dos destellos lleguen al observador será

$$\Delta_t = t_2 - t_1$$
$$\Delta_t = (2\text{E} - 8 - 1.33\text{E} - 8)\text{s}$$
$$\Delta_t = 6,67\text{E} - 9 \text{ s}$$

Analizando los cálculos hechos vemos que:

$$t_1 < t_2$$

Por lo que en el medio 1, en este caso el aire, el destello luminoso llegará más primero. Esto tiene lógica ya que la velocidad de propagación de la luz en el aire será mucho mayor que en el vidrio (debido al índice de refracción).

Ejercicios propuestos

1.- Con los datos del ejercicio resuelto 1 calcúlese el diámetro del cono de la penumbra a nivel de la luna formado por el eclipse lunar. Compárese con el resultado del ejercicio propuesto mencionado ¿Cuál es mayor: el diámetro de la umbra o de la penumbra?
R: 16 226,95 Km; mayor el diámetro de la penumbra

2.- Consideremos que en el experimento de Foucault se obtuvo una velocidad de la luz de 299 000 km/s, y la distancia que había entre el espejo giratorio y el espejo cóncavo era de 7 m. Determine la velocidad angular que debía tener el espejo giratorio si formaba una imagen a 0,2 rad de la fuente de luz. **R: 2 135 839,38 rad/s**

3.- Un láser monocromático de luz verde de 500 nm emite luz sobre un prisma rectangular de vidrio de 1 m de longitud. ¿Qué longitud deberá tener otro prisma rectangular de vidrio para que contenga el mismo número de ondas que el primero si ahora atraviesa sobre él una luz láser de color rojo de 620 nm? **R: 1,24 m**

4.- La velocidad de un rayo de luz que tiene una longitud de onda de 490 nm, disminuye un 28% cuando penetra un cierto material. Teniendo eso en cuenta, determinar el índice de refracción de dicho material. **R: 1,38**

5.- Una pared está a 4 cm de distancia de un láser monocromático de luz roja de longitud de onda de 700 nm. Entre ellos se coloca una lámina de cuarzo con un índice de refracción de 1,544. Determine la cantidad de ondas que hay entre el láser y la pared. **R: 60 251 ondas**

6.- Entre una pared y un láser policromático se emite un rayo de luz, cuya luz es una mezcla de luz verde y violeta cuyas longitudes de onda en el vacío son de 525 y 400 nm respectivamente. Entre la pared y el láser existe dos láminas: una de sulfuro de carbono ($n = 1,629$) con un espesor de 3 mm y la otra de Fluorita ($n = 1,434$) con un espesor de 7 mm. La distancia entre el láser y la pared es de 5 cm. Calcúlese el número de ondas que existe entre el láser y la pared para cada longitud de ondas. **R: $N_{\text{verde}} = 104\ 621$; $N_{\text{violeta}} = 137\ 312$**

7.- Demuestre matemáticamente que el valor mínimo para el índice de refracción debe ser igual a 1 (Sugerencia: utilice el segundo postulado de la teoría de la relatividad especial de Einstein).

8.- Suponga un haz de luz que tiene una longitud de onda en el vacío de $640\ \text{E}-9\ \text{m}$. Determine la nueva velocidad y longitud de onda tras ingresar en un medio con un índice de refracción de 1,45. **R: $v_m = 2,07\ \text{E}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $\lambda_m = 4,41\ \text{E} - 7\ \text{m}$.**

9.- Un haz de luz violeta incide en una lámina de cuarzo, de 30 cm de espesor, con un ángulo de 45° con respecto a la normal del plano de la superficie de la lámina. Analice si cambia el color de la luz al incidir en el cuarzo. **R: no cambia**

CAPITULO 2. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN EN SUPERFICIES PLANAS Y ESFÉRICAS

La reflexión y la refracción de la luz son fenómenos fundamentales que ocurren cuando la luz interactúa con superficies o medios diferentes.

Por experiencias cotidianas hemos visto, nuestro reflejo en espejos o superficies lisas, la apariencia quebrada de un objeto introducido en agua y la desviación de los rayos de luz a través de un prisma, fenómenos típicos de la reflexión y refracción de la luz.

Comencemos considerando un tren de ondas planas que se propagan por un medio e inciden sobre una superficie plana que separa este medio de otro en el cual la velocidad de propagación es distinta, los rayos de luz cambiarán de dirección, puesto que parte de la luz se refleja y parte se refracta, tal como se muestra en la figura 2.1.

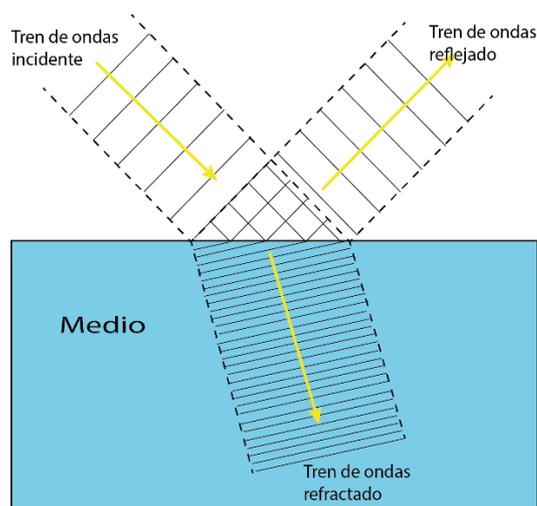


Figura 2.1 Rayo incidente, reflejado y refractado

Se puede ver que las separaciones entre los frentes de onda se mantienen constante en la reflexión, pero cambian en la refracción.

Leyes de la reflexión y refracción

Vamos a obtener las ecuaciones de la reflexión y refracción de la luz, lo haremos considerando las dos teorías de su naturaleza (ondulatoria y corpuscular).

Reflexión y refracción desde la Teoría ondulatoria

Aplicando el principio de Huygens podemos considerar un frente de onda dado e ir construyendo los frentes de onda de la luz reflejada y refractada. En un instante de tiempo t , en el que el punto d va hacia d' , los puntos a, b, c, d , son las fuentes de ondas secundarias con los que se trazaron los siguientes frentes de onda.

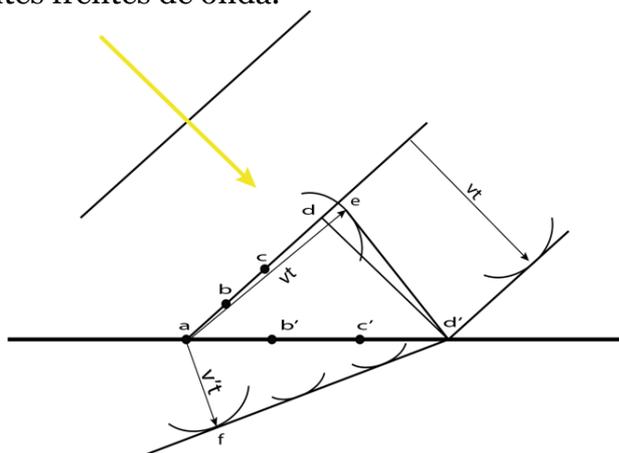


Figura 2.2 Frentes de ondas incidentes, reflejadas y refractadas

Se traza arcos que tenga un radio igual a:

$$r_1 = v \cdot t$$
$$r_2 = v' \cdot t \quad r_1 > r_2$$

$$n = \text{medio 1}$$

$$v = \frac{c}{n}$$

$$n' = \text{medio 2}$$

$$v' = \frac{c}{n'}$$

$$n' > n \quad v > v'$$

Vamos a quedarnos sólo con los rayos; incidente, reflejado y refractado (uno de cada uno), de modo que se formen 3 triángulos, tal como se muestra en la siguiente figura.

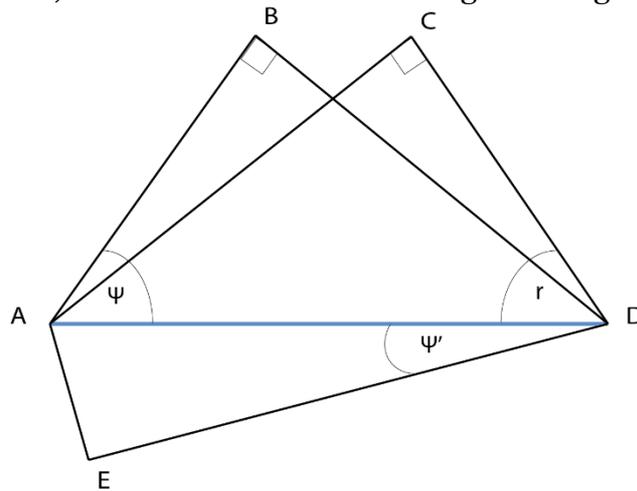


Figura 2.3 Triángulos formados por los frentes de ondas y la superficie plana.

Segmento AB, frente de onda incidente.

Segmento ED, frente de onda refractado.

Segmento CD, frente de onda reflejado.

Segmento AD, superficie que separa los medios.

φ : ángulo entre el frente de onda incidente y la superficie.

φ' : ángulo entre el frente de onda refractado y la superficie.

r : ángulo entre el frente de onda reflejada y la superficie.

Los vértices de los triángulos coinciden con los puntos que marcan las fuentes de onda secundarias.

$$A = a \quad B = d \quad D = d' \quad C = e \quad E = f$$

De las figuras anteriores sabemos que:

$$\begin{aligned} BD &= v \cdot t \\ AC &= v \cdot t \\ AE &= v' \cdot t \end{aligned} \quad (1)$$

Sabemos que una recta tangente a una curvatura es perpendicular al radio.

ABD, ACD y AED son perpendiculares, AD es común e hipotenusa para todos los triángulos.

$$\begin{aligned}
 \text{Sen } \varphi &= \frac{BD}{AD} \\
 \text{Sen } r &= \frac{AC}{AD} \\
 \text{Sen } \varphi' &= \frac{AE}{AD} \\
 \frac{BD}{\text{Sen } \varphi} &= \frac{AC}{\text{Sen } r} = \frac{AE}{\text{Sen } \varphi'} \quad (2) \\
 \frac{v \cdot t}{\text{Sen } \varphi} &= \frac{v \cdot t}{\text{Sen } r} = \frac{v' \cdot t}{\text{Sen } \varphi'}
 \end{aligned}$$

Remplazando la ecuación (1) en (2)

$$\begin{aligned}
 \frac{\text{Sen } \varphi}{v} &= \frac{\text{Sen } r}{v} = \frac{\text{Sen } \varphi'}{v'} \\
 \text{Sen } \varphi &= \text{Sen } r \\
 \boxed{\varphi = r}
 \end{aligned}$$

Lo que demuestra que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, conocida como la ley de la reflexión de la luz.

Ahora, analicemos la refracción de la luz, primero consideremos los índices de refracción.

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{c}{n} \\
 v' &= \frac{c}{n'}
 \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}
 \frac{\text{Sen } \varphi}{v} &= \frac{\text{Sen } \varphi'}{v'} \\
 \text{Sen } \varphi \cdot v' &= \text{Sen } \varphi' \cdot v \\
 \text{Sen } \varphi \cdot \frac{c}{n'} &= \text{Sen } \varphi' \cdot \frac{c}{n} \\
 \text{Sen } \varphi \cdot n &= \text{Sen } \varphi' \cdot n' \\
 \frac{\text{Sen } \varphi}{\text{Sen } \varphi'} &= \frac{n'}{n}
 \end{aligned}$$

Conocida como la ley de la refracción de la luz, descubierta por Willebrord Snell en 1621.

$$\frac{\text{Sen } \varphi}{\text{Sen } \varphi'} = \text{cte}$$

Reflexión y refracción de la luz desde la Teoría corpuscular

Ya se ha estudiado la reflexión y refracción por medio de la teoría ondulatoria, ahora lo haremos desde la teoría corpuscular y veremos que es mucho más sencilla según la marcha de rayos a través del sistema. Los frentes de onda pueden trazarse entonces perpendicularmente a los rayos.

Consideremos un rayo incidente, reflejado y refractado, primero veamos la forma en cómo se miden los ángulos. En el caso ondulatorio los ángulos se medían con respecto al frente de onda, ahora demostraremos que se miden con respecto a la normal a la superficie, y que los ángulos son iguales. Por simplicidad es más práctico medir los ángulos con respecto a la normal.

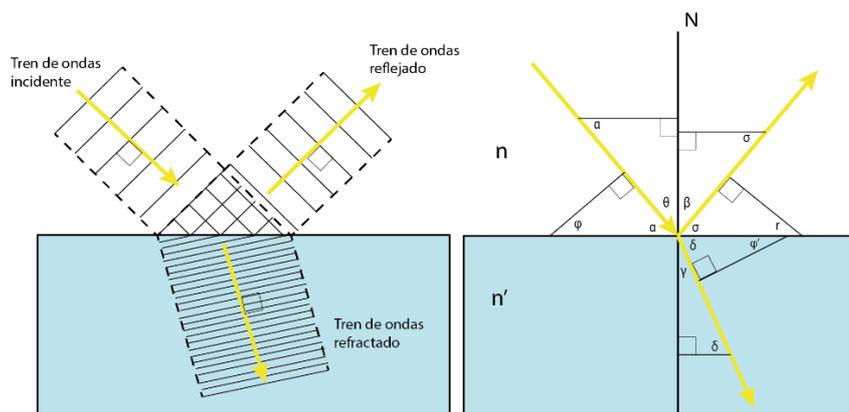


Figura 2.4 Ondas; incidente, reflejada y refractada

De los rayos tracemos perpendiculares a la normal, y comparemos los siguientes ángulos.

$$\varphi = 90 - \alpha \quad \theta = 90 - \alpha \quad \varphi = \theta$$

De la misma manera $r = \beta$ y $\varphi' = \gamma$

Por lo que los ángulos se medirán con respecto a la normal a la superficie. Ya se demostró la ley de reflexión y refracción partiendo de la demostración ondulatoria. Ahora lo haremos por el método de rayos para lo cual necesitamos aplicar el principio del tiempo mínimo de Fermat.

Reflexión de la luz.

El principio de Fermat establece que el trayecto seguido por la luz para propagarse de un punto a otro es tal que el tiempo que le toma sea el mínimo. Por lo que, plantearemos una función del tiempo que le toma desplazarse y la derivaremos para encontrar el punto mínimo.

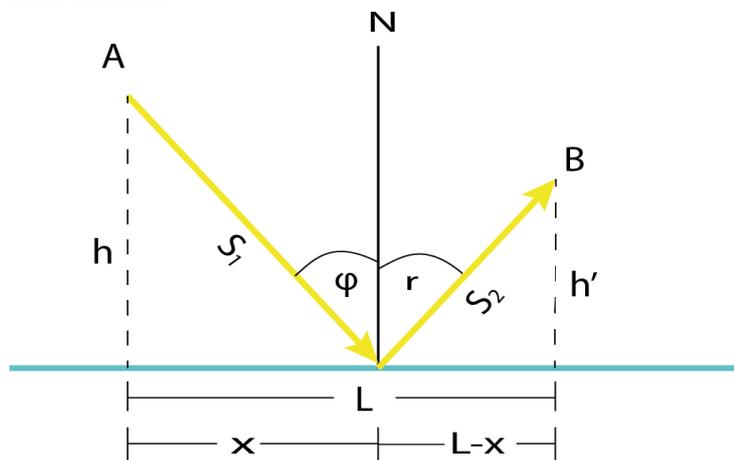


Figura 2.5 Análisis de la reflexión de la luz

$$t_1 = \frac{s_1}{c} \quad t_2 = \frac{s_2}{c}$$

$$t = \frac{s_1 + s_2}{c} = \frac{1}{c} (s_1 + s_2)$$

$$t = \frac{1}{c} \left(\sqrt{h^2 + x^2} + \sqrt{(L-x)^2 + h'^2} \right)$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \left(\frac{1}{2} \frac{2x}{\sqrt{h^2 + x^2}} + \frac{1}{2} \frac{-2L + 2x}{\sqrt{(L-x)^2 + h'^2}} \right)$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \left(\frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} - \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2 + h'^2}} \right) = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} = \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2 + h'^2}}$$

Para determinar el punto que hace mínima a la función.
De acuerdo a los triángulos AOC y BOD.

$$\text{Sen } \varphi = \text{Sen } r$$

$$\varphi = r$$

Obteniendo nuevamente la ley de la reflexión de la luz.

Refracción de la luz.

De la misma manera lo haremos para la refracción,
planteando la función del tiempo mínimo.

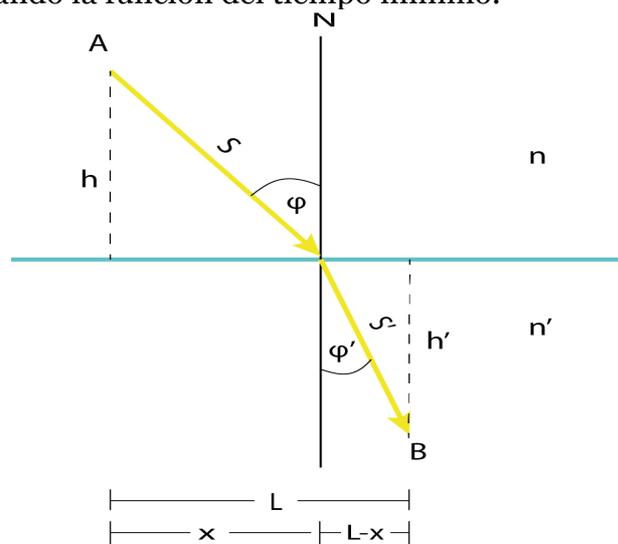


Figura 2.6 Análisis refracción de la luz

$$\begin{aligned}
t_1 &= \frac{s}{v} & t_2 &= \frac{s'}{v'} \\
t &= \frac{s}{v} + \frac{s'}{v'} \\
t &= \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{h'^2 + (L-x)^2}}{v'} \\
\frac{dt}{dx} &= \frac{1}{v} \frac{2x}{\sqrt{h^2 + x^2}} + \frac{1}{v'} \frac{-2L + 2x}{\sqrt{h'^2 + (L-x)^2}} \\
\frac{dt}{dx} &= \frac{1}{v} \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} - \frac{1}{v'} \frac{L-x}{\sqrt{h'^2 + (L-x)^2}} = 0 \\
\frac{1}{v} \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} &= \frac{1}{v'} \frac{L-x}{\sqrt{h'^2 + (L-x)^2}} \\
\frac{1}{v} \text{Sen } \varphi &= \frac{1}{v'} \text{Sen } \varphi'
\end{aligned}$$

Donde,

$$v = \frac{c}{\eta} \quad \text{y} \quad v' = \frac{c}{\eta'}$$

Entonces,

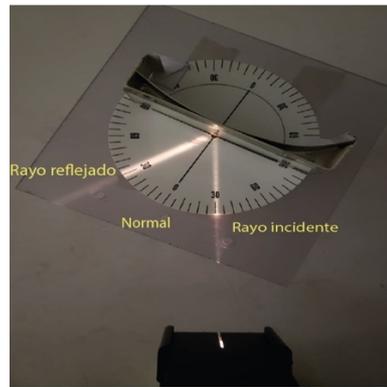
$$\frac{\eta}{c} \text{Sen } \varphi = \frac{\eta'}{c} \text{Sen } \varphi'$$

$\eta \text{Sen } \varphi = \eta' \text{Sen } \varphi'$

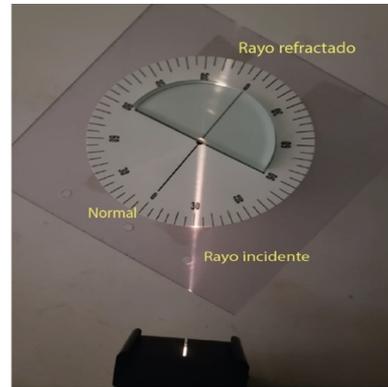
Obteniendo nuevamente la ley de la refracción de la luz.

Comprobación experimental

Para la comprobación experimental, podemos utilizar un haz de luz de una lámpara, un graduador, un espejo plano para la reflexión y una pieza de vidrio para la refracción, tal como se muestra en la siguiente figura.



Reflexión



Refracción

Figura 2.7 Demostración experimental de la reflexión y refracción de la luz

Reflexión de una onda esférica en una superficie plana

En un medio homogéneo (mismo índice de refracción en todo el medio) los frentes de onda que parten de un manantial son superficies esféricas, las ondas esféricas se mueven como si tuvieran un centro en P.

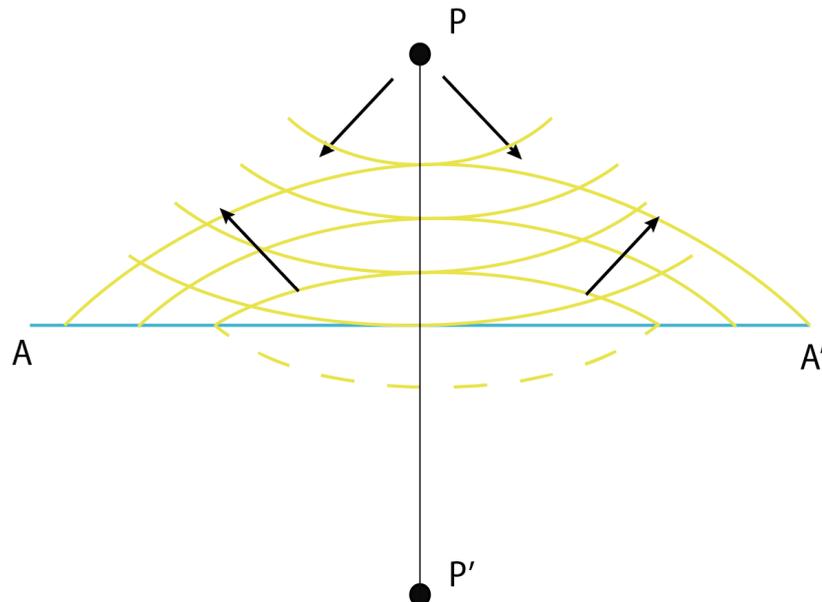


Figura 2.8 Reflexión de la luz de una onda esférica.

La onda esférica se refleja en la superficie plana y se mueven como si tuvieran su centro en P' (aplicando el principio de Huygens).

Ahora, trazamos una recta PP' y se observa por geometría que es el trazo es perpendicular a AA' y que son iguales las distancias de P y P' a la superficie plana.

Para simplificar el análisis consideremos ahora únicamente los rayos que parten de P , los mismo que se reflejan en la superficie AA' según la ley de la reflexión de la luz, tal como se muestra en la figura 2.9.

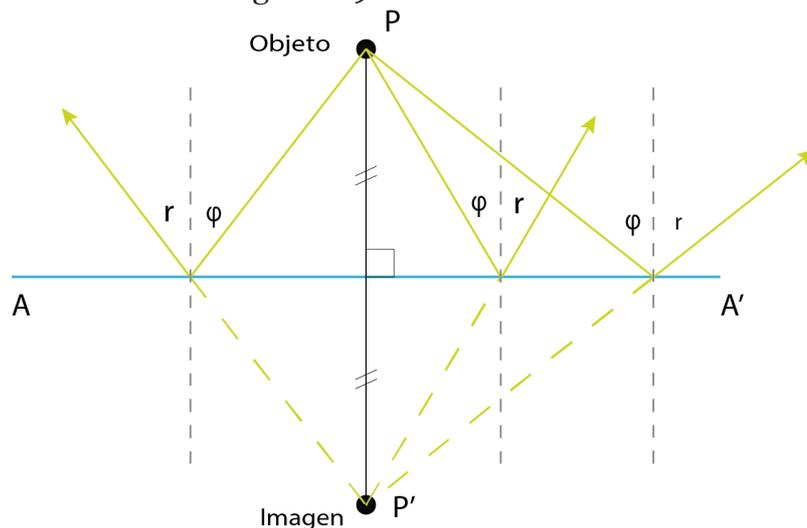


Figura 2.9 Rayos reflejados que parten de otro punto.

Los rayos reflejados parecen que divergen de P' y como φ puede ser cualquier ángulo, podemos afirmar que todos los rayos reflejados salen de P' . Es decir, los rayos que se originan en el punto P cuando se reflejan parecen proceder P' , por lo que podríamos decir que P' es la imagen el punto P y P es el objeto.

Imágenes en los espejos planos: Imágenes reales y virtuales

De acuerdo al análisis anterior la imagen de un punto objeto formado por un espejo plano se encuentra en la normal al

espejo y equidista la misma distancia que el objeto.

Se puede aplicar la regla anterior a cualquier objeto finito, si asignamos a cada punto del cuerpo un punto imagen, todos los puntos imágenes constituyen la imagen del objeto, para simplificar el proceso se puede tomar los puntos de los extremos, tal como se muestra en la figura 2.10.

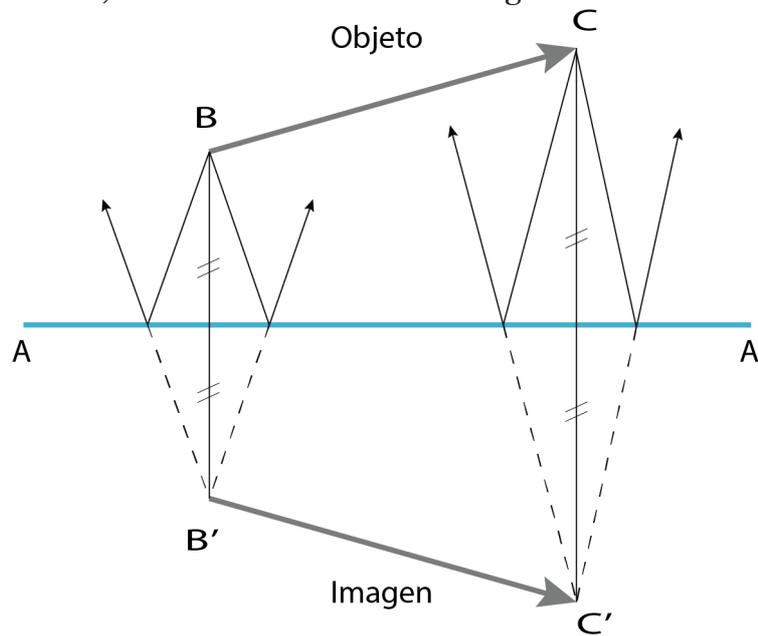


Figura 2.10 Formación de una imagen por reflexión

Por lo que podemos decir que la ecuación fundamental para la formación de imágenes en espejos planos es que la distancia objeto es igual que la distancia imagen, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$S = S'$$

S: Distancia objeto y S': distancia imagen.

Cómo se puede ver en la imagen 2.10, la imagen es del mismo tamaño que el objeto por lo que el aumento lateral es igual a 1, es decir.

$$m_l = 1$$

Imágenes virtuales: Se denominan así a las imágenes que parecieran que emitieron rayos, pero no se originan en ellos, sino que pareciera que sí. Una forma sencilla para determinar si una imagen es virtual o real es observar si la imagen para poder verse con nuestro ojo necesita formarse en una pantalla es una imagen real, pero si la imagen se puede ver directamente con nuestro ojo es una imagen virtual.

Porción de rayos que llegan al ojo

Consideremos que tenemos un observador y un manantial de luz P. El ojo sólo verá el manantial de luz por medio de la pequeña porción de las fuentes de onda incluidos dentro del estrecho pincel de rayos que penetran la pupila del ojo, tal como se muestra en la figura 2.11. (i).

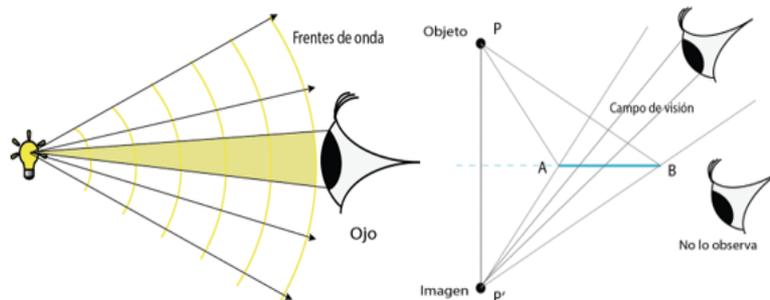


Figura 2.11 Campo de visión en un espejo plano.

Ahora, recordemos que la imagen de un objeto se encuentra normal al espejo o a la prolongación de su superficie ya que no es necesario que el espejo tenga corte con la normal, tal como se muestra en la figura 2.11 (d). El ojo sólo ve la imagen P' por el pincel de rayos que entran en la pupila. El espejo no debe extenderse para que se forme la imagen. La imagen de P se formara en P' pero sólo será visible si el observador está colocado dentro de cono de rayos limitado por $P'A$ y $P'B$.

Imágenes en espejos diedros o angulares

Un espejo diedro también llamado angular está compuesto de dos espejos planos unidos por una de sus aristas de manera que su abertura genere ángulos entre 0° y 180° . Los objetos deben colocarse en la abertura del espejo diedro y se formará varias imágenes dependiendo del ángulo de abertura, tal como se muestra en la figura 2.12.

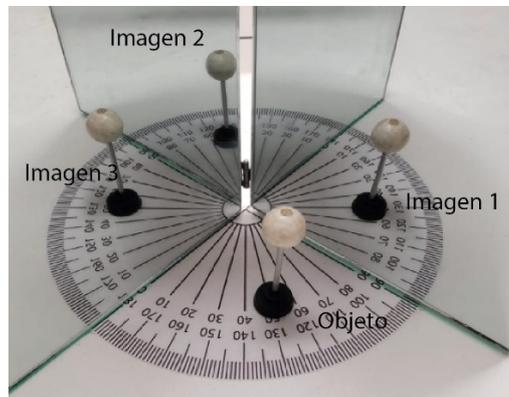


Figura 2.12 Imágenes en espejos angulares

Se puede determinar la posición de las imágenes aplicando el proceso de formación de imágenes en espejos planos. Consideremos el siguiente espejo diedro que tiene una abertura de $\theta = 90^\circ$.

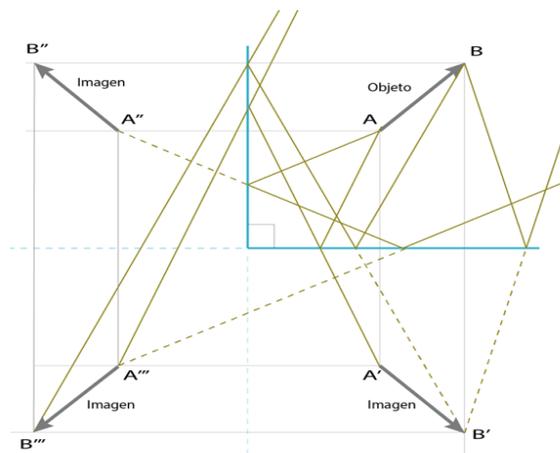


Figura 2.13 Análisis de la formación de imágenes en espejos angulares.

Aplicando el proceso para formar imágenes en espejos planos, se puede trazar dos perpendiculares a los espejos y trazar cualquier otro rayo, aplicando la ley de la reflexión de la luz, el rayo prolongado hacia atrás se cruzará con la perpendicular, es ahí donde se formará la imagen, ejemplo de ellos son las imágenes $A'B'$ y $A''B''$. Las demás imágenes se forman por la reflexión continua de los rayos reflejados y volviendo a aplicar la formación de imágenes en espejos planos.

Ecuación empírica: La ecuación para calcular el número de imágenes que se forman en función del ángulo de abertura es la siguiente:

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1$$

Imágenes en espejos paralelos

Consideremos que tenemos dos espejos planos, uno frente al otro de forma paralela, tal como se muestra en la figura 2.14. Si aplicamos el proceso para la formación de imágenes en espejos paralelos podemos ir obteniendo las imágenes, se puede ver que en cada reflexión sucesiva se forma una imagen más, por lo que mientras más largos los espejos mayor número de imágenes.

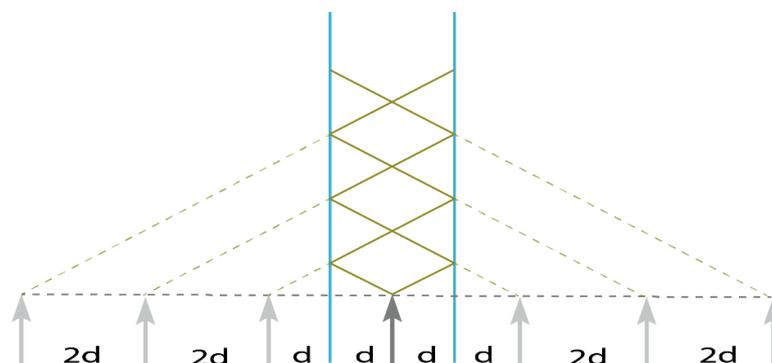


Figura 2.14 Análisis de la formación de imágenes en espejos paralelos.

Si realizamos esto en la experimentación debería verse de esta forma.



Figura 2.15 Imágenes en espejos paralelos

Profundidad aparente.

Cuando una fuente puntual P emite rayos, estos al pasar a otro medio se desvían por lo que un observador podría pensar que el punto P está en otra posición, tal como se muestra en la figura 2.16.

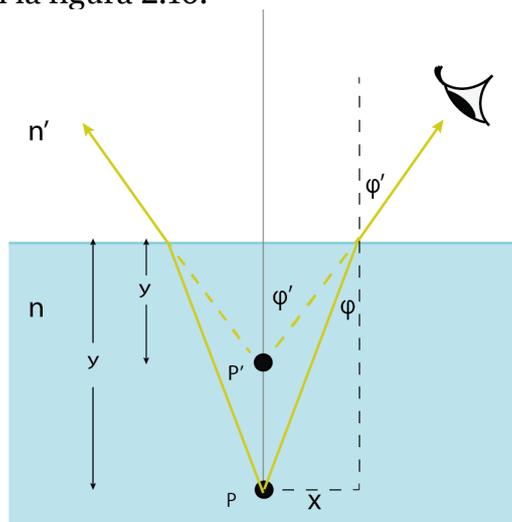


Figura 2.16 Análisis de la profundidad aparente

El objetivo ahora es determinar la posición que aparenta tener el punto P debajo de la superficie.

De acuerdo a la ley de Snell,

$$n \cdot \text{sen } \varphi = n' \cdot \text{sen } \varphi'$$

Si consideremos los triángulos que se forman por los rayos, tenemos

$$\begin{aligned} \text{sen } \varphi &= \frac{x}{\sqrt{y^2 + x^2}} \\ \text{sen } \varphi' &= \frac{x}{\sqrt{(y')^2 + x^2}} \\ n \cdot \frac{x}{\sqrt{y^2 + x^2}} &= n' \cdot \frac{x}{\sqrt{(y')^2 + x^2}} \end{aligned}$$

Si observamos verticalmente desde arriba hacia abajo desde un punto situado sobre el eje y, el ángulo del cono de rayos es muy pequeño por lo que $x \rightarrow 0$.

$$\boxed{\frac{n}{y} = \frac{n'}{y'} \quad \rightarrow \quad y' = y \cdot \frac{n'}{n}}$$

y' , es la profundidad aparente para todos los rayos que forman ángulos pequeños con la normal. De modo que los rayos parten de P y se encuentran en un pequeño pincel, próximo a la normal parecen diverger del punto P' .

Este fenómeno se puede observar en un vaso de agua con una moneda, fenómeno que ya era analizado por los griegos. Al colocar el agua la moneda parece como si estuviera más arriba.



Figura 2.17 Demostración experimental profundidad aparente.

Reflexión total

Consideremos los siguientes rayos que parte del manantial P, tal como se muestra en la figura 2.18.

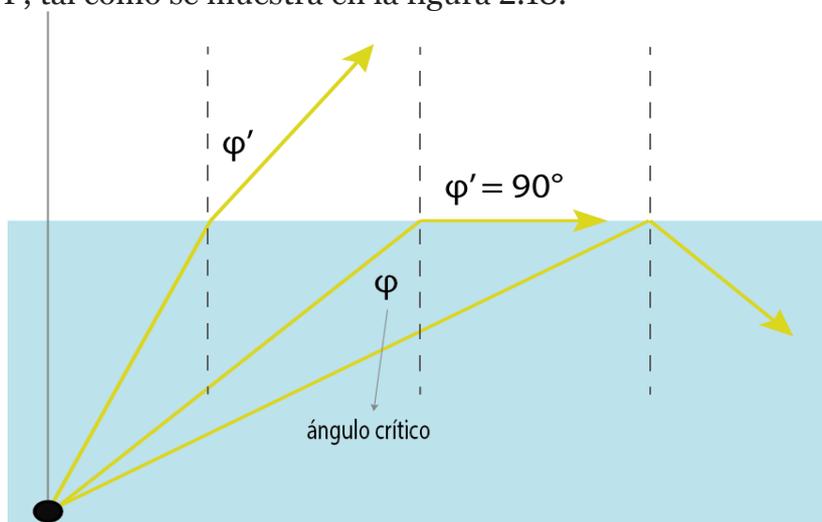


Figura 2.18 Análisis reflexión total.

Si los índices de refracción tiene la siguiente relación $n > n'$ y aplicando la ley de Snell, tenemos:

$$n \cdot \text{sen } \varphi = n' \cdot \text{sen } \varphi'$$

$$\text{sen } \varphi' = \frac{n \cdot \text{sen } \varphi}{n'}$$

Como

$$n > n' \rightarrow \frac{n}{n'} > 1$$

Entonces

$$\text{sen } \varphi' > \text{sen } \varphi$$

Analizando la ecuación anterior podemos ver que conforme aumenta el ángulo de incidencia más aumenta el ángulo de refracción por lo que llegará un punto en que el ángulo refractado llegué a ser 90° o sea tangente a la superficie, tal como se observa en el segundo rayo de la figura 2.18, al ángulo que produce este fenómeno se lo conoce como ángulo crítico o límite φ_c . Luego de superar el ángulo crítico los rayos no se refractan sino todos se reflejan, tal como se observa en el tercer rayo de la figura 2.18. Es preciso indicar que la reflexión total sólo se produce cuando el rayo incide sobre una superficie de menor índice de refracción por ejemplo de vidrio a aire, tal como se muestra en la demostración experimental de la figura 2.19.

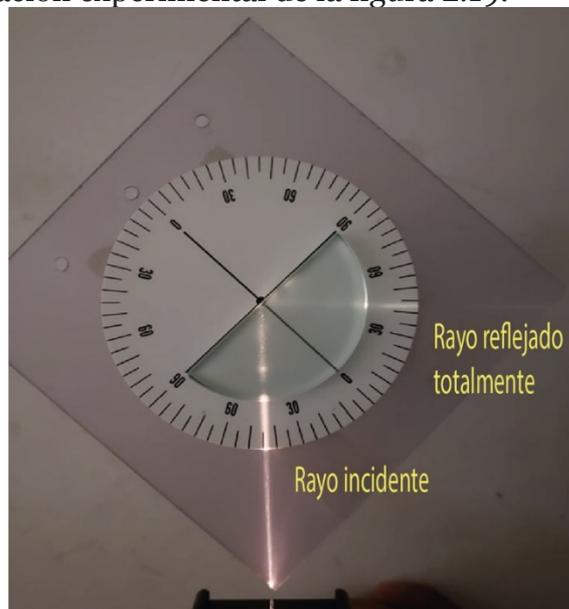


Figura 2.19 Demostración experimental reflexión total.

Prismas de reflexión total

Si utilizamos el índice de refracción del vidrio para determinar el ángulo crítico o límite, tenemos:

$$\text{sen } \varphi_c = \frac{1}{1,5} = 0,67$$

$$\varphi_c = 42^\circ$$

En vista que el ángulo crítico es menor a 45° permite construir instrumentos ópticos que tenga superficies de reflexión total que tienen algunas ventajas y desventajas.

Ventajas: Reflejan el 100% de la luz y sus propiedades son permanentes.

Desventajas. Pérdida de la luz por reflexión por donde entra y sale la luz del prisma, aunque puede colocarse películas no reflejantes para evitar esto.

Si comparamos con las propiedades de las superficies metálicas que no reflejan el 100% de la luz y pierde propiedades por el deslustrado de la superficie, resulta recomendable utilizar la reflexión total en los instrumentos ópticos.

Prisma de reflexión total recto (45° y 90°)

Son prismas hechos de vidrio, que tienen la siguiente forma.

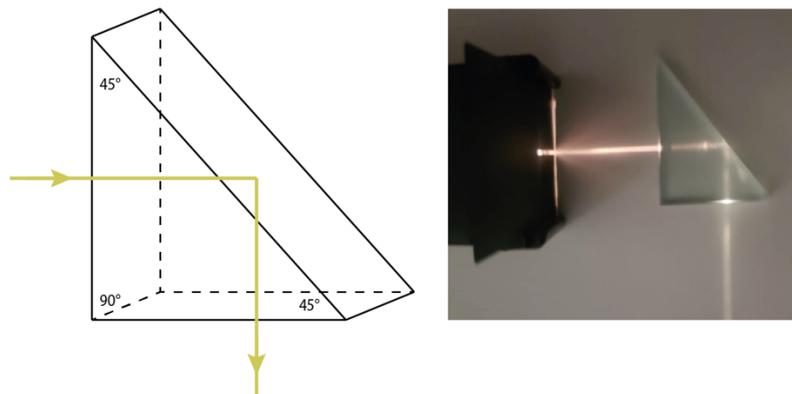


Figura 2.20 Prisma reflexión total.

El rayo incide en la segunda cara (hipotenusa) con un ángulo de $45^\circ > 42^\circ (\varphi_c)$ por lo que toda la luz se refleja. Si comparamos el rayo que ingresa al prisma con el rayo que sale, el rayo cambia de dirección, es decir se desvía 90° . En este caso la luz ingresa y sale por los catetos del prisma.

Prisma de porro

En teoría es el mismo prisma que el caso anterior, solo que ahora el haz de luz ya no ingresa por uno de los catetos, sino que ingresa por la hipotenusa.

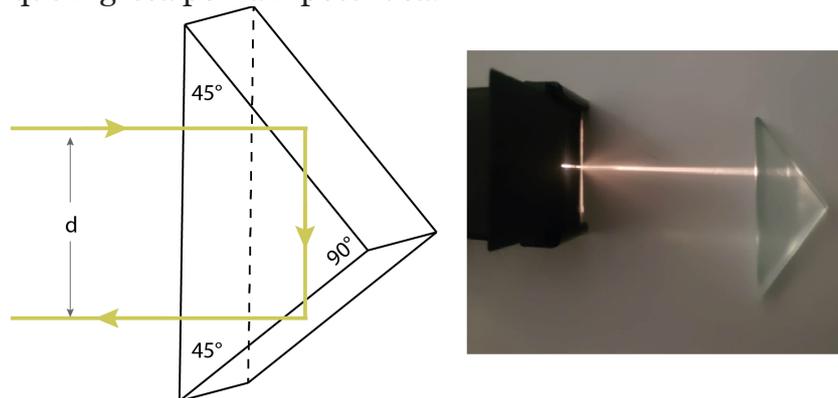


Figura 2.21 Prisma de porro.

El rayo incide en el primer y segundo cateto con un ángulo $45^\circ > 42^\circ(\varphi_c)$. Por lo que cambia de sentido el rayo, es decir se desvía 180° , aunque desplazado una cierta distancia. En este caso la luz ingresa y sale por la hipotenusa.

Combinación de dos prismas de porro

Se junta dos prismas de porro, tal como se muestra en la figura 2.22, la luz ingresa por la hipotenusa de un prisma y sale por la hipotenusa del otro. La luz índice en los catetos de ambos prismas con un ángulo de $45^\circ > 42^\circ(\varphi_c)$. Lo que ocurre en este caso es que el rayo mantiene su dirección sólo que desplazado.

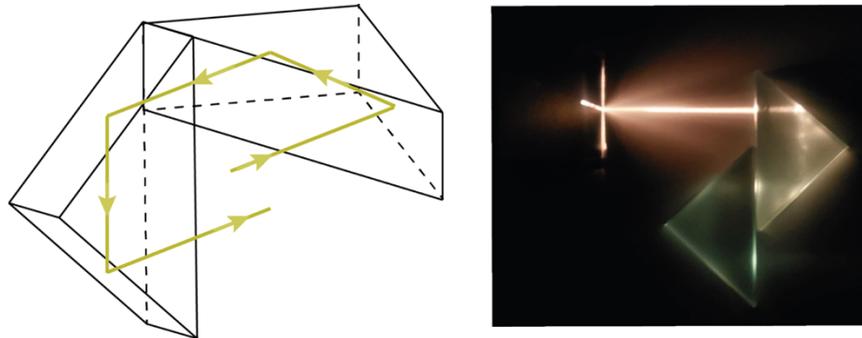


Figura 2.22 Combinación de dos prismas de porro

Prisma penta

Los prismas penta se denominan de esta manera porque son poliedros de forma de pentagonal, tal como se muestra en la figura 2.23.

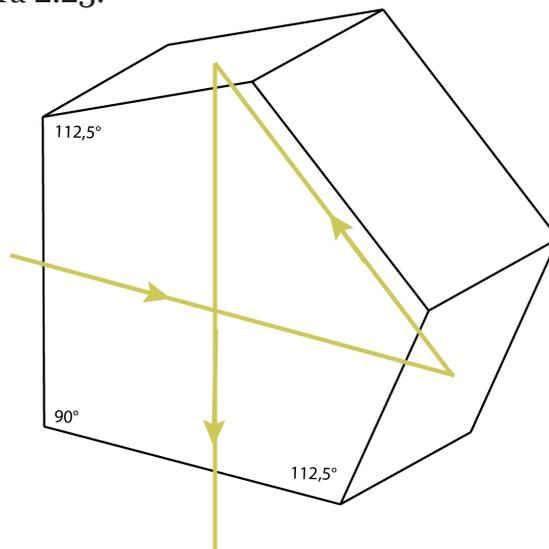


Figura 2.23 Forma de un prisma penta.

El rayo incide sobre la segunda y tercera cara con ángulos mayores a $42^\circ(\varphi_c)$. Si nos percatamos el rayo cambia de dirección, es decir se desvía 90° .

Refracción a través de una lámina plana de caras paralelas

Supongamos que tenemos una lámina de vidrio de caras paralelas, los ángulos φ_1 y φ_2 son ángulos de incidencia con respecto a cada cara, observamos que esto provoca que el rayo de luz no se desvíe pero si se desplaza, tal como se muestra en la figura 2.24.

