Compás
capacitación e investigación

LABORATORIO DE FÍSICA I

Guía Teórica Práctica, para estudiantes de educación e ingeniería

Alberto Tirado Sanabria
Víctor Manuel Barros
Daniel Iturburu Salvador

© Dr. Alberto Tirado Sanabria. **Universidad de Guayaquil Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas**
Dr. Víctor Manuel Barros **Universidad de Guayaquil Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación**
Msc. Daniel Iturburu Salvador **Universidad de Guayaquil Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas**

© Editorial Grupo Compás, 2025
Guayaqui, Ecuador
www.grupocompas.com
http://repositorio.grupocompas.com

Primera edición, 2025

ISBN: 978-9942-33-949-2
Distribución online
Acceso abierto

Cita
Tirado, A., Barros, V., Iturburu, D. (2025) LABORATORIO DE FÍSICA I Guía Teórica Práctica, para estudiantes de educación e ingeniería. Editorial Grupo Compás. Guayaquil

AGRADECIMIENTOS

A las Universidades de: Oriente en Venezuela, y Guayaquil en Ecuador, la primera mi casa y escuela en todo el proceso de mi aprendizaje, la segunda como actualidad para mi desarrollo profesional e investigativo.

A todo estudiante que ha compartido conmigo un salón de clases, en especial a todos aquellos que luchan y se mantienen aprendiendo hasta el final del semestre, amigos y críticos de un estilo de ser docente que me ha caracterizado al fomentar la participación constante de ellos.

Alberto Tirado Sanabria

A la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH) y a la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL), por haber sido parte fundamental de mi formación personal, profesional y docente; y a la Universidad de Guayaquil, mi actual hogar académico, donde desempeño con entusiasmo mis labores, aprendo cada día y encuentro el soporte para mi desarrollo profesional e investigativo.

A todos los estudiantes que han compartido conmigo un salón de clases, en especial a aquellos que, con esfuerzo y perseverancia, se mantienen firmes en su aprendizaje y perseveran hasta el final. A ustedes, amigos y críticos, les agradezco por enriquecer con su participación constante un estilo docente que me ha caracterizado y que me impulsa a seguir mejorando.

Víctor Manuel Barros

Mi más Profundo agradecimiento a la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil, por haberme brindado los conocimientos y habilidades necesarias para aportar en la creación de este texto de laboratorio de Física I. La formación académica y la experiencia adquirida en esta prestigiosa institución han sido fundamentales para mi crecimiento profesional y para este proyecto. Gracias por su apoyo para continuar desarrollando educación de calidad

Daniel Iturburu Salvador

DEDICATORIAS

A mis hijas Ariadna Cristal, Grecia Rubí, y Bella Esmeralda, que son fuente de inspiración constante en mi vida.

Alberto Tirado Sanabria

A mis hijas, Melba Victoria y Amalia Victoria, quienes representan mi mayor reto, motivo de esfuerzo y dedicación constante. A mi esposa, Melba Bettsy, por su apoyo incondicional y la inspiración que me brinda cada día.

Víctor Manuel Barros

Dedico este libro a quienes fueron mis estudiantes en el laboratorio de Física y a los distinguidos docentes de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil; a los estudiantes que con su curiosidad y entusiasmo me inspiran a seguir adelante, y a mis docentes que con su sabiduría y experiencia me guiaron en este el camino. Donde espero que esta obra sea una herramienta valiosa para todos ustedes en su búsqueda del conocimiento y la comprensión de la Física.

Daniel Iturburu Salvador

ÍNDICE

PREFACIO

Los estudiantes de ciencias o estudios básicas están en proceso de adaptación para los siguientes niveles de profesionalización en su carrera; por lo que hay que adecuar estrategias con objetivos significativos de tal forma que estos usen sus conocimientos previos y lo reorganicen con los nuevos a recibir, aprender y aplicar.

La cátedra Física I, con su Laboratorio, es la primera ventana para observar, comprender y abstraer los conocimientos y saberes vistos o aprendidos en la asignatura caracterizada por ser la introducción a la mecánica clásica; es por eso que se ofrece esta guía contentiva de saberes relacionados en el marco del contenido programático de esta asignatura del básico universitario y con un lenguaje y simbología propias que se puede resumir en dos partes a saber 1) Con los temas relacionados con la práctica instrumental en tres partes: Instrumentos de medición, Errores con su significancia en la medición, cerrando con Graficas y análisis de datos, ajuste a una línea recta. 2) Los ensayos en montajes controlados y característicos de la asignatura, donde por observación y cálculo se demuestran algunas de las definiciones básicas y fundamentales de la Física I.