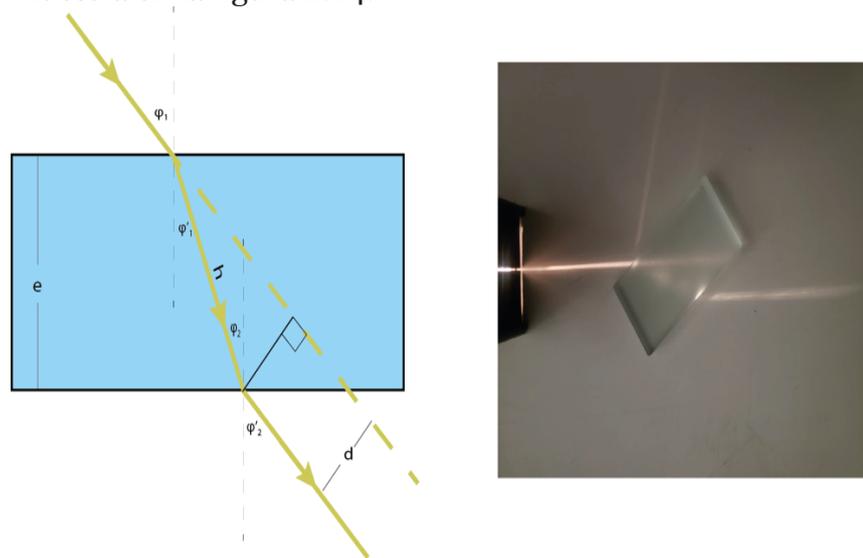


Figura 2.24 Desplazamiento del rayo de luz debido a una lámina de vidrio

Si tenemos los índices de refracción.

n : índice de refracción del medio exterior (aire).

n' : índice de refracción del vidrio.

$$n' > n$$

Aplicando la ley de Snell.

$$n \operatorname{sen} \varphi_1 = n' \operatorname{sen} \varphi_1'$$

$$n' \operatorname{sen} \varphi_1' = n \operatorname{sen} \varphi_2$$

$$n' \operatorname{sen} \varphi_2 = n \operatorname{sen} \varphi_2'$$

De la figura por geometría sabemos que $\varphi_1' = \varphi_2$.

$$n \operatorname{sen} \varphi_1 = n \operatorname{sen} \varphi_2'$$

$$\varphi_1 = \varphi_2'$$

Por lo que la distancia d es

$$\operatorname{sen} (\varphi_1 - \varphi_1') = d/h$$

$$d = \operatorname{sen} (\varphi_1 - \varphi_1') \cdot h$$

$$\cos \varphi_1' = e/h$$

$$h = \frac{e}{\cos \varphi_1'}$$

$$d = \operatorname{sen}(\varphi_1 - \varphi_1') \frac{e}{\cos \varphi_1'}$$

La ecuación anterior sirve para calcular cuánto se desplaza el rayo de luz en función del ángulo de incidencia.

Refracción a través de un prisma

Después de los lentes el prisma es el más útil en los instrumentos ópticos por lo que vamos ahora a estudiar la desviación y dispersión producidos por un prisma, en este caso ya no se considerará la reflexión total sino cualquier caso en general. La desviación de la luz producida por un prisma es algo similar a lo que se tiene en la figura 2.25.

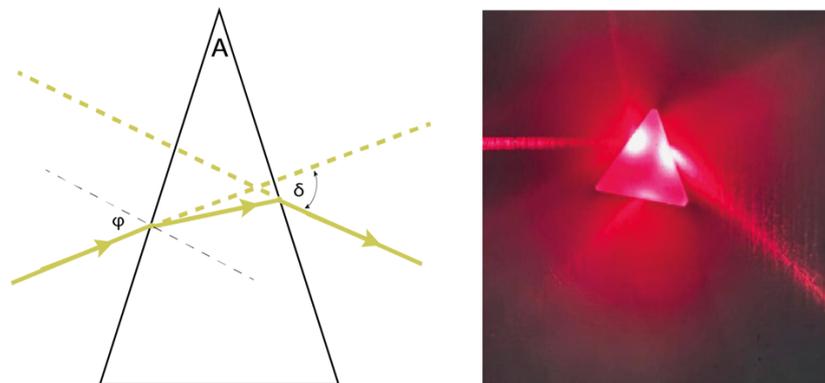


Figura 2.25 Desviación de la luz en un prisma.

Para ello consideraremos los siguientes datos.

φ : ángulo de incidencia.

A : ángulo interno del prisma.

δ : ángulo de desviación de rayo incidente con respecto al rayo final.

En este caso analizaremos y determinaremos la expresión para calcular el ángulo de desviación mínima, esto ocurre cuando los rayos atraviesan al prisma simétricamente,

como se observa en la figura 2.26. Para cualquier otro caso que no sea éste, para determinar la desviación bastaría con aplicar la ley de Snell dos veces.

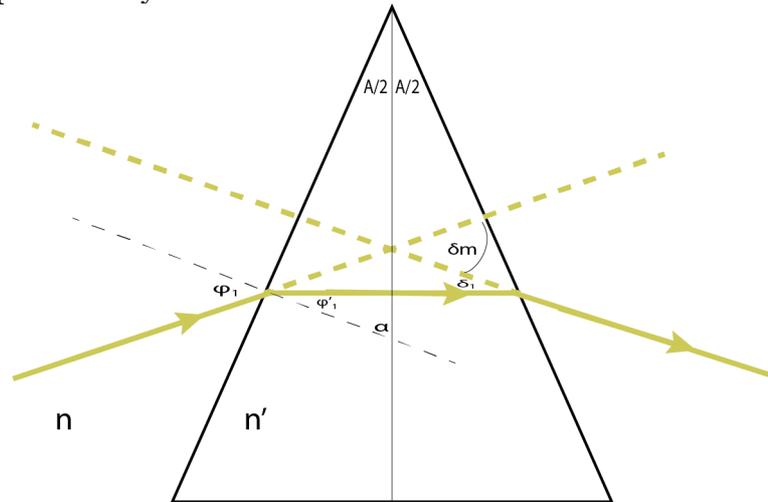


Figura 2.26 Desviación mínima.

Por geometría observamos que

$$\varphi_1 = \delta + \varphi_1'$$

Si dividimos al prisma en dos triángulos rectángulos, tenemos.

$$\frac{A}{2} = 90^\circ - \alpha$$

$$\varphi_1' = 90^\circ - \alpha$$

El prisma es un triángulo isósceles

$$\delta_m = 2\delta_1$$

$$\delta_1 = \frac{\delta_m}{2}$$

$$\varphi_1 = \frac{\delta_m}{2} + \frac{A}{2} = \frac{\delta_m + A}{2}$$

Aplicando la ley de Snell con $n = 1$ y $n' = \text{prisma}$.

$$n \text{sen } \varphi_1 = n' \text{sen } \varphi_1'$$

$$n \text{sen} \left(\frac{\delta_m + A}{2} \right) = n' \text{sen} \left(\frac{A}{2} \right)$$

$$n' = \frac{\text{sen} \left(\frac{\delta_m + A}{2} \right)}{\text{sen} \left(\frac{A}{2} \right)}$$

Podemos observar que el índice de refracción de un prisma depende del ángulo interno y de la desviación mínima, por lo que si deseamos conocer el índice de refracción de un material en específico bastaría con tallar el material en forma de prisma, medir su ángulo interno, hacerle incidir un haz de luz y medir su ángulo de desviación.

Ahora, si el ángulo interno del prisma es pequeño el ángulo δ_m también será pequeño, por lo que podemos aproximar el valor de los senos, es decir.

$$n' = \frac{\frac{\delta_m + A}{2}}{\frac{A}{2}} = \frac{\delta_m + A}{A}$$

$$\delta_m = A \cdot (n' - 1)$$

Se considera un ángulo pequeño cuando es $< 15^\circ$

Dispersión

Llamamos dispersión al fenómeno de separación de las ondas de distinta frecuencia al atravesar un material. Hasta ahora hemos supuesto que la luz analizada sólo tenía una longitud de onda, es decir luz monocromática, pero la mayoría de los haces de luz son policromáticos, es decir, una mezcla de algunas longitudes de onda.

La velocidad de la luz es la misma para todas las longitudes de onda en el vacío, pero no es la misma en una sustancia u otro medio, recordando que el índice de refracción es función de longitud de onda.

$$n = \frac{c}{v} \quad \rightarrow \quad n = \frac{c}{\lambda \cdot f}$$

Cuando la sustancia o el medio varía la velocidad de las diferentes longitudes de onda se dice que produce dispersión.

Consideremos un rayo de luz policromática que incide sobre un prisma, la desviación aumenta el índice de refracción y como éste aumenta para longitudes de onda pequeñas, tenemos que;

- La luz violeta será la más desviada puesto que su longitud de onda es de 400 nm .
- La luz roja será la menos desviada puesto que su longitud de onda es de 700 nm .
- Se hace el mismo análisis con los demás colores que ocuparán posiciones intermedias.

Esto se puede observar en la figura 2.27.

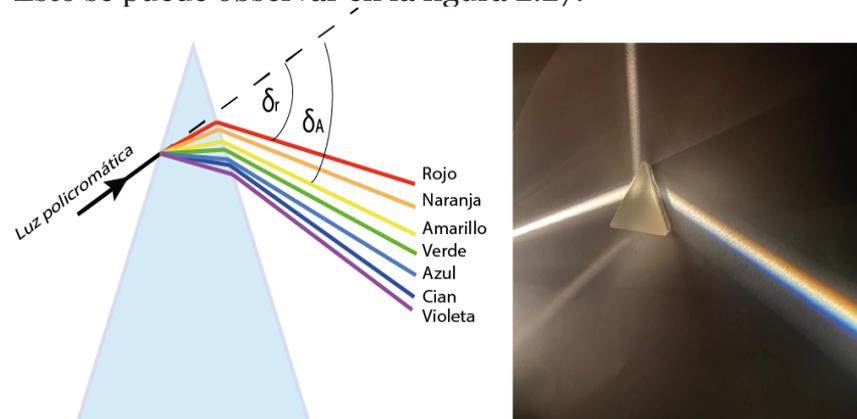


Figura 2.27 Dispersión de la luz por un prisma.

Cuando la luz sale se dispersa formando un espectro y la diferencia entre los ángulos de desviación de dos rayos cualesquiera se denomina dispersión, es decir.

$$A(n_f - n_c) = \text{dispersión}$$

Arco Iris

El Arco Iris se produce por los defectos de refracción, dispersión y reflexión total de la luz del sol por las gotas de lluvia que se encuentran en la atmósfera. En condiciones normales se ven dos arcos; arco primario y arco exterior (secundario), tal como se muestra en la figura 2.28.



Figura 2.28 Fotografía de un arco iris primario y secundario.

Sabemos que la luz del sol es policromática (compuesta por varias longitudes de onda) y que el índice de refracción depende de la longitud de onda, por lo que cada onda se retractará (desviará) de diferente manera, analicemos su formación.

Formación: Supongamos que los rayos del sol son horizontales (razón por la cual casi siempre se describen arco iris cuando el sol está en el horizonte). Para poder verlo debemos colocarnos entre el sol y la lluvia (mitad de los dos), tal como se muestra en la figura 2.29.

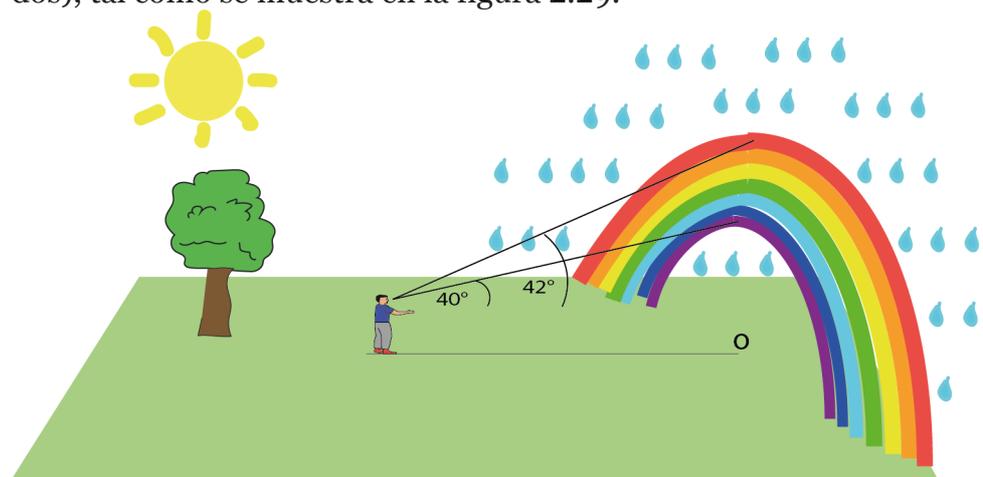


Figura 2.29 Colocación para ver un arco iris

Ahora bien, supongamos que los rayos de la luz del sol vienen de forma horizontal, cuando ingresan a la gota de

agua se refractan, luego en su interior tienen reflexión total y finalmente para salir se refractan nuevamente, esto provoca que los rayos se desvíen, tal como se muestra en la figura 2.30.

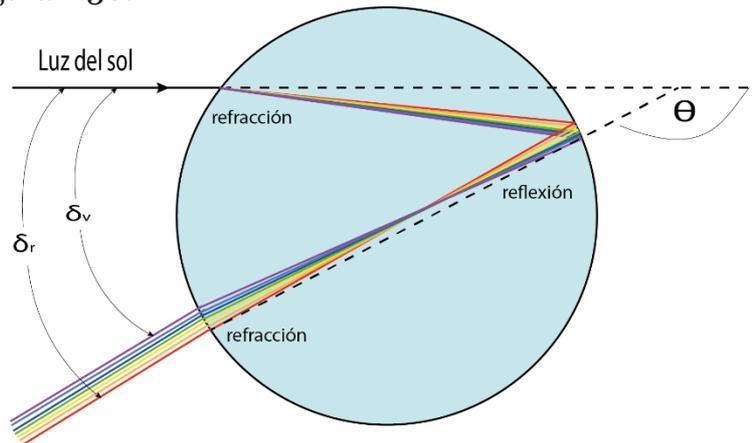


Figura 2.30 Refracción y reflexión de la luz en una gota de agua.

En los casos de los rayos de longitud de onda rojo y violeta tenemos una desviación de:

$$\theta_{rojo} = 138^\circ$$

$$\theta_{violeta} = 140^\circ$$

Los demás rayos de otras longitudes de onda (demás colores) $138^\circ < \theta < 140^\circ$

$$\delta_{rojo} = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$$

$$\delta_{violeta} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Con este análisis podemos afirmar que todas las gotas que se encuentran sobre un círculo que subtiende un ángulo de 42° en P (persona que observa el arco iris) y con centro en O se reflejará fuertemente la luz roja. Todas las gotas que subtienden un ángulo de 40° en P se reflejará fuertemente la luz violeta, las intermedias que ocupen posiciones entre estas dos ocuparán el resto del espectro visible.

El punto O puede considerarse como la sombra de P cuando él está a sus espaldas, cuando el sol se levanta el punto O se

mueve hacia abajo y se ve menos el arco iris. Si nos elevamos (punto P) se eleva el punto O lo que hace que se vea más parte del arco iris y en casos que se observan desde aviones se ve todo el círculo de arco iris.

Arco iris externos (secundario)

Cuando las condiciones son favorables puede verse un segundo arco iris, exterior o secundario, se ve un poco más de tenue debido a que para su formación se produjo doble refracción y reflexión, tal como se muestra en la figura 2.31.

$$\delta_{rojo} = 52^\circ$$

$$\delta_{violeta} = 54^\circ$$

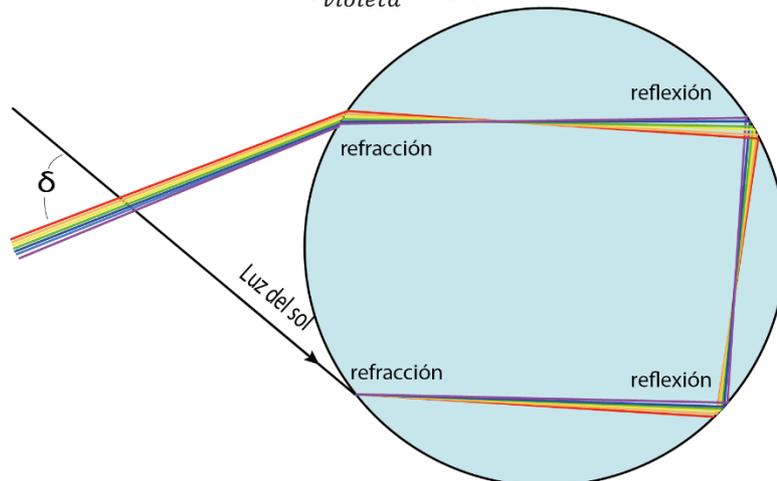


Figura 2.31 Formación arco iris secundario.

Es decir, todas las gotas que se encuentran sobre un círculo que subtende un ángulo de 52° en P (persona que observa el arco iris) y con centro en O se reflejará fuertemente la luz roja. Todas las gotas que subtenden un ángulo de 54° en P se reflejará fuertemente la luz violeta, las intermedias que ocupen posiciones entre estas dos ocuparán el resto del espectro visible. Razón por la cual para observar el arco iris secundario debemos levantar más la cabeza, como se puede observar en la figura 2.32.

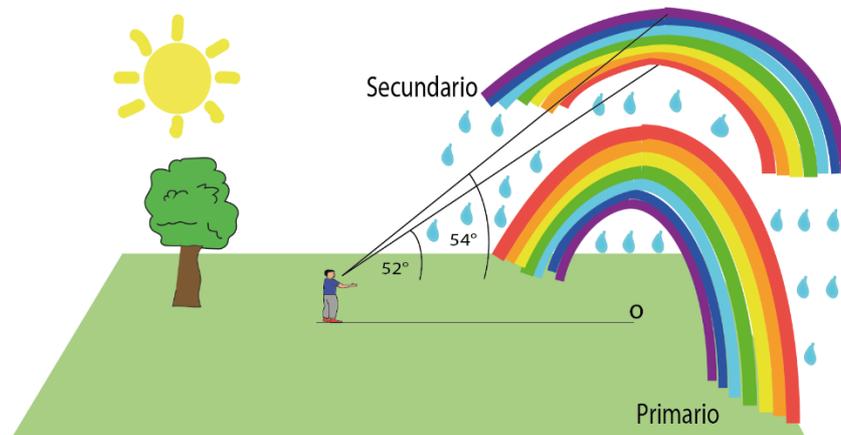


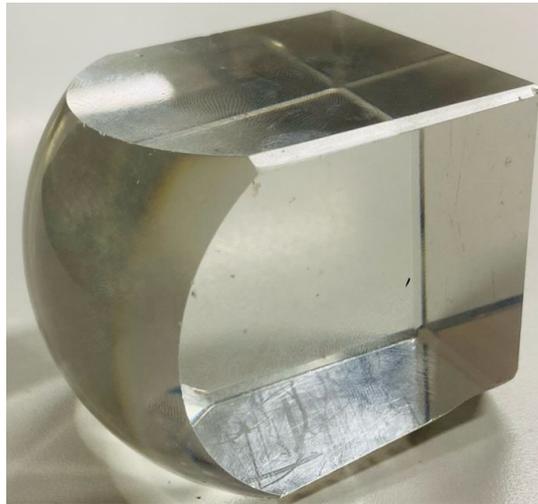
Figura 2.32 Vista de arco iris secundario.

Consideraciones en las observaciones.

- Gotas más grandes provocan arco iris más brillantes y nítidos.
- Gotas pequeñas producen arco iris de colores débiles y color pastel.
- Debido a la resistencia del aire las gotas tienden a ser achatadas en sus bordes lo que produce que el arco iris brille más en sus extremos (el origen de la leyenda del tesoro de duende en donde cae el arco iris).
- Para poder observar debe haber lluvia uniforme, sin torrenciales ni vientos.
- El filósofo René Descartes en 1637 descubrió que cuando la luz del sol incide sobre las gotas de lluvia estas producen el efecto de arco iris.
- Los colores fundamentales son: rojo, naranja, amarillo, verde, cian, azul y violeta.
- En 1667 Isaac Newton logro explicar la descomposición de la luz del sol a través de un prisma coincidiendo los colores con los del arco iris.

Reflexión y refracción en superficies esféricas

Casi todos los instrumentos ópticos utilizan una o más lentes y todas las lentes tienen superficies esféricas, por lo que es muy importante estudiar la refracción en superficies esféricas.



Punto de vista ondulatorio: las

fuentes de onda esféricas y planos después de una refracción en una superficie esférica no tiene una forma geométrica sencilla. Por lo que lo hace muy complicado realizarlo desde este enfoque.

Punto de vista corpuscular: el método de rayos simplifica mucho el análisis, cuando un rayo de luz se refleja o se refracta cambia de dirección y sus ángulos podrían calcularse con la ley de Snell.

Consideremos la siguiente superficie esférica de radio R .

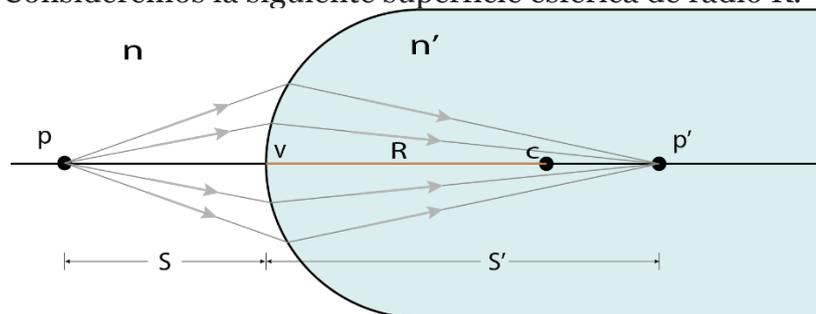


Figura 2.33 Refracción en una superficie esférica.

Es importante resaltar sus puntos más importantes que se muestran en la figura 2.33.

C : centro de curvatura de la superficie esférica.

R : radio de la superficie esférica.

$n' > n$: índices de refracción de la superficie esférica y el medio exterior.

V: vértice, punto que se da en el cruce entre la superficie esférica y el eje óptico.

PVC: eje óptico, eje imaginario que sirve para analizar el objeto y su imagen.

P: objeto.

S: distancia objeto medida desde el vértice al objeto.

S': distancia imagen medida desde el vértice a la imagen.

P': imagen.

Ahora, elijamos un rayo cualquiera y analicémoslo por separado para poder estudiarlo, tal como se muestran en la figura 2.34.

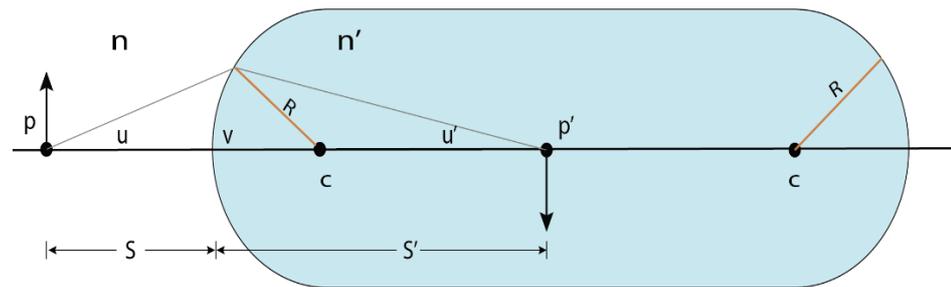


Figura 2.34 Un solo rayo en la refracción de una superficie esférica

Nota: para el análisis hay que establecer un acuerdo de signos.

Los rayos van de izquierda a derecha.

S es positivo si el objeto está a la izquierda del vértice.

S' es positivo si la imagen está a la derecha del vértice.

R es positivo si C está derecha de V.

α los ángulos son positivos cuando los rayos tienen pendiente positiva.

Dimensiones son positivas cuando se mide desde eje óptico hacia arriba.

Refracción en la superficie esférica

Con el rayo elegido vemos que parte del objeto p incide en la superficie esférica, se refracta y llega a la imagen p' , es importante considerar los puntos y reglas mencionadas anteriormente. Si observamos detenidamente vemos que se forman algunos triángulos, los mismos que utilizaremos mediante geometría y trigonometría para obtener las ecuaciones involucradas para calcular la distancia y aumento lateral de una imagen, tal como se muestran en la figura 2.35.

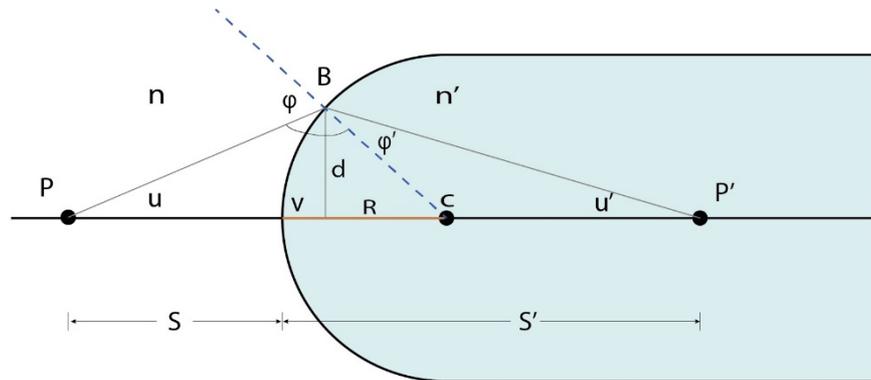


Figura 2.35. Triángulos que se forman con el rayo

$$\begin{aligned} & \Delta PBC \\ & \frac{R+S}{\text{sen}(180^\circ - \varphi)} = \frac{R}{\text{sen} u} \\ & \frac{R+S}{R} = \frac{\text{sen}(180^\circ - \varphi)}{\text{sen} u} \end{aligned}$$

$$\frac{R+S}{R} = \frac{\text{sen}(180^\circ - \varphi)}{\text{sen} u} \rightarrow \text{sen}(180^\circ - \varphi) = \frac{R}{R+S} \text{sen} u$$

$$\frac{\text{sen} \varphi}{\text{sen} u} = \frac{R}{R+S} \rightarrow \text{sen} \varphi = \frac{R}{R+S} \text{sen} u \quad (1)$$

Aplicando la Ley de Snell para sacar φ'

$$n \text{sen} \varphi = n' \text{sen} \varphi' \rightarrow \text{sen} \varphi' = \frac{n}{n'} \text{sen} \varphi \quad (2)$$

En el $\Delta PBP'$

$$\mu + (180^\circ - \varphi) + \varphi' - \mu' = 180^\circ$$

$$\mu + 180^\circ - \varphi + \varphi' - 180^\circ = \mu'$$

$$\mu - \varphi + \varphi' = \mu' \quad (3)$$

En el $\Delta CBP'$

$$\frac{S' - R}{\text{sen } \varphi'} = \frac{R}{\text{sen } (-\mu')}$$

$$S' = R - R \cdot \frac{\text{sen } \varphi'}{\text{sen } \mu'} \quad (4)$$

Con las cuatro ecuaciones ya se puede determinar S' y μ' en función de μ, n, n', R y S .

Simplificación: Se puede simplificar las ecuaciones con ángulos de inclinación μ pequeños. Estos rayos de ángulo pequeño casi paralelos al eje se llaman “rayos paraxiales”. Si μ es pequeño φ, φ' y μ' también son pequeños.

Las ecuaciones (1), (2), (3), (4) pueden expresarse.

$$\text{sen } \varphi = \frac{R + S}{R} \cdot \text{sen } \mu \rightarrow \varphi = \frac{R + S}{R} \cdot \mu \rightarrow \mu$$

$$= \frac{R \cdot \varphi}{R + S}$$

$$\text{sen } \varphi' = \frac{n}{n'} \cdot \text{sen } \varphi \rightarrow \varphi' = \frac{n}{n'} \cdot \varphi$$

$$\mu - \varphi + \varphi' = \mu'$$

$$S' = R - R \cdot \frac{\text{sen } \varphi'}{\text{sen } \mu'} \rightarrow S' = R - R \cdot \frac{\varphi'}{\mu'} \rightarrow \mu'$$

$$= \frac{R \cdot \varphi'}{R - S'}$$

Remplazamos (1) en (3), (2) en (3), (2) en (4) e igualamos (3) y (4).

$$\frac{R \cdot \varphi}{R + S} - \varphi + \frac{n}{n'} \cdot \varphi = \frac{R}{R - S'} \cdot \frac{n}{n'} \cdot \varphi$$

$$\frac{n' \cdot R - n' \cdot (R + S) + n \cdot (R + S)}{(R + S) \cdot n'} = \frac{R}{R - S'} \cdot \frac{n}{n'}$$

$$n' \cdot R \cdot (R - S') - n' \cdot (R + S) \cdot (R - S') + n \cdot (R + S) \cdot (R - S') = R \cdot n \cdot (R + S)$$

Desarrollando:

$$-n' \cdot R \cdot S + n' \cdot S \cdot S' - n \cdot R \cdot S' - n \cdot S \cdot S' = 0$$

$$n' \cdot R \cdot S + n \cdot R \cdot S' = -n \cdot S \cdot S' + n' \cdot S \cdot S'$$

$$R \cdot (n' \cdot S + n \cdot S') = S \cdot S' \cdot (n' - n)$$

$$\frac{n' \cdot S + n \cdot S'}{S \cdot S'} = \frac{n' - n}{R}$$

$$\frac{n' \cdot S}{S \cdot S'} + \frac{n \cdot S'}{S \cdot S'} = \frac{n' - n}{R}$$

$$\frac{n'}{S'} + \frac{n}{S} = \frac{n' - n}{R}$$

$\frac{n}{S} + \frac{n'}{S'} = \frac{n' - n}{R}$
--

La ecuación anterior, es la ecuación más importante para la refracción en superficies esféricas, nos permite calcular la distancia imagen en función de la distancia objeto, el radio de curvatura y el índice de refracción del medio.

Nótese que no aparece el ángulo μ en la ecuación anterior por lo que se deduce que todos los rayos que parten de un punto P del eje forman ángulos pequeños.

Imágenes virtuales.

En ocasiones R , n , n' y S puede generar imágenes que no se forman en el campo imagen (a la izquierda del vértice se denomina campo objeto y a la derecha del vértice campo imagen), debido a que la refracción no obliga a los rayos a converger sino que se separan, en este caso lo que se debe hacer es prolongar los rayos refractados hacia atrás hasta que se crucen en un punto, tal como se muestra en la figura 2.36.

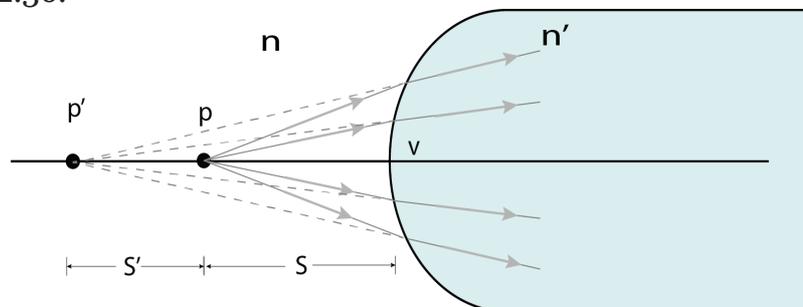


Figura 2.36 Imagen virtual en un superficie esférica.

Reflexión en una superficie esférica

Sabemos que cuando el rayo de luz incide en una superficie que limita dos medios transparentes de diferente n , parte de la luz se refracta y parte de la luz se refleja. Para limitar la luz reflejada suele colocarse capas no reflectantes en las superficies de las lentes, esto cuando se quiere trabajar sólo con refracción.

En algunos instrumentos ópticos como telescopios se trabaja con reflexión, en este caso se cubre con plata o aluminio la superficie para evitar la refracción. Casi todos los buenos espejos se fabrican puliendo un vidrio y colocando una capa metálica muy delgada.

Consideremos la siguiente superficie convexa, el rayo de luz ya no se refracta, sino que se refleja obedeciendo la ley de la reflexión de la luz.

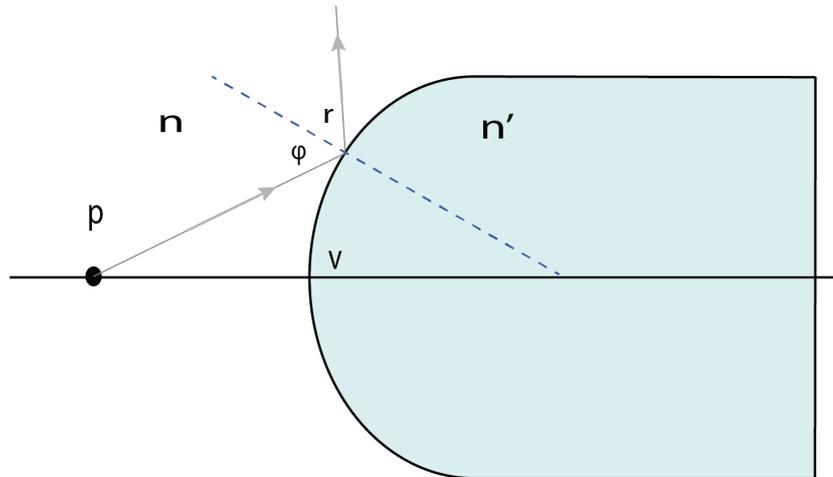


Figura 2.37 Reflexión en una superficie esférica.

Por reflexión y aplicando las reglas vistas anteriormente, tenemos que $\varphi = -r$, (rayo reflejado tiene pendiente negativa).

Esto nos da una idea de un artificio matemático para utilizar las mismas fórmulas de la refracción para la reflexión. Si suponemos que: $n' = -n$ y reemplazamos en la ley de Snell se obtiene la ley de la reflexión de la luz.

$$n \cdot \text{sen } \varphi = n' \cdot \text{sen } \varphi'; \quad n' = -n$$
$$n \cdot \text{sen } \varphi = -n \cdot \text{sen } \varphi'$$

$$\begin{aligned} \text{sen } \varphi &= \text{sen } \varphi' \\ \varphi &= -\varphi' \end{aligned}$$

Por lo que ahora reemplazaremos en la ecuación general de la refracción:

$$\begin{aligned} \frac{n}{S} + \frac{n'}{S'} &= \frac{n' - n}{R}; \quad n' = -n \\ \frac{n}{S} - \frac{n}{S'} &= \frac{-n - n}{R} \\ \frac{n}{S} - \frac{n}{S'} &= \frac{-2n}{R} \end{aligned}$$

$\frac{1}{S} - \frac{1}{S'} = \frac{-2}{R}$

La ecuación anterior es la ecuación general para la reflexión de la luz en superficies esféricas.

Para verificar si la ecuación anterior es correcta vamos a aplicarla para un espejo plano:

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{S'} = \frac{-2}{R}$$

En un espejo plano el radio $R \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{S'} = \frac{-2}{\infty}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{S} &= \frac{1}{S'} \\ S' &= S \end{aligned}$$

Ecuación de reflexión en espejos planos vista anteriormente.

En conclusión, la ecuación

$\frac{n}{S} + \frac{n'}{S'} = \frac{n' - n}{R}$
--

Sirve para la refracción y reflexión en superficies esféricas.

Aumento Lateral

Hay que recordar que los rayos que inciden sobre superficie esférica no proceden de un solo punto sino de todos los puntos de un objeto. Para simplificar el análisis se suele

representar a un objeto con una flecha (PQ) perpendicular al eje, como se observa en la figura 2.38. Se consideran rayos paraxiales.

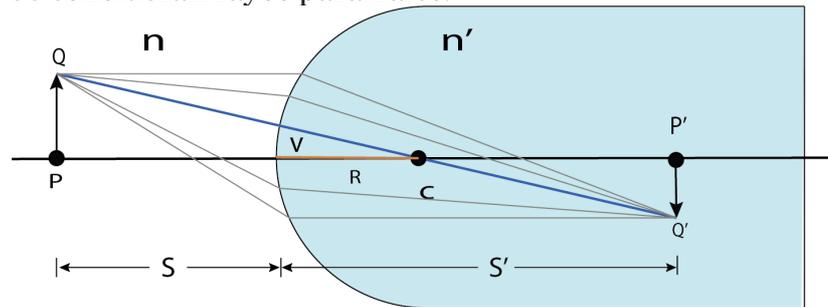


Figura 2.38 Aumento lateral de la imagen de un objeto.

El aumento lateral se representa con la letra (m) y es la razón entre la altura (y') de la imagen y la altura (y) del objeto, es decir.

$$m = \frac{y'}{y}$$

Vamos ahora a deducir la ecuación del aumento lateral en refracción de la luz en superficies esféricas. De todos los rayos que parten de Q, nos quedamos con un rayo que pase por el centro de curvatura (esto es debido a que aplicando la ley de Snell el rayo no se desvía), con este rayo y con las alturas del objeto y la imagen podemos formar unos dos triángulos semejantes, tal como se muestra en la figura 2.39.

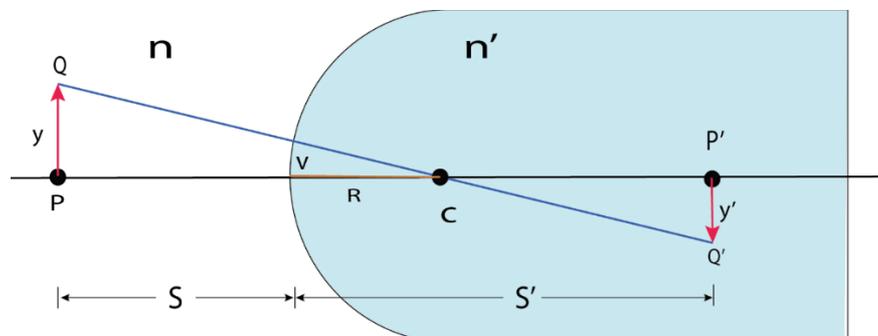


Figura 2.39 Dedución ecuación aumento lateral.

$$\Delta PCQ \approx \Delta P'Q'C$$

Recordando la definición de aumento lateral.

$$m = \frac{-y'}{y}$$

$$\frac{-y'}{y} = \frac{CP'}{CP}$$

$$\frac{-y'}{y} = \frac{S' - R}{S + R}$$

De la deducción de la ecuación de refracción en superficies esféricas:

$$S' - R = -R \frac{\text{sen } \varphi'}{\text{sen } \mu'} \quad S + R = R \frac{\text{sen } \varphi}{\text{sen } \mu}$$

$$\frac{-y'}{y} = \frac{-R \frac{\text{sen } \varphi'}{\text{sen } \mu'}}{R \frac{\text{sen } \varphi}{\text{sen } \mu}}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{\text{sen } \mu \cdot \text{sen } \varphi'}{\text{sen } \mu' \cdot \text{sen } \varphi}$$

Aplicando la ley de Snell:

$$n \text{ sen } \varphi = n' \text{ sen } \varphi'$$

$$\frac{n}{n'} = \frac{\text{sen } \varphi'}{\text{sen } \varphi}$$

Condición de los senos

$$\frac{y'}{y} = \frac{\text{sen } \mu}{\text{sen } \mu'} \cdot \frac{n}{n'}$$

Rayos paraxiales:

$$\frac{y'}{y} = \frac{n/S}{n/S'} \cdot \frac{n}{n'}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{S'}{S} \cdot \frac{n}{n'}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{S' \cdot n}{S \cdot n'}$$

Deducción aumento lateral en reflexión.

$$n' = -n$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{S' \cdot n}{S \cdot n'}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{S' \cdot n}{S \cdot (-n)}$$

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{S'}{S}$$

La ecuación anterior nos permite determinar cuánto creció o decreció la altura de la imagen comparada con la altura del objeto.

Focos y Distancias Focales

Para poder simplificar las ecuaciones es importante considerar puntos especiales que existen en la refracción de la luz en superficies esféricas.

Foco objeto: Se representa con la letra (F) y se define como el punto objeto sobre el eje óptico cuya imagen formada por la superficie esférica se encuentren infinito, para que esto ocurra los rayos incidentes después de la reflexión o refracción son paralelos al eje.

Distancia focal objeto: Es la distancia que hay desde foco objeto al vértice y se representa con (*f*). En la figura 2.40 se muestran los focos objetos.

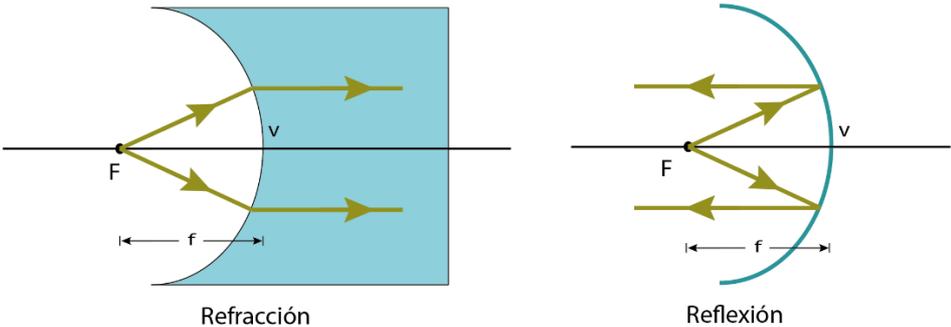


Figura 2.40 Foco objeto

La ecuación para determinar la distancia focal se obtiene de la ecuación general de la refracción.

$$\frac{n}{S} + \frac{n'}{S'} = \frac{n' - n}{R}$$

Como la imagen se forma en el infinito, tenemos.

$$S' = \infty$$

$$S = f$$

Entonces:

$$\frac{n}{f} + \frac{n'}{\infty} = \frac{n' - n}{R}$$

$$f = \frac{n}{n' - n} \cdot R$$

En el caso de superficies reflectantes (espejos):

$$n' = -n$$

$$f = \frac{n \cdot R}{-n - n}$$

$$f = -\frac{R}{2}$$

Las ecuaciones anteriores nos permiten calcular la distancia a la que se encuentra el foco objeto.

Foco imagen: Se representa con la letra (F') y se define como la imagen de un objeto que está colocado sobre el eje óptico y en el infinito, es decir los rayos inciden paralelamente al eje.

Distancia focal imagen: Es la distancia que existe entre el foco imagen y el vértice. Se representa con (f').

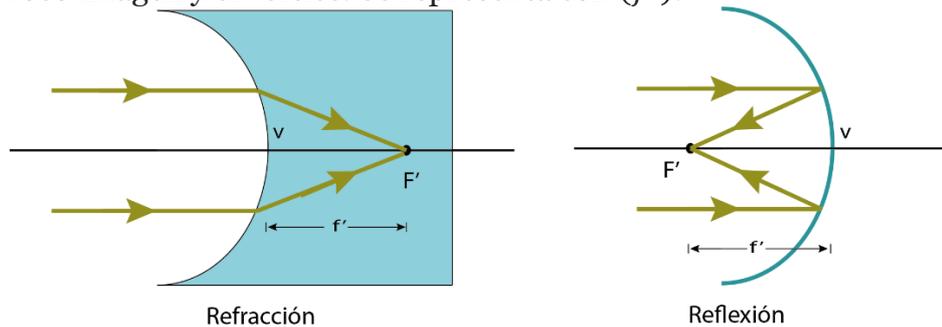


Figura 2.41 Foco imagen

De igual forma se calcula con la ecuación general de la refracción y reemplazando lo siguiente.

$$S = \infty$$

$$S' = f'$$

Entonces

$$\frac{n}{\infty} + \frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{R}$$

$$f' = \frac{n'}{n' - n} \cdot R$$

De igual forma en superficies reflectantes (espejos):

$$n' = -n$$

$$f' = \frac{-n}{-n - n} \cdot R$$

$$f' = \frac{R}{2}$$

Si comparamos las ecuaciones de las distancias focales del foco objeto y foco imagen en un espejo esférico, tenemos

$$\begin{aligned} f &= -\frac{R}{2} & f' &= \frac{R}{2} & (-R) \\ f &= \frac{R}{2} & f' &= \frac{-R}{2} \\ f &= f' \end{aligned}$$

Es decir, en los espejos el F y F' coinciden en el mismo punto, por lo que generalmente se habla únicamente del foco del espejo y se utiliza esta ecuación.

$$f = -\frac{R}{2}$$

De forma experimental se puede ver el foco de un espejo esférico en la siguiente imagen.

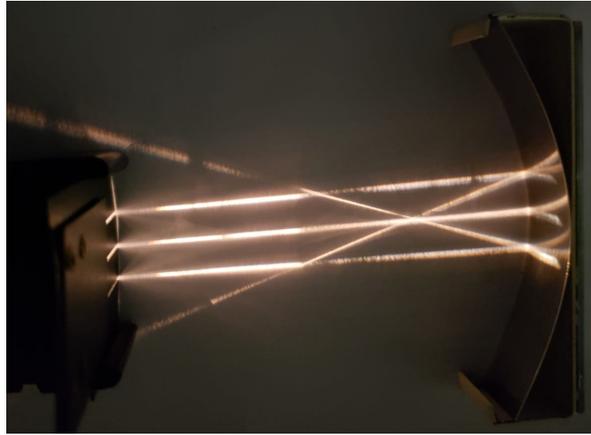


Figura 2.42 Foco imagen forma experimental

Método gráfico para encontrar la posición y tamaño de una imagen

Si ya se conoce dónde se encuentran los focos de la superficie esférica mediante una construcción gráfica se puede encontrar la posición y tamaño de la imagen de un objeto, sin embargo, es preciso indicar que el método no es de gran precisión, pero es útil para obtener valores aproximados.

Para ello basta con aplicar lo aprendido hasta ahora, si ya tenemos marcados todos los puntos importantes de una superficie esférica trazamos 3 rayos que se lo conocen como rayos principales.

Rayo 1: Rayo que parte del objeto y viene paralelo al eje después de la refracción llega al foco imagen (definición de foco imagen).

Rayo 2: Rayo que parte del objeto y pasa por el centro de curvatura no se desvía (debido a que aplicando la ley de Snell el ángulo de refracción es cero por lo tanto no se desvía).

Rayo 3: Rayo que parte del objeto o como si viniera de él y pasa por el foco objeto después de la refracción sale paralelo al eje óptico (definición de foco objeto).

En el cruce de estos rayos se formará la imagen del objeto, por lo que no es necesario utilizar los 3 rayos basta con dos de los 3 para que se tenga el punto, tal como se muestra en la figura 2.43.

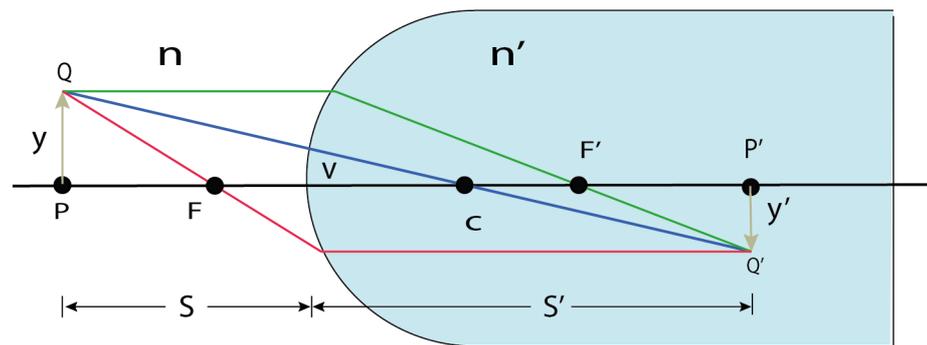


Figura 2.43 Rayos principales en la refracción de la luz

Imágenes que actúan como objetos

Se conoce hasta ahora que debido a la reflexión y refracción un objeto forma una imagen que puede ser real o virtual.

En resumen:

$$\begin{array}{ll}
 S = + & \textit{Real} \\
 S' = + & \textit{Real} \\
 S' = - & \textit{Virtual}
 \end{array}$$

Sin embargo, cuando se tienen dos o más superficies esféricas se puede tener objetos virtuales, es decir:

$$S = - \quad \textit{Virtual}$$

Analizamos gráficamente una situación en la que los objetos tengan distancia objeto negativa y se consideren virtuales, situación que se observa en la figura 2.44.