El texto como una guía, cuenta con ejemplos de ejercicios, definiciones necesarias para su desarrollo, notas en la lectura que aclaran la utilidad del concepto o su historia y con ejercicios propuestos en el mejor posible orden de dificultad así con modelos de evaluación teórico-práctica que es la razón de ser de todo laboratorio. En este sentido, es nuestra intención ofrecer este trabajo con estas características a fin de intentar cubrir esta asignatura para el aprendizaje del estudiante, en el laboratorio y fuera de él.

Los Autores

AL PROFESOR

Este texto tipo guía está adaptada al de Laboratorio, como parte importante de la asignatura de Física I: Principio y fundamento de la mecánica clásica, incluyendo los temas 1) Instrumentos de medición con las respectivas dimensiones y sistemas de unidades.

2) Errores su expresión, promedio y propagación.

3) Grafica de líneas rectas, curvas monótonas y el ajuste a una línea recta.

4) Ensayos controlados y característicos relacionados con las definiciones fundamentales de la mecánica clásica en donde el estudiante mediante un informe determinado explica los resultados obtenidos.

Los tres primeros temas, así como la conformación de los grupos de trabajo de cada curso se realizan en el primer parcial, a juicio del docente en las semanas para acudir al laboratorio de Física. Los ensayos controlados deben ser de un mínimo de cuatro a realizarse en el segundo parcial, de una gama total expuesta en este texto de diez posibles. Entendiendo que la asignatura deba contar con tres encuentros a la semana de dos horas cada uno, siendo el último para a juicio del docente acudir al laboratorio.

Porque el aprendizaje del estudiante en el laboratorio obedece a la calidad de la interacción con el profesor, con lo que observa y con sus compañeros de estudios; para ello la metodología en la clase debe contar con una motivación al tema, un desarrollo del concepto con ejemplos didácticos con suficientes ejercicios de práctica y su constatación definitoria en el laboratorio como praxis de lo expuesto.

La participación estudiantil enriquece el proceso de aprendizaje e incrementa la experiencia docente; pero ¿Cómo hacer que el estudiante participe? ¿Cómo motivarlo? Quizás no exista una respuesta única o directa a esta pregunta, pero la creatividad del docente es sin duda un buen inspirador y para ello sólo se requiere, y lo recomiendo, el hecho de cambiar la información en un ejercicio en la parte teórica de la materia o mover un dato en un ensayo montado, para generar una "nueva" situación que al ser resuelta "invita" con cordialidad al grupo estudiantil a participar, a innovar y a cuestionar situaciones nuevas que abren la didáctica, acaban con la clase monótona, repetitiva algorítmica, y por supuesto demuestran la capacidad y dominio que debe tener el profesor.

El conocimiento es intransferible, el docente debe divulgar su conocimiento sobre los temas de la materia en información fluida con ejemplos que el estudiante en su proceso de aprendizaje convierte en conocimiento y fijación propia, más aún en un laboratorio en donde cuenta con experiencias que se muestran en una enseñanza por observación y deducción para "crear" el concepto o definición formal; *"la norma, la sugerencia o él camino a seguir para el logro de un propósito u objetivo determinado, no debe ser rígido ni de ciego seguimiento.. Recuerde que el mayor error de la educación es el de considerar que todo lo que se enseña se aprende".*

Prof. Alberto Tirado Dr.

AL ESTUDIANTE

La presente Guía Teórico–Práctica de Laboratorio de Física I está organizada en cuatro secciones principales:

- **Instrumentos de medición**, con sus respectivas dimensiones y sistemas de unidades.
- **Errores de medición**, su expresión, cálculo del promedio y propagación.
- **Representación gráfica**, incluyendo líneas rectas, curvas monótonas y el ajuste a una línea recta.
- **Experimentos controlados y característicos**, vinculados con las definiciones fundamentales de la mecánica clásica.

La mejor forma de aprender Física es mediante la práctica. Por ello, este texto ofrece una estructura que combina la teoría esencial con ensayos y actividades experimentales, orientados al futuro ingeniero. Los temas se desarrollan siguiendo la secuencia de la mecánica clásica, con el propósito de consolidar los conceptos mediante la experimentación.

Ser estudiante implica asumir el compromiso de aprender, no solo para aprobar asignaturas, sino para desarrollar una actitud crítica y madura que permita enfrentar los retos del ámbito académico, profesional y de la vida diaria. La Física, como ciencia fundamental, brinda herramientas para comprender la Mecánica Clásica y aplicar el razonamiento científico en la resolución de problemas.