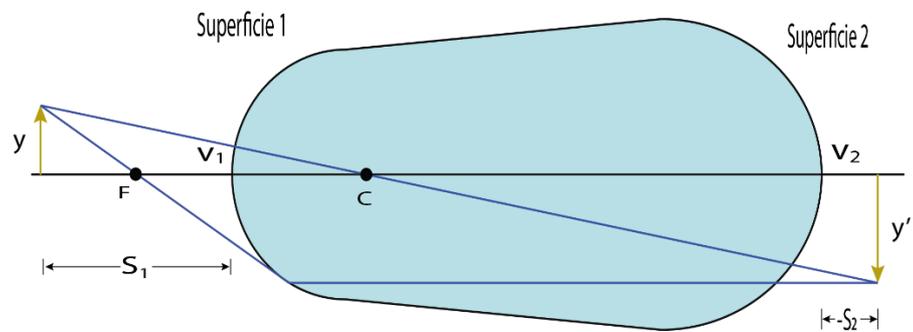


Figura 2.44 Imagen que actúa como objeto

Como se puede observar $S_2 = -$ Virtual debido a que está a la derecha del vértice V_2 .

Superficies compuestas

Muchos instrumentos ópticos están compuestos por varias superficies esféricas, por lo que una imagen puede ser considerada como objeto para otras superficies. Por ejemplo:

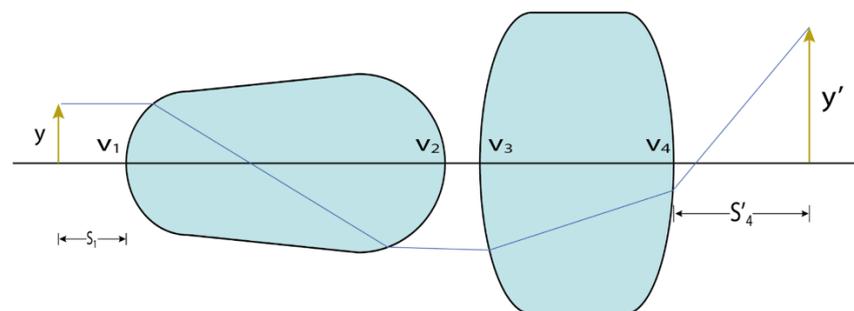


Figura 2.45 Varias Superficies esféricas

La posición final de la imagen se calcula aplicando el proceso conocido a cada superficie.

Aumento lateral total.

$$M_T = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4$$

El aumento lateral total producido por el sistema es el producto de los aumentos laterales de cada superficie.

Ejercicios Resueltos

1.- Un rayo de luz se mueve por el vacío y llega a una placa de vidrio. En el vacío el ángulo con respecto a la normal es de 35° y cuando pasa por el medio tiene un ángulo de 23° con respecto a la misma normal. Determínese el índice de refracción de dicho medio.

Partamos de la ley de Snell

$$n \sin \varphi = n' \sin \varphi'$$

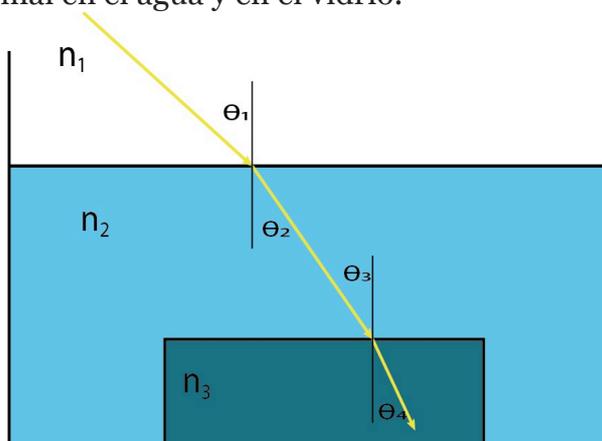
Ténganse en cuenta que n corresponde al medio uno. Además, hay siempre que tener en cuenta que en el vacío y en el aire el índice de refracción es 1. n' corresponde al medio 2 que en este caso sería a la placa de vidrio.

$$1 \sin 35^\circ = n' \sin 23^\circ$$

$$n' = \frac{\sin 35^\circ}{\sin 23^\circ}$$

$$n' = 1,467$$

2.- En el fondo de un tanque de agua ($n_2 = 1,33$), se encuentra un vidrio grueso con un índice de refracción de $n_3 = 1,53$. Si un rayo de luz proviene del aire ($n_1 = 1$) atraviesa al agua formando un ángulo de $\theta_1 = 70^\circ$ con la normal de la superficie de separación agua-aire. Determínese los ángulos formados por el rayo con respecto a la normal en el agua y en el vidrio.



Sabemos que, por la ley de Snell, aplicado en el medio aire-agua, tenemos la siguiente relación:

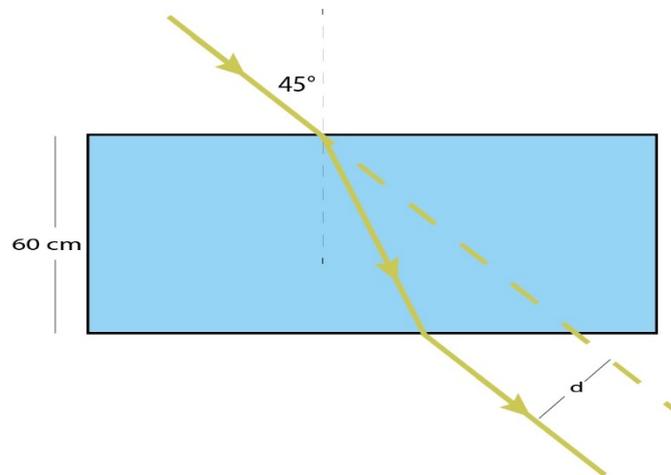
$$\begin{aligned}n_1 \sin \varphi &= n_2 \sin \varphi' \\1 \sin 70^\circ &= 1,33 \sin \theta_2 \\ \sin 70^\circ &= 1,33 \sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 &= \frac{\sin 70^\circ}{1,33} \\ \sin \theta_2 &= 0,706 \\ \theta_2 &= \arcsin 0,706 \\ \theta_2 &= 44,95^\circ\end{aligned}$$

Nótese que $\varphi' = \theta_2$. Ahora por el criterio de dos rectas paralelas cortadas por una secante sus ángulos alternos internos son iguales. Por lo tanto, $\theta_2 = \theta_2'$. Aplicando nuevamente la ley de Snell para la superficie agua-vidrio.

$$\begin{aligned}1,33 \sin 44,95^\circ &= 1,53 \sin \theta_3 \\0,94 &= 1,53 \sin \theta_3 \\ \theta_3 &= \arcsin \frac{0,94}{1,53} \\ \theta_3 &= 37,9^\circ\end{aligned}$$

Nota: este proceso solo se lo usa cuando las superficies son paralelas.

2.- Un bloque de vidrio presenta un espesor de 60 cm con un índice de refracción $n = 1,5$. Un rayo de luz atraviesa la superficie de separación aire-vidrio con un ángulo de 45° con respecto a la normal de dicha superficie. Calcúlese a) el tiempo requerido para que atraviese el bloque de vidrio y b) la cantidad de desviación lateral d .



Para calcular el tiempo requerido para que atraviese el trozo del bloque de vidrio tengamos en cuenta lo siguiente: Aplicando la ley de Snell en la superficie de separación aire-vidrio tenemos:

$$1 \cdot \sin 45^\circ = 1,5 \cdot \sin \varphi'$$

$$\varphi' = \arcsin \frac{\sin 45^\circ}{1,5}$$

$$\varphi' = 28,13^\circ$$

Ahora nótese el siguiente triángulo: \widehat{ABC} es un triángulo rectángulo cuyo cateto vendría a ser el espesor de dicho bloque y la hipotenusa \overline{AC} es la trayectoria del rayo dentro del bloque del vidrio. Para calcular el tiempo requerido para abandonar dicho bloque necesitamos esa distancia \overline{AC} y la velocidad con la que se mueve dentro de dicho medio. Por identidades trigonométricas tenemos:

$$\cos \varphi' = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AB}}{\cos \varphi'}$$

$$\overline{AC} = \frac{60 \text{ cm}}{\cos 28,13^\circ}$$

$$\overline{AC} = 68,04 \text{ cm}$$

Ya tenemos la distancia que recorre dicho rayo de luz dentro del bloque. Ahora calculemos la velocidad con la que se mueve dentro del bloque. Sabemos que

$$n = \frac{c}{v_m}$$

$$v_m = \frac{c}{n}$$

$$v_m = \frac{3 \text{ E}8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,5}$$

$$v_m = 2 \text{ E}8 \text{ m/s}$$

Por lo tanto:

$$t_{AC} = \frac{\overline{AC}}{v} = \frac{0,6804 \text{ m}}{2 \text{ E}8 \text{ m/s}} = 3,402 \text{ E} - 9 \text{ s} = 3,402 \text{ ns}$$

b) Para calcular la desviación lateral utilizemos la siguiente formula:

$$d = \sin \varphi_1 - \varphi_1' \cdot \frac{e}{\cos \varphi_1'}$$

$$d = \sin(45^\circ - 28,13^\circ) \cdot \frac{60 \text{ cm}}{\cos(28,13^\circ)}$$

$$d = 19,74 \text{ cm}$$

Otra manera de calcular ese desvío lateral de es usando un poco de geometría y trigonometría. Nótese el siguiente triángulo rectángulo

Sabemos que ángulos opuestos por el vértice son iguales, es decir, $45^\circ = \varphi' + \beta \Rightarrow 45^\circ = 28 + 13^\circ + \beta \Rightarrow \beta = 16,87^\circ$

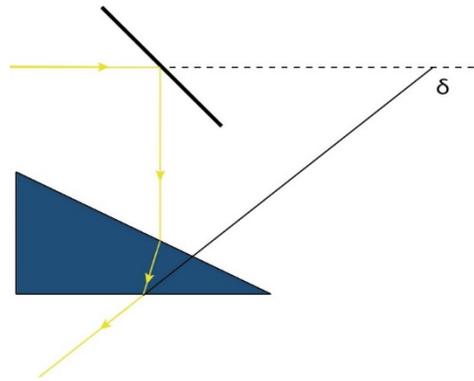
Ahora $\sin \beta = \frac{d}{\overline{AC}} \Rightarrow \sin \beta \cdot \overline{AC} = d$. Reemplazando

$$\sin 16,87^\circ \cdot 68,04 \text{ cm} = d$$

$$d = 19,74 \text{ cm}$$

3.- Un rayo de luz impacta en un espejo plano con un ángulo de incidencia de 45° . Después de reflejarse, el rayo atraviesa un prisma con un índice de refracción de $n = 1,50$ y un ángulo de $h = 6^\circ$. ¿Qué ángulo debe rotar el espejo para lograr una desviación total del rayo de 90° ?

Tal como está la figura claramente el ángulo de desviación δ evidentemente no forma 90° . Ahora, si nos dice que el ángulo de desviación total del rayo debe ser de 90° , quiere decir que el rayo que está saliendo del prisma salga perpendicular a la arista \overline{CB} .



Por lo tanto, tengo que buscar un ángulo que entre por la arista \overline{AB} para que salga perpendicular por la arista mencionada anteriormente, tal como se muestra en la siguiente figura:

En la arista \overline{AB} planteo la ley de Snell:

$$1 \cdot \sin \varphi = 1,5 \sin \varphi' \quad (1)$$

Ahora nótese el siguiente triángulo que:

$$90^\circ + 6^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 84^\circ$$

Ahora $\varphi' + \beta = 90^\circ \Rightarrow \varphi' = 6^\circ$

Con esto reemplazamos en (1)

$$\sin \varphi = 1,5 \cdot \sin 6^\circ$$

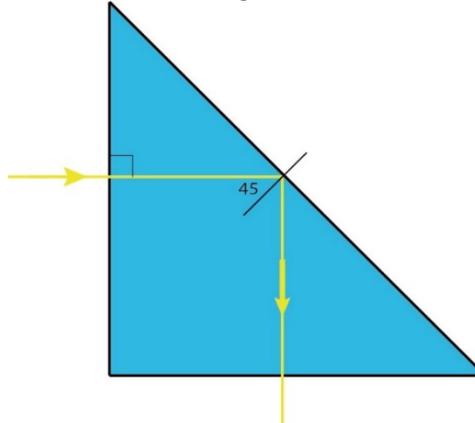
$$\varphi = \arcsin(1,5 \cdot \sin 6^\circ)$$

$$\varphi = 9^\circ$$

Ahora mi φ del dibujo original al principio vale 6° (Véase la siguiente figura)

Ahora la condición nueva me dice que mi ángulo incidente φ tiene que ser 9° , es decir, debe estar 3° desviado hacia la derecha de la posición original. Ahora hay un teorema que me dice que sí que si en un espejo gira un ángulo α el rayo reflejado gira 2α . Con esto podemos decir que el espejo debe girar $1,5^\circ$ en sentido contrario a las agujas del reloj para que el rayo se desvíe 3° hacia la derecha y con esto tener una desviación total de 90° .

4.- ¿Cuál debe ser el valor mínimo que puede tener un material transparente para que se pueda fabricar un prisma equilátero de reflexión total que está en el aire?

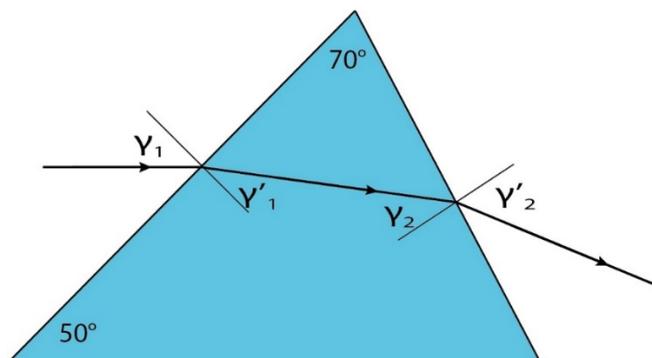


Se tiene que partir que para que exista refracción total de la luz $\varphi' = 45^\circ$ (en este caso). El rayo entra por la arista \overline{AB} de manera paralela a \overline{AC} . Evidentemente el rayo refractado será 0° ya que entra por la normal de dicha arista. Ahora para la normal de la arista \overline{BC} por geometría el rayo incidente es de 45° . En la arista \overline{AC} no va a existir refracción, por lo que podemos establecer lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 n \cdot \sin \varphi &= n' \cdot \sin \varphi' \\
 \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi'} &= \frac{n'}{n} \\
 \frac{\sin 90^\circ}{\sin 45^\circ} &= \frac{n'}{1} \\
 n' &= \frac{1}{\sin 45^\circ} \\
 n' &= 1,41
 \end{aligned}$$

Para que exista reflexión total de la luz $n' \geq 1,41$

5.- Suponga el prisma que tiene un índice igual a 1,4 el mismo que está inmerso en el aire. Un rayo de luz incidente paralelo a la base del prisma recorre la trayectoria tal como se muestra en la figura. Determine los ángulos: $\gamma_1, \gamma_1', \gamma_2, \gamma_2'$ y la desviación angular δ entre el rayo incidente y el rayo emergente.



Si el rayo incidente es paralelo a la base podemos establecer lo siguiente:

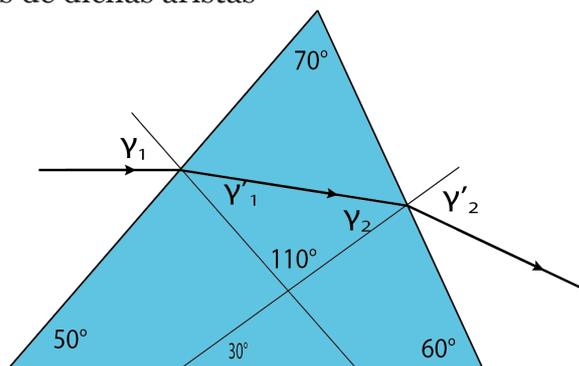
La normal forma 90° . Por lo tanto $50^\circ + \gamma_1 = 90^\circ \Rightarrow \gamma_1 = 40^\circ$. Ahora apliquemos ley de Snell en esa arista tenemos:

$$1 \cdot \sin 40^\circ = 1,4 \cdot \sin \gamma_1'$$

$$\gamma_1' = \arcsin\left(\frac{\sin 40^\circ}{1,4}\right)$$

$$\gamma_1' = 27,33^\circ$$

Ahora nótese los siguientes triángulos formados por las normales de dichas aristas



Para Δ_1 tenemos que la normal se extiende hasta la base del prisma. Entonces $90^\circ + 50^\circ + x = 180 \Rightarrow x = 40^\circ$
 Del prisma sabemos que $70^\circ + 50^\circ + y = 180 \Rightarrow y = 60^\circ$
 Para el Δ_2 se forma extendiendo la normal de la otra arista.
 En consecuencia, $90^\circ + 60^\circ + z = 180 \Rightarrow z = 30^\circ$

También Nótese que esas normales forma un triángulo pequeño de ángulos 40° y 30° . Evidentemente el ángulo faltante tiene que ser de 110°

Ahora por ángulos opuestos por el vértice tendremos otro triángulo de ángulos 110° y γ_1' . Haciendo sumatoria de ángulos internos de un triángulo tenemos:

$$\begin{aligned} 110^\circ + \gamma_1' + \gamma_2 &= 180 \\ 110^\circ + 27,33^\circ + \gamma_2 &= 180 \\ \gamma_2 &= 42,67^\circ \end{aligned}$$

Aplicando ley de Snell en la otra arista tenemos:

$$\begin{aligned} 1,4 \cdot \sin 42,67^\circ &= 1 \cdot \sin \gamma_2' \\ \gamma_2' &= \arcsin(1,4 \cdot \sin 42,67^\circ) \\ \gamma_2' &= 71,6^\circ \end{aligned}$$

Ahora para calcular la desviación total tengamos en cuenta lo siguiente:

Para el rayo que entra por la primera arista tenemos que

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \gamma_1 - \gamma_1' \\ \delta_1 &= 40^\circ - 27,33^\circ \\ \delta_1 &= 12,67^\circ \end{aligned}$$

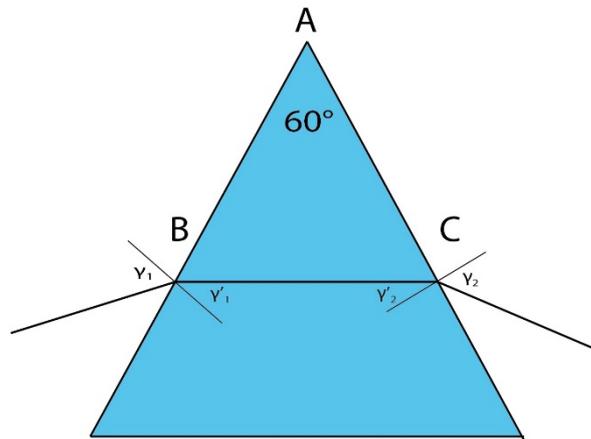
Para el rayo saliente tenemos:

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \gamma_2' - \gamma_2 \\ \delta_2 &= 71,6^\circ - 42,67^\circ \\ \delta_2 &= 28,93^\circ \end{aligned}$$

Por último, la desviación total δ será:

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_1 + \delta_2 \\ \delta &= 12,67^\circ + 28,93^\circ \\ \delta &= 41,6^\circ \end{aligned}$$

6.- Sea un prisma tal como se presenta en la siguiente figura con un ángulo de 60° en su ápice y un índice de refracción de 1,65. Determinar: a) el ángulo de incidencia mínimo necesario para que un rayo de luz ingrese por una cara y salga por la otra y b) el ángulo de incidencia que permitiría que el rayo atravesase simétricamente el prisma, es decir, donde el ángulo de incidencia (γ_1) sea igual al ángulo de refracción (γ_2)



Primero nótese que los puntos A, B y C forman un triángulo con uno de sus ángulos internos de 60° . Para sacar los otros ángulos ténganse en cuenta lo siguiente:

Para el punto B tenemos:

$$\begin{aligned}\gamma_1' + x &= 90^\circ \\ x &= 90^\circ - \gamma_1'\end{aligned}$$

Lo mismo para el punto C

$$\begin{aligned}\gamma_2' + y &= 90^\circ \\ y &= 90^\circ - \gamma_2'\end{aligned}$$

Como en todo triángulo la suma de sus ángulos internos suma 180, podemos escribir lo siguiente:

$$\begin{aligned}60^\circ + (90^\circ - \gamma_1') + (90^\circ - \gamma_2') &= 180^\circ \\ \gamma_1' + \gamma_2' &= 60^\circ\end{aligned}$$

El ángulo crítico para la reflexión interna total en la segunda cara del prisma ocurre cuando $\gamma_2 = 90^\circ$. Aplicando ley de Snell tenemos:

$$\begin{aligned}1,65 \cdot \sin \gamma_2' &= 1 \cdot \sin 90^\circ \\ \gamma_2' &= \arcsin\left(\frac{1}{1,65}\right) \\ \gamma_2' &= 37,31^\circ\end{aligned}$$

Con esto podemos determinar γ_1' ya que:

$$\begin{aligned}\gamma_1' + \gamma_2' &= 60^\circ \\ \gamma_1' + 37,31^\circ &= 60^\circ \\ \gamma_1' &= 22,69^\circ\end{aligned}$$

Apliquemos nuevamente ley de Snell en el punto B

$$\begin{aligned}1 \cdot \sin \gamma_1 &= 1,65 \cdot \sin 22,69^\circ \\ \gamma_1 &= \arcsin(1,65 \cdot \sin 22,69^\circ)\end{aligned}$$

$$\gamma_1 = 39,53^\circ$$

Para el literal b, sabemos que $\gamma_1 = \gamma_2$. Esto conlleva a que $\gamma_1' = \gamma_2'$. Ya que si entra con ángulo x y sale con el mismo quiere decir que no ha existido desviación de dicho rayo. Si no existe desviación es o necesariamente los ángulos dentro del prisma tendrán que ser iguales. Teniendo en cuenta esto:

$$\gamma_1' + \gamma_2' = 60^\circ$$

$$2\gamma_1' = 60^\circ$$

$$\gamma_1' = \frac{60^\circ}{2}$$

$$\gamma_1' = 30^\circ$$

Con esto apliquemos ley de Snell en el punto B para calcular el ángulo de incidencia.

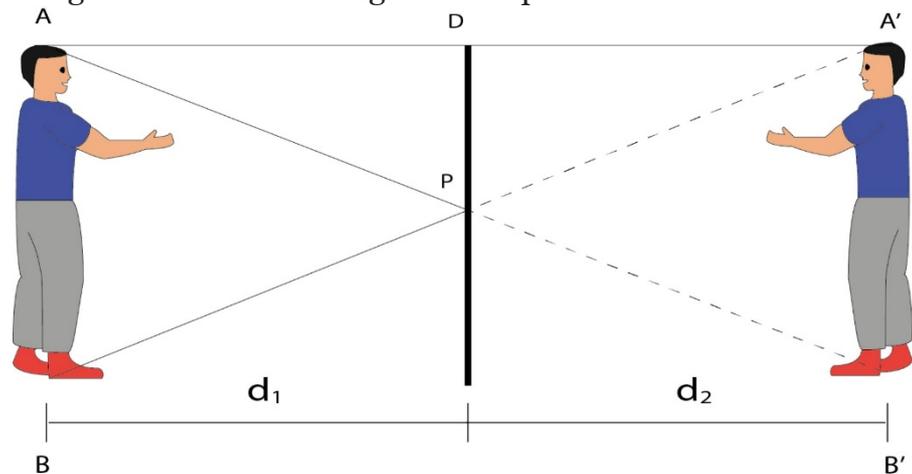
$$1 \cdot \sin \gamma_1 = 1,65 \cdot \sin 30^\circ$$

$$\gamma_1 = \arcsin(1,65 \cdot \sin 30^\circ)$$

$$\gamma_1 = 55,59^\circ$$

7.- Si colocamos un espejo plano vertical delante de nosotros, podemos observar que su imagen es verticalmente simétrica a la posición del objeto. Determinése la altura mínima que debería tener dicho espejo vertical para poder ver nuestro cuerpo completo en el mismo.

Tengamos en cuenta el siguiente esquema:



Sabemos que en espejos planos

$$S = S'$$

Por lo tanto, podemos establecer la siguiente relación:

$$d_T = d_1 + d_2$$

$$d_T = 2d_1$$

Ahora nótese los siguientes triángulos: $A'B'A$ y el PQA son semejantes, así que podemos establecer lo siguiente:

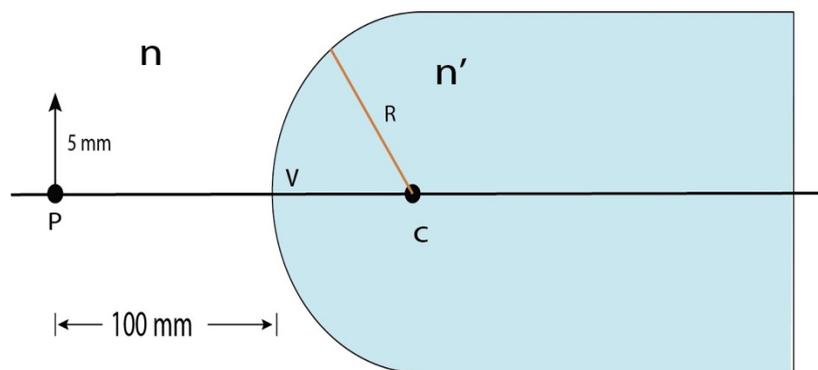
$$\frac{A'B'}{PQ} = \frac{2d_1}{d_1}$$

$$\frac{A'B'}{PQ} = 2$$

$$PQ = \frac{A'B'}{2}$$

PQ sería la altura del espejo. Por lo tanto, la altura mínima que se necesita para un espejo plano vertical para ver nuestro cuerpo completo debe ser al menos la mitad de nuestra altura.

8.- El extremo de una varilla de forma cilíndrica de vidrio de índice 1,50 está delimitado por una superficie semiesférica de $R = 40$ mm tal como se muestra en la siguiente figura. A una distancia de 100 mm a la izquierda del vértice de dicha superficie y sobre el eje óptico de la varilla se localiza un objeto en forma de flecha de 5 mm que es perpendicular al eje. Teniendo en cuenta eso, determínese la posición y tamaño de la imagen ¿Es real la imagen? Suponga que la varilla esta inmersa en el aire



Partamos primero con los siguientes datos

$R = +40$ mm porque el centro de curvatura se encuentra a la derecha del vértice.

$s = +100$ mm porque se encuentra a la izquierda del vértice de la superficie.

$$n = 1$$

$$n' = 1,5$$

La ecuación de la refracción de la luz para superficies esféricas viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} &= \frac{n' - n}{R} \\ \frac{1}{100} + \frac{1,5}{s'} &= \frac{1,5 - 1}{40} \\ \frac{1,5}{s'} &= \frac{1}{80} - \frac{1}{100} \\ \frac{1,5}{s'} &= \frac{1}{400} \\ s' &= 400 \cdot 1,5 \\ s' &= 600 \text{ mm}\end{aligned}$$

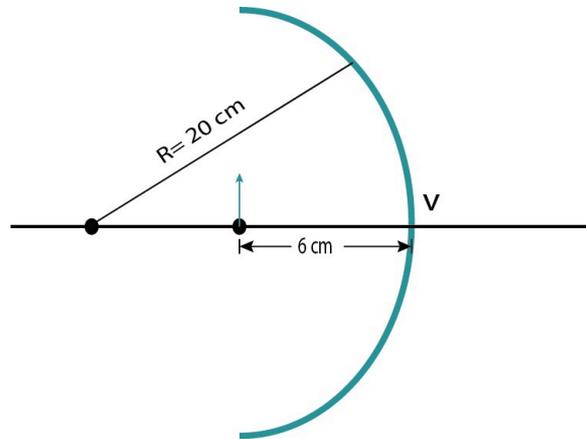
Con los cálculos realizados podemos concluir que la imagen se encuentra a la derecha del vértice porque es positiva y a una distancia de 600 mm de él. La imagen es real ya que $s' = +$ y porque los rayos refractados convergen a un punto y divergen después de la intersección o dicho punto.

Con esto podemos calcular el aumento lateral de dicha imagen:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} = -\frac{1 \cdot 600 \text{ mm}}{1,5 \cdot 100 \text{ mm}} = -4$$

Por lo tanto, la imagen es 4 veces más grande que el objeto e invertida.

9.- Teniendo en cuenta que un objeto está ubicado a una distancia de 6 cm a la izquierda del vértice de un espejo cóncavo que tiene un radio de curvatura de 20 cm, calcúlese la posición de la imagen y su aumento.



Como en este caso es un espejo cóncavo tenemos los siguientes datos:

$s = +6$ cm porque se encuentra a la izquierda del vértice

$R = -20$ cm porque se encuentra a la izquierda del vértice

En consecuencia, se tiene lo siguiente

$$\begin{aligned} \frac{1}{s} - \frac{1}{s'} &= -\frac{2}{R} \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{s'} &= -\frac{2}{-20} \\ \frac{1}{6} - \frac{2}{20} &= \frac{1}{s'} \\ \frac{1}{15} &= \frac{1}{s'} \\ s' &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

La imagen se encuentra a 15 cm a la derecha del vértice.

Para el aumento lateral tenemos:

$$m = \frac{s'}{s} = \frac{15}{6} = 2,5$$

Es decir, es 2,5 veces más grande y derecha ya que m es positivo. Como la imagen se forma por las prolongaciones de los 3 rayos principales entonces es virtual y además $s' = +$

10.- Una barra de vidrio larga tiene un diámetro de 16 cm y un índice de refracción de 1,50. En uno de sus extremos, ha sido tallada y pulida para formar una superficie semiesférica convexa con un radio de 8 cm. Se coloca un

objeto en forma de flecha con una longitud de 1 cm, perpendicular al eje de la barra, a una distancia de 25 cm a la izquierda del vértice de la superficie convexa. Determínese la posición y el aumento de la imagen producida por los rayos paraxiales que inciden sobre la superficie convexa suponiendo que dicha barra se encuentra inmersa en el aire.

Tenemos los siguientes datos

$s = +25$ cm porque se encuentra a la izquierda del vértice

$R = +20$ cm porque se encuentra a la derecha del vértice

$y = 1$ cm

Teniendo en cuenta lo anterior, planteo lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} &= \frac{n' - n}{R} \\ \frac{1}{25} + \frac{1,5}{s'} &= \frac{1,5 - 1}{20} \\ \frac{1,5}{s'} &= \frac{1}{16} - \frac{1}{25} \\ \frac{1,5}{s'} &= \frac{9}{400} \\ s' &= \frac{400}{9} \cdot 1,5 \\ s' &= 66,67 \text{ cm} \end{aligned}$$

Con esto podemos calcular el aumento lateral:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} = -\frac{1 \cdot 66,67 \text{ cm}}{1,5 \cdot 25 \text{ cm}} = -1,7$$

La imagen se encuentra a 66,67 cm a la derecha del vértice.

Es casi 2 veces más grande pero invertida.

Se sabe que el diámetro de la luna es 2 160 millas, y su distancia a la Tierra es de 238 855 millas. Determínese el diámetro de la imagen de la Luna formada por el espejo esférico cóncavo de un telescopio de distancia focal de 15 pies.

Tenemos que:

$s = +238\,855$ millas $\Rightarrow 1,261154 \text{ E}9$ pies, porque se encuentra a la izquierda del vértice

$f = 15$ pies

$y = 2\,160$ millas $\Rightarrow 1,1405 \text{ E}7$ pies

En un espejo cóncavo tenemos que la distancia focal es:

$$f = -\frac{R}{2}$$

$$R = -2f$$

$$R = -2 \cdot 15$$

$$R = -30 \text{ pies}$$

Aplicando reflexión en una superficie esférica tenemos

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{1,261154 \text{ E}9} - \frac{1}{s'} = -\frac{2}{-30}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{1,261154 \text{ E}9} - \frac{2}{30}$$

$$\frac{1}{s'} = -0,067 \text{ pies}$$

$$s' = -15 \text{ pies}$$

Con eso calculemos el diámetro de la imagen

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$y' = \frac{s' \cdot y}{s}$$

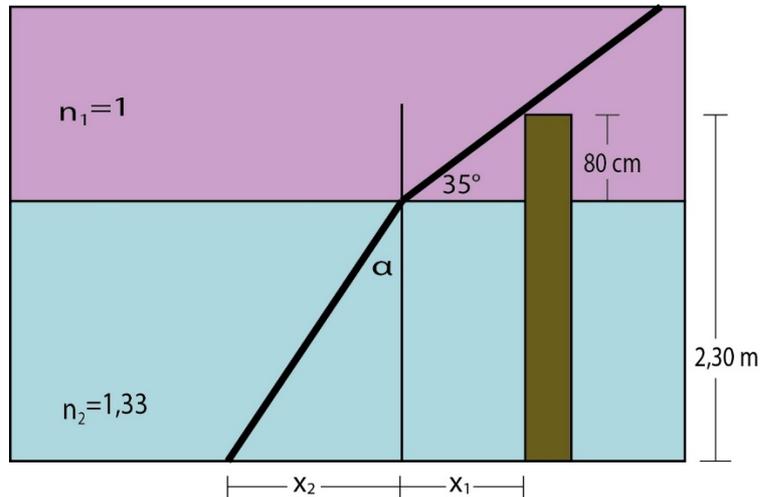
$$y' = \frac{-15 \cdot 1,1405 \text{ E}7}{1,261154 \text{ E}9}$$

$$y' = -0,136 \text{ pies}$$

Ejercicios propuestos

1.- Sabemos que en un espejo plano el rayo incidente es igual al rayo reflejado con respecto a la normal de dicha superficie. Demuéstrese que si se gira el espejo un ángulo θ el rayo de luz reflejado gira 2θ alrededor de un eje perpendicular al plano de incidencia.

2.-
Un

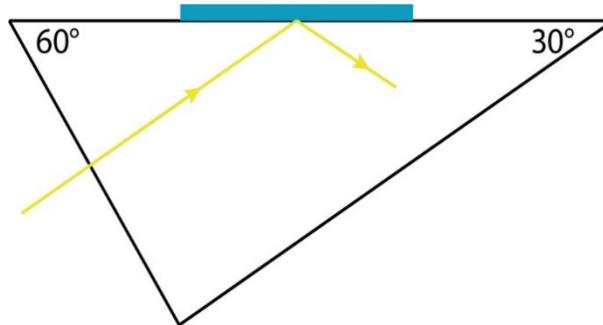


poste con una longitud de 2,30 metros está colocado desde el fondo de un recipiente hasta una altura de 80 cm por encima del nivel del agua. Si un rayo de luz incide con un ángulo de 35° con respecto a la horizontal, determina la longitud total $x_1 + x_2$ de la sombra del poste en el fondo del recipiente. **R = 2,31 m**

3.- Tenemos dos vasos iguales inmersos en el aire, uno lleno de alcohol etílico y otro lleno de agua, y un observador fija su mirada desde arriba. a) ¿Cuál de los vasos parece tener una mayor profundidad de líquido? b) ¿Cuál es la relación entre las profundidades aparentes?
R: a) El que contiene agua. b) 0,11

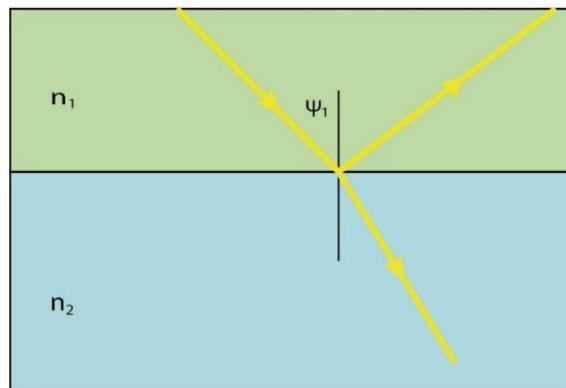
4.- Un objeto puntual que emite luz en dos colores está ubicado en el fondo de un cubo de 70 cm de profundidad. Los índices de refracción para estos colores son $n_1 = 1,34$ y $n_2 = 1,73$ respectivamente. Determine a qué altura sobre el fondo se encuentran las imágenes para un observador que se encuentra sobre el objeto fuera del cubo. Considere que el observador está en el medio aire.
R: 52 y 40,5 cm por encima del fondo respectivamente

5.- Se tiene que un rayo de luz llega



perpendicularmente a la cara más pequeña de un prisma con ángulos de 30° - 60° - 90° . Si colocamos una gota de líquido en la hipotenusa del prisma. Si el índice de refracción del prisma es 1,55. Determine el índice máximo que el líquido puede tener para lograr una reflexión total de la luz. **R: 1,34**

6.- Un rayo de luz proveniente del aire impacta en un material transparente formando un ángulo de $\varphi_1 = 60^\circ$ con respecto a la normal. Los rayos reflejado y refractado son



perpendiculares entre sí. a) Calcule el índice de refracción n_2 del material. b) ¿Cuál es el valor del ángulo crítico para la reflexión interna total? **R: a) 1,73 b) $35,26^\circ$**

7.- Se tiene una flecha de 10 cm de altura perpendicular al eje óptico de un espejo convexo cuya distancia focal es de 50 cm. Además, se sabe que dicha flecha está a una distancia de 25 cm del espejo. Determine: a) la posición y tamaño de la imagen formada, b) Diagrama del trazado de rayos correspondiente. **R: a) $s' = 16,67$ cm; b) $y' = 6,67$ cm.**

8.- Considere un espejo que genera una imagen real 5 veces más pequeña que el objeto. Si la imagen se ubica a 40 cm

del objeto, determine la distancia focal del espejo ¿de qué tipo de espejo se habla? **R: $f = 8,33 \text{ cm}$. Espejo cóncavo.**

9.- Un espejo con curvatura hacia adentro tiene una distancia focal de 30 cm. ¿A qué distancia del espejo se debe ubicar un objeto para que la imagen sea real y tenga el triple de tamaño que el objeto? **R: $s = 40 \text{ cm}$.**

10.- Se tiene un espejo cóncavo con un radio de curvatura de 40 cm. Existen dos objetos que se encuentran uno a 10 cm del foco y el otro también a 10 cm, pero en posición opuesta tal como se muestra en la figura. Calcúlese la distancia de separación de las imágenes de dichos objetos.
R: 80 cm

UNIDAD 3. LENTES

Se considera como lente a un sistema óptico limitado por dos o más superficies que tienen un eje óptico común y al menos una de las superficies debe ser esférica.



Las lentes se clasifican en:

- Lente sencilla: tiene dos superficies.
- Lente compuesta: tiene más de dos superficies.
- Lente delgada: lente con espesor pequeño.
- Lente gruesa: lente con espesor considerable.

Lente sencilla en el aire

Se puede resolver aplicando sucesivamente la ecuación general de refracción en superficies esféricas.

$R_1 = \text{radio } 1^{\text{era}} \text{ superficie}$

$R_2 = \text{radio } 2^{\text{da}} \text{ superficie}$

$t = \text{espesor axial de la lente medido de vértice a vértice}$

$$\frac{n}{S} + \frac{n'}{S'} = \frac{n' - n}{R}$$

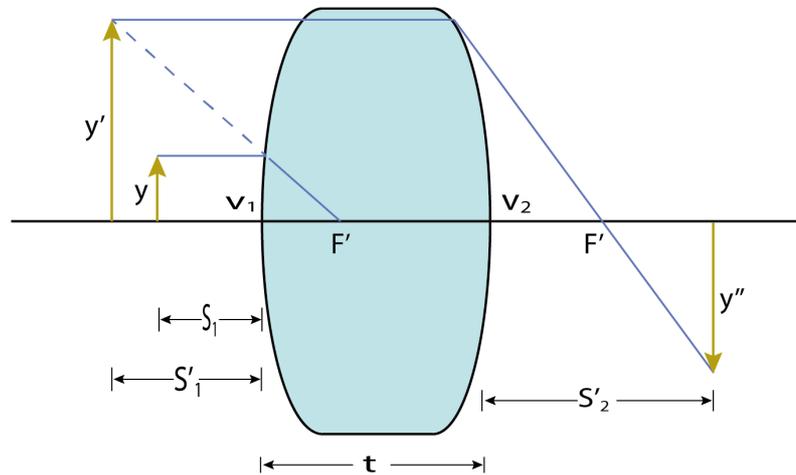


Figura 3.1 Lentes analizada por refracción de superficie por superficie.

Primera superficie, la luz va del aire a la lente.

$$\frac{1}{S_1} + \frac{n}{S'_1} = \frac{n-1}{R_1}$$

Segunda superficie, la luz va de la lente al aire.

$$\frac{n}{S_2} + \frac{1}{S'_2} = \frac{1-n}{R_2}$$

Sin embargo, es un proceso largo y mientras más superficies haya más largo será, por lo que buscaremos una ecuación más sencilla para lo que necesitaremos unos puntos especiales.

Focos y planos focales de una lente

Todas las lentes poseen un foco objeto y un foco imagen.
 Foco objeto: Se representa con la letra F y es punto objeto colocado en el eje óptico que forma una imagen en el infinito, los rayos que emergen del foco objeto son paralelos al eje después de la refracción en la lente, tal como es muestra la figura 3.2(a).

Plano focal objeto: Es un plano imaginario que pasa por el foco objeto y es perpendicular al eje óptico, todos los rayos que partan de este plano serán paralelos entre sí luego de la reflexión, sin embargo, ya no son paralelos al eje, tal como se muestra en la figura 3.2(b).

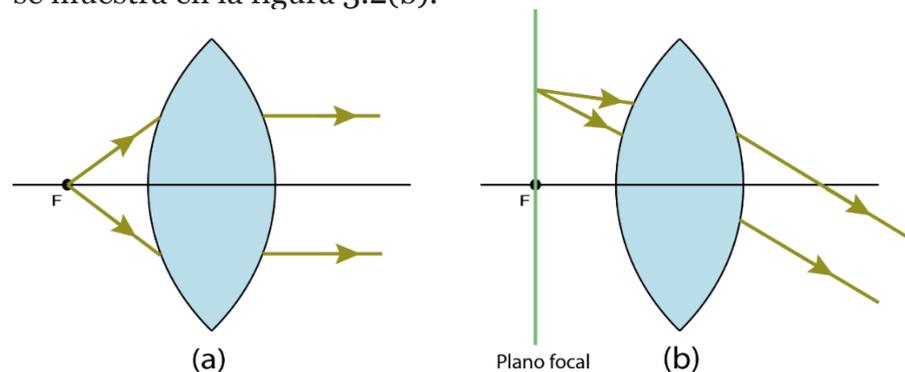
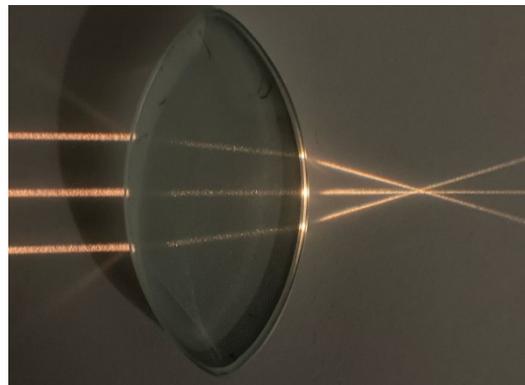


Figura 3.2 Foco objeto de una lente.

Foco imagen: Se representa con la letra F' y es la imagen de un punto objeto colocado en el infinito, los rayos que vienen del infinito son paralelos al eje óptico y luego de la refracción en la lente convergen en el foco imagen, tal como muestra en la figura 3.3(a).



Plano focal imagen: Es un plano imaginario que pasa por el foco imagen y es perpendicular al eje óptico. Todos los rayos que sean paralelos entre sí pero no paralelos al eje óptico convergen en el plano focal imagen luego de la refracción en la lente, tal como se observa en la figura 3.3(b).

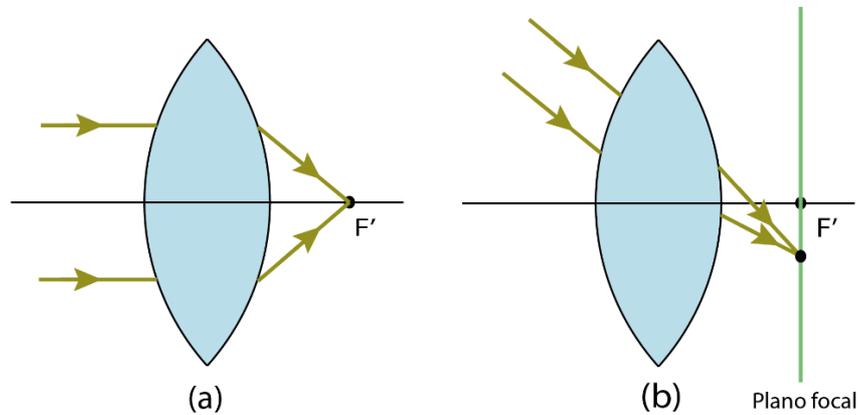


Figura 3.3 Foco imagen de una lente.

Para determinar las ecuaciones, tenemos.

$$S_1 = \infty \quad (\text{foco imagen})$$

$$S'_2 = \infty \quad (\text{foco objeto})$$

Puntos principales y distancias focales

Además de los focos para facilitar el cálculo de la posición y tamaño de una imagen de un objeto que se forma a través de una lente, necesitamos también colocar dos puntos más en el eje óptico, estos puntos se los conoce como puntos principales.

Puntos principales: Existen dos puntos, punto principal objeto y punto principal imagen. Se encuentran en la intersección de los planos principales con el eje óptico de la lente y se los representa con H y H' . Tal como se observa en la figura 3.4.

Planos principales: Se determinan por las intersecciones de las prolongaciones de los rayos incidentes y rayos refractados luego de atravesar la lente. De los rayos que emergen del foco objeto se lo denomina plano principal objeto, como se muestra en la figura 3.4(a) y de los rayos que llegan al foco imagen se denomina plano principal imagen, figura 3.4(b).

Representación gráfica

En rayos paraxiales son planos perpendiculares.

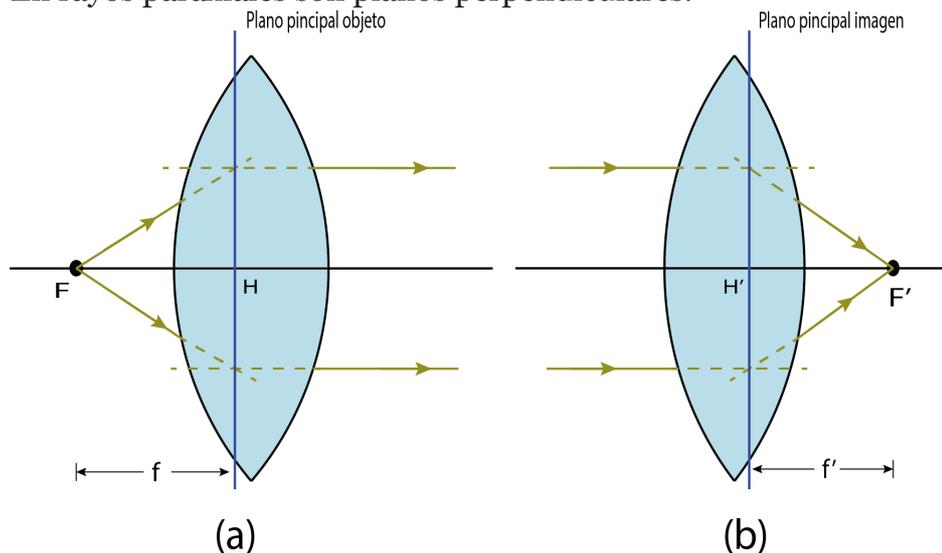


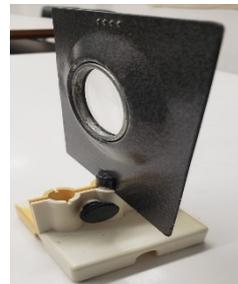
Figura 3.4 Planos y puntos principales.

La distancia del foco objeto F al punto principal objeto H se denomina distancia focal objeto de la lente, se representa con (f) . La distancia desde el punto principal imagen H' al foco imagen F' se denomina distancia focal imagen, se representa con (f') . Si la lente está sumergida en aire las distancias focales son iguales ($f = f'$).

Lentes delgadas

Cuando el espesor de la lente es despreciable comparándolo con los radios de curvatura de las superficies esféricas se puede considerar como lentes delgadas.

En una lente delgada los planos principales coinciden y pasan por el centro de la lente, por lo que los puntos principales también coinciden y están en el centro de la lente, lo que simplifica la expresión ya que la distancia focal de la lente se mide desde el foco al centro de la lente, tal como se observa en la figura 3.5.



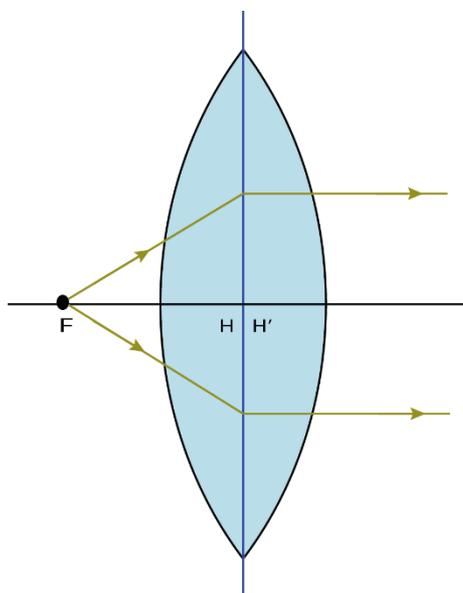


Figura 3.5 Puntos principales de una lente delgada.

Determinemos la ecuación de la distancia focal considerando que el espesor de la lente tiende a cero.

$$\begin{aligned} t &\rightarrow 0 \\ S'_2 &\rightarrow \infty \\ \frac{n}{S_2} + \frac{1}{S'_2} &= \frac{1-n}{R_2} \end{aligned}$$

$$\frac{n}{S_2} = \frac{1-n}{R_2} \tag{1}$$

$$S'_1 = -S_2$$

$$\frac{n}{S_2} = \frac{-n}{S'_1} \tag{2}$$

$$\frac{1}{S_1} + \frac{n}{S'_1} = \frac{n-1}{R_1} \tag{3}$$

$$\frac{1}{S_1} - \frac{1-n}{R_2} = \frac{n-1}{R_1}$$

$$\frac{1}{S_1} = \frac{n-1}{R_1} + \frac{1-n}{R_2}$$

$$\frac{1}{S_1} = \frac{n-1}{R_1} - \frac{n-1}{R_2}$$

$$\frac{1}{S_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Si la lente es delgada puede suponerse que los puntos principales y los vértices coincide, por lo que:

$$S_1 = f \quad (\text{distancia focal objeto})$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Por lo que podemos concluir que la distancia focal de una lente sólo depende de su índice de refracción y sus rayos de curvatura.

Tipos de lentes

En la figura 3.6 se observan algunos tipos de lentes delgadas, las mismas que pueden agruparse en convergentes y divergentes.

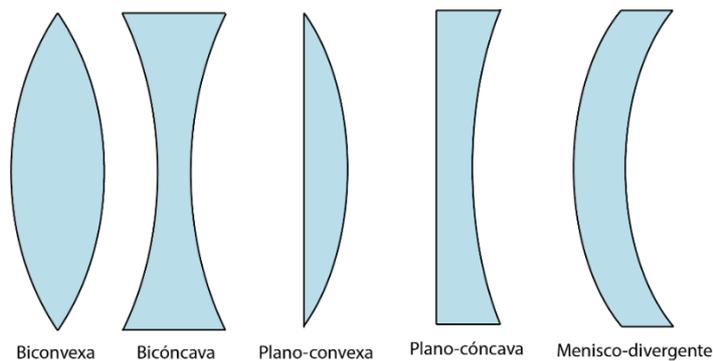


Figura 3.6 Tipos de lentes delgadas.

Lentes convergentes: Son más gruesas en el centro que en los extremos.

Lentes divergentes: Son más delgadas en el centro que en los extremos.

Para experimentos educativos se utilizan lentes similares a estos.



Figura 3.7 Lentes para experimentos educativos.

Construcción gráfica

Para determinar las ecuaciones que permita calcular la posición y tamaño de la imagen de un objeto formada por una lente, realizaremos un análisis geométrico y trigonométrico. Ya que tenemos los focos, comencemos trazando los tres rayos principales vistos en la unidad anterior.

Recordemos:

- Rayo 1: Rayo que parte del objeto y viene paralelo al eje después de la refracción llega al foco imagen (definición de foco imagen).
- Rayo 2: Rayo que parte del objeto y pasa por el centro de la lente no se desvía (debido a que aplicando la ley de Snell a ambas superficies).
- Rayo 3: Rayo que parte del objeto o como si viniera de él y pasa por el foco objeto después de la refracción sale paralelo al eje óptico (definición de foco objeto).

En el cruce de estos rayos se formará la imagen del objeto, por lo que no es necesario utilizar los 3 rayos basta con dos de los 3 para que se tenga el punto, tal como se muestra en la figura 3.8.

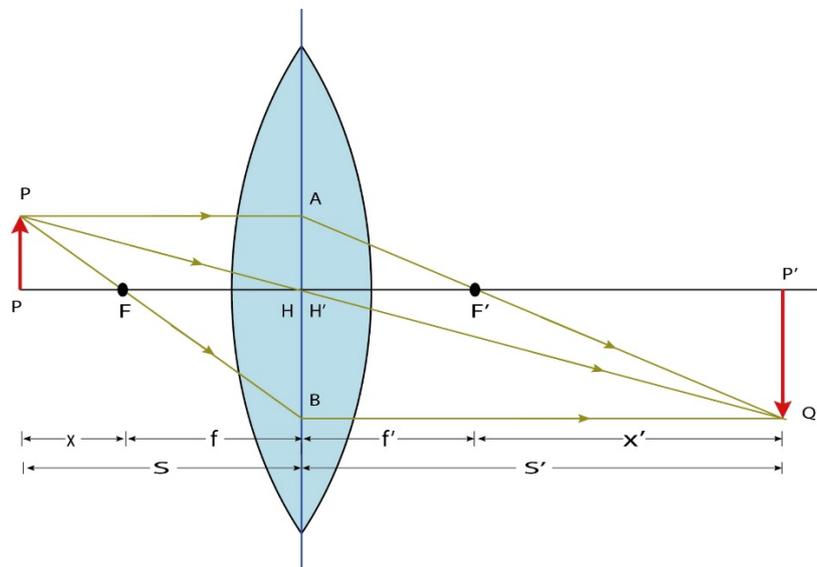


Figura 3.8 Rayos principales en una lente delgada.

Con los rayos trazados, los focos, los puntos principales, el objeto y su imagen se pueden trazar triángulos que en algunos casos son semejantes.

Posición de la imagen

Existen dos formas para determinar la ecuación de posición y aumento lateral de una imagen, la una se la conoce como forma Gaussiana (muy conocida, es la que generalmente se ve en los libros de física) y la otra es la forma Newtoniana, no muy conocida, pero en algunos casos resulta ser muy útil.

$$\begin{aligned}
 \Delta PQF &\approx \Delta FHB \\
 \frac{PQ}{PF} &= \frac{HB}{FH} \\
 PQ &= y \\
 PF &= x \\
 HB &= -y' \\
 FH &= f \\
 \frac{y}{x} &= \frac{-y'}{f}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \Delta AH'F' &\approx \Delta F'P'Q' \\ f &= f' \\ \frac{y}{f'} &= \frac{-y'}{x'} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Delta QAB &\approx \Delta FHB \\ \frac{y - y'}{S} &= \frac{-y'}{f} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta ABQ' &\approx \Delta AH'F' \\ \frac{y - y'}{S'} &= \frac{y}{f} \end{aligned} \quad (4)$$

Sumamos (3) y (4):

$$\begin{aligned} \frac{y - y'}{S} + \frac{y - y'}{S'} &= \frac{-y'}{f} + \frac{y}{f} \\ \frac{y - y'}{S} + \frac{y - y'}{S'} &= \frac{y - y'}{f} \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{1}{f}}$$

La ecuación anterior se la conoce como ecuación en lentes delgadas de la forma Gaussiana.

Ahora, si dividimos (1) para (2):

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \frac{-y'}{f} \\ \frac{y}{f'} &= \frac{-y'}{x'} \\ \frac{f}{x} &= \frac{x'}{f} \end{aligned}$$

$$\boxed{x \cdot x' = f^2}$$

La ecuación anterior se la conoce como ecuación de lentes delgadas de la forma Newtoniana.

Aumento lateral: Recordando la definición dada anteriormente.

$$m = \frac{y'}{y}$$

Dividimos (3) para (4):

$$\frac{y - y'}{S} = \frac{-y'}{f}$$

$$\frac{y - y'}{S'} = \frac{y}{f}$$

$$\frac{1/S}{1/S'} = \frac{-y'}{y}$$

$$\boxed{\frac{y'}{y} = \frac{-S'}{S}}$$

La ecuación anterior es para determinar el aumento lateral de forma Gaussiana.

Ahora, de las ecuaciones (1) y (2):

$$\frac{y}{x} = \frac{-y'}{f}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} (1) \quad m = \frac{y'}{y} \quad \rightarrow \quad \frac{y'}{y} = \frac{-f}{x} \\ (2) \quad \frac{y}{f'} = \frac{-y'}{x'} \quad \rightarrow \quad \frac{y'}{y} = \frac{-x'}{f} \end{array}}$$

Las ecuaciones anteriores sirven para calcular el aumento lateral de la imagen de forma Newtoniana.

Imágenes que actúan como objetos

En la mayoría de instrumentos ópticos se utilizan más de una lente, por lo que la imagen de una lente puede servir como objeto para la siguiente. Las imágenes sirven de objeto así no lleguen formarse, tal como se muestra en la figura 3.9

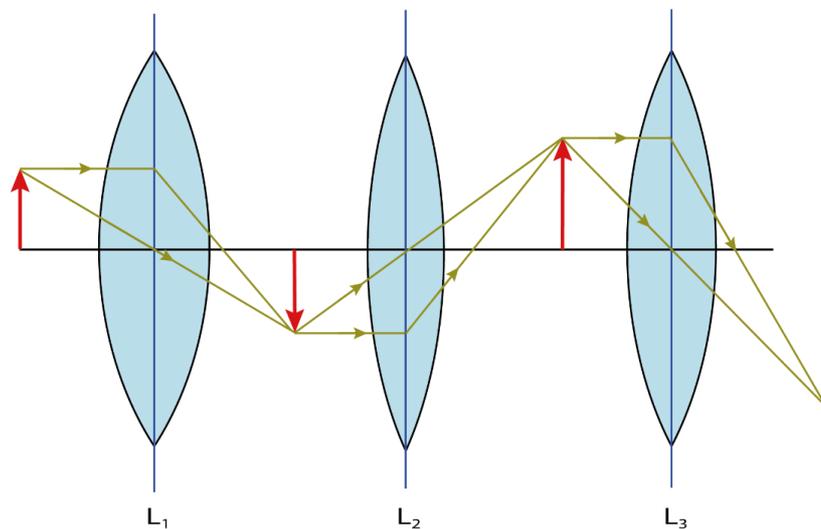


Figura 3.9 Imágenes que actúan como objetos

Lentes divergentes

Hasta ahora se ha trabajado con lentes convergentes, es decir, aquellas donde la luz después de atravesar la lente converge para formar una imagen.

En la que utilizábamos la ecuación:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$f = + \quad (\text{positiva})$$

A esta lente se le conoce como lente positiva.

También existen lentes donde la luz después de atravesarlas diverge, a esta lente se la conoce como lente divergente.

En dónde su ecuación de distancia focal es:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$f = - \quad (\text{negativa})$$

Foco objeto y plano focal objeto

De la misma manera que lo visto en las lentes convergentes, una lente divergente tiene un foco objeto y un plano focal objeto, tal como se muestra en la figura 3.10.

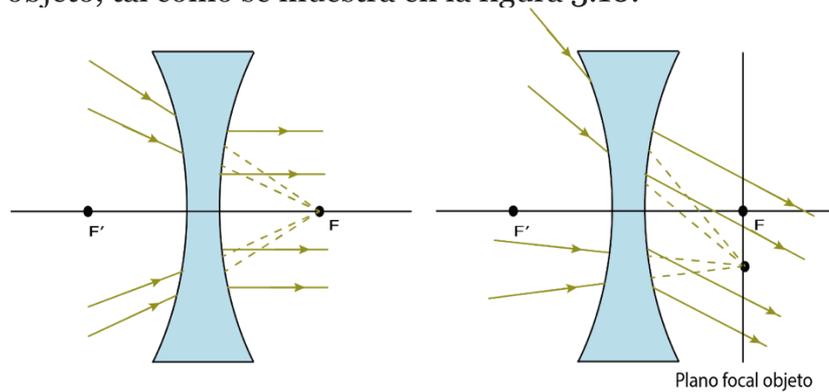


Figura 3.10 Focos de una lente divergente

Foco imagen y plano focal imagen

De la misma manera que lo visto en las lentes convergentes, una lente divergente tiene un foco imagen y un plano focal imagen, tal como se muestra en la figura 3.11.

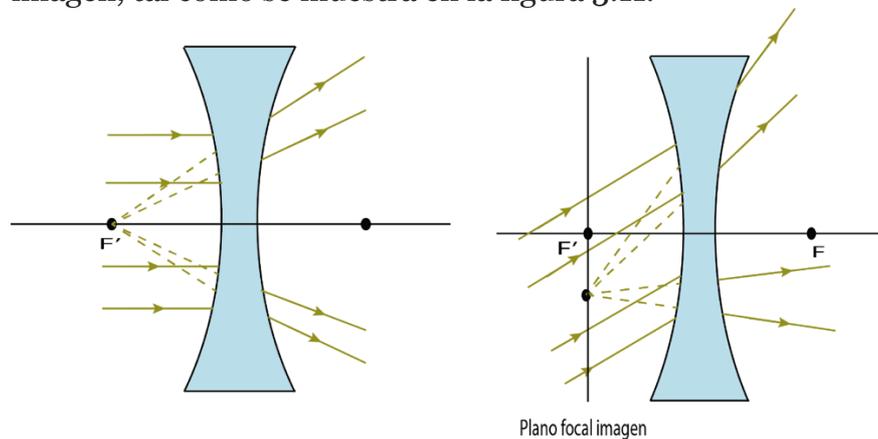


Figura 3.11 Planos principales de una lente divergente

Representación gráfica de las lentes

Como se observó anteriormente para determinar gráficamente la posición y aumento lateral de una imagen no hace falta dibujar toda la lente sino únicamente sus planos principales y en el caso de una lente delgada, solo un

plano. Para diferenciar entre un plano principal de una lente convergente de una lente divergente, se lo hace de la siguiente manera. Figura 3.12.

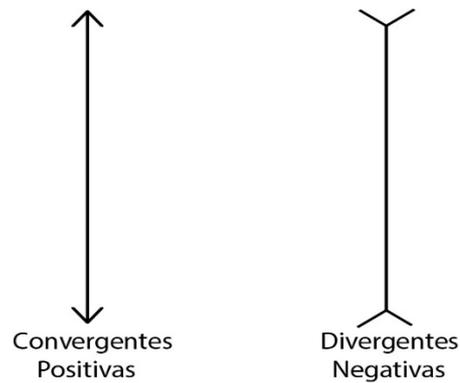


Figura 3.12 Forma de representar los lentes

Potencia óptica de la lente

Este término hace referencia a que tan potente es la lente, se lo define como el inverso de su distancia focal y se mide en dioptrías, es decir:

$$P = \frac{1}{f} \text{ dioptrías}$$

Lentes gruesas

Se llama lente gruesa cuando su espesor es considerable en relación a sus radios de curvatura, por ejemplo, radio de curvatura 6 cm y espesor 3,8 cm, como se muestra en la figura 3.13.



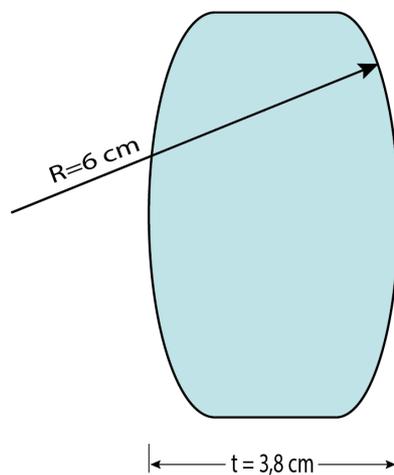


Figura 3.13 Lente gruesa

Se puede determinar la posición y tamaño de una imagen de un objeto, si aplicamos la ecuación de superficies esféricas a cada superficie, sin embargo, es un proceso muy tedioso y demorado, sobre todo si son algunas lentes. Vamos a tratar que las ecuaciones de Gauss y Newton para lentes delgadas puedan también utilizarse para lentes gruesas.

Para ello consideremos la siguiente lente gruesa sencilla en el que incide un rayo paralelo al eje, como se muestra en la figura 3.14. Con el rayo incidente, refractado, el eje óptico y los planos principales se forman triángulos semejantes que podemos compararlos.

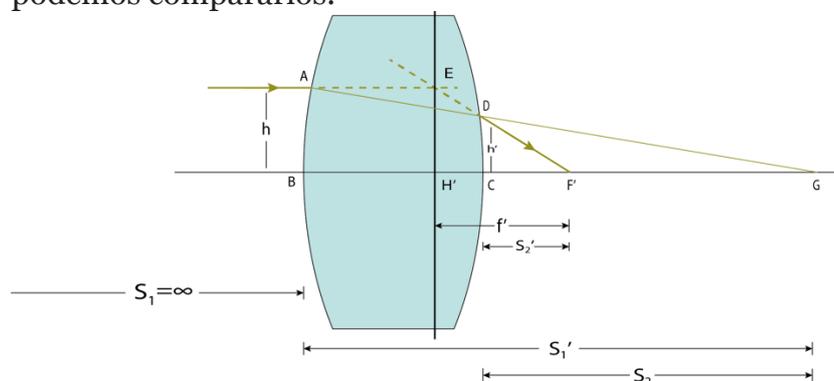


Figura 3.14. Rayo en una lente gruesa.

$$\Delta ABG \approx \Delta DCG$$

$$(1) \quad \frac{h}{S'_1} = \frac{h'}{-S_2}$$

$S_2 = -$ objeto virtual para la 2^{da} superficie.

$$* \quad \Delta ABG \approx \Delta DCG$$

$$(2) \quad \frac{h}{f'} = \frac{h'}{S'_2}$$

Dividiendo (1) para (2):

$$\frac{\frac{h}{S'_1}}{h} = \frac{\frac{h'}{-S_2}}{\frac{h'}{S'_2}}$$

$$\frac{f'}{S'_1} = -\frac{S'_2}{S_2}$$

$$f' = S'_1 \left(-\frac{S'_2}{S_2} \right)$$

En la ecuación anterior es necesario conocer S'_1 , S_2 y S'_2 , pero nos sirve para poder localizar H' (punto principal imagen) y si tenemos los planos principales, podemos utilizar las ecuaciones de Gauss y Newton.

Verificación que se pueden aplicar las ecuaciones de Gauss y Newton

Consideremos la siguiente lente gruesa, en la que ya se tienen identificados los puntos y planos principales, figura 3.15.

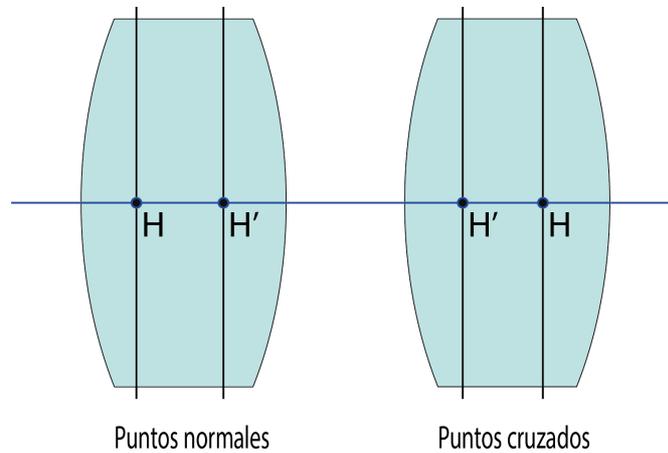


Figura 3.15. Planos principales en lentes gruesas.

Como se mencionó anteriormente para determinar gráficamente la posición y tamaño de una imagen no hace falta dibujar toda la lente sino únicamente los planos principales. En la figura 3.16, se han dibujado el eje óptico, los planos principales, el objeto y los rayos principales que salen de él. Con esto se pueden observar que se forman triángulos que pueden analizarse.

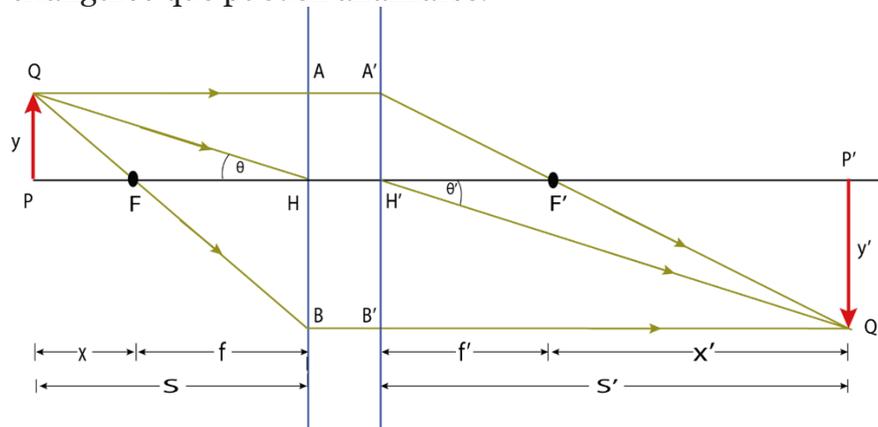


Figura 3.16. Gráfico de una lente gruesa con los rayos principales.

$$\begin{aligned}
 \Delta PQF &\approx \Delta FHB \\
 \frac{PQ}{PF} &= \frac{HB}{FH} \\
 \frac{y}{x} &= \frac{-y'}{f}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \Delta A'H'F' &\approx \Delta F'P'Q' \\ \frac{A'H'}{H'F'} &= \frac{P'Q'}{F'P'} \\ \frac{y}{f} &= \frac{-y'}{x'} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Delta QAB &\approx \Delta FHB \\ \frac{y-y'}{S} &= \frac{-y'}{f} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta A'B'Q' &\approx \Delta A'H'F' \\ \frac{y-y'}{S'} &= \frac{y}{f} \end{aligned} \quad (4)$$

Si sumamos (3) y (4), obtenemos la ecuación de Gauss para la posición de la imagen.

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{1}{f}$$

Si dividimos (1) para (2) obtenemos la ecuación de Newton para la posición de la imagen..

$$\frac{f}{x} = \frac{x'}{f}$$

$$x x' = f^2$$

Si dividimos (3) para (4) obtenemos la ecuación de Gauss para el aumento lateral de la imagen.

$$m = \frac{-S'}{S}$$

De las ecuaciones (1) y (2) obtenemos la ecuación de Newton para el aumento lateral de la imagen.

$$m = \frac{-f}{x} = \frac{-x'}{f}$$

Finalmente analicemos el rayo principal central,

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{-S'}{S}$$

$$\frac{y'}{S'} = \frac{-y}{S}$$

$$-\tan \theta' = \tan \theta$$

$$\theta' = \theta$$

Por lo que se concluye que el rayo central no se desvía $PH \parallel H'Q'$, sino sólo se desplaza.

Lentes compuestas

Con el objetivo de reducir las aberraciones de la luz, las lentes que se utilizan en instrumentos ópticos son lentes compuestas, por lo que es importante analizarlos.

Se considera lente compuesta a varias lentes sencillas que tiene un eje óptico común, pueden estar juntas o separadas entre sí. Una lente compuesta al igual que una lente sencilla tiene dos focos y puntos principales por lo que se pueden aplicar las ecuaciones de Gauss y Newton.

Si las lentes sencillas son gruesas, los focos han de determinarse mediante el cálculo de superficie por superficie, como se hizo anteriormente.

Sabemos que la distancia focal de una lente gruesa es:

$$f = S_1' \left(-\frac{S_2'}{S_2} \right)$$

Se puede generalizar para un sistema de lentes gruesas:

$$f = S'_1 \cdot \left(-\frac{S'_2}{S_2}\right) \cdot \left(-\frac{S'_3}{S_3}\right) \dots$$

Donde

$$S'_1, S_2, S'_2, S_3, S'_3, \dots$$

Son las distancias objeto e imagen medidas desde sus respectivas superficies.

Para el caso de un sistema de lentes delgadas se utiliza la misma ecuación.

$$f = S'_1 \cdot \left(-\frac{S'_2}{S_2}\right) \cdot \left(-\frac{S'_3}{S_3}\right) \dots$$

Donde

$$S'_1, S_2, S'_2, S_3, S'_3, \dots$$

Son las distancias objeto e imagen medidas desde los lentes.

Lente compuesta de lentes delgadas sencillas

Al igual que las lentes gruesas y sencillas, las lentes compuestas también tiene focos y planos focales, en la figura 3.17 se observa un rayo incidente paralelo al eje óptico, luego de atravesar la lente compuesta debería llegar al foco imagen.

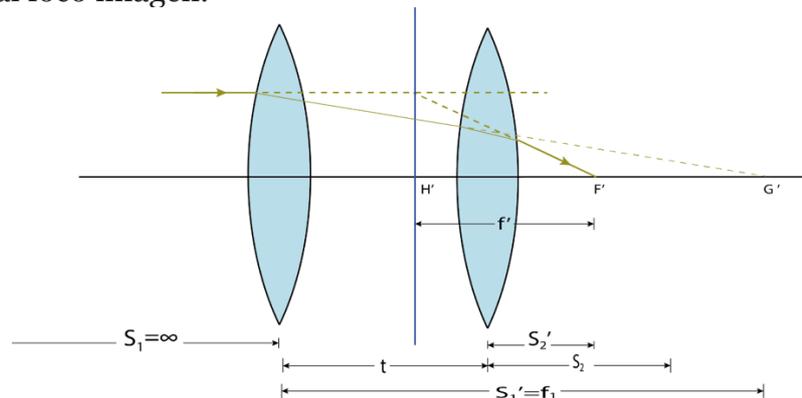


Figura 3.17 Rayo paralelo incidente en una lente compuesta

Aplicando la ecuación de Gauss, a lente por lente,

Sabemos que

$$\begin{aligned} S_1 &= \infty \\ S'_1 &= f_1 \quad (\text{foco de la lente 1}) \\ S_2 &= -(S'_1 - t) = -(f_1 - t) \end{aligned}$$

De la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S'_2} &= \frac{1}{f_2} \\ \frac{1}{S} + \frac{1}{S'} &= \frac{1}{f} \\ f &= S'_1 \left(-\frac{S'_2}{S_2} \right) \left(-\frac{S'_3}{S_3} \right) \\ f &= f_1 \left(-\frac{S'_2}{-(f_1 - t)} \right) \\ S'_2 &= \frac{f}{f_1} (f_1 - t) \\ \frac{1}{-(f_1 - t)} + \frac{1}{S'_2} &= \frac{1}{f_2} \\ \frac{1}{-(f_1 - t)} - \frac{1}{f_2} &= -\frac{1}{S'_2} \\ \frac{1}{(f_1 - t)} + \frac{1}{f_2} &= \frac{1}{S'_2} \\ \frac{f_2 + f_1 - t}{(f_1 - t)f_2} &= \frac{1}{S'_2} \\ \frac{f_2 + f_1 - t}{(f_1 - t)f_2} &= \frac{1}{\frac{f}{f_1} (f_1 - t)} \\ \frac{f_2 + f_1 - t}{f_2 f_1} &= \frac{1}{f} \\ \frac{f_2}{f_2 f_1} + \frac{f_1}{f_2 f_1} - \frac{t}{f_2 f_1} &= \frac{1}{f} \end{aligned}$$

Obteniendo así, la ecuación que permite calcular la distancia focal de una lente gruesa, la misma que se mide desde el foco hasta el punto principal.

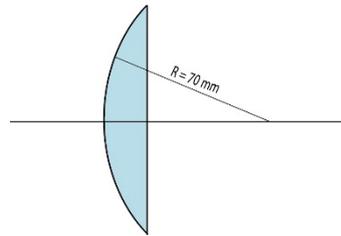
$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{t}{f_2 f_1} = \frac{1}{f}$$

Si las lentes no están separadas podemos considerar que la distancia t tiende a cero, es decir, $t \rightarrow 0$, obteniendo así una ecuación más sencilla.

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

Ejercicios resueltos

1.- Determine la distancia focal de una lente delgada planoconvexa que cuenta un radio de 70 mm y un índice de refracción de 1,5. la luz incide tanto por la cara convexa como en la plana.



con

Si

Cuando la luz índice por la cara convexa tenemos los siguientes datos:

$$R_1 = +70 \text{ mm}$$

$$R_2 = \infty$$

De la ecuación

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{70} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (0,5) \left(\frac{1}{70} - 0 \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{140}$$

$$f = +140 \text{ mm}$$

Ahora si la luz incide por la cara plana tenemos los siguientes datos:

$$R_1 = \infty$$

$$R_2 = -70 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-70} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (0,5) \left(0 + \frac{1}{70} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{140}$$

$$f = +140 \text{ mm}$$

Con esto podemos concluir que es indiferente el considerar como primera una u otra superficie por donde incide la luz, es decir, las distancias focales objeto e imagen son iguales en toda lente delgada.

2.- Se tiene una lente biconvexa compuesta de vidrio con un índice de refracción de 1,5. Si la distancia focal es de 65 mm y el radio de curvatura de una de las superficies es tres veces el de la otra, calcúlese los radios de dicha lente.

Tenemos los siguientes datos:

$$R_1 = +R$$

$$R_2 = -3R$$

Por lo tanto, se tiene

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{65} = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{-3R} \right)$$

$$\frac{1}{65} = (0,5) \left(\frac{4}{3} R \right)$$

$$\frac{1}{65} = \frac{2}{3} R$$

$$R = \frac{3}{130} \text{ mm}$$

Por lo tanto:

$$R_1 = \frac{3}{130} \text{ mm} \approx 0,023 \text{ mm}$$

$$R_2 = \frac{3}{130} \cdot 3 = \frac{9}{130} \text{ mm} \approx 0,07 \text{ mm}$$

Es indiferente si se toma al R_1 y R_2 con signos intercambiados ya que al final la respuesta se tendrá un valor negativo del radio debiéndose tomar valor absoluto del mismo para llegar a las anteriores respuestas.

3.- Se tiene un cierto objeto ubicado a 6 cm de una lente divergente o negativa cuya distancia focal es igual a -4 cm. Determínese ¿Dónde se formará la imagen? ¿Cuánto vale su aumento?

Tenemos los siguientes datos

$$s = +6 \text{ cm}$$

$$f = -4 \text{ cm}$$

Se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{6} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{-4} \\ \frac{1}{s'} &= -\frac{5}{12} \\ s' &= -2,4 \text{ cm}\end{aligned}$$

Su aumento lateral será:

$$\begin{aligned}m &= -\frac{s'}{s} \\ m &= -\frac{-2,4}{6} \\ m &= 0,4 \\ \frac{y'}{y} &= 0,4 \\ y' &= 0,4 y\end{aligned}$$

Por lo tanto, la imagen estará a 2,4 cm del centro de la lente. Además, el tamaño de la imagen será más pequeño que el objeto. La imagen será virtual.

4.- Suponga una lente que tiene una distancia focal de 60 cm. Determine la posición del objeto que genera las siguientes imágenes: a) real y 4 veces más grande, b) real y 4 veces menor y c) virtual y 4 veces mayor.

Para el literal (a) tenemos lo siguiente:

Si es una imagen real $s' = +$ y el aumento $m = -4$ porque $s > 0$

Se sabe que:

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$$-4 = -\frac{s'}{s}$$

$$4s = s'$$

Además, sabemos que:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{4s} = \frac{1}{60}$$

$$\frac{5}{4s} = \frac{1}{60}$$

$$s = 75 \text{ cm}$$

Para el literal (b) se tiene:

Si es una imagen real $s' = +$ y el aumento $m = -\frac{1}{4}$ porque $s > 0$

Se sabe que:

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$$-\frac{1}{4} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{4}s = s'$$

Además, sabemos que:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{1}{4}s} = \frac{1}{60}$$

$$\frac{5}{s} = \frac{1}{60}$$

$$s = 300 \text{ cm}$$

Para el literal (c) tenemos:

Si es una imagen virtual $s' = -$ y el aumento $m = 4$ porque $s > 0$

Se sabe que:

$$m = -\frac{s'}{s} \quad 4 = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{4} = -\frac{s}{s'}$$

$$-\frac{1}{4s} = \frac{1}{s'}$$

Además, sabemos que:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{4s} = \frac{1}{60}$$

$$\frac{3}{4s} = \frac{1}{60}$$

$$s = 45 \text{ cm}$$

Como $s < f$ siempre formara una imagen virtual.

5.- Se tiene un instrumento óptico que consiste en dos lentes idénticas con una distancia focal de +20 cm y están separadas por una distancia de 10 cm. Determínese la posición del foco en relación a la lente más cercana.

Ténganse en cuenta el siguiente razonamiento: Cuando los rayos paralelos llegan al sistema óptico, estos convergen hacia su foco. Posteriormente, debemos tomar en cuenta un objeto ubicado en el infinito y determinar el punto donde se genera la imagen final. Por lo tanto:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'}$$

$$\frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}$$

$$\frac{1}{s_1'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{\infty}$$

$$s_1' = 20 \text{ cm}$$

O también se podría haber considerado lo siguiente:

$$s_1 = \infty$$

$$s_1' = f_1$$

Por lo tanto, la primera imagen se va a formar a la derecha de la segunda lente ya que $s_1' > 10$ (*distancia de separación*). Esta imagen se convierte ahora en objeto para la segunda lente.

$$s_2 = -(s_1' - t)$$

$$s_2 = -(20 - 10)$$

$$s_2 = -10 \text{ cm}$$

Aplicando nuevamente:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'}$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{s_2'}$$

$$\frac{1}{20} - \frac{1}{-10} = \frac{1}{s_2'}$$

$$\frac{3}{20} = \frac{1}{s_2'}$$

$$s_2' = 6,67 \text{ cm}$$

Por lo tanto, la distancia focal vale 6,67 cm con respecto a la segunda lente.

6.- Se tiene una lente divergente que genera una imagen 4 veces más pequeña que el objeto cuando la distancia entre la imagen y el objeto es de 66 cm. Determinar: a) La posición del objeto, b) la posición "i" de la imagen, c) La distancia focal de la lente.

Téngase en cuenta la siguiente:

$$s > 0 \text{ (objeto)}$$

$$f < 0 \text{ (lente divergente)}$$

$$s = -(imagen \text{ virtual})$$

$$m = \frac{1}{4}$$

Se tiene que:

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{4} = -\frac{s'}{s}$$

$$-\frac{1}{4}s = s'$$

Ahora se sabe que:

$$66 = s - (|s'|)$$

$$66 = s - \frac{1}{4}s$$

O lo mismo que

$$66 = s - (-s')$$

$65 = s + s'$ (recordando que s' es negativo si está a la izquierda de la lente)

Reemplazando

$$66 = s - \frac{1}{4}s$$

$$66 = \frac{3}{4}s$$

$$s = 88 \text{ cm}$$

Teniendo eso podemos calcular s' ya que:

$$-\frac{1}{4}s = s'$$

$$-\frac{1}{4}(88) = s'$$

$$s' = -22 \text{ cm}$$

Con esto calculemos la distancia focal:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{88} - \frac{1}{22}$$

$$\frac{1}{f} = -\frac{3}{88}$$

$$f = -29,33 \text{ cm}$$

Por lo tanto, es una lente divergente o negativa.

7.- Se tiene un sistema óptico formado por dos lentes convergentes con distancias focales de 40 y 60 cm respectivamente separadas 50 cm. Si a 45 cm de la primera lente se coloca un objeto, encuentre la posición y aumento de la imagen formada por dicho sistema.

Para la primera lente se tiene:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{40} - \frac{1}{45}$$

$$s' = 360 \text{ cm}$$

Ahora esta imagen pasa a ser objeto para la segunda lente:

$$s_2 = 360 - 50$$

$$s_2 = 310$$

Como el objeto está a la derecha de la lente y por el convenio de signos acordado se tiene que:

$$s_2 = -310$$

Con esto calculemos la posición de la imagen final formada

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'}$$

$$\frac{1}{60} = -\frac{1}{310} + \frac{1}{s_2'}$$

$$s_2' = 50,27 \text{ cm}$$

La imagen se formará a 50,27 cm a la derecha de la segunda lente siendo esta real.

Su aumento total será:

$$m_T = m_1 \cdot m_2$$

$$m_T = -\frac{360}{45} \cdot \left(-\frac{50,27}{-310}\right)$$

$$m_T = -1,3$$

La imagen será un poco más grande que el objeto e invertida.

9.- Se tiene un objeto que está a una distancia de 8 cm de una lente con una distancia focal de 4 cm. A una cierta distancia de la primera lente se coloca otra lente idéntica. Si la imagen final es virtual y tiene un tamaño dos veces mayor al objeto e invertida, calcule la separación entre las lentes.

Para la primera lente se tiene:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{s_1'}$$

$$s_1' = 8 \text{ cm}$$

Su aumento será:

$$m_1 = -\frac{s_1'}{s_1}$$

$$m_1 = -\frac{8}{8}$$

$$m_1 = -1$$

Ahora la imagen creada pasa a ser objeto de la segunda lente cuyo $s_2 = t - 8$

Ténganse en cuenta lo siguiente: para que la imagen sea virtual $s_2' = -$ por lo tanto su aumento debe ser positivo.

$$m_2 = -\frac{s_2'}{s_2}$$

$$-s_2 \cdot m_2 = s_2'$$

Para determinar m_2 ténganse en cuenta lo siguiente:

$$|m_T| = |m_1 \cdot m_2|$$

$$|2| = |-m_2|$$

$$|m_2| = 2$$

Nota: Se pone $|2|$ porque no se sabe si la imagen final es derecha o invertida. Con esto m_2 no puede ser -2 porque como se dijo anteriormente la imagen es virtual. Si se toma con $m_2 = -2$ se tiene que s_2' necesariamente va a ser positivo.

$$-2s_2 = s_2'$$

Reemplazando en:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} + \frac{1}{-2s_2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{2s_2}$$

$$s_2 = 2 \text{ cm}$$

Pero $t = s_1' + s_2 \Rightarrow t = 8 + 2 \Rightarrow t = 10 \text{ cm}$. O bien reemplazando la equivalencia $s_2 = t - 8$ en la ecuación anterior se tiene

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{t-8} - \frac{1}{2t-16}$$

Resolviendo dicha ecuación se tiene: $t = 10$

En cualquiera de los dos métodos, la separación entre las lentes será de 10 cm.

Comprobemos si nuestra respuesta es la correcta

$$s_2 = 10 - 8$$

$$s_2 = 2$$

$$s_2' = -4$$

Se tiene que

$$|2| = \left| -\frac{s_1'}{s_1} \cdot \left(-\frac{s_2'}{s_2} \right) \right|$$

$$|2| = \left| -\frac{8}{8} \cdot \left(-\frac{-4}{2} \right) \right|$$

$$2 = | -1 \cdot (2) |$$

$$2 = 2$$

Es evidente que la imagen final va a ser invertida y dos veces más grande.

9.- En un medio con un índice de refracción de 1,3 se sumerge una lente plana convexa de radio de 30 cm e índice de refracción 1,5, calcúlese: la posición de la imagen si se sabe que un objeto se encuentra a 30 cm del foco de dicha lente, característica de la imagen.

Se sabe que para una lente de índice n_1 sumergida en un medio con un índice n_2 la distancia focal esta determinada de la siguiente manera

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5}{1,3} - 1 \right) \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{195}$$

$$f = 195 \text{ cm}$$

Si el objeto se encuentra a 30 cm del foco se tiene que $x = 30$

La ecuación de forma newtoniana para lentes es:

$$xx' = f^2$$

$$x' = \frac{(195)^2}{30}$$

$$x' = 1\ 267,5 \text{ cm}$$

Pero $s = x + f$ y $s' = x' + f$. Con esto tenemos que:

$$s = (30 + 195) \text{ cm}$$

$$s = 225 \text{ cm}$$

$$s' = x' + f$$

$$s' = (1\ 267,5 + 195) \text{ cm}$$

$$s' = 1\ 462,5 \text{ cm}$$

Su aumento será entonces $m = -\frac{s'}{s} = -\frac{1\ 462,5}{225} = -6,5$

Como $s' > 0$ es una imagen real, invertida y 6,5 veces más grande que el objeto original. La misma estará a 1 462,5 cm a la derecha de la lente.

10.- Dado que la distancia focal de la lente en la figura es de +6 cm, calcúlese el radio del espejo para que la imagen I coincida con el objeto O.

Aplicando las ecuaciones para la lente se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{8} &= \frac{1}{s'} \\ s' &= 24 \text{ cm} \end{aligned}$$

La imagen se formará a 24 cm a la derecha de la lente o 9 cm a la derecha del espejo. Dado que la imagen final aparece sobre el objeto, podemos inferir que se origina a partir de un objeto situado a 24 cm a la derecha de la lente, el cual también se encuentra a 9 cm a la derecha del espejo. Por lo tanto, podemos concluir que las posiciones del objeto y de la imagen con respecto al espejo son las siguientes: $s_2 = -9 \text{ cm}$ y $s_2' = 9 \text{ cm}$ (pasa a ser objeto y este se encuentra a la derecha del vértice del espejo). Con esto planteamos la ecuación de la reflexión para una superficie esférica:

$$\begin{aligned} -\frac{2}{R} &= \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_2'} \\ -\frac{2}{R} &= \frac{1}{-9} - \frac{1}{9} \\ -\frac{2}{R} &= -\frac{1}{9} - \frac{1}{9} \\ R &= 9 \text{ cm} \end{aligned}$$

Como R es positivo se trata de un espejo convexo.

3.20 Ejercicios propuestos

1.- Demuéstrese una expresión análoga a $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ para calcular la distancia focal de una lente delgada de

índice n_1 sumergida en un medio de índice de refracción n_2 .
Sugerencia: Se debe tomar en cuenta la transmisión a través de dos superficies esféricas refringentes consecutivas.

$$R: \frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

2.- Considere una lente cuyo índice de refracción es de 1,5. Teniéndose en cuenta que el radio de la primera es 40 cm y el de la segunda 70 cm. Calcule la distancia focal de dicha lente. **R: $f = 50,91 \text{ cm}$**

3.- Se tiene una lente cóncavo-convexa de vidrio de índice 1,5 sumergida en un medio de índice de refracción 1,36. Si dicha lente está formada por una superficie cóncava de radio 20 cm y una superficie convexa de 60 cm de radio. Determínese su distancia focal en dicho medio. **R: $f = 2,914 \text{ m}$**

4.- Una lente delgada biconvexa de superficies simétricas de radio de 40 cm. Se tiene un cierto objeto situado a 1,75 m de dicha lente y genera una imagen a 47,5 cm perpendicular al eje óptico de dicha lente. Determine el índice de refracción de dicha lente. **R: 1,535**

5.- La distancia que separa entre un foco y una pantalla plana es de 2m. En medio de dicha distancia se coloca una lente positiva de una distancia focal de 24 cm. ¿Para qué posiciones la imagen del filamento de dicho foco incandescente se verá nítida en la pantalla? **R: $s_1 = 28 \text{ cm}$ y $s_2 = 172 \text{ cm}$**

6.- Inmersa en el medio aire se tiene una lente bicóncava de índice de refracción 1,5 y que tiene una distancia focal de 45 cm. Calcúlese los radios de curvatura de dicha lente si sabe que están en la relación de 3 es a 5. **R: $R_1 = 36 \text{ cm}$ y $R_2 = 60 \text{ cm}$**

7.- Una lente negativa o divergente inmersa en el aire que tiene un índice de refracción de 1,53 con una potencia de -3 dioptrías. Si a dicha lente se la sumerge en cloroformo de

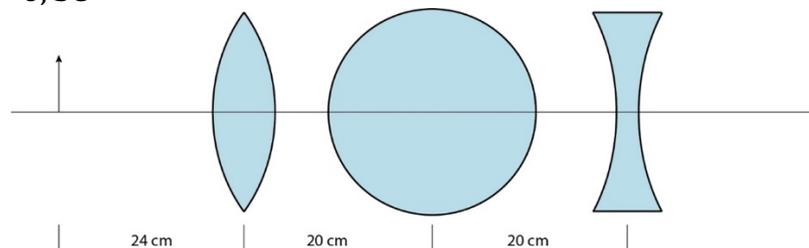
índice de refracción 1,446 ¿Cuál será su nueva potencia sumergida en dicho medio? **R: $P = -0329$ dioptrías**

8.- Considere el sistema compuesto por dos lentes convergentes iguales que están separadas 70 cm con una distancia focal de 20 cm. Si se coloca un objeto a 40 cm de la primera lente convergente, calcule: a) posición de la imagen que da el sistema, b) el aumento lateral total, c) características de la imagen formada como su altura final, d) Elabore el diagrama de rayos correspondiente.

R: a) 60 cm con respecto a la segunda lente, b) 2, c) imagen derecha, 2 veces más grande y de 80 cm de altura.

9.- Un sistema óptico se compone de una lente convergente con una distancia focal de +12 cm, una esfera de vidrio con un diámetro de 30 cm e índice de refracción de 1.5, y una lente divergente con una distancia focal de -14 cm, tal como se muestra en la siguiente figura. Si un objeto está ubicado a 24 cm de la lente convergente, determínese la posición y el aumento total de la imagen vista por un observador a través de la lente divergente. Sugerencia: considere 4 partes: cuando la luz entra por la lente convergente, cuando la luz entra por la esfera, cuando sale por la esfera y cuando entra por la lente divergente:

R: 7,6 cm por detras de la lente divergente, $m_T = -0,38$



10.- Se tiene una lente biconvexa simétrica de iguales radios cuyo valor en centímetros es 80 y cuyo índice de refracción es 1,52. Determine la distancia mínima entre el objeto y la imagen creada por la lente. **R: $d \approx 308$ cm**

UNIDAD 4. INSTRUMENTOS ÓPTICOS

Con el fin de mejorar la visión de los objetos, los instrumentos ópticos son dispositivos que utilizan lentes, espejos u otros elementos ópticos para enfocar, ampliar o modificar la luz del entorno. Se utilizan en una amplia variedad de aplicaciones, como la astronomía, fotografía, medicina, navegación, etc.

Comencemos analizando al instrumento óptico por naturaleza, nuestro ojo humano.

El ojo

Considerado un instrumento óptico complejo debido a la gran cantidad de elementos que lo componen, puesto que es el encargado de que podamos observar todo lo que nos rodea. El ojo humano tiene forma aproximadamente esférica con 2,5 cm de diámetro, la función principal es receptar la luz que proviene del entorno y transformarla en impulsos eléctricos para transmitirle al cerebro.

Primero se debe conocer los índices de refracción de los líquidos presentes en el ojo.

$$\begin{aligned}n_{acuoso} &= n_{vitreo} = 1,336 \\ n_{cristalino} &\approx 1,437\end{aligned}$$

En la figura 4.1 se muestra el bosquejo de ojo y algunos de los elementos importantes que nos servirán para estudiarlo como instrumento óptico, además de ello se muestra la imagen de un ojo real para poder compararlo y entender con mayor detalle sus componentes.

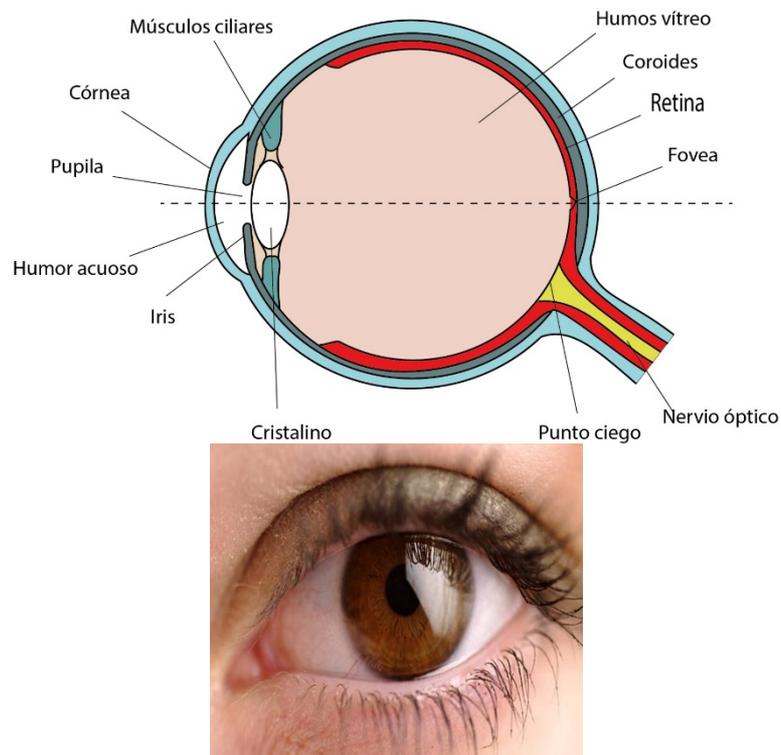


Figura 4.1 Ojo humano.

Córnea: El ojo se encuentra rodeado por la esclerótica “el blanco de los ojos” que se hace transparente en su parte frontal, formando la córnea, se puede considerar como un dioptrio con un $n \approx 1,37$. La mayor parte de la refracción de la luz es producida en la córnea. Detrás de la córnea está el humor acuoso “cámara anterior” su función principal es proporcionar nutrientes a la córnea y al cristalino.

Iris: Está inmerso en el humor acuoso, responsable del color de los ojos. Es un conjunto de músculos radiales y circulares que hacen de diafragma, abriendo o cerrando la pupila, este proceso es involuntario y depende de la intensidad de la luz observada.

La pupila: Es de color negro debido a que los rayos de luz que entran no son reflejados y no salen, cuando la pupila se

abre se denomina midriasis y cuando la pupila se cierra se denomina miosis, tal como se muestra en la siguiente figura.

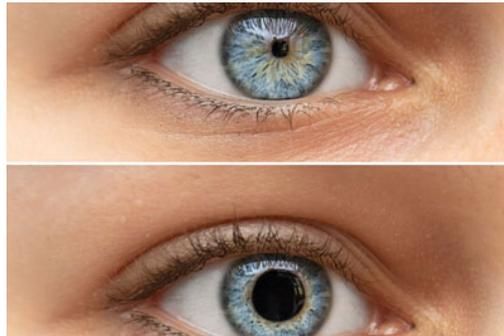


Figura 4.2 Miosis y midriasis.

Como la pupila es un orificio que deja pasar la luz en ocasiones es posible observar el interior del ojo, donde se encuentra la retina, la misma que es de color rojo. Esto provoca que en algunas fotos que se toman con flash en ambientes oscuros se puede ver los ojos rojos, ¿por qué crees que ocurre eso?

Cristalino: Es una lente biconvexa modificable, con un índice de refracción de 1,38 en la periferia y 1,4 en el núcleo. Debido a su elasticidad y los músculos ciliares puede cambiar su forma y distancia focal para enfocar objetos cercanos o lejanos. El alcance de acomodación del cristalino depende de la edad y disminuye con el aumento de la misma debido a que los músculos pierden flexibilidad. El sistema córnea - cristalino es el encargado de enfocar la luz hacia la retina.

Humor vítreo: En el interior del ojo después del cristalino está en humor vítreo, es un gel transparente, más denso que el humor acuoso y es el que rellena el interior de ojo.

Retina: Es una capa rojiza de 0,5 mm de espesor formada por millones de células fotosensibles, llamadas bastones y conos. La retina es la pantalla donde se forma la imagen del objeto que es observado por el ojo.

Bastones: Células sensibles a la intensidad de la luz.

Conos: Células sensibles al color.

El nervio óptico: Es el encargado de llevar los impulsos nerviosos al cerebro, donde se junta el nervio óptico y la retina no existe células fotosensibles por lo que se forma un punto ciego, es decir si la imagen se forma en este lugar no se ve.

Puede demostrarse el punto ciego con la siguiente actividad; tape el ojo izquierdo con una mano y observe la X de la siguiente imagen con ojo derecho, aléjese y acérquese de la pantalla alrededor de 25 cm, describa qué ocurre con el cuadrado y el círculo.



Figura 4.3 Actividad para demostrar el punto ciego de un ojo

Fóvea: Parte de la retina donde se encuentran más conos que bastones, ahí es la visión en alta resolución.

Enfoque del ojo: En teoría el rango de visión de un ojo sano se encuentra entre el punto más cercano que puede ver sin distorsión, denominado punto próximo que es en promedio a 25 cm del ojo y el punto más lejano que puede ver, denominado punto remoto, que es el infinito, es decir.

Punto remoto → infinito.

Punto próximo → 25 cm.

Presbicia: Es el alejamiento del punto próximo con la edad.

Edad/años	Punto próximo/cm
10	7
20	10
30	14
40	22
50	40
60	200

Esto demuestra que con la edad es inevitable tener problemas de la visión puesto que el punto próximo se aleja y necesitamos alejar los objetos para verlos con claridad.

Acomodación del ojo: Para que un ojo pueda ver entre el punto próximo y el punto remoto necesita variar su distancia focal, puesto que sólo tiene una lente, por lo que cambia los radios de curvatura del cristalino, tal como se muestra en la figura 4.4.

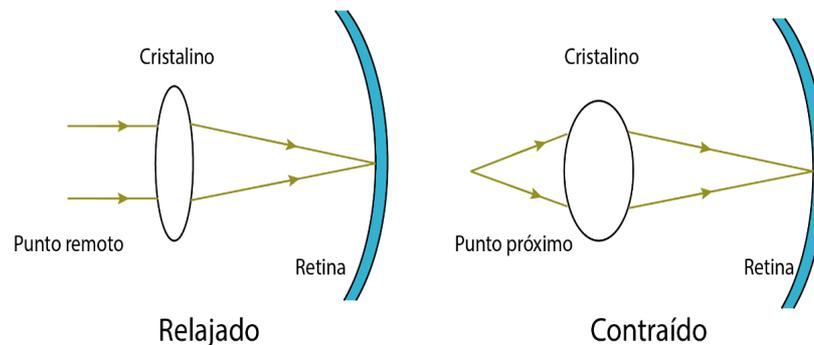


Figura 4.4 Acomodación del ojo

Cuando no se contrae puede ver el infinito y el foco está en la retina.

Defectos de la visión

Miopía: Es el defecto cuando la persona no puede ver de lejos, la imagen se forma delante de la retina, los rayos que vienen del objeto convergen antes de lo debido, tal como se muestra en la figura 4.5(a). Para su corrección debe utilizar una lente divergente que separe un poco los rayos antes de

entrar al ojo de modo que converjan exactamente en la retina, tal como se muestra en la figura 4.5(b).

En un ojo miope el punto próximo está más cerca de lo normal y el punto remoto ya no está en el infinito sino en un punto finito.

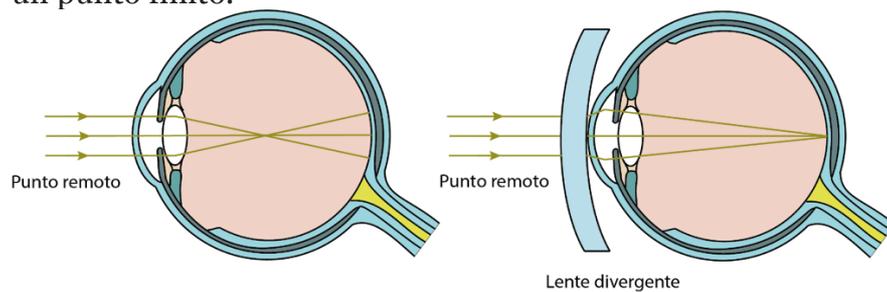


Figura 4.5 (a) formación de la imagen (b) corrección del defecto.

Hipermetropía: Es el defecto cuando la persona no puede ver bien de cerca, la imagen se forma detrás de la retina, los rayos que provienen del objeto convergen después de lo debido tal como se muestra en la figura 4.6(a). Para su corrección debe utilizar una lente convergente que converja un poco los rayos antes de entrar al ojo de modo que se forme justo en la retina, tal como se muestran en la figura 4.6 (b). En un ojo hipermetrope el punto próximo está más lejos de lo normal y el punto remoto en el infinito.

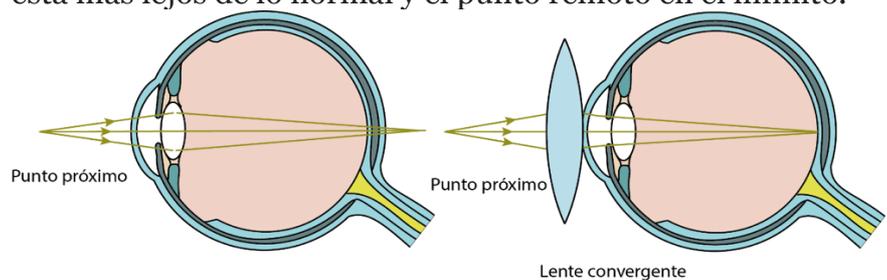


Figura 4.6 (a) formación de la imagen (b) corrección del defecto.

Astigmatismo: Las personas que tienen este defecto no ven por igual los distintos planos de visión, la córnea y el cristalino presentan distintas curvaturas para distintos planos, por lo que los elementos verticales y horizontales se proyectan a distintas distancias, tal como se muestra en la

figura 4.7(a). Se corrigen con lentes que actúan diferente en los planos de la visión, tal como se muestra en la figura 4.7(b).

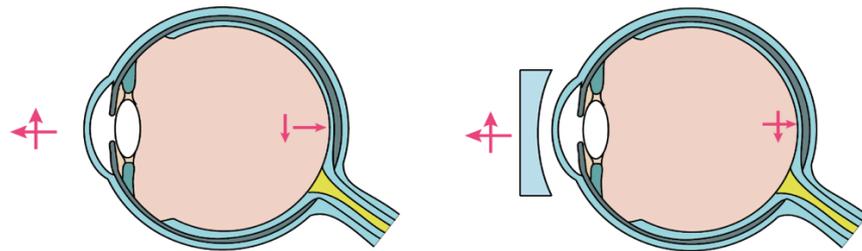


Figura 4.7 (a) formación de la imagen (b) corrección del defecto.

Cirugía refractiva: Es un procedimiento quirúrgico que se realiza para corregir los defectos del ojo, como la miopía, la hipermetropía y el astigmatismo, consiste en cambiar permanentemente la forma de la córnea para cambiar su distancia focal.

Microscopio simple o lupa

El microscopio simple también llamado lupa es un instrumento óptico que permite observar una imagen ampliada de un objeto pequeño, esto permiten que se observen detalles de un objeto que a simple vista sería imposible, su característica más importante es que está compuesta únicamente por una lente.



Funcionamiento: Se sabe que el ojo proyecta la imagen de un objeto sobre la retina, puesto que el cristalino actúa como una lente convergente, tal como se observa en la imagen 4.8.

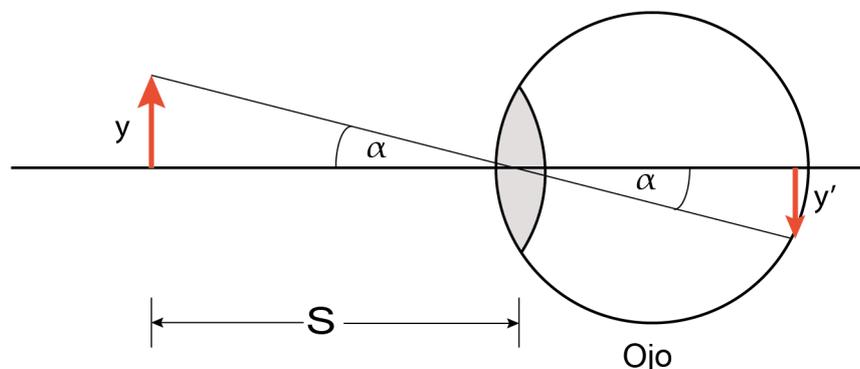


Figura 4.8 Imagen de un objeto sobre la retina

Si analizamos la figura 4.8 notamos que el cristalino al actuar como una lente convergente podemos trazar unos de los tres rayos principales, por lo que se traza el rayo que pasa por el centro, ahora, si queremos aumentar el tamaño (y') de la imagen debemos aumentar el ángulo α , que de otro modo sería aumentar el tamaño del objeto (y) o acercar el objeto al ojo, pero recordemos que existe un límite natural (punto próximo), por lo que debemos buscar una forma de poder acercar más el objeto.

Tomando en cuenta lo máximo que podemos acercar el objeto y en una aproximación paraxial α es.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{p_p} \approx \alpha$$

$$p_p = \text{Punto próximo} = 25 \text{ cm.}$$

La lupa lo que hace es aumentar el ángulo α , debido a que las lentes convergentes crean imágenes virtuales, derechas y ampliadas del objeto cuando es colocado a una distancia menor que su distancia focal.

Si pegas un ojo a la lente y el objeto a una distancia menor que su distancia focal, podemos obtener una imagen ampliada, tal como se muestra en la figura 4.9.

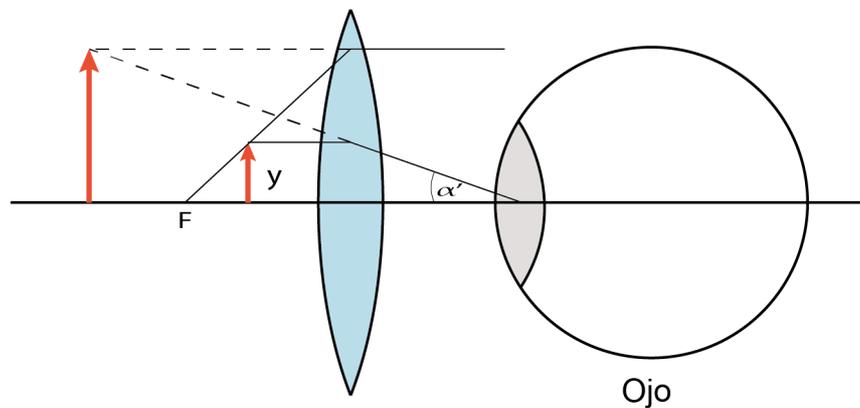


Figura 4.9 Aumento del ángulo α .

En la figura 4.9 se observa que la lupa forma una imagen aumentada, derecha y virtual del objeto y esa imagen es la que pasa a ser objeto para el cristalino (lente del ojo). De modo que

$$\alpha' > \alpha$$

$$f' < p_p$$

Aumento angular o poder amplificador

A diferencia del aumento lateral el aumento angular es la relación entre los ángulos α' y α , por lo que.

$$\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{y}{f'}}{0,25}$$

$$\gamma = \frac{0,25}{f'}$$

Donde

γ : magnitud adimensional.

α : cuando se ve directamente sin lupa.

α' : cuando se ve con la lupa (en radianes).

f' : distancia focal de la lupa.

Es preciso indicar que no es lo mismo que aumento lateral, el aumento angular no dice cuántas veces es más grande sino cuantas veces está más cerca el objeto.

Por ejemplo, si

$\gamma = 20$ significa 20 veces más cerca

$m = 20$ significa 20 veces más grande.

Oculares

Es un sistema amplificador que sirve para observar una imagen formada por una o varias lentes anteriores a él en un sistema óptico.

Debido a que los instrumentos ópticos en ocasiones forman

imágenes reales por lo que se necesita de un ocular para verlos y que de paso los amplíe.

En general los oculares para instrumentos ópticos sencillos puede ser una lupa. Sin embargo, si el instrumento es de alta calidad por las aberraciones de la luz ya no es suficiente una lupa simple, por lo que se han hecho algunas combinaciones de lentes para tener una mejor visión.



Existen algunas combinaciones:

- Ocular Ramsden.
- Ocular Ortoscópico.
- Ocular Erfle.
- Ocular de Huygens.
- Ocular positivo.

Ocular de Ramsden. Está compuesto por dos lentes plano-convexas que tienen iguales distancias focales separadas por un espacio de $2/3$ de la distancia focal.

Considere la siguiente figura 4.10.

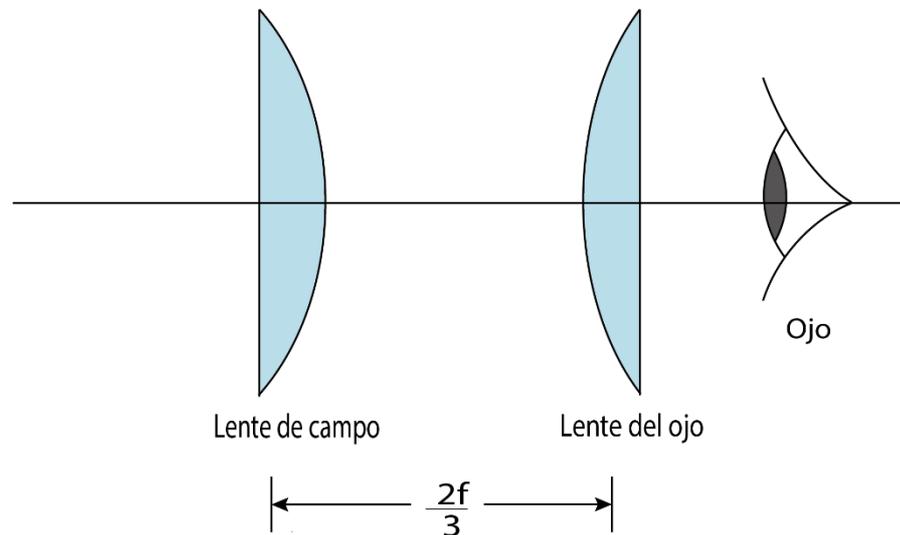


Figura 4.10 Ocular Ramsden.

Debido a las cuatro superficies refringentes se reduce las aberraciones cromáticas de una lupa sencilla.

Ocular negativo llamada ocular de Huygens: Constituido igualmente por dos lentes plano-convexas, pero con las curvaturas hacia la fuente de luz y con un diafragma entre ellos. Se diferencia con el de Ramsden en la técnica utilizada para corregir las aberraciones ópticas, esto se muestra en la figura 4.11.

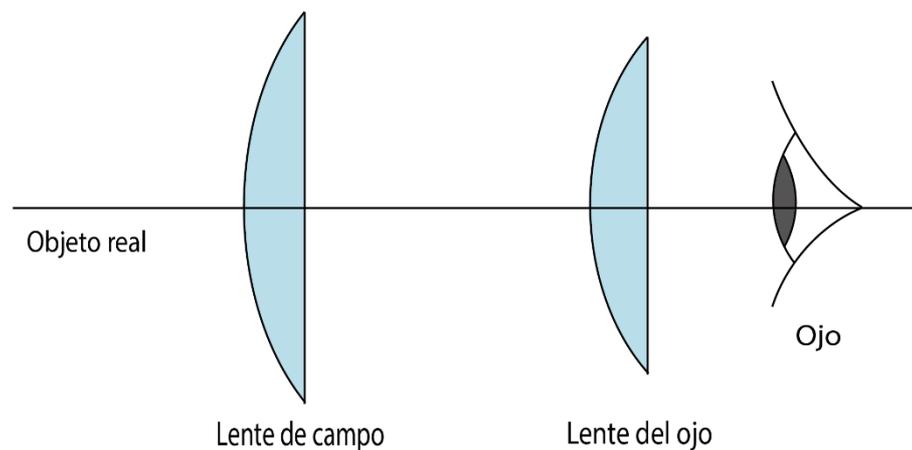


Figura 4.11 Ocular Huygens

Microscopio compuesto

Es un instrumento óptico que produce una imagen ampliada de algo por medio de dos sistemas ópticos que actúan sucesivamente. Brinda un aumento angular mayor que un microscopio simple, está conformado en su forma sencilla por dos lentes convergentes. Su invención es atribuida al fabricante de lentes holandés Zacharias Janssen, en 1590.



Funcionamiento: En esencia están compuestos por dos lentes convergentes que se denominan de la siguiente manera.

- Lente objetivo: cerca del objeto.
- Lente ocular: cerca del ojo.

Consideremos la figura 4.12.

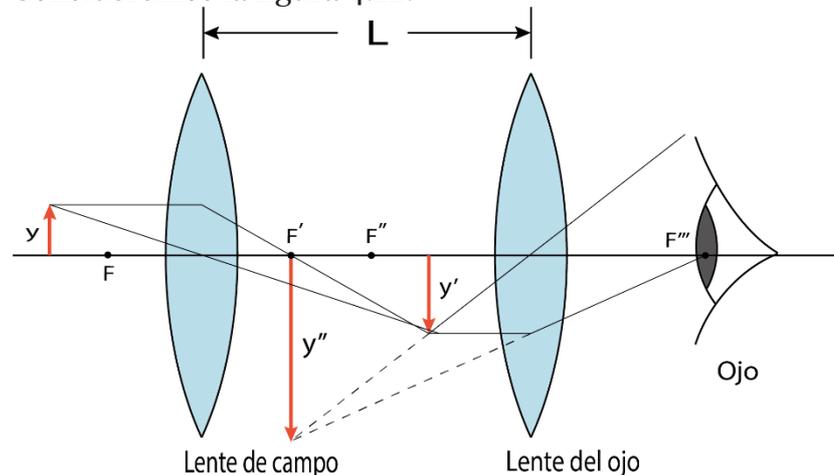


Figura 4.12 Microscopio compuesto.

En la figura 4.12 se observa las dos lentes convergentes la característica principal es que la distancia focal de la lente

ocular debe ser mayor que la distancia focal del lente objetivo.

Para examinar algo debe estar colocado el objeto un poco más alejado del foco objeto L_{ob} de manera que forma un imagen invertida, real y aumentada (Primera amplificación y').

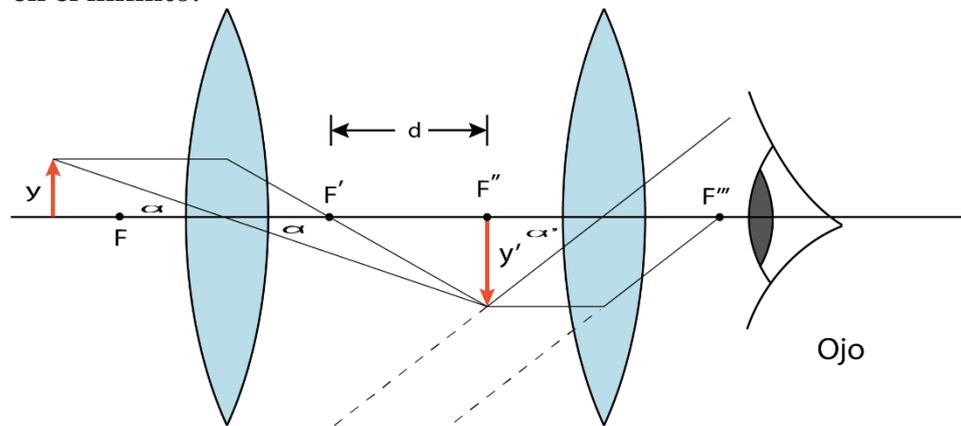
La distancia L debe ser tal que la imagen se forme dentro de la distancia focal del ocular. El ocular actúa como una lupa produciendo una nueva amplificación y'' .

Imagen final es virtual, invertida aumentada.

Aumento total

Es el producto del aumento lateral del objetivo por el aumento angular del ocular.

Vamos a asumir que la imagen del objetivo se forma en el foco objeto del ocular de modo que la imagen final se forma en el infinito.



$$m_T = -\frac{y'}{y}$$

$$\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{y'}{f_{oc}}}{\frac{y}{0,25}}$$

$$M = \frac{y'}{y} \cdot \frac{0,25}{f_{oc}}$$

$$M = m_T \cdot \gamma$$

$$m_T = -\frac{x'}{y} = -\frac{d}{f_{ob}}$$

$$\gamma = \frac{0,25}{f_{oc}}$$

$$M = -\frac{d}{f_{ob}} \frac{0,25}{f_{oc}}$$

Mientras mayor sea el menor el aumento.

Estructura del microscopio óptico

Sistema óptico: Tiene la función de ampliar la imagen del objeto observado, puede el ocular y objetivo estar constituido por varias lentes. Cuenta también con espejos que permite la separación necesaria entre el objetivo y el ocular y que ajusten la trayectoria de los rayos a la forma del microscopio.

Ocular: Lente o sistema de lentes, multiplican el aumento logrado por el objetivo. Se suele indicar con número y una x, si dice 5x el aumento angular del ocular es 5.

Objetivo: Lente o sistema de lentes, se sitúan en la porta objetivos llamado revólver de modo que se puede cambiar fácilmente de objetivos. Sirve para aumentar la imagen, un aumento de 100x significa un aumento lateral es -100.

Sistema de iluminación: Iluminar el objeto a aumentar.

Lámpara: Fuente de luz, actualmente lo común es utilizar leds.

Sistema de focalización: Conjunto de lentes y espejos que dirigen los rayos de la lámpara al condensador y regulan la cantidad de luz.

Condensador: Lente o sistema de lentes que concentran los rayos sobre el objeto a observar.

Sistema mecánico: Piezas físicas.

Platina: Pieza metálica con un orificio transparente, ahí se coloca el objeto a observar, debe ser transparente y muy fino que deje pasar la luz de la lámpara.

Tornillos: Sirven para enfocar variando la distancia del objetivo y ocular. hay tornillos que mueve la platina o el tubo.

Macro: para movimientos grandes.

Micro: para movimientos pequeños.

Revólver: Permite colocar varios lentes objetivos a la vez, se cambia girando el revólver.

Todo lo detallado anteriormente se puede observar en la figura 4.13.

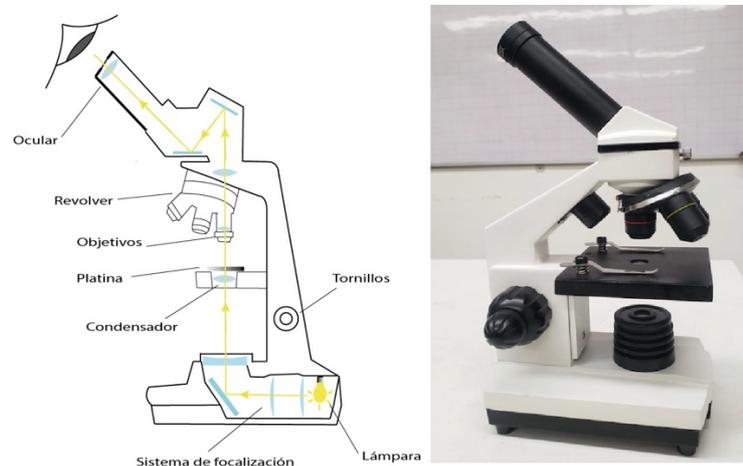


Figura 4.13 Esquema de un microscopio.

Anteojos

El sistema óptico de un anteojo es en esencia el mismo que el de un microscopio compuesto en el que para su utilización se intercambian las lentes, la imagen formada por el lente objetivo es vista por el lente ocular. Se utiliza para observar grandes objetos a grandes distancias, a diferencia del microscopio que se utiliza para observar pequeños objetos a pequeñas distancias.



Anteojo astronómico (Configuración de Kepler)

Es un instrumento óptico utilizado para aumentar el diámetro de los objetos situados en el infinito, compuesto básicamente por dos lentes:

- Lente objetivo de gran distancia focal.
- Lente ocular de pequeña distancia focal.

El principio básico de la configuración es que el lente objetivo hace converger los rayos del objeto dejándolos en un punto cercano y como los rayos que llegan son paralelos la imagen se forma prácticamente en el foco y en la segunda lente (lente ocular) se observa la imagen final (imagen virtual).

En el año 1611 el físico alemán Johannes Kepler fue el primero en utilizar como ocular una lente para observar objetos lejanos.

Analicemos la siguiente figura, en el que están las dos lentes convergentes y se pretende observar una estrella que está muy lejos que se considera que está en el infinito.

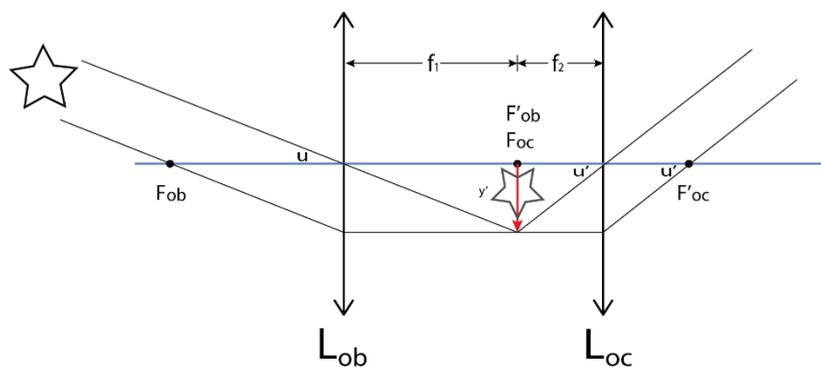


Figura 4.14 Anteojo astronómico.

Consideremos los siguientes ángulos.

μ : ángulo de vista sin el anteojo.

μ' : ángulo de vista con el anteojo.

La separación que debe existir entre las dos lentes es la suma de sus distancias focales.

$$D = f_1 + f_2$$

Aumento γ : De igual manera se define como el cociente entre el ángulo μ' y el ángulo μ .

$$\gamma = \frac{\mu'}{\mu}$$

$$\text{tg } (-\mu) = -\frac{y'}{F'_{ob}}$$

$$\text{tg } \mu' = -\frac{y'}{F_{oc}}$$

Si consideramos los rayos paraxiales los ángulos serán pequeños y podemos aproximar.

$$\text{tg } \mu \approx \mu$$

$$\text{tg } \mu' \approx \mu'$$

$$+\mu = +\frac{y'}{F'_{ob}}$$

$$\mu' = -\frac{y'}{F_{oc}}$$

$$\gamma = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{-\frac{y'}{F_{oc}}}{\frac{y'}{F_{ob}}} = -\frac{F_{ob}}{F_{oc}}$$

$$\gamma = -\frac{f_1}{f_2}$$

El signo menos es porque la imagen es invertida (Hay que tener en cuenta esto) por lo que no se utiliza para observaciones terrestres puesto que veríamos las imágenes de cabeza.

Si se quiere utilizar este anteojos para observaciones terrestres se puede agregar un sistema de lentes que invierta la imagen. La lente enderezadora se coloca en la mitad del objetivo y ocular, tal como se muestra en la figura 4.15.

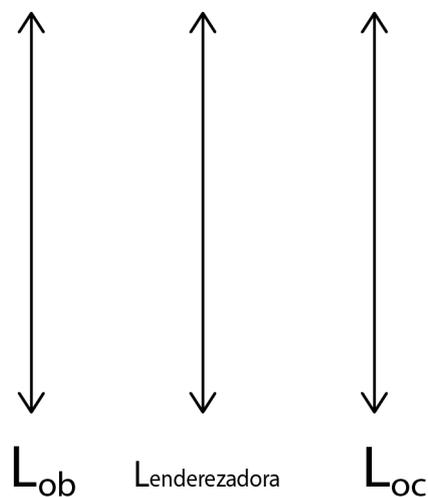


Figura 4.15 Anteojo con un lente enderezadora

Es preciso indicar que la lente enderezadora provoca que la distancia entre L_{ob} y L_{oc} se haga más grande, se incrementa en un factor de:

$$D = 4f \text{ distancia focal de la lente enderezadora}$$

Prismáticos o binoculares

En esencia es una aplicación del anteojo de Kepler visto anteriormente, su diseño binocular (dos anteojos) permite la visión en 3 dimensiones (visión estereoscópica), porque ofrece una imagen ligeramente distinta para cada ojo. Su nombre se debe a los prismas de vidrio que debido a la reflexión total reduce la longitud de este instrumento ocasionado por la lente enderezadora.



En la figura 4.16 por cuestiones didácticas se ha dibujado sólo un binocular.

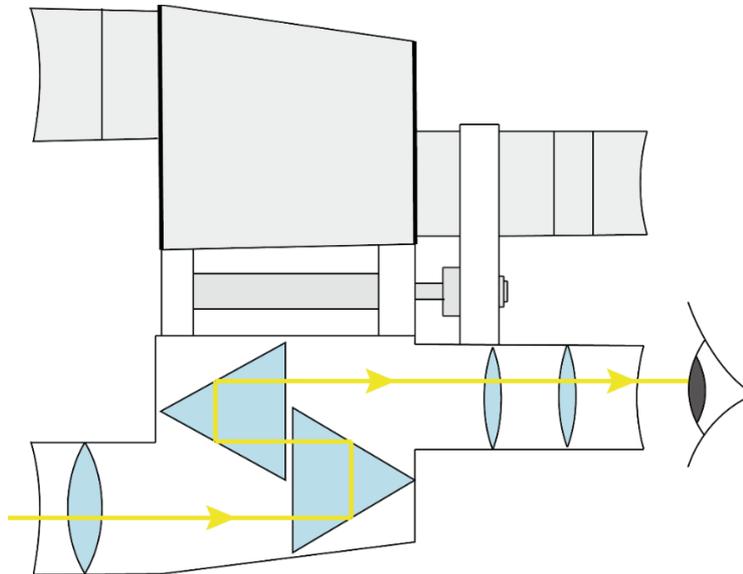


Figura 4.16 Prismáticos o binoculares

Como se observa en la figura 4.16 la reflexión total provocada por los prismas acorta la longitud del anteojo terrestre.

Anteojo de Galileo

No se tiene claro a ciencia cierta quién fabricó el primer anteojo, ya había afirmaciones de que utilizaban anteojos para la navegación. Lo que sí sabemos es que en 1609 Galileo Galilei fabricó y presentó al Senado de Venecia el primer registrado (obviamente le aplicó algunas mejoras), por lo que pudo utilizarlo como anteojo astronómico.



Se diferencia del anteojo de Kepler porque utiliza como ocular una lente divergente, esto hace que su imagen final sea derecha.

- Lente objetivo: convergente de gran distancia focal.
- Lente ocular: divergente de pequeña distancia focal.

Considere la siguiente imagen.

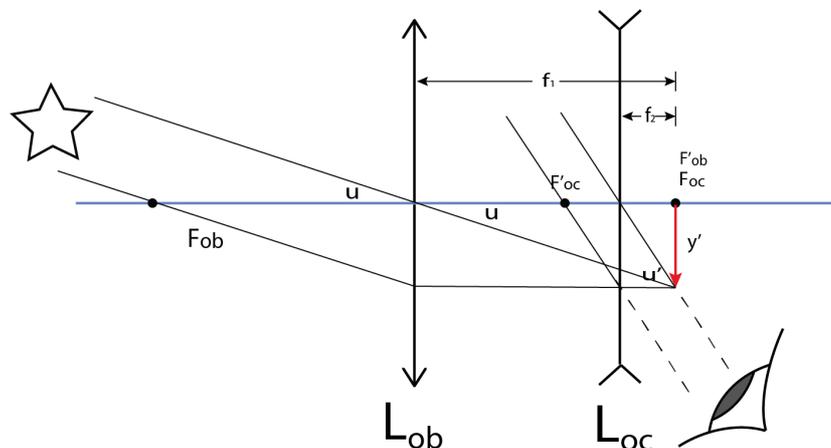


Figura 4.17 Anteojo de Galileo

La distancia entre las lentes sigue siendo la suma de las distancias focales pero $f_2(-)$ por lo que se resta.

$$D = f_1 + (-f_2)$$

Esto hace que los anteojos de Galileo sean más pequeños que los de Kepler.

Aumento angular

$$\gamma = \frac{\mu'}{\mu}$$

$$tg(-\mu) = -\frac{y}{F'_{ob}}$$

$$tg(-\mu') = -\frac{y'}{F_{oc}}$$

Aproximamos en rayos paraxiales

$$tg \mu \approx \mu$$

$$tg \mu' \approx \mu'$$

$$-\mu = -\frac{y}{F'_{ob}}$$

$$-\mu' = -\frac{y'}{F_{oc}}$$

$$\gamma = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{\frac{y'}{F'_{oc}}}{\frac{y'}{F'_{ob}}} = \frac{F'_{ob}}{F'_{oc}} = \frac{f_1}{f_2}$$

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2}$$

Como se observa en la ecuación anterior el aumento es positivo por lo que la imagen es derecha por lo que se utiliza para observaciones terrestres, un ejemplo de ello son los gemelos de teatro.

Su principal desventaja es que no tiene un campo visual muy amplio debido a sus lentes objetivos de diámetro sumamente grandes.

Telescopio

Significa ver de lejos (tele = lejos, scopio = ver), es en principio un antejo sólo que como objetivo se utiliza un espejo cóncavo en lugar de una lente. Puesto que es difícil construir vidrios ópticos de gran calidad en grandes tamaños y porque no se necesita corregir muchas aberraciones cromáticas.



Telescopio de Newton

Es un telescopio reflector inventado por Isaac Newton en 1668, uso un espejo cóncavo y un espejo plano, tal como se muestra en la figura 4.16.

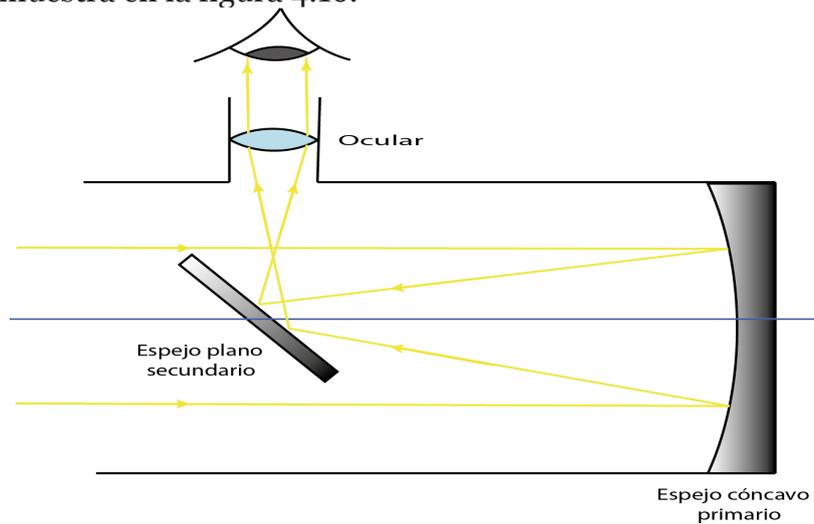


Figura 4.18 Telescopio de Newton

Telescopio de Cassegrain

Telescopio reflector que utiliza dos espejos cóncavos, propuesto por el físico francés Laurent Cassegrain en 1672. Como características principales son que acorta el tamaño del tubo y corrige algunas aberraciones.

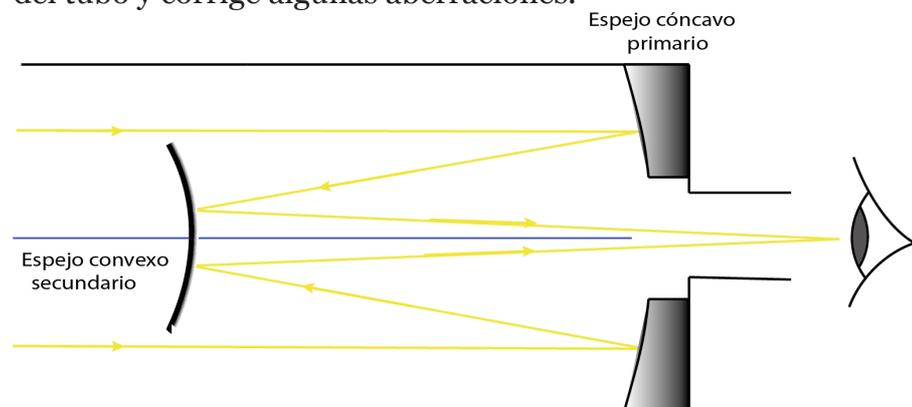


Figura 4.19 Telescopio de Cassegrain

Linterna de proyección

Un instrumento óptico muy utilizado actualmente en las aulas de clase alrededor del mundo, sirve para formar imágenes reales, derechas y aumentadas de un objeto (es real porque la imagen para ser vista se forma sobre una pantalla). Toda lente convergente puede generar imágenes reales, pero en ocasiones la imagen formada tiene distorsiones y no es brillante por lo que para aumentar la calidad y brillantes se debe añadir más luz incidente del objeto mediante una lente condensadora como lo hacen las linternas de proyección.

El condensador enfoca la luz sobre el centro del lente objetivo y la diapositiva, así se aprovecha más luz, luego la luz pasa por el centro del lente objetivo con rayos paraxiales. El sistema óptico formará una imagen real agrandada en una pantalla, tal como se muestra en la figura 4.20.

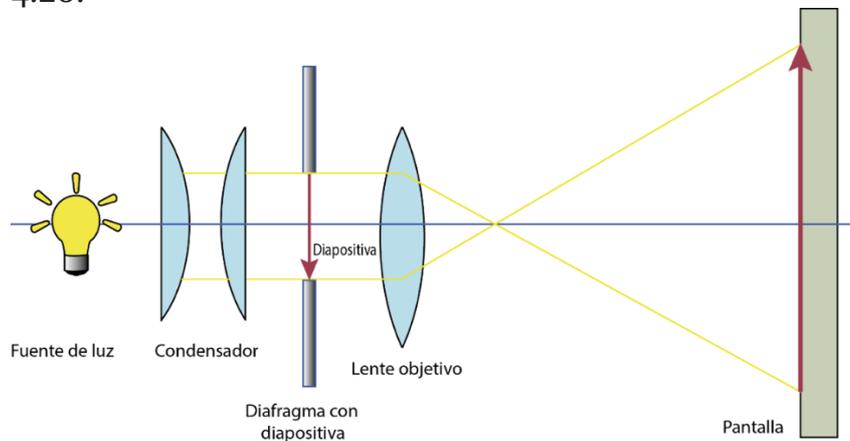


Figura 4.20 Linterna de Proyección

Algunas linternas como las de Christiaan Huygens y Van Musschenbroek usan tres lentes. Como aspectos importantes el diámetro del condensador ha de ser como mínimo igual a la diagonal de la diapositiva que ha de proyectarse. La distancia focal de la lente proyectora se determina por el aumento deseado entre la diapositiva y su imagen, y por la distancia de la linterna a la pantalla.

De forma experimental se puede nos quedaría de la siguiente manera.



Figura 4.21 Linterna de proyección

Cámara fotográfica

En esencia una cámara fotográfica es una cámara oscura, en su interior se sitúa un lente objetivo que proyecta sobre una película (negativos) o sobre un sensor fotosensible los rayos del objeto que se desea captar, debido que la imagen de formarse en la pantalla la imagen es real, por lo que utiliza una lente convergente, aunque la imagen es invertida. Actualmente ya se utilizan los negativos porque las fotos se forman en una pantalla digital.

Su funcionamiento es similar al del ojo humano, tal como se muestra en la figura 4.22.

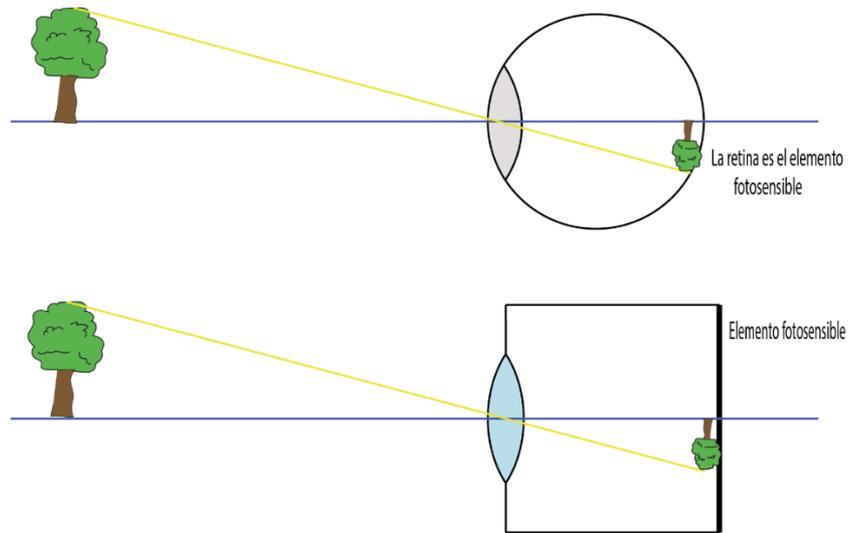


Figura 4.22 Ojo humano y cámara fotográfica.

Es importante que la abertura de la lente sea grande de modo que recoja la mayor cantidad de luz del objeto y para minimizar el tiempo de espera para capturar una foto, como dato histórico se menciona que antiguamente para tomar las primeras fotografías debía pasar varias horas mirándose el objeto con la cámara fotográfica. A continuación, se muestra un esquema de una cámara fotográfica actual, en el que se observa la utilización de algunos elementos estudiados en este libro, figura 4.23.

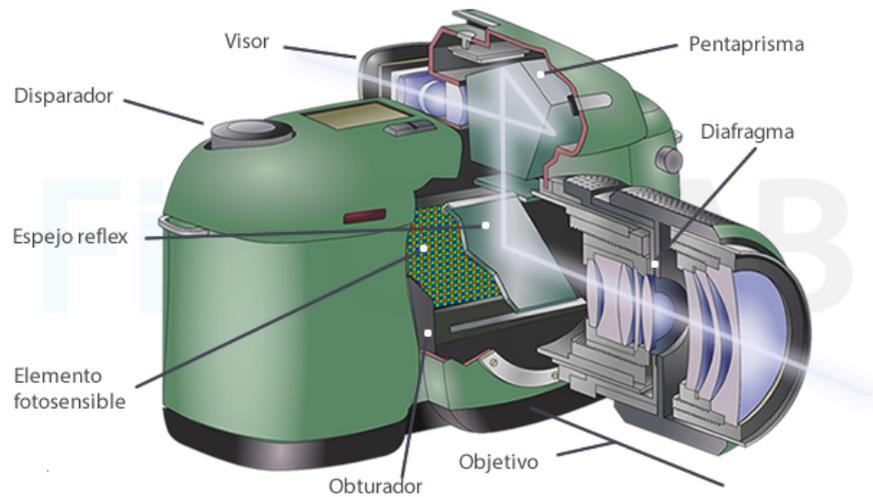


Figura 4.23 Cámara fotográfica actual.

Espectrómetro de prisma

Un espectrómetro de prisma es un instrumento óptico que se utiliza para analizar el espectro de frecuencias de la luz visible. Como ya se estudió anteriormente la luz blanca es policromática, es decir, está compuesta por todos los colores del arco iris, y cada color tiene una frecuencia diferente, cuando la luz pasa a través de un prisma se refracta y se dispersa en diferentes ángulos dependiendo de frecuencia. En la figura 4.24 se observa los elementos de un espectrómetro, primero a través de una rendija y un lente se enfoca un haz de luz que pasa a través de un prisma para dividirlo en varios colores, observándose un espectro de frecuencias, muy utilizado para caracterizar los elementos, esto hace que sea muy utilizado en química, biología, física y astronomía.

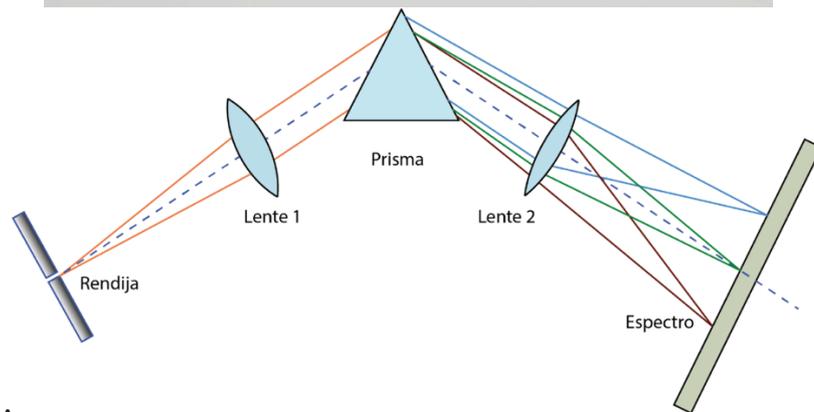


Figura 4.24 Espectrómetro.

Ejercicios resueltos

1.- El ojo contiene una lente biconvexa flexible llamada cristalino, cuyos radios pueden ajustarse para enfocar la imagen en la retina. El índice de refracción del cristalino es 1,56, mientras que el humor vítreo (el líquido entre el cristalino y la retina) tiene un índice de refracción similar al del agua, alrededor de 1,336. Para lograr una imagen nítida el cristalino debe formar la misma sobre la retina a una distancia de 3 cm cuando se varía la posición del objeto desde el infinito hasta 25 cm. Determine cuáles son sus radios mínimos y máximos

Consideremos el caso en el que el objeto se encuentra en el infinito. Si $s = \infty$ y la imagen se forma a una distancia de 3 cm, es decir, $s' = 3 \text{ cm}$, tenemos lo siguiente:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{3} = \frac{1}{f}$$

$$f_1 = 3 \text{ cm}$$

De la misma manera consideremos ahora cuando el objeto se encuentra en el punto próximo de 25 cm. Con esto tenemos lo siguiente

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{3} = \frac{1}{f}$$

$$f_2 = \frac{75}{28} \text{ cm}$$

Consideremos ahora esta lente biconvexa simétrica, es decir, sus radios serán iguales. De acuerdo a la ecuación cuando una lente se encuentra inmersa en índice de refracción n tenemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,56}{1,336} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{-R_1} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,56}{1,336} - 1 \right) \left(\frac{2}{R_1} \right)$$

$$\frac{1}{f} = 0,168 \cdot \frac{2}{R_1}$$

$$R = 0,168 \cdot 2f$$

$$R = 0,336f$$

Reemplazando los valores de las distancias focales halladas anteriormente:

$$R_1 = 0,336 \cdot 3 \text{ cm}$$

$$R_1 = 1,008 \text{ cm}$$

$$R_2 = 0,336 \cdot \frac{75}{28} \text{ cm}$$

$$R_2 = 0,9 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el radio de curvatura del cristalino debe variar entre 1,008 cm y 0,9 cm para enfocar un objeto que se mueve desde el infinito hasta una distancia mínima de 25 cm para formar una imagen nítida sobre la retina. Si dicha distancia es menor entonces la imagen formada sobre la retina se torna borrosa.

2.- Si mantenemos una lupa con una distancia focal de 3 cm a una distancia de 2,0 cm de una letra que tiene un tamaño de 0,5 mm, ¿cómo se visualiza la imagen resultante?

Partiendo de la ecuación de lentes se tiene que:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{s} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$s' = -6 \text{ cm}$$

El aumento lateral para esta lente es:

$$m = -\frac{s'}{s} \quad m = -\frac{-6 \text{ cm}}{2}$$

$$m = 3$$

A su vez:

$$m = \frac{y'}{y}$$

$$m \cdot y = y'$$

$$3 \cdot 0,5 \text{ mm} = y'$$

$$y' = 1,5 \text{ mm}$$

Por lo tanto, la imagen final tendrá un tamaño de 1,5 mm, derecha, es decir que tiene el mismo sentido que la letra original.

3.- Un telescopio refractor consta de dos lentes con distancias focales $f_1 = 75 \text{ cm}$ para el objetivo y $f_2 = 10 \text{ cm}$ para el ocular, que están separadas por una distancia igual a la suma de f_1 y f_2 . ¿De qué configuración de telescopio se trata? ¿Cuál es su aumento o amplificación angular?

Al ser lentes positivas o convergentes y están separadas a una distancia $d = f_1 + f_2$ se trata de un telescopio con la configuración de Kepler.

Ahora para la amplificación o aumento angular se tiene:

$$\gamma = -\frac{f_1}{f_2}$$

$$\gamma = -\frac{75 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}$$

$$\gamma = -7,5 \times$$

Si se realiza el diagrama de rayos se verá que la imagen final es virtual e invertida.

4.- Considere un microscopio óptico compuesto, que consta de una lente objetiva con distancia focal $f_1 = 1,75 \text{ cm}$ y una lente ocular con $f_2 = 3 \text{ cm}$. La separación entre las lentes es de 30 cm y la imagen final I_2 se forma a una distancia de 25 cm de la lente ocular. a) Determinar la posición del objeto con respecto al foco F_1 de la primera lente. b) Calcular la amplificación total del microscopio.

Para poder determinar la posición del objeto partamos desde la segunda lente. La imagen final se forma a 25 cm de la lente ocular, por lo tanto:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \frac{1}{s} - \frac{1}{25} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{3} + \frac{1}{25}$$

$$s_2 = 2,679 \text{ cm}$$

El objeto O_2 corresponde a la imagen para la lente objetiva, la cual está localizada en $s_1' = 30 - 2,679 \Rightarrow s_1' = 27,321 \text{ cm}$. Con esto se obtiene:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{1,75} - \frac{1}{27,321}$$

$$s_1 = 1,87 \text{ cm}$$

$$s_1 = 1,75 + 0,12$$

Esto implica que el objeto se encuentra a 0,12 cm o 1,2 mm a la izquierda de F_1

El aumento total M es el producto del aumento lateral del objetivo por el aumento angular del ocular:

$$M = m\gamma$$

$$M = \left(-\frac{s'}{s}\right)\left(\frac{25}{f_2}\right)$$

$$M = \left(-\frac{27,321}{1,87}\right)\left(\frac{25}{3}\right)$$

$$M = -121,75 \times$$

La imagen vista a través del microscopio aparece aproximadamente 122 veces más grande e invertida con respecto al objeto.

5.- Se pretende fabricar un microscopio utilizando dos lentes positivas con distancias focales de 30 mm cada una. Supongamos que el objeto se encuentra ubicado a 32 mm del objetivo. Determine la distancia con la que se debería colocar las lentes y cuál el aumento que se prevería.

Para la primera lente tenemos:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{32} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{30}$$

$$s' = 480 \text{ mm}$$

Esta es la distancia desde el objetivo hasta la imagen intermedia. A esta distancia hay que añadirle la distancia focal de la lente ocular, por lo tanto:

$$d = 480 \text{ mm} + f_2$$

$$d = 480 \text{ mm} + 30 \text{ mm}$$

$$d = 510 \text{ mm}$$

$$d = 51 \text{ cm}$$

El aumento total del microscopio será:

$$M = m\gamma$$

$$M = -\frac{480 \text{ mm}}{32 \text{ mm}} * \frac{250 \text{ mm}}{30 \text{ mm}}$$

$$M = -125 \times$$

6.- Tanto la córnea como el cristalino tienen distancias focales de 2,3 cm y 6,4 cm, respectivamente. Determine la potencia óptica del ojo.

Sabemos que la potencia resultante es la suma de las potencias, es decir:

$$P_T = P_1 + P_2$$

$$P_T = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$P_T = \frac{1}{0,023 \text{ m}} + \frac{1}{0,064}$$

$$P_T = 59,103 \text{ dioptrias}$$

$$P_T = 59 \text{ dioptrias}$$

7.- Recete las lentes a utilizar para unas gafas que estarán ubicadas 15 mm delante de la córnea para corregir la visión de una persona miope cuyo punto remoto o lejano es de 30 cm.

Partimos de que nosotros queremos que esta persona con miopía pueda ver objetos lejanos. Esto significa que las lentes deben producir una imagen a 30 cm del ojo para un objeto en el infinito. La distancia de la imagen con respecto a las lentes de las gafas o anteojos será:

$$d = 30 \text{ cm} - 1,5 \text{ cm}$$

$$d = 28,5 \text{ cm}$$

Con esto tenemos lo siguiente:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{0,285} = \frac{1}{f}$$

$$P = -3,51 \text{ dioptrías}$$

Esto significa que tendrá unas lentes negativas o divergentes, como era de esperarse.

8.- El mayor telescopio refractor del mundo se encuentra operando en el observatorio Yerkes, en Wisconsin, Estados Unidos dirigido por la Universidad de Chicago. Las especificaciones técnicas de dicho telescopio señalan que

posee un diámetro del objetivo de 40 pulgadas. Además, se sabe que la distancia focal del objetivo y el ocular es de 19 m y 10 cm respectivamente. Determine la amplificación angular de dicho telescopio y estime la longitud de dicho instrumento.

Para el primer apartado se sabe que:

$$\gamma = -\frac{f_1}{f_2} = -\frac{19 \text{ m}}{0,10 \text{ m}} = -190 \times$$

Para la longitud, recordemos que los anteojos astronómicos siguen la configuración de Kepler. Además, cuando se habla de un telescopio refractor también es llamado telescopio Kepleriano.

$$\begin{aligned} L &= f_1 + f_2 \\ L &= 19 \text{ m} + 0.10 \text{ m} \\ L &= 19,10 \text{ m} \\ L &\approx 19 \text{ m} \end{aligned}$$

9.- Un binocular con una magnificación de **8,5 x** produce un aumento angular de **-8,50**, funcionando como un telescopio. Se emplean espejos para obtener una imagen vertical. Si los binoculares tienen lentes objetivas con una distancia focal de 85 cm, calcule la distancia focal de las lentes de los oculares.

Si el binocular actúa como un telescopio, entonces:

$$\begin{aligned} \gamma &= -\frac{f_1}{f_2} \\ f_2 &= -\frac{f_1}{\gamma} \quad f_2 = -\frac{85 \text{ cm}}{-8,50} \\ f_2 &= +10 \text{ cm} \end{aligned}$$

10.- Una ameba se sitúa a una distancia de 0,413 cm del objetivo de un microscopio con una distancia focal de 0,41 cm. Teniendo en cuenta lo anterior, ¿Dónde se encuentra la imagen formada por el objetivo? ¿Cuál es el aumento de dicha imagen? Si un ocular de 4 cm de distancia focal se coloca a 60 cm del objetivo ¿Dónde se encontrará la imagen final? ¿Cuál será el aumento total de dicho sistema óptico?

Para resolver el problema, ténganse en cuenta el siguiente esquema.

Para el lente objetivo tenemos

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{0,413} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,41}$$

$$s' = 56,443 \text{ cm}$$

La imagen estará a aproximadamente 56,4 cm detrás del lente objetivo.

El aumento para toda lente se define como:

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$$m = -\frac{56,443 \text{ cm}}{0,413 \text{ cm}}$$

$$m = -136,7$$

Ahora, si se aumenta un ocular la imagen formada por la primera lente pasa a ser objeto de la segunda. Esta se encontrará a:

$$d = 60 \text{ cm} - 56,443 \text{ cm}$$

$$d = 3,557 \text{ cm}$$

Para esta lente tenemos:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{3,557 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{4 \text{ cm}}$$

$$s' = -32,12 \text{ cm}$$

Y efectivamente la imagen resultante será virtual. Esto se debe a que el objeto se encuentra a una distancia menor a la distancia focal del ocular. Teniendo en cuenta esto, la imagen resultante estará a 32,12 cm delante de la lente ocular.

Para el aumento total, primero determinemos el aumento angular producido por el ocular:

$$\gamma = \frac{25}{f_2} \quad \gamma = \frac{25}{4}$$

$$\gamma = 6,25 \times$$

El aumento total es el producto del aumento lateral del objetivo por el aumento angular del ocular:

$$M = m \cdot \gamma$$

$$M = -136,7 \cdot 6,25$$

$$M = -854,375$$

Por lo tanto, el aumento total es de aproximadamente de 854,4. El signo menos solo nos indica que la imagen final estará invertida.

11.- Determine ¿a qué distancia de una lente biconvexa que tiene distancia focal de 100 cm, se debe colocar un espejo esférico cóncavo que tiene un radio de curvatura de 1 m, de modo que el rayo que ingrese en la lente paralelamente al eje óptico principal del sistema, luego de reflejarse en el espejo, salga de la lente y continúe paralelamente al eje óptico?

Se puede resolver el problema si se tiene en cuenta lo siguiente:

En una lente convergente, los rayos que llegan paralelamente al eje óptico convergen en un punto llamado foco imagen o simplemente foco de la lente.

Matemáticamente esto se puede demostrar de la siguiente manera:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{1}$$

$$s' = 1 \text{ m}$$

Vemos que coincide con el foco de la lente. Hay que tener en cuenta que al ser rayos paralelos se está suponiendo que el objeto está en el infinito, por eso $s = \infty$.

Téngase en cuenta que se nos pide que el rayo que después de que salga de la lente continúe paralelo al eje óptico. La única manera para que suceda esto es que el foco de la lente coincida con el centro de dicho espejo.

Como el rayo que sale por el foco de la lente también ingresa por el centro de curvatura del espejo. Rayo que pasa por el centro de curvatura en un espejo no se desvía. Esto se debe a que el rayo incidente entra de manera perpendicular a la superficie reflectante del espejo (recordando que el radio y la tangente a la superficie en el punto de incidencia es igual a 90°). Por la ley de la reflexión, el ángulo de incidencia es cero y por lo tanto el ángulo de reflexión es cero. Por lo tanto, el rayo reflejado sigue la misma dirección que el rayo incidente y no se desvía. Con esto los rayos viajan de regreso hacia la lente pasando por el foco de la misma. Ahora, todo rayo que incide en la dirección del foco se refracta paralelo al eje óptico. Por lo tanto, el rayo sale paralelamente de la lente.

Con esto:

$$\begin{aligned}d_T &= d_L + d_E \\d_T &= 1\text{ m} + 1\text{ m} \\d_T &= 2\text{ m}\end{aligned}$$

Es decir, debe existir una distancia de 2 m desde el centro de la lente al vértice del espejo cóncavo.

12.- En una lente convergente cuya distancia focal es de 0,4 m, incide un haz de rayos paralelos. Determine la distancia en la cual se debe colocar una lente divergente cuya distancia focal es de 0,15 m, para que el haz de rayos paralelos, luego de pasar por las dos lentes, siga paralelo al eje óptico del sistema.

Para la lente convergente tenemos:

$$\begin{aligned}\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{40} \\ s' &= 40\text{ cm}\end{aligned}$$

Para la imagen pasa a ser objeto para la lente divergente por lo que:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{-15}$$

$$s' = -15 \text{ cm}$$

Por lo que:

$$d = d_1 - d_2$$

$$d = 40 \text{ cm} - 15 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

No se toma la distancia -15 cm . El signo indica que será una imagen virtual, además que las distancias nunca son negativas.

Recordando que toda lente convergente tiene una forma que hace que los rayos de luz que entran paralelos hacia su centro converjan en un punto llamado el foco. La clave aquí es hacer coincidir los rayos transmitidos por la lente convergente con el foco de dicha lente divergente ya que, para toda lente divergente, debido a su forma cóncava, los rayos paralelos que inciden en la lente se alejarán del eje central y parecerán divergir desde un punto detrás de la lente. Sin embargo, cuando los rayos inciden exactamente a través del foco de la lente divergente, emergen de la lente como si estuvieran saliendo de un punto en dirección a la lente, lo que resulta en rayos emergentes paralelos entre sí y al eje central de la lente.

Ejercicios propuestos

1.- ¿Qué potencia se necesita para unas lentes correctoras de la visión para una persona hipermetrope, cuyo punto próximo está a 1 m, para que pueda ver con claridad un objeto situado a 25 cm del ojo? Considere el hecho de que, si la imagen del objeto se forma en el punto próximo, puede verse nítidamente. Considere que los anteojos estarán 15 mm delante del ojo. **R: + 3,24 dioptrías.**

2.- Una persona hipermetrope puede ver arboles muy distantes llevando unas lentillas de +3,5 dioptrías. Recete las lentes para unas gafas que están ubicadas 15 mm delante del ojo dieran el mismo resultado. **R: + 3,33 dioptrías**

3.- Utilizando la información proporcionada sobre el ojo, calculo el tamaño aproximado en milímetros de la imagen de la Luna que se proyecta sobre la retina. Téngase en cuenta que aproximadamente el diámetro de la luna es de 2160 millas y que se encuentra a unas 230 000 millas desde la Tierra. Además, la potencia promedio de un ojo sano es de +59 dioptrías. **R: $y' = 0,16 \text{ mm}$**

4.- Se tiene que una lupa tiene una distancia focal de +10 cm. Además, para unos ojos sanos el punto próximo es de 25 cm. Determine la potencia y el aumento angular de dicha lupa. **R: $P = +10 \text{ dioptrías}$; $\gamma = 2,5 \times$**

5.- Si construimos un telescopio utilizando dos lentes convergentes de acuerdo a la configuración de Kepler. La lente objetiva, es biconvexa simétrica con índice de refracción de 1,15 y un radio de 0,15 m. La lente ocular, también es biconvexa simétrica con índice de refracción 1,65 y un radio de 7 cm. Determine la distancia mínima que ha de separarse las lentes para que pueda funcionar y su aumento angular. **R: $d = 55,4 \text{ cm}$ y $\gamma = -9,3 \times$**

6.- Se tiene un telescopio conformado por dos lentes de distancia focal +45 cm y -5 cm respectivamente, los cuales se encuentran separados a una d distancia. Determine la amplificación angular del telescopio y la distancia entre las lentes para que pueda funcionar dicho telescopio. **R: $\gamma = +9 \times$; $d = 40 \text{ cm}$**

7.- Se tiene una diapositiva de dimensiones 3×4 pulgadas. Si se desea proyectar una imagen de la diapositiva aumentada hasta $1,80 \times 2,40$ m sobre una pantalla a 6 m de la lente proyectora. Calcule: a) distancia focal de la lente, b) su distancia objeto. **R: a) $f = 24,3 \text{ cm}$; b) $s = 25,4 \text{ cm}$**

8.- Determine la distancia focal del ocular de un microscopio donde el objetivo produce un aumento lateral de 35x si se sabe que el aumento total del mismo es de 350x. Considere que el punto próximo se ubica a 0,25 m del ojo y que ahí se forma la imagen creada por el microscopio.

Además, si la separación entre el foco imagen del objetivo y el foco objeto del ocular es de 0,5 m. Determine la distancia focal del objetivo. **R: a) $f_{oc} = 2,5 \text{ cm}$; b) $f_{obj} = 1,43 \text{ cm}$**

9.- Si se necesita modificar la forma de la córnea (esto puede lograrse mediante intervención quirúrgica o el uso de lentes de contacto) con el fin de corregir la miopía, ¿es necesario incrementar o disminuir la curvatura de la córnea? Explique. **R: En este caso, es necesario reducir la curvatura de la córnea. Al disminuir su curvatura, se logra que los rayos de luz converjan correctamente en la retina, enfocando adecuadamente las imágenes y corrigiendo la visión borrosa característica de la miopía.**

10.- Las personas que realizan trabajos minuciosos a corta distancia, como los joyeros, a menudo tienen una agudeza visual que les permite ver los objetos con mayor claridad que la distancia normal de 25 cm ¿Cuál es la potencia de los ojos de un joyero que puede ver un objeto con claridad a una distancia de 8 cm? ¿Cuál es el tamaño de la imagen de las letras de un anillo cuyo tamaño es de 1 mm si lo sostiene a la misma distancia anterior? **R: a) $+62,5 \text{ D}$; b) $-0,250 \text{ mm}$**

11.- Determine el punto próximo o cercano de una persona cuyos ojos tienen una potencia de acomodación de 53,5 D. **R: $28,6 \text{ cm}$**

12.- Se tiene un telescopio reflector que está conformado por un espejo como objetivo cuyo radio de curvatura es de 15 m. Determine la amplificación o aumento angular que produce dicho telescopio cuando se utiliza un ocular de 4 m de distancia focal. **R: $\gamma = -1,875 \times$**

13.- Determinar la posición y el aumento lateral de una pequeña bombilla situada a una distancia de 50 cm de una lente convexa delgada, mientras que un espejo cóncavo con un radio de curvatura de 10 cm se coloca a 30 cm de la lente. **R: a) 12 cm a la izquierda del espejo, b) $m = \frac{3}{5}$**

Segunda Parte: Óptica física

CAPÍTULO V. POLARIZACIÓN

En los siguientes capítulos se considera a la luz como una onda electromagnética y no como una partícula.

Grandes físicos como Huygens, Young y Fresnel son los responsables del descubrimiento de que la luz es una onda y fue el matemático James Clerk Maxwell fue quien estableció que las ondas luminosas se comportaban como ondas electromagnéticas.

Una onda electromagnética se define como

Se define como una perturbación periódica del campo eléctrico \vec{E} y magnético \vec{B} que se propaga en el espacio a la velocidad de la luz, en la figura 5.1 se bosqueja la onda electromagnética.

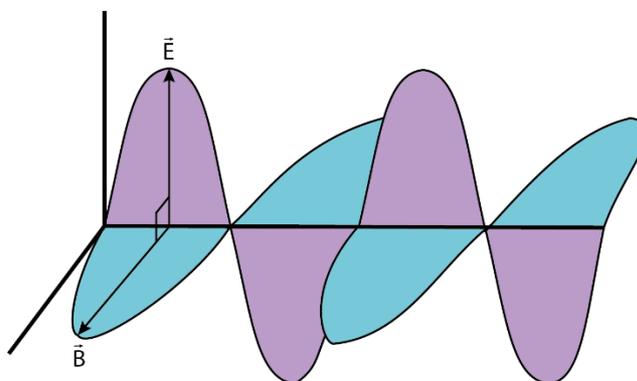


Figura 5.1 Onda electromagnética.

Características de una onda electromagnética

- Se propaga en el vacío.
- Son ondas transversales (vibran perpendicularmente a la dirección de propagación).
- Se propagan en todas las direcciones.
- Son periódicas.

Los campos producidos por las cargas en movimiento pueden abandonar las fuentes y viajar a través de espacio

creándose y recreándose mutuamente de acuerdo Leyes de Maxwell.

Recordando de la velocidad de la luz es igual a:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Donde:

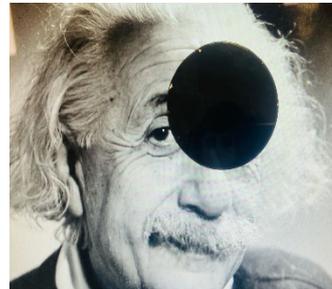
$\epsilon_0 = 8,854 \text{ E} - 12 \text{ F/m}$ es la permitividad eléctrica del vacío.

$\mu_0 = 4\pi \text{ E} - 7 \text{ H/m}$ es la permeabilidad magnética.

El valor deducido por Maxwell de la velocidad de la Onda Electromagnética es muy similar al que determinó experimentalmente Fizeau, lo que llevó a concluir que la luz es una perturbación electromagnética.

Polarización de la luz

Los campos eléctricos y magnéticos de la luz oscilan en varios planos, si se pudiera lograr que esas vibraciones sean en un solo plano, es decir, las ondas de luz se restringen a vibrar en una sola dirección de vibración se obtiene luz polarizada. Por lo que en esta unidad se estudiará las formas en las que se puede polarizar la luz.



La luz se puede polarizar de lagunas formas de entre ellas, tenemos.

- Cristales polarizados
- Reflexión
- Refracción

En la figura 5.2 se muestra una de las formas de las que se puede polarizar la luz, por ahora sólo observemos como es la luz no polarizada y polarizada.

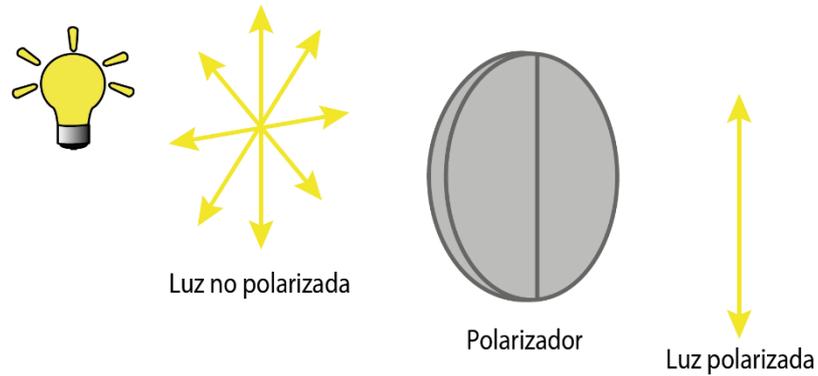


Figura 5.2 Polarización de la luz

Para poder estudiar la luz polarizada debemos conocer cómo se representa gráficamente, entre las formas de representar la luz polarizada linealmente tenemos.

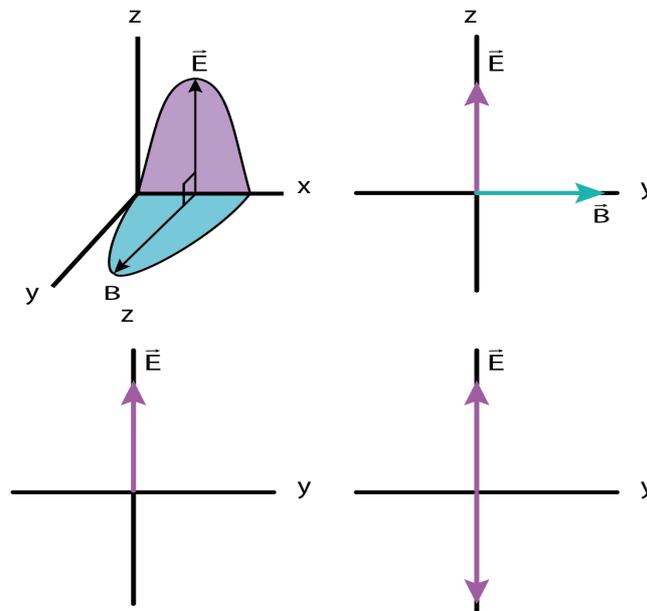


Figura 5.3 Representación gráfica de la luz polarizada

Las gráficas anteriores representan ondas polarizadas linealmente, es decir, los campos \vec{E} y \vec{B} oscilan a lo largo de una recta, para poder entender esto, imaginemos que al frente de una onda electromagnética se coloca una pantalla, el rastro de la onda en la pantalla será únicamente una recta.

Origen de las ondas electromagnéticas

Las radiaciones electromagnéticas se producen por el movimiento simultáneo de partículas eléctricas y magnéticas. Las ondas generadas por una antena o radar sencillo (dipolo oscilante) están polarizadas linealmente el campo \vec{E} estará en el plano que está el dipolo.

Las ondas de luz se originan probablemente en las moléculas de foco y si estos se comportan como un dipolo tendremos ondas polarizadas linealmente. No se puede aislar una molécula y ver el tren de ondas que emite, la fuente luminosa tiene una gran cantidad de moléculas y todas orientadas en todas las direcciones posibles.

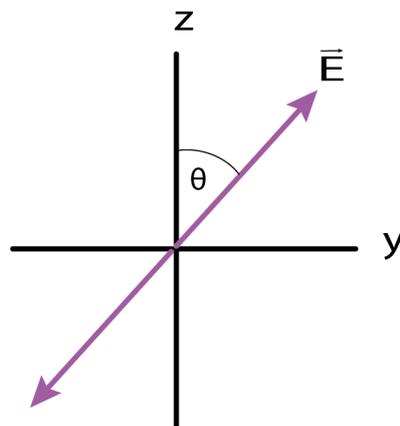


Figura 5.4 Campo E oscilante

Como existen muchas moléculas todos los valores de θ son posibles, por lo que el vector \vec{E} puede estar distribuido simétricamente alrededor de las direcciones de propagación. En estos casos se tiene una luz no polarizada, es decir, luz natural.

No se puede modificar el ángulo de los dipolos moleculares, sí podemos separar de un haz de luz natural los trenes de ondas o sus componentes en los cuales el vector del campo eléctrico oscila en un ángulo en particular.

Polarización por reflexión

Es importante especificar un concepto primero, la irradiancia se define como la potencia incidente por unidad de superficie de todo tipo de Onda Electromagnética, es decir.

$$I = \frac{P_{inc}}{A_S} = \frac{\text{potencia incidente}}{\text{superficie donde incide la onda}} \left(\frac{W}{m^2} \right)$$

Cantidad de luz en los haces incidente y reflejado.

El vector de Poynting es un vector que su magnitud indica la intensidad instantánea de energía electromagnética que fluye a través de una unidad de área perpendicular a la dirección de propagación, tal como se muestra en la siguiente figura.

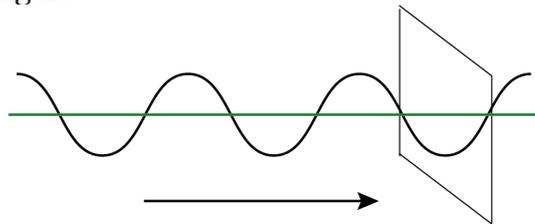


Figura 5.5 Representación vector de Poynting

Se representa con la letra S y matemáticamente se define como el producto vectorial del campo eléctrico y magnético.

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Como

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Nos queda

$$\vec{S} = \vec{E} \times \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

Si los vectores son perpendiculares, es decir, $\theta = 90^\circ$

$$S = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B$$

Como

$$E = c B$$

Entonces,

$$S = \frac{1}{\mu_0} E \cdot \frac{E}{c}$$
$$S = \frac{1}{\mu_0 c} E^2$$

Utilizando la ecuación de la velocidad de la luz

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Reemplazamos

$$S = \frac{1}{\mu_0 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}} E^2 = \frac{1}{\frac{\mu_0}{\sqrt{\varepsilon_0}}} E^2 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sqrt{\mu_0}} E^2 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} \sqrt{\varepsilon_0}}{\sqrt{\mu_0} \sqrt{\varepsilon_0}} E^2 = \varepsilon_0 c E^2$$

Finalmente, nos queda

$$S = \varepsilon_0 c E^2$$

La Irradiancia, matemáticamente se define como el promedio del vector Poynting.

$$I = \langle S \rangle$$
$$I = \frac{\varepsilon_0 c E^2}{2}$$

Factor de reflexión de superficie (%)

Es el cociente entre la intensidad de la luz reflejada y la luz incidente, es decir.

$$r = \frac{I_r}{I_{0\parallel}} = \frac{\frac{\varepsilon_0 c E_r^2}{2}}{\frac{\varepsilon_0 c E_{0\parallel}^2}{2}} = \frac{E_r^2}{E_{0\parallel}^2} = \frac{\frac{\operatorname{tg}^2(\varphi - \varphi')}{\operatorname{tg}^2(\varphi + \varphi')} E_{0\parallel}^2}{E_{0\parallel}^2}$$

$$r = \frac{\operatorname{tg}^2(\varphi - \varphi')}{\operatorname{tg}^2(\varphi + \varphi')}$$

La ecuación anterior nos sirve cuando la onda incidente oscila paralelamente al plano de incidencia.

$$r = \frac{E_r^2}{E_{0\perp}^2} = \frac{\frac{\operatorname{sen}^2(\varphi - \varphi')}{\operatorname{sen}^2(\varphi + \varphi')} E_{0\perp}^2}{E_{0\perp}^2}$$

$$r = \frac{\operatorname{sen}^2(\varphi - \varphi')}{\operatorname{sen}^2(\varphi + \varphi')}$$

La ecuación anterior nos sirve cuando la onda incidente oscila perpendicularmente al plano de incidencia.

Estas ecuaciones fueron deducidas por Augustín Fresnel llamadas Fórmulas de Fresnel, en el caso de que el vector incidente \vec{E} no sea ni paralelo ni perpendicular al plano de incidencia, como se muestra en la figura 5.6 se debe descomponer el vector utilizando el ángulo θ y se utiliza las fórmulas de Fresnel para cada componente.

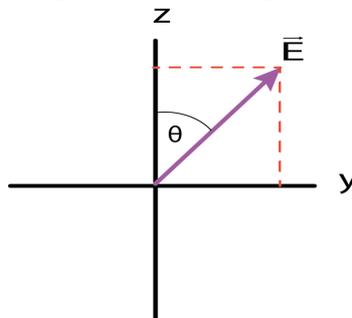


Figura 5.6 Vector E oscilante en cualquier dirección

Como la luz natural (no polarizada) es una mezcla de ondas polarizadas con todos los ángulos θ posibles, por simetría las componentes serán iguales. Por lo que el factor de reflexión para la luz no polarizada se obtiene como la semisuma de los valores de r para $E_{0\parallel}$ y r para $E_{0\perp}$, es decir.

$$r = \frac{I_r}{I_0} = \frac{1}{2} \frac{tg^2(\varphi - \varphi')}{tg^2(\varphi + \varphi')} + \frac{1}{2} \frac{sen^2(\varphi - \varphi')}{sen^2(\varphi + \varphi')}$$

En el caso especial, si $\varphi = 0$ y $n_a = 1$ (aire), la ecuación se reduce a

$$r = \frac{I_r}{I_0} = \frac{(n - 1)^2}{(n + 1)^2}$$

Por ejemplo si tenemos como medio al vidrio con $n = 1,5$, el factor de reflexión $r = 0,04 = 4 \%$, es decir se refleja un 4% de la luz incidente, el 96 % se refracta.

En conclusión, se puede utilizar la reflexión para separar o filtrar luz lineal de un haz natural.

Ahora, por otro lado, si en la ecuación para la reflexión cuando el haz oscila paralelamente el plano de incidencia reemplazamos $\varphi = 57^\circ$ vemos que el valor es cero, es decir, no se refleja luz alguna en la cual el vector \vec{E} sea paralelo al plano de incidencia, por lo que se puede decir que $\varphi = 57^\circ$ es el ángulo de polarización φ_p

Porque $\varphi + \varphi' = 90^\circ$ y $tg 90^\circ = \infty$

En términos sencillos significa que para φ_p los rayos reflejados son perpendiculares entre sí.

En función de la ley de Snell

$$n sen\varphi_p = n' sen\varphi'$$

Pero $\varphi + \varphi' = 90^\circ$

$$n sen\varphi_p = n' sen(90^\circ - \varphi_p) = n' cos\varphi_p$$

$$\frac{sen\varphi_p}{cos\varphi_p} = \frac{n'}{n}$$

$$\boxed{tg\varphi_p = \frac{n'}{n}}$$

Conocida como la Ley de Brewster.

Polarización por reflexiones sucesivas

De las ecuaciones anteriores podemos concluir que para el ángulo de polarización es 7,5 % de la luz es reflejada, la luz transmitida tampoco está polarizada en su totalidad. Por lo que utilizamos más reflexiones para mejorar la polarización a este dispositivo se le llama polarizador.

Como el ángulo límite para el cual hay polarización total es $\varphi' = 90^\circ$ y

$$\begin{aligned} tg^2(\varphi - 90^\circ) &= tg^2(\varphi + 90^\circ) \\ sen^2(\varphi - 90^\circ) &= sen^2(\varphi + 90^\circ) \end{aligned}$$

La ecuación para el factor de reflexión se reduce a

$$\begin{aligned} r &= \frac{I_r}{I_0} = \frac{1}{2} \frac{tg^2(\varphi - \varphi')}{tg^2(\varphi + \varphi')} + \frac{1}{2} \frac{sen^2(\varphi - \varphi')}{sen^2(\varphi + \varphi')} \\ r &= \frac{I_r}{I_0} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 = 100\% \end{aligned}$$

En conclusión, si se requiere mejorar la luz polarizada se debe colocar más láminas de vidrio para que cada vez que haya una reflexión se polarice más.

Doble refracción

Cuando la luz ingresa a un cristal está controlado principalmente por la estructura cristalina del mismo. Sabemos que la propiedad más importante de un cristal es su índice de refracción.

$$n = \frac{c}{v}$$

Sin embargo, en algunos cristales el índice de refracción no es el mismo en todas las direcciones, es decir, sus propiedades ópticas son distintas en las diferentes direcciones, la simetría interna de un cristal es un reflejo de la orientación de los átomos y esto determina la interacción de la luz con el cristal.

Se clasifican en dos tipos básicos de comportamiento óptico.

- Isótropo: igual índice de refracción en todas las direcciones (cristales isométricos y materiales vítreos)
- Anisótropo: Diferente índice de refracción en diferentes direcciones cristalográficas.

Existen dos tipos:

Uniáxico: dos índices de refracción.

Biáxico: Tres índices de refracción

En los cristales la luz se descompone en dos rayos de vibración perpendicular y de velocidades diferentes debido a las diferencias de sus índices de refracción:

Rayo ordinario n_o (polarización perpendicular)

Rayo extraordinario n_E (polarización paralela)

$$\Delta n = n_o - n_E$$

A esta diferencia se la conoce como Birrefringencia, que es una propiedad de cada material.

En conclusión, podemos decir que el rayo de luz se desdobra en dos rayos linealmente polarizados de manera perpendicular entre sí y solo para cristales anisótropos. Este efecto fue estudiado por el físico danés Rasmus Bartholin en 1669, observándolo en la calcita, años después Agustín Fresnel lo explicó en términos de la polarización.

Polarización por Birrefringencia

Cuando un rayo de luz es polarizado por un cristal, las ondas producidas tienen diferentes velocidades debido a que el cristal tiene diferentes índices de refracción, el de mayor índice será el más lento y el de menor índice será el más rápido.

Birrefringencia: Doble refracción de los medios anisótropos Δn .

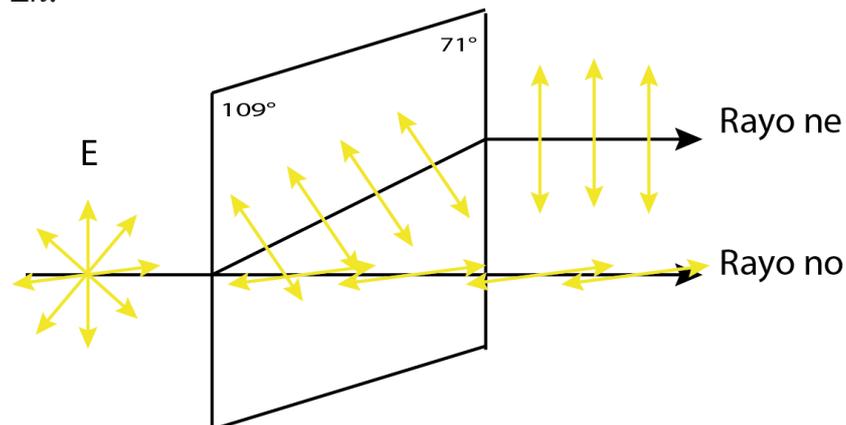


Figura 5.7 Birrefringencia.

Para separar una onda de otra puede utilizarse un cristal birrefringente para obtener luz polarizada a partir de luz natural.

Prisma de nicol

Es un cristal romboédrico de espato de Islandia o calcita ($CaCo_3$), que está elaborado con dos prismas de calcita cortados diagonalmente y unidos con pegamento óptico llamado bálsamo de Canadá, cuyo índice de refracción es menor que de la calcita, produciendo que el rayo ordinario se refleje totalmente hacia fuera del contorno del segundo prisma, quedando únicamente el rayo extraordinario, el cual pasa a través del cristal. Fue inventado en 1828 por el físico escocés William Nicol, siendo el primer prisma

polarizador que se fabricó. Hasta la actualidad son muy utilizados en microscopía y polarimetría.

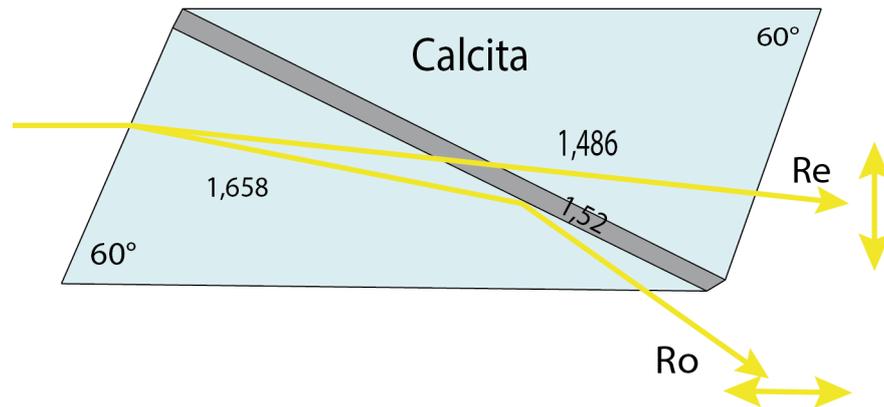


Figura 5.8 Prisma de Nicol.

Polarización por absorción. Cristales Dicroísmo

Algunos cristales birrefringentes presentan dicroísmo, lo que implica que una de las componentes polarizadas es absorbida con mayor intensidad que la otra. Es decir, los cristales absorben más luz en el plano de incidencia que en otros, de modo que la luz a medida que avanza a través del material, se vuelve cada vez más y más polarizada, esta anisotropía es el Dicroísmo, tal como se muestra en la figura 5.9.

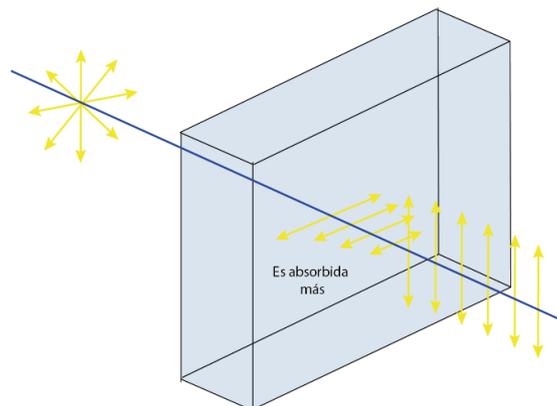


Figura 5.9 Polarización por absorción.

Existen varios materiales dicroicos naturales, el más conocido es el polaroid.

Se llaman materiales dicroicos los llamados polarizadores polaroid, siendo el más conocido de turmalina (las gafas de sol son de polaroid). Figura 5.10.

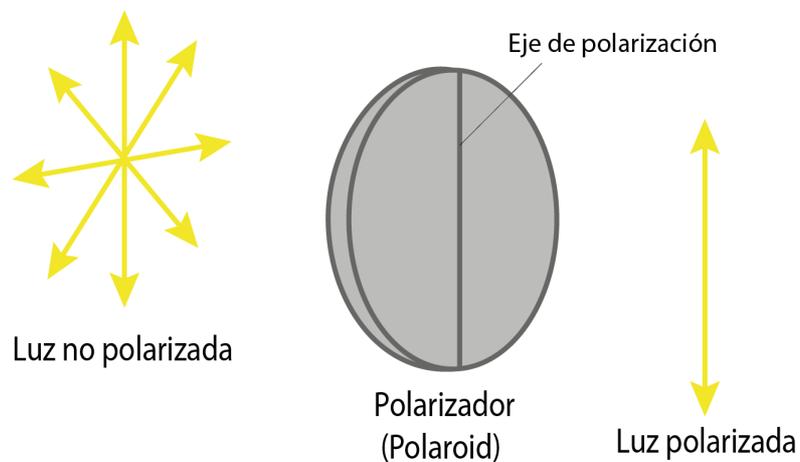


Figura 5.10 Polarización con el polaroid.

Ley de Malus

Llamada así en honor al físico francés Étienne Louis Malus, quien la dedujo experimentalmente en 1809, que establece que la intensidad de un rayo de luz polarizada linealmente, que atraviesa un analizador perfecto y de eje vertical equivale a:

$$I = I_{m\acute{a}x} \cos^2 \theta$$

De donde:

$I_{m\acute{a}x}$ = Intensidad de la luz antes de pasar por el polarizador

I = Intensidad resultante

θ = ángulo entre el eje del analizador y el eje de polarización de la luz incidente.

Cuando el polarizador cuenta con una absorción óptica A :

$$I = I_{m\acute{a}x} \cos^2 \theta + A$$

Poder polarizador, se define como:

$$P_p = \frac{I_{m\acute{a}x} - I_{m\acute{i}n}}{I_{m\acute{a}x} + I_{m\acute{i}n}} \times 100\%$$

Debido a que se puede descomponer el campo el\u00e9ctrico

$$I_T = \frac{\epsilon_0 c}{2} E^2 \quad I = \frac{\epsilon_0 c}{2} (E^2 \cos^2 \theta)$$

Deducci\u00f3n matem\u00e1tica

$$E = \frac{I_T}{\epsilon_0 c} = \frac{I}{\epsilon_0 c \cos^2 \theta}$$

$$I = I_T \cos^2 \theta$$

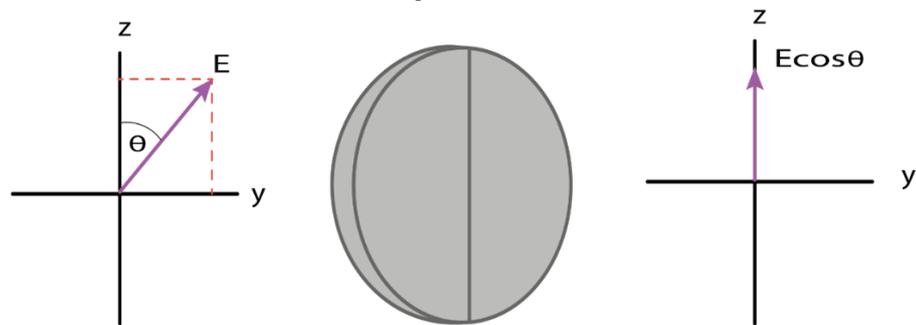


Figura 5.11 Descomposici\u00f3n del campo E para polarizar.

L\u00e1minas de retardo: Luz circular o el\u00edptica

Si a un cristal birrefringente le cortamos una l\u00e1mina delgada obtendremos una l\u00e1mina retardadora, llamada as\u00ed porque desfasa las ondas incidentes sobre ella.

Consideremos los siguientes casos:

Una fuente de luz natural no polarizada

Un cristal polarizador

Una l\u00e1mina retardadora

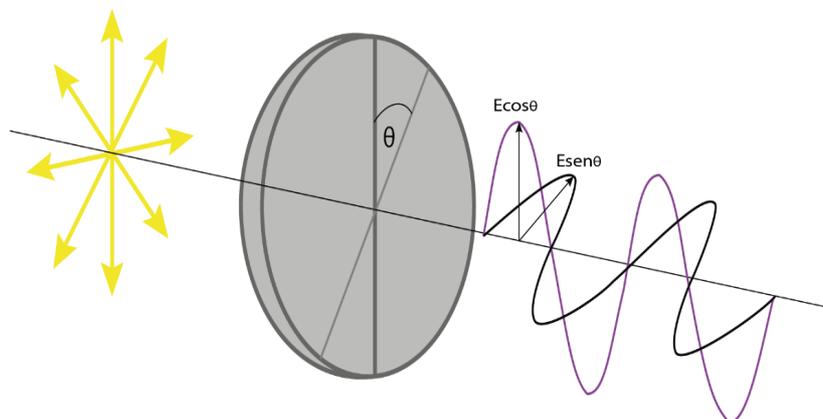


Figura 5.12 Luz polarizada con un campo oscilando en un ángulo cualquiera.

Como la lámina birrefringente tiene dos índices de refracción una onda viajará más rápido que la otra, por lo que una se terminará adelantando, como se muestra en la figura 5.13.

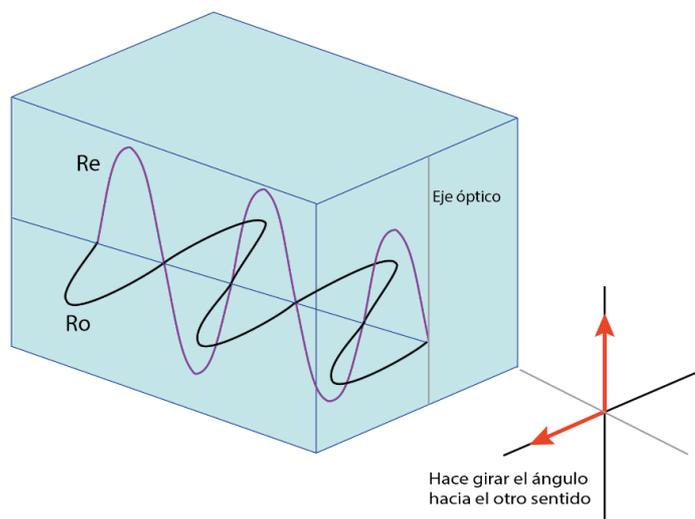


Figura 5.13 Diferencia de los rayos polarizados.

La diferencia de desfase entre las ondas depende de los índices de refracción y del espesor de la lámina.

Lámina de $\frac{1}{4}$ de onda: Cuando los índices y el espesor es tal que existe un desfase de cuarto de onda.

Lámina de media onda: Cuando los índices y el espesor es tal que existe un desfase de media onda. Son las más típicas.

Consideremos una lámina delgada de un cuarto de onda, en esta lámina la onda ordinaria se atrasa un cuarto de longitud de onda, como se muestra en la figura 5.14.

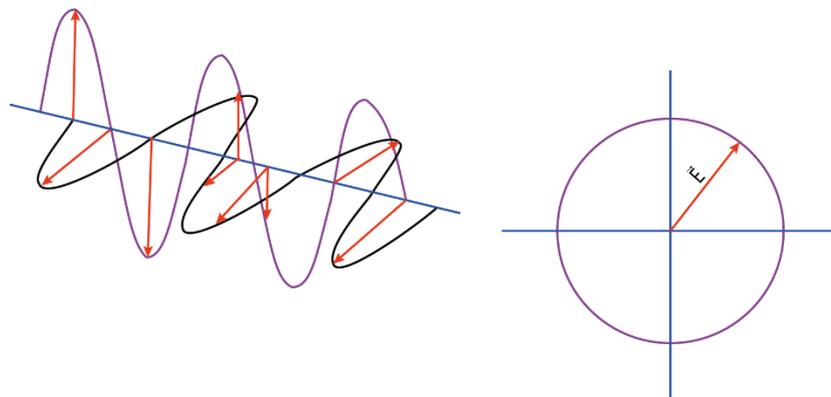


Figura 5.14 Retraso provocado por una lámina cuarto de onda.

Los retardadores de media onda y cuarto de onda son casos especiales.

Supongamos cualquier otro caso, con desfase cualquiera, cuando pasa eso la magnitud del vector resultante varía. La proyección sobre una pantalla es una elipse, se llama luz polarizada elípticamente.

Es decir, la luz lineal y circular son casos especiales de la luz elíptica ($90^\circ - 270^\circ$) ($0^\circ - 180^\circ$)

En algunos casos es mayor que E inicial forme una elipse.

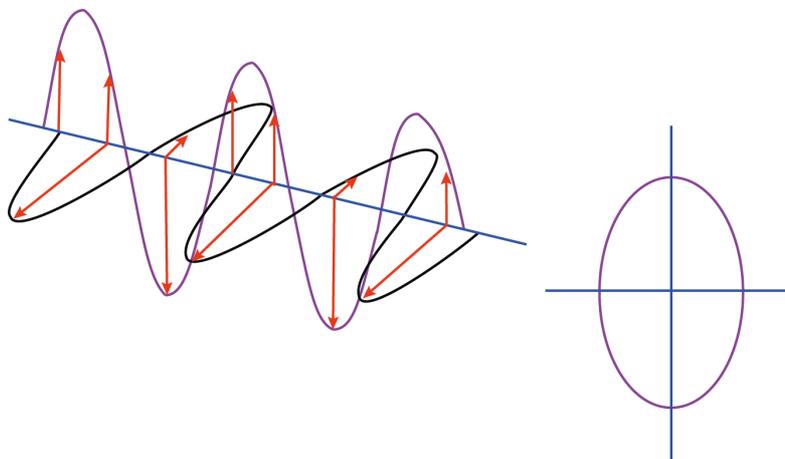


Figura 5.15 Polarización elíptica

Cálculo de diferencias de fases:

Depende del espesor de la lámina (t)

$n_E = n_o$ = índices de refracción

λ = longitud de onda en el vacío

Las nuevas longitudes de onda: λ_o y λ_E

$$\lambda_E = \frac{\lambda}{n_E} \quad \lambda_o = \frac{\lambda}{n_o}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n = \frac{\lambda_o f}{\lambda_E f}$$

$$n = \frac{\lambda_o}{\lambda_E}$$

Número de ondas:

$$\frac{t}{\lambda_E} = t \frac{n_E}{\lambda}$$

$$\frac{t}{\lambda_o} = t \frac{n_o}{\lambda}$$

Si restamos encontramos las ondas sobrantes:

$$\varphi_E - \varphi_o = \frac{2\pi t}{\lambda} (n_E - n_o)$$

con 2π de desfase inicial o a 180°

La ecuación anterior indica que el desfase depende del espesor (corte) y de la longitud de onda.

Compensador de Babinet

Es un dispositivo en el que el desfase puede tomar cualquier valor, pero sin altera o cortar la lámina. Compuesto por 2 secciones de cuarzo cristalino en forma de cuña.

Los ejes ópticos son perpendiculares.

El rayo ordinario es extraordinario en el segundo y viceversa

t_1 y t_2 espesores de los cristales.

Sabemos que el desfase en el primer cristal es

$$\Delta\varphi_1 = \frac{2nt_1}{\lambda_o} (n_E - n_o)$$

En el segundo cristal

$$\Delta\varphi_2 = -\frac{2nt_2}{\lambda_o} (n_E - n_o)$$

Se invierten los rayos

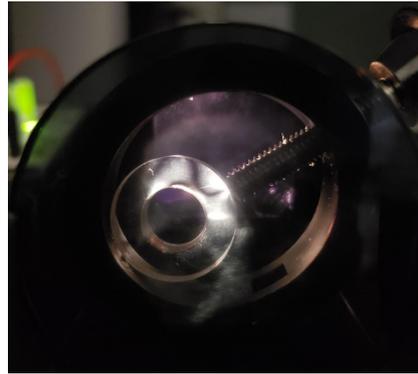
La diferencia total es la suma de las dos:

$$\Delta\varphi = \frac{2nt_1}{\lambda_o} (n_E - n_o) - \frac{2nt_2}{\lambda_o} (n_E - n_o)$$
$$\Delta\varphi = \frac{2n}{\lambda} (n_E - n_o)(t_1 - t_2)$$

Así podemos tener diferentes espesores lo que no se podía hacer solo uno. (Aquí podemos cambiar el espesor sin alterar las láminas)

Análisis óptico de esfuerzos (Fotoelasticidad)

Cuando dos polarizadores están con sus ejes de polarización perpendiculares no pasa luz. Si colocamos entre ellos un cristal birrefringente la luz estará polarizada elípticamente y parte de ella será transmitida por el analizador, el vidrio celuloide y baquelita, aunque no son birrefringentes se convierten en ellos cuando se someten a esfuerzos mecánicos, de esta manera se puede conocer acerca de los esfuerzos que experimenta un cuerpo.



Fotoelasticidad: Doble refracción producida por esfuerzos.

Podemos analizar los esfuerzos de cuerpos opacos construyendo un modelo similar con baquelita.

El análisis de esfuerzos de forma matemática sería muy complicado, pero se reducen si estudiamos por métodos ópticos.

En líquidos:

Algunos líquidos experimentan doble refracción cuando se aplica un campo eléctrico en su interior “Efactor kerr” en honor al físico John Kerr.

Esto permite tener un regulador de intensidad luminosa controlada por elasticidad.

Actividad Óptica

También llamada rotación óptica, se refiere a la rotación lineal de la luz cuando viaja a través de ciertos materiales. Este fenómeno se presenta en ciertos materiales en los cuales sus moléculas asimétricas llamadas quirales (objetos

que no pueden ser superpuestos con su imagen especular) Se emplea en la industria para medir la concentración de azúcar en una sustancia, en óptica para manipular el plano de polarización, en química para caracterizar sustancias en solución acuosa y en medicina para medir el azúcar en la sangre.

Fue estudiado por separado por el físico francés Dominique F. J. Arago y el químico Jean Baptiste Biot.

Es una especie de birrefringencia, cualquier luz polarizada linealmente puede ser descrita como una combinación de dos ondas polarizadas circularmente cuyos vectores \vec{E} giran en sentidos opuestos.

Como depende de los índices de refracción una onda girará más rápido que otro, lo que provocará que la resultante es haya girado un poco hacia un lado u otro.

Las sustancias que presentan actividad óptica, pueden producir dos tipos de rotación del plano de vibración de la luz polarizada, las mismas que son:

Dextrógiras: el material hace girar el plano de polarización a la derecha, sentido horario

Levógiras: el material hace girar el plano de polarización a la izquierda, sentido anti horario.

La luz polarizada linealmente se descompone en dos ondas polarizadas circularmente.

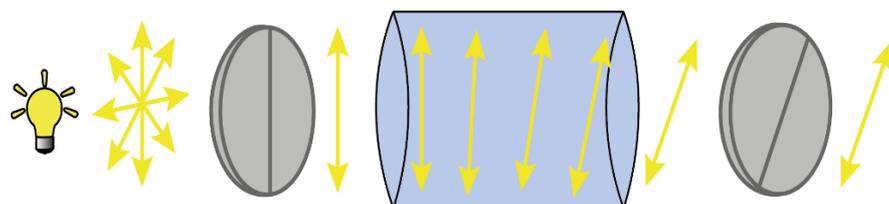


Figura 5.16 Polarización por actividad óptica

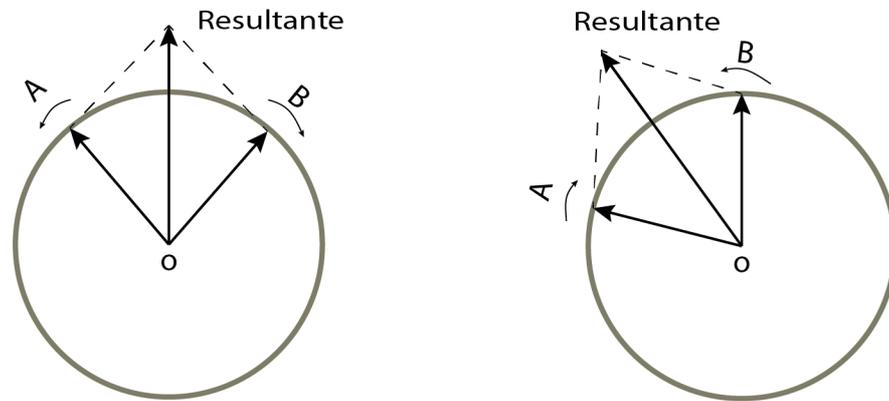


Figura 5.17 Desplazamiento angular.

Efecto Faraday: Un campo magnético provoca que las moléculas tengan actividad óptica, provocando una rotación de la luz polarizada linealmente.

Ejercicios resueltos

1.- Se tiene luz polarizada linealmente con una irradiancia o intensidad luminosa de 300 W/m^2 incide normalmente en una pila de polarizadores lineales, colocados uno tras otros cuyos ejes de polarización están colocados de la siguiente manera: el primero es vertical, el del segundo está a 30° , el del tercero a 60° y el del cuarto a 90° . Determine la cantidad de energía que emergerá dicha luz cuando atraviese dichos polarizadores

Para el primer polarizador ténganse en cuenta lo siguiente: Dado que el polarizador su eje de polarización está orientado verticalmente, esto significa que solo las componentes de luz que tienen su polarización vertical (paralela al eje del polarizador) pueden pasar a través de él, mientras que las componentes con polarización horizontal (perpendicular al eje del polarizador) son bloqueadas y absorbidas. Dado que la luz inicialmente polarizada linealmente se descompone en dos componentes perpendiculares, y solo una de ellas puede pasar a través del polarizador, la intensidad de la luz que emerge del polarizador será la mitad de la intensidad inicial. Con esto

$$I_1 = I_0 \cdot \cos^2 0^\circ$$

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

Para el segundo polarizador tenemos:

$$I_2 = I_1 \cos^2 30$$

Para el tercer polarizador:

$$I_3 = I_2 \cos^2 30$$

Y para el cuarto polarizador

$$I_4 = I_3 \cos^2 30$$

Sustituyendo la última expresión con sus respectivas equivalencias se tiene:

$$I_4 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 30 \cdot \cos^2 30 \cdot \cos^2 30$$

$$I_4 = 0,21 I_0$$

$$I_4 = 63,28 \text{ W/m}^2$$

2.- La intensidad luminosa de un haz de luz natural es de 450 W/m^2 . Dicho haz incide en un par de polarizadores lineales ideales cuyos ejes de polarización están separados a una distancia de 45° . ¿Cuánto será la intensidad luminosa que emergerá de los dos polarizadores?

Por la Ley de Malus se tiene:

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

$$I = \left(450 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right) \cos^2 45$$

$$I_f = 225 \text{ W/m}^2$$

3.- ¿En qué ángulo la reflexión del cielo en la superficie del agua de un estanque desaparecerá por completo al observarla a través de un filtro de polaroid?

Por la ley de Brewster se tiene:

$$\tan \varphi_P = \frac{n'}{n}$$

$$\tan \varphi_P = \frac{1,33}{1}$$

$$\varphi_P = \arctan 1,33$$

$$\varphi_P = 53^\circ$$

Al examinar un haz de luz que es reflejado por la superficie de un líquido desconocido utilizando un polarizador lineal

de hoja, se observa que cuando el eje central del polarizador (eje perpendicular al plano de la hoja) se desvía de la vertical en un ángulo de $55,30^\circ$, la luz reflejada se transmite por completo a través del polarizador, siempre y cuando el eje de transmisión sea paralelo al plano de la interfaz. Con esta información, calcule el índice de refracción del líquido. Inicialmente el eje del polarizador se encuentra perpendicular al plano de la hoja. Cuando movemos dicho ángulo al eje de polarización no está hablando el ángulo de polarización máxima. Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\tan \varphi_P &= \frac{n'}{n} \\ \tan 55,30^\circ &= \frac{n'}{1} \\ n' &= \tan 55,30^\circ \\ n' &= 1,44\end{aligned}$$

4.- Un haz de luz es reflejado por una lámina de vidrio de índice 1,55 sumergida en alcohol etílico con índice de refracción de 1,36, resulta estar total y linealmente polarizada. Determine a que ángulo se transmitirá la lámina el haz de luz parcialmente polarizado.

Primero calculemos el ángulo de polarización máxima para dichas sustancias:

$$\begin{aligned}\tan \varphi_P &= \frac{n'}{n} \\ \tan \varphi_P &= \frac{1,55}{1,36} \\ \tan \varphi_P &= 1,14 \\ \varphi_P &= 48,74^\circ\end{aligned}$$

Es decir, a ese ángulo la luz estará polarizada totalmente, por lo cual debe existir un ángulo en el cual la luz estará polarizado parcialmente. Con esto, planteando la Ley de Snell se tiene

$$\begin{aligned}n \sin \varphi_P &= n' \sin \varphi' \\ 1,36 \sin 48,74 &= 1,55 \sin \varphi' \\ \varphi' &= \arcsin\left(\frac{1,36}{1,55} \cdot \sin 48,74^\circ\right) \\ \varphi' &= 41,27^\circ\end{aligned}$$

5.- Un rayo de luz blanca de 589 nm de longitud de onda índice en una lámina de un cristal birrefringente hecho de

calcita cuyos índices de refracción para los rayos extraordinarios y ordinarios son $n_o = 1,6583$ y $n_e = 1,4864$, con un ángulo de 50° . Dicho cristal se corta para que el eje óptico sea paralelo a la cara frontal y perpendicular al plano de incidencia. Determine la separación angular entre el rayo ordinario y extraordinario. Aplicando la ley de Snell para el rayo ordinario se tiene:

$$\begin{aligned} n \sin \varphi_i &= n_o \sin \varphi_{to} \\ 1 \sin 50^\circ &= 1,6583 \sin \varphi_{to} \\ \sin \varphi_{to} &= \frac{\sin 50^\circ}{1,6583} \\ \sin \varphi_{to} &\approx 0,463 \\ \varphi_{to} &\approx 27,58^\circ \end{aligned}$$

Para el rayo extraordinario se tiene:

$$\begin{aligned} n \sin \varphi_i &= n_e \sin \varphi_{te} \\ 1 \sin 50^\circ &= 1,4864 \sin \varphi_{te} \\ \sin \varphi_{te} &= \frac{\sin 50^\circ}{1,4864} \\ \sin \varphi_{te} &\approx 0,516 \\ \varphi_{te} &\approx 31,06^\circ \end{aligned}$$

Por lo tanto, la separación angular estará dado por:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &\approx \varphi_{te} - \varphi_{to} \\ \Delta\varphi &\approx 31,06^\circ - 27,58^\circ \\ \Delta\varphi &\approx 3,48^\circ \\ \Delta\varphi &\approx 3^\circ 29' \end{aligned}$$

6.- Determine el ángulo de reflexión interna total para el rayo ordinario en el prisma de nicol hecha de un sustrato de calcita báltamo cuyo índice de refracción es 1,55. Considere que $n_o = 1,6583$

Sabemos que la reflexión interna total ocurre cuando pasamos de un medio cuyo índice de refracción es menor a otro mayor. Es decir, para que se produzca reflexión interna total $n_1 > n_2$

Aplicando la ley de Snell se tiene

$$\begin{aligned} n_1 \cdot \sin \varphi &= n_2 \cdot \sin \varphi' \\ n_o \cdot \sin \varphi_c &= n_{calcita-b} \cdot \sin 90^\circ \\ \varphi_c &= \arcsin \frac{n_{calcita-b}}{n_o} \\ \varphi_c &= \arcsin \frac{1,55}{1,6583} \end{aligned}$$

$$\varphi_c = 69,18^\circ$$

A ángulos mayores al ángulo crítico se produce el fenómeno de reflexión total interna de la luz.

7.- Determine el ángulo de polarización para un cierto material compuesto de vidrio si se sabe que el ángulo límite para dicho material es de $38,3^\circ$ cuando se hace incidir una luz monocromática de 650 nm.

Por el ángulo límite sabemos que hay reflexión total de la luz, así que:

$$\begin{aligned} n \cdot \sin \varphi &= n' \cdot \sin \varphi' \\ n_{\text{vidrio}} \cdot \sin 38,3^\circ &= n_{\text{aire}} \cdot \sin 90^\circ \\ \frac{n_{\text{vidrio}}}{n_{\text{aire}}} &= \frac{1}{\sin 38,3^\circ} \\ n_{\text{vidrio}} &= 1,613 \end{aligned}$$

Sabemos que el ángulo de polarización está definido por:

$$\begin{aligned} \tan \varphi_p &= \frac{n'}{n} \\ \tan \varphi_p &= \frac{1,613}{1} \\ \varphi_p &= 58,21^\circ \end{aligned}$$

8.- Un haz de luz paralelo incide en una superficie plana de vidrio con un ángulo de 60° con respecto a la normal de dicha superficie. Si se sabe que el haz reflejado está completamente polarizado. Determine el índice de refracción de dicho vidrio y el ángulo de refracción del haz de luz transmitido.

Sabemos que por la ley de la reflexión:

$$\theta_i = \theta_r$$

Pero θ_r está polarizado, por lo tanto $\theta_r = \varphi_p$. Ahora:

$$\begin{aligned} \tan \varphi_p &= \frac{n'}{1} \\ \tan 60^\circ &= \frac{n'}{1} \\ n' &= 1,732 \end{aligned}$$

También, por la Ley de Snell tenemos:

$$\begin{aligned} n \cdot \sin \varphi &= n' \cdot \sin \varphi' \\ 1 \cdot \sin 60^\circ &= 1,732 \cdot \sin \varphi' \\ \varphi' &= \arcsin \frac{\sin 60}{1,732} \end{aligned}$$

$$\varphi' = 30^\circ$$

Ejercicios propuestos.

1.- Los ejes de polarización de dos polarizadores ideales están colocados, de tal manera que sus ángulos forman con respecto a la vertical los valores de 10° y 60° respectivamente. Si un haz de luz polarizada linealmente con intensidad luminosa o irradiancia I_o , con su campo eléctrico a 40° incide el primer polarizador. Determine que fracción de intensidad luminosa emergerá después de atravesar el segundo polarizador. **R: $I_t = 0,31I_o$**

2.- Se tienen dos polarizadores lineales idénticos colocados uno detrás del otro, con sus ejes de transmisión orientados a 0° y 50° respectivamente. Luego, se inserta un tercer polarizador en el medio de ellos, con su eje de transmisión ubicado a 25° . Si se hace incidir una luz natural con una intensidad de 600 W/m^2 , ¿cuánta energía emergerá con (I_{t1}) y sin (I_{t2}) el polarizador intermedio? **R: $I_{t2} = 123,95 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$; $I_{t1} = 202,4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$**

3.- Se colocan dos polarizadores lineales HN-50 uno después del otro. ¿Qué ángulo debe formar sus ejes de transmisión para que un haz incidente no polarizado de 100 W/m^2 se reduzca a 45 W/m^2 al salir de ellos? **R: $\theta = 18,43^\circ$**

4.- Se tiene un haz de luz natural que incide en una interfaz del medio de separación aire-vidrio cuyo índice de refracción es 1,5 con un ángulo de 40 grados con respecto a la normal de dicha superficie. Determine el factor de reflexión de dicho haz de luz. **R: $0,045$**

5.- Se tiene un haz de luz cuya longitud de onda es $589,3 \text{ nm}$ incide normalmente en un cristal birrefringente de cuarzo cuyo eje óptico es perpendicular al haz de luz. Determine las longitudes de ondas para las ondas ordinarias y extraordinarias. Considere que los índices de refracción

para dichas ondas son $n_o = 1,5443$ y $n_e = 1,5533$ **R: $\lambda_o = 381,6 \text{ nm}$; $\lambda_e = 379,4 \text{ nm}$**

6.- Para un cierto aparato óptico se sitúa una capa delgada de un material transparente con un índice de refracción de $n = 1,35$ como recubrimiento para reducir el efecto de los reflejos en la superficie de un vidrio que tiene un índice de refracción de $n = 1,5$. Determine el espesor o grosor necesario para esta capa con el fin de eliminar la reflexión de luz con una longitud de onda de 580 nm . **R: $t = 107,41 \text{ nm}$**

Capítulo VI. Interferencia y Difracción

En física interferencia es el que dos o más ondas se superponen para formar una onda de mayor, menor igual amplitud. La interferencia se observa en todo tipo de onda: Luz, radio, sonido, ondas en agua etc.

Historia

A principios del siglo XIX por el prestigio de Newton se mantenía la teoría corpuscular. Esto debido a que Huygens tenía poca habilidad en la parte matemática en su teoría quedó descartada casi un siglo después.



El físico inglés Thomas Young resucitó esta teoría en 1802-1804 mediante un experimento que muestra el fenómeno de interferencia conocido como el “experimento de la doble rendija”. La teoría corpuscular no puede explicar la interferencia.

Experimento de la doble rendija

Thomas Young utilizó una pantalla negra con su agujero estrecho perforado de modo, para obtener un haz estrecho en una habitación oscura, luego colocó una pantalla con dos rendijas estrechas muy juntas. Finalmente colocó una pantalla blanca. La luz que pasó por cada rendija se difractó y se produjo el patrón de interferencia. Donde la interferencia constructiva hacia un borde brillante en la pantalla, y donde la interferencia era destructiva la pantalla permanecía oscura.

Thomas Young no fue tomado en serio hasta que en 1818 el físico francés Augustín Fresnel propuso su propia teoría ondulatoria en base matemática.

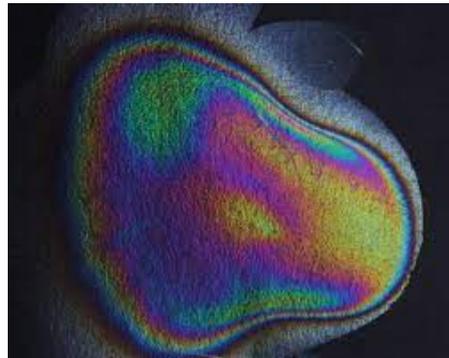
Fresnel también envió su trabajo para revisión, el grupo de revisores eran partidarios de Newton, entre ellos el matemático francés Simeón Poisson quien refutó la teoría, afirmando que si realmente se comportaba como onda, cuando se coloque un pequeño disco macizo en un haz de luz, la difracción de algunas ondas de luz alrededor del disco produciría una difracción constructiva, produciendo un punto brillante en el centro de la sombra del disco.

François Arago, presidente del Comité dispuso que se probara la hipótesis de Poisson y efectivamente apareció el punto brillante. Desde ahí se aceptó la teoría ondulatoria, por los experimentos de la doble rendija y el punto brillante de Poisson.

Interferencia en láminas delgadas

Los colores brillantes que se ven con frecuencia cuando la luz se refleja en una pompa de jabón o una fina capa de aceite que flota sobre el agua.

Consideremos una lámina delgada, aquí la interferencia se da cuando la luz incidente en una lámina delgada es reflejada por las superficies superior e inferior.



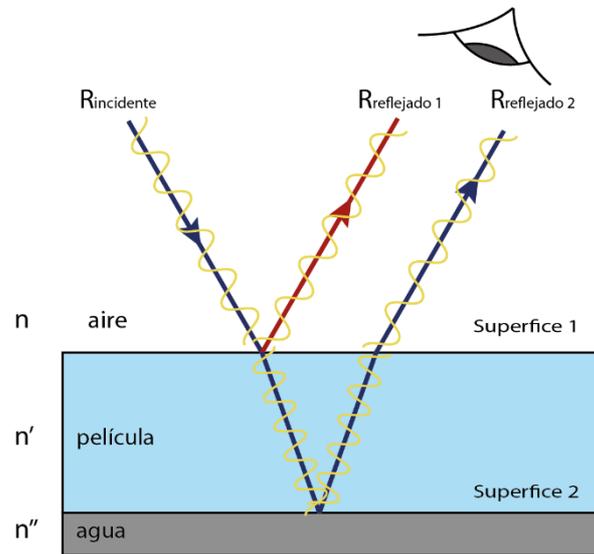


Figura 6.1 Interferencia por láminas delgadas

Parte de la luz incidente que llega a la lámina se refleja y parte de ella se refracta en la primera superficie. La luz refractada en parte se refleja nuevamente y parte se refracta. Si el espesor de la lámina es muy pequeño la distancia entre S_1 y S_2 será muy pequeña de orden de magnitud de la longitud de onda, es como tener dos rendijas (Experimento de Young)

Consideraciones:

Si $n' > n$ el sentido del vector eléctrico se invierte, el vector magnético se conserva (se refleja \vec{E} con inversión de fase)

Si $n'' < n'$ el sentido del vector magnético se invierte y el vector eléctrico se conserva.

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n = \frac{f\lambda_o}{f\lambda}$$

$$n = \frac{\lambda_o}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_o}{n}$$

Análisis específico:

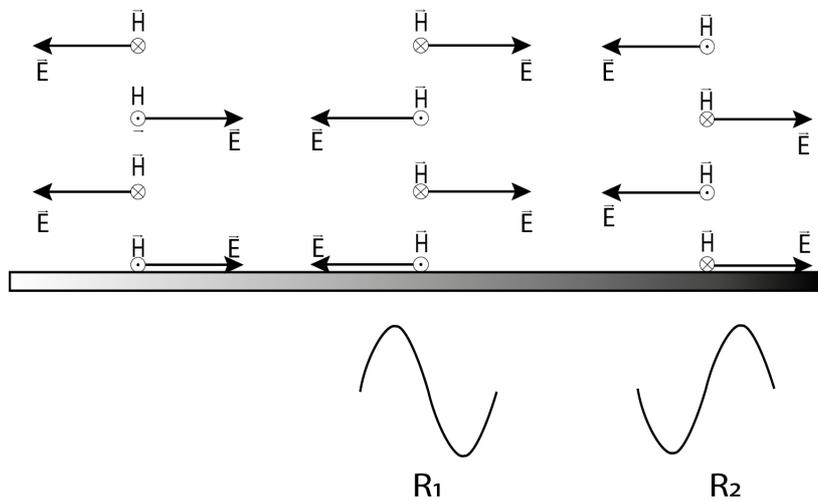


Figura 6.2 Cambio de fase por la reflexión

Calculemos el número de ondas de desfase

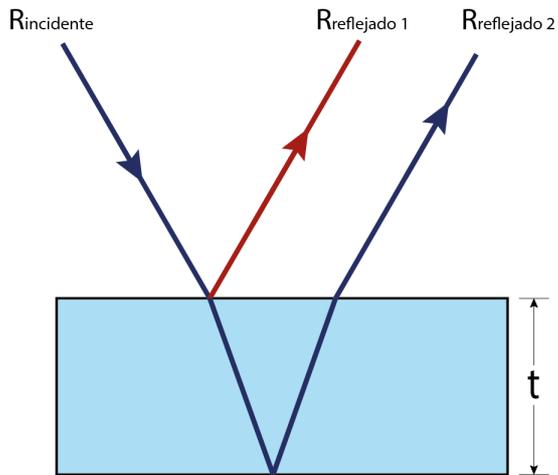


Figura 6 3 Rayos reflejados en diferentes superficies

R_2 tiene mayor distancia por recorrer para juntarse con R_1 .

$$\text{Número de ondas} = \frac{2t}{\frac{\lambda_o}{n}}$$

Donde:

λ_o = longitud de onda incidente

$$\lambda = \frac{\lambda_o}{n}$$

λ =longitud de onda en la película

$$N = \frac{2t}{\frac{\lambda_o}{n}} = \frac{2nt}{\lambda_o}$$

Espesor t un cuarto de longitud de onda

$$t = \frac{1}{4}\lambda = \frac{1}{4}\lambda_o$$

$$N = \frac{2n\frac{1}{4}\lambda_o}{\lambda_o} = \frac{1}{2}$$

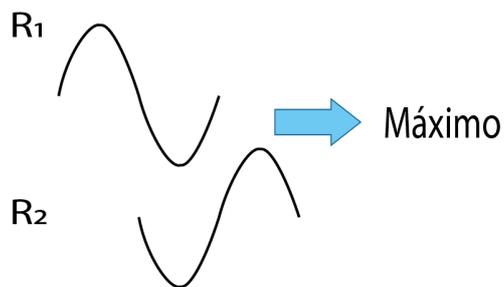


Figura 6.4 Superposición de ondas

Existe un desfase de media longitud de onda.

Espesor t de media longitud de onda

$$t = \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}\lambda_o$$

$$N = \frac{2n\frac{1}{2}\lambda_o}{\lambda_o} = 1$$

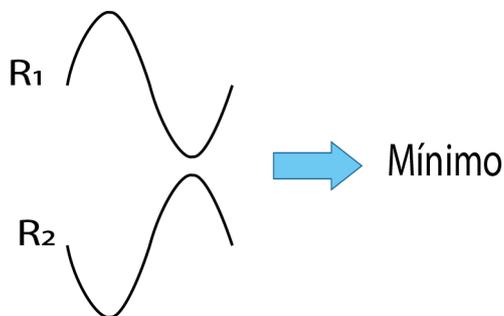


Figura 6.5 Superposición de ondas

Existe un desfase de una longitud de onda.

Películas no reflectantes

La interferencia en películas delgadas se utiliza para fabricar vidrios no reflectantes. Para lo cual se coloca una delgada capa o película delgada transparente sobre una placa de vidrio, con un índice de refracción intermedio entre el aire y el vidrio.

En ambas reflexiones la luz se refleja de un medio de mayor índice del que es está propagando se produce el mismo cambio de fase. Ahora si el espesor de la película es un cuarto de longitud de onda (es incidencia normal) los haces de luz al superponerse producirán una interferencia con anulación total. El espesor solo puede ser igual a un cuarto de longitud de onda, se elige la longitud de onda entre amarillo-verde del espectro, para lo cual el ojo es más sensible, Hay algunas reflexiones de ondas de mayor o menor longitud.

Con este método puede reducirse la reflexión al 1%, proceso que es muy utilizado para reducir la pérdida de la luz por reflexión en instrumentos como telémetros y periscopios.

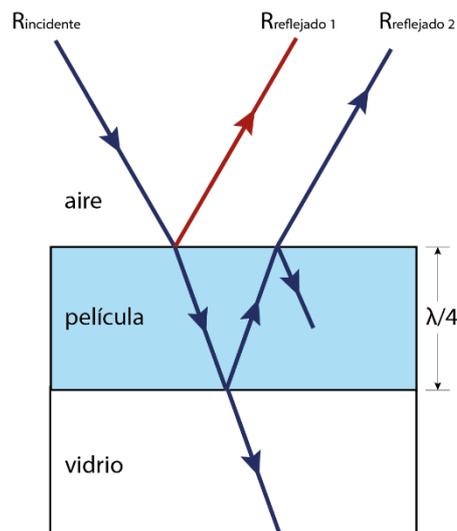


Figura 6.6 Análisis de rayos reflejados

Anillos de Newton

Es un patrón de interferencia causada por la reflexión de la luz entre dos superficies una curva y otra plana.

Este fenómeno fue descrito por primera vez por el físico inglés Robert Hooke, pero fue Isaac Newton el primero en analizarlo en 1717 por lo que lleva su nombre.

El espesor de aire es muy pequeño en el punto de contacto y aumenta gradualmente hacia afuera. Los lugares de los puntos de igual espesor son circunferencias concéntricas cuyo centro es el punto de contacto.

Con la luz monocromática se observa un patrón de interferencia como una serie de anillos concéntricos que alternan entre brillantes y oscuros (máximos y mínimos)

Cuando colocamos luz blanca se forma un patrón de anillos concéntricos con los colores del arco iris. Debido a que los rayos de distinta longitud de onda hacen interferencia en espesores distintos del aire entre el lente y la superficie plana.

La pendiente de la superficie de la lente aumenta de medida que nos alejamos del punto de contacto, los anillos están cada vez menos separados a medida que se alejan del centro.

P_1) $n < n'$ Inversión vector magnético

P_2) $n' > n$ Inversión vector eléctrico

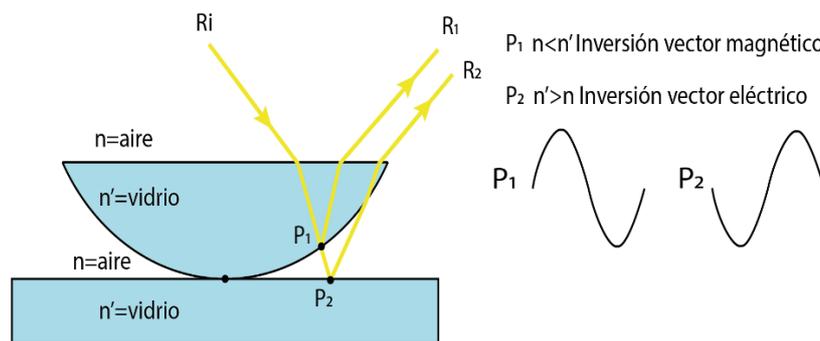


Figura 6.7 Rayos reflejados en un disco de Newton

Determinación de la ecuación del espesor t

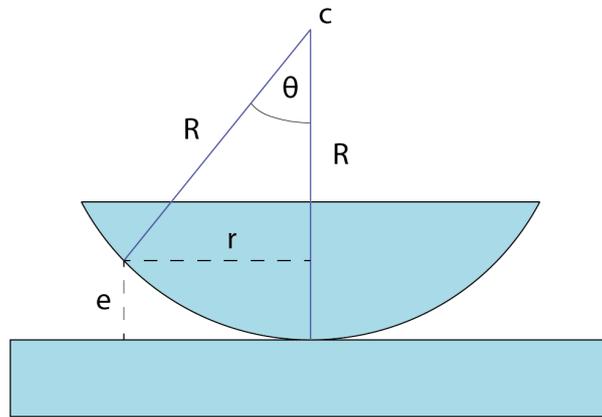


Figura 6.8 Análisis del radio de los anillos

$$t = R - R \cos \theta = R(1 - \cos \theta) \quad (1)$$

Con $\theta \rightarrow 0$, $\cos \theta = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}$ Para rayos paraxiales vista normal.

$$\cos \theta = 1 - 2 \frac{\theta^2}{4}$$

$$\frac{\theta^2}{2} = 1 - \cos \theta \quad (2)$$

$$\theta = \frac{r}{R} \quad (3)$$

Reemplazando (2) y (3) en (1)

$$t = R(1 - \cos \theta)$$

$$t = R \left(\frac{\theta^2}{2} \right) = R \left(\frac{\frac{r^2}{R^2}}{2} \right) = \frac{Rr^2}{2R^2} = \frac{r^2}{2R}$$

$$t = \frac{r^2}{2R}$$

Aproximadamente.

$$N = \frac{2nt}{\lambda_0}$$

$$t = \frac{1}{2} \lambda \quad \rightarrow \quad N = 1$$

$$N = \frac{2n \frac{\lambda_o}{n}}{\lambda_o}$$

$$t = \frac{2}{2} \lambda \rightarrow N = 2$$

$$N = \frac{2n \frac{3 \lambda_o}{2 n}}{\lambda_o}$$

$$t = \frac{3}{2} \lambda_o \quad N = 3$$

$$N = 1, 2, 3, \dots$$

Mínimo

$$t = \frac{1 \lambda_o}{2 n}, \frac{2 \lambda_o}{2 n}, \frac{3 \lambda_o}{2 n}$$

Por el radio de un anillo brillante u oscura se puede calcular la longitud de la luz que la produce.

O si conocemos la longitud de onda podemos calcular el espesor

$$t = \frac{m}{2} \lambda_o$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\left(\frac{m}{2} \lambda\right) = \frac{r^2}{2R}$$

$$r = \sqrt{m \lambda R}$$

Radio de un anillo oscuro en función de la longitud de onda y el radio de la lente.

Este método es muy útil para comprobar o fabricar una superficie plana o curva, porque si los dos con planas hay oscuridad, pero si la una es un poco curva ya hay interferencia.



Figura 6.9 Anillos de Newton provocada por luz policromática

Interferómetro de Michelson

Es una configuración común para la interferometría óptica, y fue inventada por el físico polaco Albert Abraham Michelson.

Este método utiliza una fuente de luz que al pasar por un divisor de haz se divide en dos (puede ser un semiespejo). Cada uno de estos dos rayos se reflejan hacia el semiespejo que luego combina sus amplitudes utilizando el principio de superposición. El patrón de interferencia resultante se proyecta sobre la apantalla que puede agrandarse a través de una lente divergente.

Este interferómetro se hizo famoso por el experimento de Michelson y Morley (1886) donde se descubrió que no existe el éter, lo que condujo a la teoría de la relatividad espacial y la revolución de la física a principios del siglo XX.

Otra aplicación del interferómetro fue en 2015 para la detección de ondas gravitacionales.

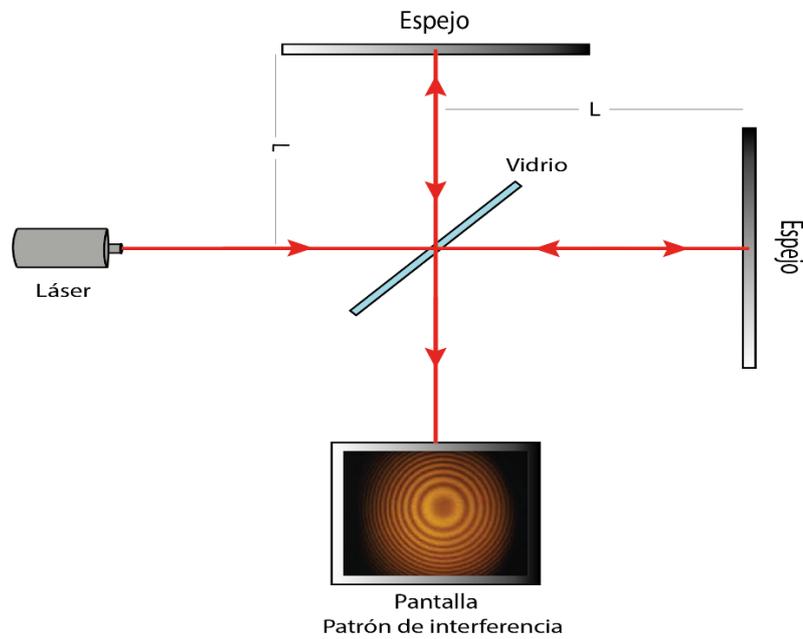


Figura 6.10 Esquema del interferómetro

Un brazo permanece intacto y se varía el otro o se colocan muestras a estudiar. Dependiendo del camino los haces de luz se tendrán una diferencia de fase, esto hará que los dos haces se superpongan constructivamente o destructivamente. El observador ve una serie de anillos y al desplazar uno de los espejos los anillos comenzarán a moverse.

Es utilizado para medir movimientos muy pequeños, una vez que se tiene la figura de interferencia inicial, si cambiamos la posición de uno de los espejos con los tronillos micrométricos las franjas se moverán. Si se toma un punto de referencia en el patrón de interferencia por cada franja que la atravesase habremos desplazado el espejo una distancia semejante a una longitud de onda.



Figura 6.11 Interferómetro de Michelson

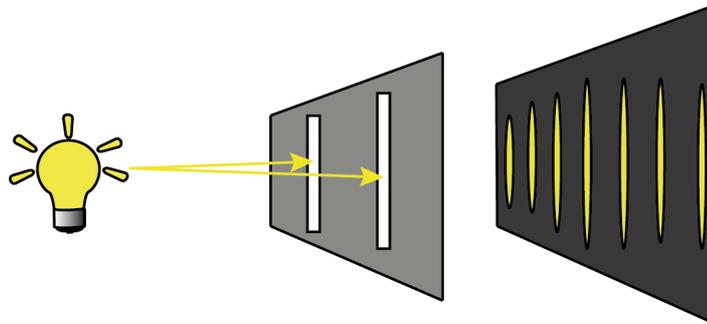
Interferencia con doble rendija: Experimento de Young

Uno de los primeros experimentos que manifestaron que la luz puede producir interferencia fue el que realizó el físico inglés Thomas Young en 1800. Este experimento fue muy importante y decisivo ya que demostró que la luz tiene características ondulatorias. La teoría corpuscular no podía explicar este fenómeno.

El experimento fue trascendental a la hora de demostrar la naturaleza dual de la luz, y un inicio de la mecánica cuántica, puesto que el experimento puede realizarse con electrones, protones y neutrones.

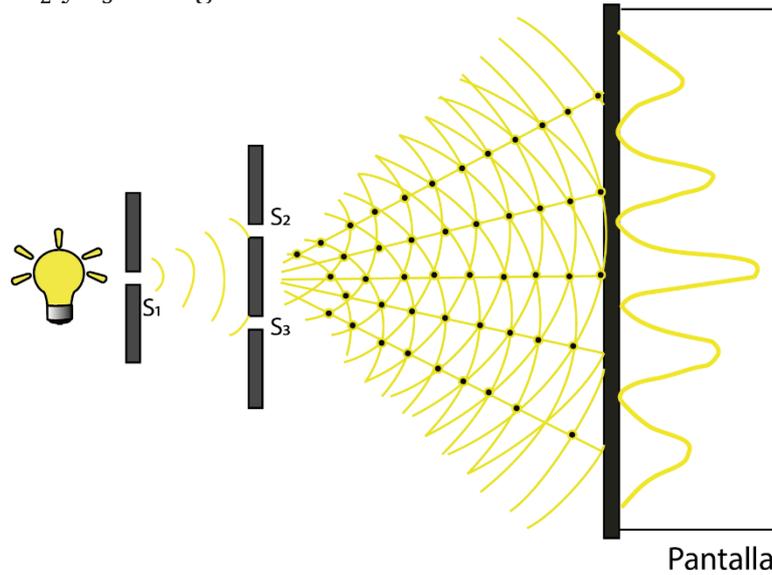
El experimento de Young consiste en una fuente de luz que incide sobre la rendija S_1 , S_2 y S_3 son otras dos rendijas paralelas y equidistantes a S_1 . Cuando se coloca una pantalla a la derecha de estas rendijas se observa franjas brillantes y oscuras paralelas a las rendijas. Si se tapa S_2 y S_3 las franjas desaparecen y solo aparece una franja ancha iluminada. La teoría corpuscular no puede explicar este fenómeno.

Observemos la siguiente imagen.



Fuente de luz Doblen rendija Patron de interferencia
Figura 6.12 Esquema del experimento de la doble rendija

Por el principio de Huygens de S_1 se propagan ondas secundarias que llegan en el mismo instante a S_2 y S_3
 De S_2 y S_3 emergen trenes de ondas secundarias.



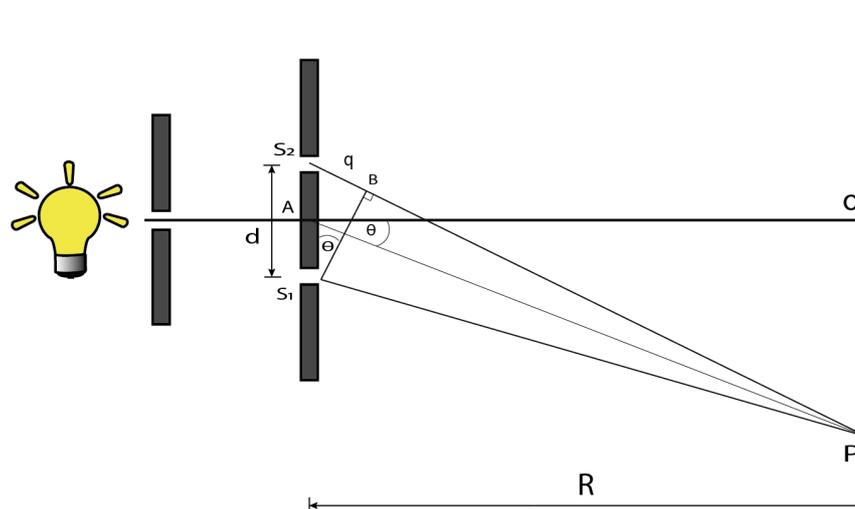


Figura 6.13 Análisis de la interferencia

Supongamos que la distancia entre las dos rendijas es d y consideremos un punto P sobre la pantalla de forma que tenga un ángulo θ con el eje de simetría del sistema.

Si $r \gg d$, el arco S_3B puede considerarse como segmento rectilíneo perpendicular a PS_3 , $S_3B \perp PS_3$, PA , PS_2

$$\Delta BS_2S_3 \approx \Delta POA$$

$$q = d \sin \theta$$

$d \sin \theta$ es la diferencia de recorrido entre las ondas que alcanzan el punto P procedentes de las dos rendijas. Las ondas parten en fase, pero estarán desfasadas cuando lleguen a P .

λ = longitud de onda

$$N = \frac{d \sin \theta}{\lambda_0}$$

La fase aumenta 2π radianes.

$d \sin \theta$ = distancia

La diferencia de fase es:

$$\varphi = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda_0}$$

Si P coincide con: 0 θ tiende a 0 por lo que hacemos llegar en fase, hay una franja brillante en el centro de la figura. Si P se aleja del centro, el ángulo θ y φ aumenta a la vez.

De modo que $\varphi = \pi$ radianes.

$$\pi = 2\pi \frac{d \operatorname{sen}\theta}{\lambda_o}$$

- $\varphi = 0$ constructiva
- $\varphi = 2\pi$ constructiva
- $\varphi = \pi$ destructiva
- $\varphi = 3\pi$ destructiva

Oscuridad

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\lambda}{2d}$$

$$3\pi = 2\pi \frac{d \operatorname{sen}\theta}{\lambda}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{3\lambda}{2d}$$

Franjas

oscuras:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\lambda_o}{2d}, \frac{3\lambda_o}{2d}, \frac{5\lambda_o}{2d}, \dots$$

Franjas

brillantes:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\lambda_o}{d}, \frac{2\lambda_o}{d}, \frac{3\lambda_o}{d}, \dots$$

Se puede conocer la longitud de onda de la luz incidente midiendo el ángulo para una franja oscura o brillante y la distancia d entre las rendijas.

Difracción de la luz

Del latín *diffringere* (romper en pedazos), es un término que se atribuye a varios fenómenos que ocurren cuando una onda se encuentra un obstáculo o una rendija. Las ondas se desvían alrededor de las esquinas del obstáculo o través de la abertura. El objeto difractante se convierte una fuente secundaria de la onda de propagación, el físico italiano Francesco Maria Grimaldi fue el que dio este nombre a este fenómeno en 1660.

Todas las ondas o tipos de ondas presentan difracción, es decir:

- ondas sonoras
- ondas en la superficie de un líquido
- ondas electromagnéticas
- ondas gravitacionales.

Este fenómeno puede explicarse por el Principio de Fresnel-Huygens que se estudió en la unidad 1, en el que se considera a cada punto en el frente de una onda propagadora como un grupo de ondículas esféricas individuales secundarias.

El patrón de interferencia es mucho más marcado cuando un manantial luminoso como por ejemplo un haz de luz láser se encuentra con una rendija-abertura que sea comparable en tamaño con la longitud de onda de luz.

La difracción y la interferencia están tan estrechamente relacionadas y son casi idénticas en significado, mismas que fueron descubiertas por primera vez por el físico Thomas Young en el siglo XIX, y ayudaron a demostrar la naturaleza ondulatoria de la luz.

Mecanismo

La difracción se produce debido a la manera en que las ondas se propagan, esta se explica por el principio de Fresnel-Huygens y el principio de superposición. Supongamos que la onda atraviesa una abertura, cada parte de la abertura se comporta como una fuente de ondas secundarias por lo que la superposición de todas las ondas generadas por esas fuentes origina un patrón de interferencia de franjas brillantes y oscuras (máximos y mínimos).

Tipos de Difracción

Los fenómenos de difracción se dividen en dos tipos:

Difracción de Fraunhofer: Se lo denomina difracción de campo lejano, donde los rayos incidentes sobre una abertura o ranura emergen de forma paralela y se observa el diagrama de difracción a una distancia muy alejada del objeto.

Difracción de Fresnel: Denominada difracción de campo cercano, donde los rayos incidentes sobre una abertura o ranura se observan el diagrama de difracción a una distancia corta del objeto.

Ejemplo de la difracción

En la siguiente figura se observa una onda plana que se encuentra con una abertura, si el tamaño de la abertura es mucho mayor que la longitud de la onda, el efecto de la difracción no es muy notorio, como se observa en la parte izquierda, sin embargo, mientras el tamaño es similar a la longitud de onda se puede observar con mayor facilidad la difracción, tal como se observa en la parte derecha.

Es importante indicar que la onda difractada tiene la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda que la onda incidente.

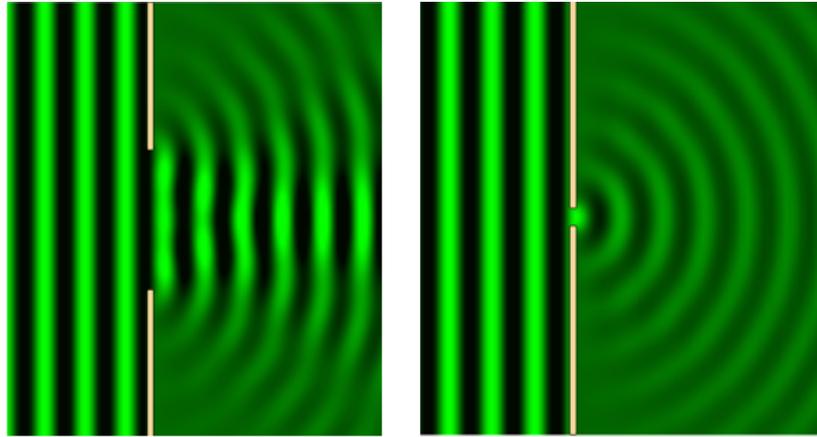


Figura 5.18 Difracción de una onda por una abertura

Difracción de Fraunhofer por una sola Rendija

Analizada por el físico alemán Joseph Van Fraunhofer, se la conoce también como difracción de campo lejano y es un caso particular de la difracción de Fresnel

Consideremos en primer lugar la difracción de la luz a través de una rendija estrecha. Supongamos que un haz de luz monocromática incide sobre una diapositiva que contiene una rendija estrecha horizontal. Si analizamos desde el punto de vista la óptica geométrica el haz transmitido tiene que tener la misma sección transversal que la rendija y si colocamos una pantalla debe iluminarse una superficie de la misma forma y tamaño. Sin embargo, lo que se observa en la pantalla es fenómeno de la difracción, tal como se muestra en la figura, la misma que consta de una franja brillante central y franjas oscuras y brillantes que tienen intensidad reducida.

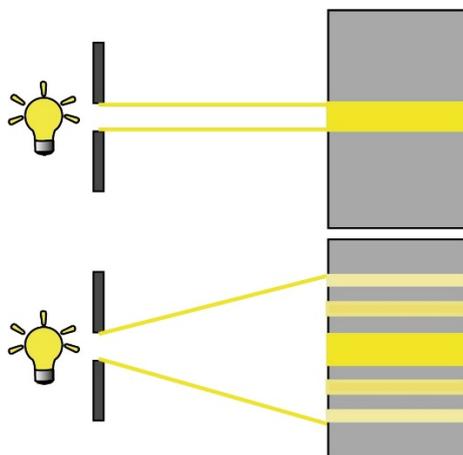


Figura 5.19 Patrón de difracción

Los patrones de difracción por ranuras de diferente ancho se muestran en la siguiente figura. Cómo se puede observar en la imagen mientras más ancho la rendija más amplia el ancho de la franja central del patrón de difracción.

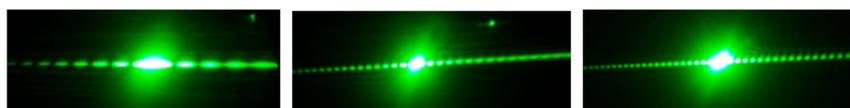


Figura 5.20 Diferentes patrones de difracción

Para entender este fenómeno vamos a considerar el principio de Huygens en donde cada superficie infinitesimal de la rendija estrecha como una tira con fuentes de ondas secundarias.

Para simplificar el problema se considera que la pantalla está lo bastante alejada o que la rendija es muy estrecha, con esto se supone que todos los rayos procedentes de la rendija que vayan a un punto de la pantalla como paralelos, como en la siguiente figura, para no colocar la pantalla muy lejos se puede utilizar una lente colocada muy próxima a la rendija de modo que la lente proyecte sobre su plano focal el patrón de difracción.

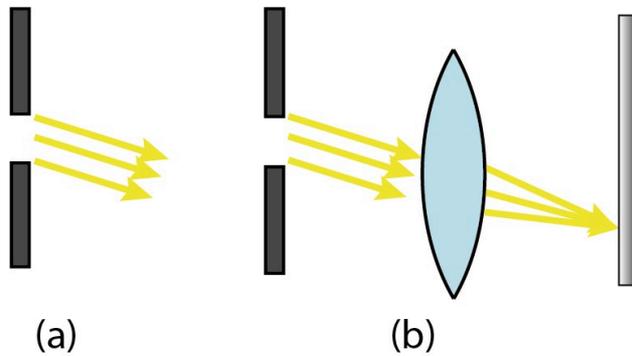


Figura 5.21 Difracción de campo lejano

Para un análisis más profundo de la difracción de Fraunhofer consideremos dos franjas infinitesimales, la una justamente por debajo del borde superior de la rendija y la otra inmediatamente debajo de la línea central (rayos S y T), debido al principio de Huygens estas actúan como fuentes secundarias de luz, estas ondas secundarias que se propagan en una dirección forman un ángulo α con la dirección de la luz incidente, tal como se muestra en la figura.

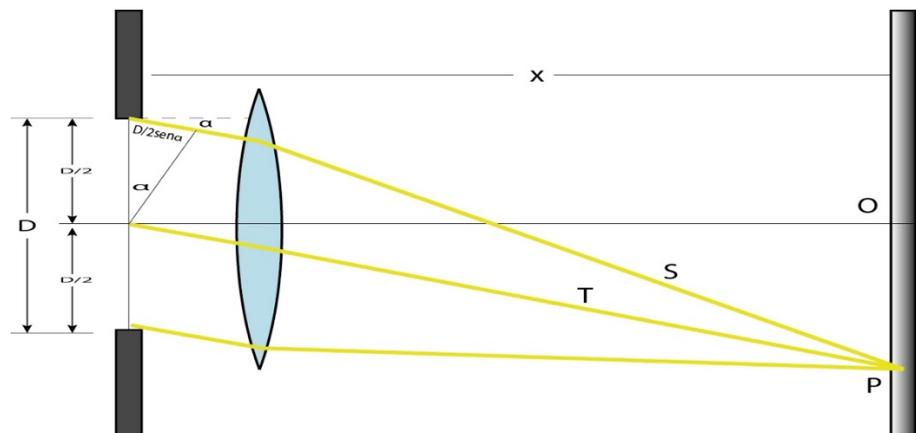


Figura 5.22 Difracción por una ranura

Si observamos ambos rayos parten en fase desde el frente de onda, pero el rayo S ha de recorrer mayor distancia que el rayo T al llegar al punto O y P, esa distancia extra es:

$$d = \frac{D}{2} \text{sen } \alpha$$

Comenzamos analizando si el punto P está sobre el punto O, en este caso $\alpha = 0$ y por ende $d = \frac{D}{2} \text{sen } \alpha = 0$, lo que significa que no hay diferencia de recorrido, los rayos llegan en igual fase por lo que se superponen formando un máximo central.

Si el punto P se aleja de O, el ángulo α aumenta y con ello la diferencia de recorrido. Si la $d = \frac{D}{2} \text{sen } \alpha = \frac{\lambda}{2}$ las ondas llegan en oposición de fase y se produce un mínimo, y si tomamos dos rayos inmediatamente por debajo de los rayos S y T, vemos que también se anulan, por lo que en la pantalla se verá una franja oscura. Es decir, cada rayo procedente de la mitad superior se anula con los rayos procedentes de la mitad inferior.

Ahora bien, si un mínimo se tiene cada vez que pasa esta igualdad

$$\begin{aligned} \frac{D}{2} \text{sen } \alpha &= \frac{\lambda}{2} \\ \text{sen } \alpha &= \frac{\lambda}{D} \end{aligned}$$

Si tomamos otro punto P de modo que el ángulo α provoque que $d = \frac{D}{2} \text{sen } \alpha = \frac{3\lambda}{2}$, tenemos

$$\text{sen } \alpha = \frac{3\lambda}{D}$$

Por lo que podemos afirmar que tenemos franjas oscuras (mínimos) cuando.

$$\text{sen } \alpha = \pm \frac{\lambda}{D}; \pm \frac{2\lambda}{D}; \pm \frac{3\lambda}{D}; \pm \frac{4\lambda}{D}; \dots$$

Escrito de manera compacta

$$\text{sen } \alpha = \pm \frac{m\lambda}{D} \text{ donde } m = 1, 2, 3, \dots$$

El signo \pm significa que hay franjas oscuras simétricas arriba y abajo del punto O.

Si consideremos que el ancho de la ranura de la diapositiva es muy angosta el ángulo α será muy pequeño por lo que

$$\alpha = \pm \frac{m\lambda}{D}$$

Por lo que m representa que mínimo vaya a considerarse, es decir.



Figura 5.23 Máximos y mínimos

También, si cocemos la distancia desde la diapositiva a la pantalla (x) y la altura desde el centro O hasta los mínimos (y_m).

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_m}{x} \quad \text{si aproximamos con ángulo pequeños } \alpha = \frac{y_m}{x}$$

Por lo que

$$\frac{y_m D}{x m} = \lambda$$

Ecuación que nos permite calcular la longitud de onda del haz de luz incidente.

Para los máximos el análisis es un poco más complejo por lo que se propone que lo haga el lector como trabajo de consolidación, lo que si podemos indicar que es que se tendrá máximos secundarios cada vez que.

$$\text{sen } \alpha = \pm \frac{3\lambda}{2D}; \pm \frac{5\lambda}{2D}; \pm \frac{7\lambda}{2D}; \dots$$

Es importante indicar que la intensidad de los mínimos es decreciente.

Red plana de difracción

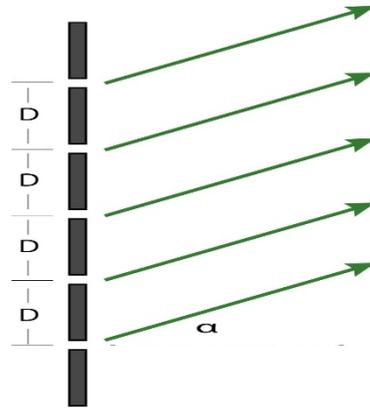
Es un dispositivo óptico que sirve para descomponer la luz en sus componentes espectrales, está diseñado por una serie de ranuras paralelas del mismo ancho grabadas en una superficie plana separadas distancias iguales medidas desde sus centros. Estas ranuras dispersan la luz incidente en las diferentes longitudes de onda que la componen.



Cuando la luz incide sobre una red plana de difracción, parte de ella es reflejada y parte es transmitida a través de las ranuras. Recordemos que de acuerdo al principio de Huygens cada ranura actuará como una fuente puntual de ondas secundarias que producen un patrón de interferencia.

Las redes planas de difracción tienen una variedad de aplicaciones, como espectroscopia, análisis de composición química, mediciones de longitud de onda, y en dispositivos ópticos como láseres, telescopios y sistemas de comunicación óptica.

Para estudiarlo, consideremos que, partiendo del análisis de la interferencia por doble rendija, se sabe que si se aumenta el número de ranuras manteniendo la separación entre ellas se obtienen otros patrones de interferencia en donde se observan que los máximos están en la misma posición que cuando hay dos ranuras, pero que son cada vez más brillantes.



En la siguiente figura tenemos que la separación entre las ranuras es constante (constante de la red de difracción). Si hacemos incidir una luz de una sola longitud y considerando la difracción de Fraunhofer, los máximos principales con ranuras múltiples se forman en la misma posición que si fueran solo dos ranuras, por lo que la posición de los máximos está dada por la siguiente ecuación.

$$\text{sen } \alpha = \pm \frac{m\lambda}{D} \quad \text{con } m = 1, 2, 3, \dots$$

Es decir, cuando se índice un haz de luz monocromática sobre una red de difracción el patrón de difracción es una serie de líneas o puntos muy bien definidos por la ecuación anterior.

Es importante indicar que para que sea visible este efecto la constante de la red debe ser del orden de magnitud que la longitud de onda de la luz incidente.

Difracción por aberturas circulares

La difracción por abertura circular es un fenómeno óptico que ocurre cuando la luz pasa a través de una abertura circular en una diapositiva opaca. De igual forma este fenómeno puede observarse cuando la longitud de onda de la luz es del mismo orden de magnitud que el diámetro de la abertura. Cuando la luz pasa a través de la abertura circular, se produce una interferencia entre las ondas que pasan por diferentes partes de la abertura. Esto da lugar a un patrón de interferencia en el espacio más allá de la abertura, que consiste en una serie de anillos brillantes y oscuros conocidos como patrón de difracción.

El patrón de difracción resultante depende de varios factores, incluido el tamaño de la abertura, la longitud de onda de la luz y la distancia entre la abertura y la pantalla donde se observa el patrón. La difracción por abertura circular es un fenómeno importante en la óptica y se utiliza en una variedad de aplicaciones, incluida la caracterización de microestructuras, la formación de imágenes y la espectroscopia.

Las ecuaciones para describir la difracción por una abertura circular se basan en la teoría Fraunhofer, es un análisis un poco complicado, pero fue descubierto por el físico inglés George Airy en el año de 1834.

En la figura 5.26 se muestra un patrón de interferencia provocado por una abertura circular.

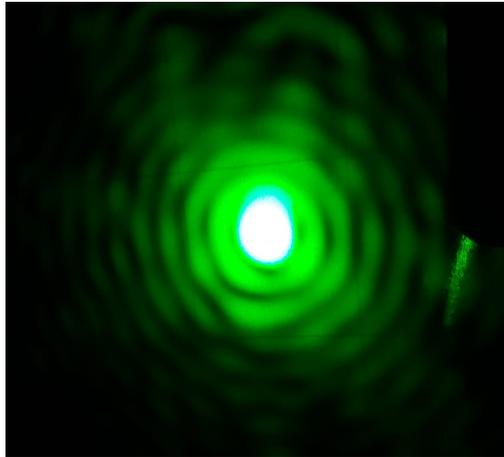


Figura 5.24 Patrón de difracción por una abertura circular

Se puede observar que el patrón de interferencia tiene un disco central brillante, llamado disco de Airy rodeado de una serie de anillos de máximos y mínimos.

El primero anillo oscuro está dado por la siguiente ecuación

$$\text{sen } \alpha_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

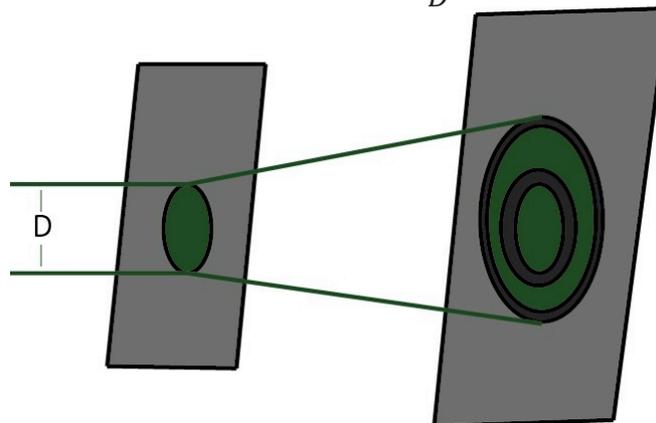


Figura 5.25 Análisis patrón de difracción por una abertura circular

Como se puede observar D es el diámetro de la abertura circular.

Lo más conveniente es describir el patrón de difracción en términos de α que nos indica el radio de cada disco.

Mínimos	Máximos
$\text{sen } \alpha_1 = 1,22 \frac{\lambda}{2R}$	$\text{sen } \alpha_1 = 1,63 \frac{\lambda}{2R}$
$\text{sen } \alpha_2 = 2,23 \frac{\lambda}{2R}$	$\text{sen } \alpha_2 = 2,68 \frac{\lambda}{2R}$
$\text{sen } \alpha_3 = 3,24 \frac{\lambda}{2R}$	$\text{sen } \alpha_3 = 3,70 \frac{\lambda}{2R}$

Ejercicios propuestos.

1.- Se emplea una película extremadamente delgada de un material transparente con un índice de refracción de 1.4 para cubrir la superficie de un vidrio cuyo índice de refracción es 1.5, con el propósito de evitar reflejos no deseados. Determine el espesor que debe tener la película para que evitar la reflexión de la luz de 650 nm de longitud de onda.

Si se quiere que no se refleje oscuridad el trayecto de la onda ABC tiene que anularse o llegar en desfase cuando salga de dicha película. Es decir, los rayos de onda 1 y 2 para eliminar la reflexión de la luz tiene que estar $\frac{1}{2}$ ciclo fuera de fase entre sí

$$ABC_{\text{oscuridad}} = \frac{1}{2} \lambda_n, \frac{3}{2} \lambda_n, \dots$$

Ahora:

$$N = \frac{2t}{\lambda}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2t}{\lambda}$$

$$t = \frac{\lambda}{4} \text{ pero } \lambda = \frac{\lambda_o}{n}$$

$$t = \frac{\lambda_o}{4n}$$

$$t = \frac{650 \text{ nm}}{4(1,4)}$$

$$t = 116,07 \text{ nm}$$

Otra manera de hacer este ejercicio es la siguiente:

El trayecto ABC de la onda cuando entra y sale de la película antirreflejante es dos veces el espesor de dicha película. Se tiene que tener en cuenta que para que haya oscuridad la onda tiene que ser ciertas longitudes de onda (véase al principio del ejercicio), con esto tenemos:

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_n$$

$$2t = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \lambda_n$$

$$2t = \frac{1}{2} \lambda_n \Rightarrow \text{espesor minimo}$$

$$t = \frac{1}{4n} \lambda_o$$

Que es la misma expresión con la que se llega anteriormente.

2.- Los anillos de Newton se hacen evidentes cuando se dispone una lente plano-convexa de manera que la superficie convexa repose sobre la superficie plana de un vidrio. En esta configuración, el sistema se ilumina desde arriba utilizando luz monocromática. Si el radio del primer anillo es de 1 mm y el radio de la superficie convexa de la lente es de 4 m, calcular la longitud de onda de la luz empleada. Además, si se introduce agua entre la lente y la superficie de vidrio, determinar el nuevo radio del primer anillo brillante en esta situación.

Para el primer apartado tenemos:

$$t = \frac{r^2}{2R}$$

$$\frac{1}{2} \lambda = \frac{r^2}{2R}$$

$$\lambda = \frac{2r^2}{(2m - 1)R} \text{ (anillo de luz)}$$

Como es el primer anillo, entonces $m = 1$. Téngase en cuenta que R es el radio de la superficie de la lente y r es el radio del anillo.

$$\lambda = \frac{2r^2}{R} \quad \lambda = \frac{2(1E - 3 m)^2}{4m}$$

$$\lambda = 5E - 7 m$$

$$\lambda = 500 \text{ nm}$$

Para el siguiente apartado, nótese lo siguiente:

$$n = \frac{\lambda_o}{\lambda} \quad \lambda_{medio} = \frac{\lambda_o}{n}$$

$$\lambda_m = \frac{500 \text{ nm}}{1,33}$$

$$\lambda_m = 375 \text{ nm}$$

Ahora:

$$\lambda = \frac{2r^2}{R}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\lambda_o}{n} \cdot R\right)}{2}} = r$$

$$r = \sqrt{\frac{3,75 E - 7 m \cdot 4m}{2}}$$

$$r = 8,67 E - 4 m$$

$$r = 0,87 \text{ mm}$$

3.- Un par de rendijas se encuentran a una distancia de 0,3 mm una de la otra y están dispuestas a 50 cm de una pantalla. ¿Cuál será la separación entre la segunda y tercera franja oscura en el patrón de interferencia resultante al iluminar estas aberturas con luz de 600 nm de longitud de onda?

Tengamos en cuenta que para que exista anulación de ondas se tiene que cumplir que:

$$d \cdot \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Para la segunda franja o línea oscura, con $m = 1$, tenemos:

$$d \cdot \sin \theta = \frac{3}{2} \lambda$$

Para la tercera línea, con $m = 2$:

$$d \cdot \sin \theta = \frac{5}{2} \lambda$$

Ahora:

$$\tan \theta = \frac{y}{l}$$

Pero $\sin \theta \approx \tan \theta$ para ángulos pequeños en radianes. Con esto, reemplazando las equivalencias correspondientes, tenemos:

$$d \cdot \frac{y}{l} = \frac{3}{2} \lambda$$

$$y_{2min} = \frac{3 \cdot \lambda \cdot l}{2d}$$

$$y_{3min} = \frac{5 \cdot \lambda \cdot l}{2d}$$

Con esto:

$$\Delta y = y_{3min} - y_{2min}$$

$$\Delta y = \frac{5 \cdot \lambda \cdot l}{2d} - \frac{3 \cdot \lambda \cdot l}{2d}$$

$$\Delta y = \frac{\lambda \cdot l}{d}$$

$$\Delta y = \frac{600 \text{ E} - 9 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m}}{0,3 \text{ E} - 3 \text{ m}}$$

$$\Delta y = 1 \text{ E} - 3 \text{ m}$$

$$\Delta y = 1 \text{ mm}$$

4.- En un experimento en el laboratorio una pantalla se dispone a una distancia de 1.5 m en paralelo a una configuración de una doble rendija. Las rendijas están separadas por una distancia de 0.05 mm, y un rayo de luz incide perpendicularmente sobre ellas, generando un patrón de interferencia. En este contexto, la separación entre la franja brillante correspondiente al segundo orden y la franja central es de 4.6 cm. A partir de esta información, determinar la longitud de onda de la luz empleada en el experimento, así como las distancias entre las dos primeras franjas brillantes y entre la tercera y cuarta franjas brillantes.

Con esto tenemos.

$$\tan \theta = \frac{y}{l}$$

$$\tan \theta = \frac{0,046 \text{ m}}{1,5 \text{ m}}$$

$$\tan \theta = 0,030 \ 667$$

Para ángulos pequeños (en radianes) $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$. Con esto

$$\tan \theta \approx \theta$$

$$\theta = \frac{y}{l}$$

Para que haya un patrón de interferencia de una línea de luz, es decir las ondas son constructivas, se tiene que cumplir lo siguiente:

$$d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda \Rightarrow \text{constructivo}$$

$$d \cdot \frac{y}{l} = 2\lambda$$

$$\lambda = \frac{5 \text{ E} - 5 \text{ m} \cdot 0,046 \text{ m}}{1,5 \cdot 2}$$

$$\lambda = 7,66 \text{ E} - 7 \text{ m}$$

$$\lambda = 766,67 \text{ nm}$$

O también se puede determinar de la siguiente manera:

$$d \cdot \sin \theta = 2\lambda$$

$$d \cdot 0,030 \ 667 = 2\lambda$$

$$\lambda = \frac{5 \text{ E} - 5 \text{ m} \cdot 0,030 \ 667}{2}$$

$$\lambda = 7,66 \text{ E} - 7 \text{ m}$$

Y vemos que coinciden los resultados. Para la distancia entre las dos primeras franjas brillantes se tiene:

$$d \cdot \sin \theta = 1\lambda$$

$$d \cdot \frac{y}{l} = \lambda$$

$$y_{1max} = \frac{\lambda l}{d}$$

$$y_{1max} = \frac{7,66 \text{ E} - 7 \text{ m} \cdot (1,5)}{0,05 \text{ E} - 3 \text{ m}}$$

$$y_{1max} = 0,022 \ 98 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$\Delta y = y_{2max} - y_{1max}$$

$$\Delta y = (0,046 - 0,022 \ 98) \text{ m}$$

$$\Delta y = 0,02302 \text{ m}$$

$$\Delta y = 23,02 \text{ mm}$$

Para la tercera y cuarta franja brillante:

$$y_{4max} = \frac{3\lambda}{d}$$

$$y_{4max} = \frac{3 \cdot 7,66 E - 7 m \cdot (1,5)}{0,05 E - 3 m}$$

$$y_{4max} = 0,068 94 m$$

En consecuencia:

$$\Delta y = y_{4max} - y_{3max}$$

$$\Delta y = (0,068 94 - 0,046)m$$

$$\Delta y = 0,022 94 m$$

$$\Delta y = 22,94 mm$$

5.- Luz compuesta por diferentes colores (luz blanca) se hace pasar a través de dos rendijas distantes a 0,5 mm, y en una pantalla situada a 2,5 m de distancia, se observa un patrón interferencial. La franja de primer orden presenta una apariencia similar a un arcoíris, con el violeta y el rojo ubicados en los extremos opuestos. El tono violeta se encuentra a unos 2 mm del centro de la franja central blanca, mientras que el rojo está a unos 3,5 mm. Estime las longitudes de onda para las luces de los colores violeta y roja. Para que ondas interfieran constructivamente se tiene que cumplir la siguiente condición:

$$d \cdot \sin \theta = m\lambda$$

Como es la franja de primer orden, $m = 1$. Con esto tenemos

$$d \cdot \frac{y}{l} = \lambda$$

Para el color rojo:

$$\frac{0,5 E - 3 m \cdot (2 E - 3 m)}{2,5 m} = \lambda$$

$$\lambda = 4 E - 7 m$$

$$\lambda = 400 nm$$

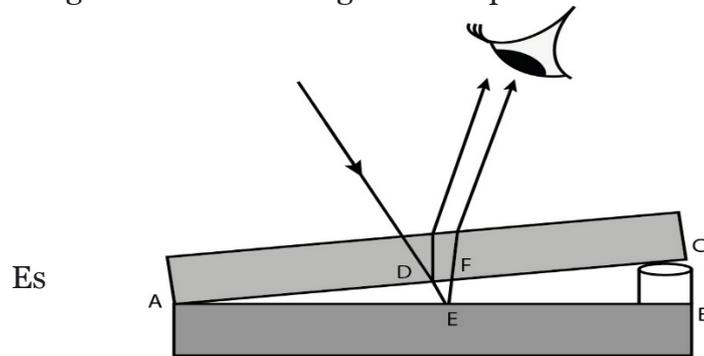
Para el color violeta:

$$\frac{0,5 E - 3 m \cdot (3,5 E - 3 m)}{2,5 m} = \lambda$$

$$\lambda = 7 E - 7 m$$

$$\lambda = 700 nm$$

6.- Un alambre extremadamente delgado con un diámetro de $7,35 \text{ E} - 3 \text{ mm}$ se posiciona entre el extremo de dos láminas planas de vidrio. Una luz con una longitud de onda de 600 nm en el aire incide de manera perpendicular en las láminas, lo que resulta en la aparición de una serie de franjas brillantes y oscuras. ¿Cuántas franjas luminosas y oscuras estarán presentes en esta situación? Además, ¿la región adyacente al alambre será luminosa u oscura? Téngase en cuenta el siguiente esquema:



necesario considerar dos efectos:

Las disparidades en el recorrido de los rayos que son reflejados en las dos superficies próximas (debido a la fina capa (cuña) de aire entre las dos láminas de vidrio) y la fase experimenta un desplazamiento de $\frac{1}{2}$ ciclo en la parte inferior (punto E de la ilustración), donde los rayos provenientes del aire entran en el vidrio. Debido a esta alteración de fase en la parte inferior, se producirá una franja oscura (sin reflexión) cuando la diferencia en el recorrido sea de $0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda$, y así sucesivamente. Dado que los rayos de luz inciden perpendicularmente a las placas, la longitud adicional de la trayectoria equivale a $2t$, donde t representa el grosor de la capa de aire en cualquier punto. Como la interferencia entre los rayos de luz que son reflejados en las partes superior e inferior de una fina cuña de aire ocasiona la aparición de franjas luminosas y de franjas oscuras, se tiene:

$$2t = m\lambda \text{ (oscuro)}$$

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \text{ (brillante)}$$

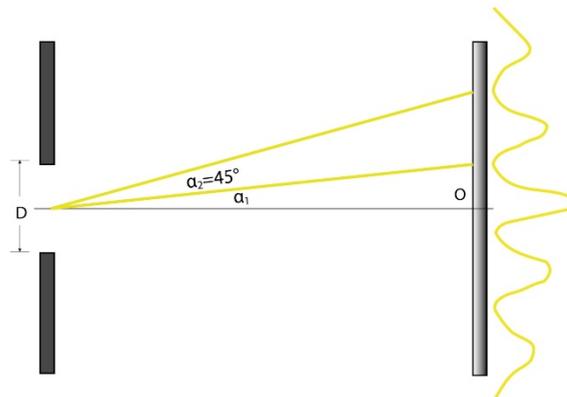
Para las franjas brillantes tenemos:

$$m + \frac{1}{2} = \frac{2(7,35 \text{ E} - 6 \text{ m})}{600 \text{ E} - 9 \text{ m}}$$

$$m + \frac{1}{2} = 24,5 \text{ longitudes de onda}$$

Este resultado es un “entero y medio” Por lo que el área junto al alambre será brillante. De la misma manera, habrá 25 líneas oscuras a lo largo de las láminas donde estas tendrán configuraciones de longitudes de onda de la forma $0\lambda, 1\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, 24\lambda$ incluida la del punto de contacto entre las láminas de vidrio, punto A de la ilustración, la cual es correspondiente al orden cero ($m = 0$). Entre las bandas oscuras habrá 24 líneas brillantes más la del extremo dando un total de 25 líneas.

7.- Cierta luz visible con una longitud de onda de 550 nm impacta en una abertura, dando origen a su segundo punto de menor intensidad debido a la difracción. Este fenómeno ocurre con un ángulo de 45° en relación con la trayectoria inicial de la luz, tal como se ilustra en la Figura. (a) ¿Cuál es la dimensión de la abertura o rendija? (b) ¿A qué ángulo se origina el primer punto de menor intensidad?



Podemos utilizar la ecuación

$$D \cdot \sin \alpha = m\lambda$$

Primero encontremos la anchura de dicha ranura para el ángulo de 45° . Así que:

$$D = \frac{m\lambda}{\sin \alpha_2}$$

$$D = \frac{2(550 \text{ nm})}{\sin(45^\circ)}$$

$$D = 1,56 \text{ E} - 6 \text{ m}$$

Ahora, empleando el dato de la anchura de la rendija, calculemos el ángulo α_1 . Como nos dice el primer punto de menor intensidad, entonces $m = 1$.

$$D = \frac{m\lambda}{\sin \alpha_1}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{m\lambda}{D}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{1(550 \text{ E} - 9 \text{ m})}{1,56 \text{ E} - 6 \text{ m}}$$

$$\alpha_1 = \arcsin 0,354$$

$$\alpha_1 = 20,7^\circ$$

8.- Se hace incidir una luz láser con una longitud de onda de 633 nm a través de una abertura estrecha, y se visualiza el patrón de difracción en una superficie de proyección distante a 6 m. La distancia entre los primeros puntos de menor intensidad (mínimos) fuera de la franja central luminosa mide 32 mm. ¿Cuál es la medida del ancho de la abertura o ranura?

Si la distancia entre la ranura y la pantalla es mucho mayor que la distancia de la ranura ($l \gg D$), podemos utilizar las ecuaciones de interferencia. Como nos dice la separación entre los primeros mínimos fuera de la franja central, entonces la separación entre la franja central y el primer mínimo será la mitad de dicha cantidad.

$$y = \frac{32 \text{ E} - 3 \text{ m}}{2}$$

$$y = 16 \text{ E} - 3 \text{ m}$$

Una de las ecuaciones de interferencia es:

$$\tan \theta = \frac{y}{l} \text{ ó}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{l}$$

$$\tan \alpha = \frac{16 \text{ E} - 3 \text{ m}}{6 \text{ m}}$$

$$\tan \alpha = 2,666 \text{ E} - 3 \text{ rad}$$

$$\sin \alpha = 2,666 \text{ E} - 3 \text{ rad}$$

Ahora:

$$D = \frac{m\lambda}{\sin \alpha}$$

$$D = \frac{1(633 \text{ E} - 9 \text{ m})}{2,666 \text{ E} - 3 \text{ rad}}$$

$$D = 2,374 \text{ 3 E} - 4 \text{ m}$$

$$D = 0,237 \text{ 4 mm}$$

9.- Una rendija dispuesta en frente de una lente con una longitud focal de 80 cm fue iluminada con luz de longitud de onda de 600 nm, generando una imagen de difracción de una sola ranura sobre un negativo (pantalla) de un material fotosensible, posicionada en el plano focal de la imagen de la lente. Dicho negativo se revela generando una positivo (fotografía) el cual representan un aumento del 50% con respecto al tamaño real, determine la medida del ancho de la rendija. Considere que, en la fotografía, la distancia entre las primeras franjas oscuras (primeros mínimos) equivale a 10 mm.

Si la distancia entre los primeros mínimos es de 10 mm, y estos están aumentado un 50% (150% en total), entonces en la vida real (en el experimento) tendrán un tamaño de $\frac{10 \text{ mm}}{1,5} = 6,667 \text{ mm}$

Como las primeras franjas oscuras están a cada lado de la franja central, entonces la separación entre la franja central y el primer mínimo será la mitad de dicha cantidad.

$$y = \frac{6,667 \text{ E} - 3 \text{ m}}{2}$$

$$y = 3,33 \text{ E} - 3 \text{ m}$$

También sabemos que:

$$\tan \alpha = \frac{y}{l}$$

$$\tan \alpha = \frac{3,33 \text{ E} - 3 \text{ m}}{0,8 \text{ m}}$$

$$\tan \alpha = 4,162 \text{ 5 E} - 3 \text{ rad}$$

$$\sin \alpha = 4,162 \text{ 5 E} - 3 \text{ rad}$$

En consecuencia:

$$D = \frac{m\lambda}{\sin \alpha}$$

$$D = \frac{1(600 \text{ E} - 9 \text{ m})}{4,1625 \text{ E} - 3 \text{ rad}}$$

$$D = 1,44 \text{ E} - 4 \text{ m}$$

$$D = 0,144 \text{ mm}$$

10.- Determinar el valor del ángulo medio (semianchura angular) de apertura de la franja central luminosa presente en el patrón de difracción de Fraunhofer, el cual es generado por una rendija de $14 \text{ E} - 5 \text{ cm}$ de ancho, cuando esta es iluminada por un haz de luz monocromática de 400 nm .

Sabemos que:

$$\sin \alpha = \pm m \frac{\lambda}{D} \text{ con } m = 1$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\lambda}{D}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{400 \text{ E} - 9 \text{ m}}{14 \text{ E} - 7 \text{ m}}$$

$$\alpha = 16,6^\circ$$

11.- Se sitúa una rendija con un ancho de $0,25 \text{ mm}$ frente a una lente convergente, y se la ilumina con ondas planas que tienen una longitud de onda de 500 nm . En el patrón de difracción de Fraunhofer que se forma en el plano focal de la lente, se observa una separación de 3 mm entre el tercer mínimo en el lado izquierdo y el tercer mínimo en el lado derecho. Calcular la distancia focal de la lente.

Procedemos calculando la distancia entre la franja central y el tercer mínimo de uno de los lados. Por lo tanto:

$$y = \frac{3 \text{ E} - 3 \text{ m}}{2}$$

$$y = 1,5 \text{ E} - 3 \text{ m}$$

También sabemos que:

$$D \cdot \sin \alpha = m\lambda$$

$$\sin \alpha = \pm m \frac{\lambda}{D} \text{ con } m = 3$$

$$\sin \alpha = \frac{3 \cdot 500 \text{ E} - 9 \text{ m}}{0,25 \text{ E} - 3 \text{ m}}$$

$$\sin \alpha = 6 \text{ E} - 3 \text{ rad}$$

$$\tan \alpha = 6 \text{ E} - 3 \text{ rad}$$

Ahora:

$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{y}{l} \\ l &= \frac{y}{\tan \alpha} \\ l &= \frac{1,5 E - 3 m}{6 E - 3} \\ l &= 0,25 m \\ l &= 25 cm\end{aligned}$$

Como lente está muy próxima a la rendija, la distancia de separación entre la rendija y la pantalla vendría a ser la distancia focal de dicha lente.

Ejercicios propuestos

1.- En un experimento de laboratorio específico, se establece una configuración donde se posiciona una pantalla a una distancia de 150 cm respecto a una diapositiva equipada con una doble rendija. Estas rendijas, con una separación de 0,005 mm, son iluminadas perpendicularmente por un rayo de luz monocromática proveniente de un láser. En el proceso se observan patrones de interferencia, siendo 5 cm la distancia entre el máximo de segundo orden y el máximo central. Teniendo en cuenta lo anterior, determine la longitud de onda del láser utilizado y la distancia de separación entre los dos máximos. **R: $\lambda = 8,3284 E - 8 m$; $\Delta x = 0,025 m$**

2.- Determinar la distancia de separación entre dos rendijas, considerando que cuando se exponen a luz con una longitud de onda de 600 nm y el patrón de interferencia se visualiza en una pantalla situada a una separación de 60 cm, la tercera franja brillante se encuentra desplazada 5.4 mm con respecto a la franja central. **R: $d = 0,2 mm$**

3.- Una fina lámina en forma de cuña, compuesta por plástico transparente con un índice de refracción de 1.4, es iluminada perpendicularmente por luz de un solo color. La cuña presenta un ángulo de inclinación de $1 E - 4$ radianes.

Se visualizan patrones de interferencia en forma de franjas, con una distancia de 0.25 cm entre dos franjas brillantes consecutivas. Determinar la longitud de onda (en el aire) de la luz que incide en este sistema. **R: $\lambda = 700 \text{ nm}$**

4.- ¿Cuál es el máximo de mayor orden para la luz con una longitud de onda de 400 nm al interactuar con un sistema de doble rendija cuya separación es de $25 \mu\text{m}$? **R: $m = 62$**

5.- El diámetro décimo anillo luminoso a través de la reflexión en un aparato de anillos de Newton cambia cuando se agrega un fluido entre la lente y la placa, pasando de 1.40 cm a 1.27 cm. ¿Cuál es el valor del índice de refracción del líquido? **R: $n = 1,215$**

6.- Determina el valor del ángulo correspondiente al máximo de tercer orden en el patrón de interferencia generado por luz amarilla de 580 nm de longitud de onda al incidir sobre un sistema de doble rendija con una separación de 0.100 mm. **R: $\theta = 0,997^\circ$**

7.- Una película de jabón con un espesor de 100 nm es expuesta a luz blanca que llega perpendicularmente a su superficie. ¿Cuál es la longitud de onda y qué color de la luz visible experimenta una reflexión más constructiva en este caso, considerando que el índice de refracción es equivalente al del agua? **R: $\lambda = 532 \text{ nm}$ (verde)**

8.- Se emplean dos rendijas con una separación de 0,3 mm, las cuales son iluminadas por una luz de 500 nm de longitud de onda. El patrón de interferencia generado se visualiza en una superficie de proyección (pantalla). Si la segunda franja luminosa se encuentra desplazada 3 mm respecto a la franja central, ¿cuál es la distancia entre la superficie de proyección y el par de rendijas? **R: $d = 0,9 \text{ m}$**

9.- Determina la longitud de onda de la luz cuyo tercer punto de menor intensidad se encuentra a un ángulo de $48,6^\circ$ al incidir en una rendija que tiene una anchura de $3 \mu\text{m}$. **R: $\lambda = 750 \text{ nm}$**

10.- ¿Cuál es el tamaño más reducido que puede tener una rendija (en múltiplos de λ) para generar el primer punto de menor intensidad(mínimo) al hacer incidir luz de longitud de onda λ ? (b) Si esta rendija genera 50 puntos de menor intensidad, ¿cuál es su dimensión mínima? (c) ¿Y si produce 1000 puntos de menor intensidad?
R: (a) 1λ ; (b) 50λ ; (c) 1000λ

11.- Consideremos un patrón de difracción causado por una rendija de 0,25 mm de ancho, cuando se hace incidir luz con una longitud de onda de 589 nm. Este patrón se proyecta en una pantalla ubicada a una distancia de 1 m ¿A qué distancia desde el punto central del patrón se encuentran los centros de la primera y la segunda franja oscura?
R: 2,4 mm y 4,7 mm

12.- Dado que la distancia entre el primer y el segundo mínimo en un patrón de difracción originado por una diapositiva opaca que tiene una rendija es de 6 mm. Determine la separación entre la pantalla y la rendija, si se sabe que la longitud de onda de la luz utilizada es de 500 nm y que la rendija tiene un ancho de 0,16 mm. **R: $l = 1,92 m$**

13.- Un rayo de luz amarilla de sodio, con una longitud de onda de 589 nm, incide sobre una rendija de 3 μm de ancho. Determina la intensidad a un ángulo de 15° en relación al eje, expresándola en términos de la intensidad del máximo central. **R: $\frac{I}{I_0} = 0,041$**

Bibliografía.

- Sears, F. (1960). *Fundamentos de física III: Óptica*. Aguilar.
- Rossi, B. (1966). *Fundamentos de óptica*. Reverté.
- Avecillas, A. (2019). *Óptica*. Universidad de Cuenca.
- Mejía, Y. (2021). *Fundamentos de óptica curso introductorio*. Editorial UN.

Referencia de imágenes.

Figura 1.13 <https://www.elcorreo.com/ciencia/producen-espejismos-ilusion-20221202164104-nt.html?ref=https%3A%2F%2Fwww.elcorreo.com%2Fciencia%2Fproducen-espejismos-ilusion-20221202164104-nt.html>

<https://centroopticamuro.com/sabes-que-es-un-espejismo/>

Figura 1.15 <https://centroopticamuro.com/sabes-que-es-un-espejismo/>

Figura 1.34

https://an.wikipedia.org/wiki/Espectro_electromagnetico

Figura 2.28

<https://www.lavanguardia.com/participacion/las-fotos-de-los-lectores/20201006/483876083553/fenomeno-optico-meteorologico-doble-arco-iris.html>

Figura 4.2 <https://doctordelosojos.com/optometrist-service/enfermedades-pupila/>

Figura 4.23 <https://www.fisicalab.com/apartado/camara-fotos>

ISBN: 978-9942-33-802-0



compAs
Grupo de capacitación e investigación pedagógica

   @grupocompas.ec
compasacademico@icloud.com