Por ello, en el Laboratorio de Física I no basta con realizar prácticas mecánicamente. El verdadero aprendizaje surge cuando el estudiante vive la experiencia, discute con sus compañeros y docentes, contrasta ideas y reconoce la utilidad de cada actividad experimental. Estudiar nunca es una pérdida de tiempo; por el contrario, es una inversión que fortalece el ingenio y la capacidad de análisis.

Joven estudiante: este curso te invita a aprender y confirmar las nociones básicas de la mecánica clásica a través de una dinámica de teoría, definiciones y prácticas. El laboratorio requiere tanto el trabajo individual como el colaborativo, lo cual fomenta la corresponsabilidad y el desarrollo integral de tus habilidades científicas.

Lee esta guía con atención, utilízala como apoyo en tu formación y recuerda que el aprendizaje de la Física es una oportunidad para construir tu futuro profesional con bases sólidas.

Prof. Víctor Barros Dr.

PRIMERA PARTE

CONOCIMIENTOS TEÓRICOS PRÁCTICOS

CAPÍTULO I

SISTEMAS DE MEDIDAS E INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Tema 1: Magnitudes y sistemas

El uso práctico de la física requiere de mediciones de algún tipo. Un estudiante en cualquier laboratorio, un técnico eléctrico o en refrigeración necesitan medir longitudes, temperatura, presión, corriente eléctrica, resistencia, flujo y fuerzas entre muchas otras; es difícil imaginar alguna ocupación profesional o de expertos que no esté relacionada con la medida de alguna magnitud física. Medir es comparar una magnitud obtenida con un instrumento y compararla con un patrón o cantidad de referencia establecida; *medir es conocer cuántos patrones hay en una magnitud, dada o calculada*.

La historia de la medición humana comienza desde su necesidad de contar, medir distancias y calcular resultados provenientes de la observación de la naturaleza y el uso del medio y sus recursos. Las mediciones, por lo general, se basaban en medidas corporales promedio, establecidas por los líderes y monarcas de las sociedades. Hammurabi, primer rey de Babilonia (1760 A.C.), establece un código de normas, medidas y pesos para su reino. La civilización griega unifica la longitud en el "Codo" (distancia desde el dedo medio al codo humano), y en este sentido establece: "La Caña" igual a 6 codos, "La Braza" 4 codos, "El Palmo" (distancia del dedo meñique al pulgar, mano extendida) medio codo y "El Estadio" en 400 codos; un ejemplo de esto lo encontramos en la obra Homérica "La Ilíada" VI-318 y XV-678. Y en la Biblia aparecen estos sistemas de medidas; Ejemplo: Génesis 6-15.

En el siglo XII el rey Luis de Francia establece en su reino su pie como patrón de medición, modificándolo del pie romano; siendo 12 pulgadas un pie, una yarda igual a 3 pies y la milla real, modificada de la milla romana (mil pasos de un soldado), y de la Legua Real de Castilla, en 5.280 pies; el sistema impuesto por este rey se conserva en la actualidad como el sistema "Ingles" de medición. En 1889 el patrón establecido es el metro equivalente a 10^{-7} veces de la cuarta parte de un meridiano terrestre con un sistema decimal de longitud, siendo el centímetro 10^{-2} metros, el milímetro 10^{-3} metros; y el kilómetro 10^{3} metros; sistema "M.K.S" de medición. A partir de 1960 y hasta 1983, con la necesidad de unificar los patrones de mediciones usados en el mundo se decide establecer el sistema internacional de medición, a partir del M.K.S, que junto al sistema inglés son los más usados en la actualidad por la mayoría de los seres humanos y serán los sistemas usados en este manual, el sistema de medición internacional se espera sea el único sistema usado a partir del año 2050. (Tirado y Encalada, 2023, p.10).

Las magnitudes pueden ser “Elementales” cuando están definidas como propiedad de la materia, y “Derivadas” cuando la magnitud se expresa en función de las magnitudes elementales o de otras derivadas. Una cantidad física se mide por “comparación” con un estándar conocido; las magnitudes elementales relacionadas con la Física I son: La longitud o distancia que ocupa un cuerpo; la masa o cantidad de materia contenida en un cuerpo y el tiempo que es la duración de un evento realizado. Estas magnitudes para el sistema internacional, (SI), y para el sistema inglés, (FPS), son

	SIST. INTERNACIONAL	SIST. INGLÉS
LONGITUD	Metro (m)	Pies (p)
TIEMPO	Segundo (s)	Segundo (s)
MASA	Kilogramo (Kg)	Slug (Sg)

Las magnitudes derivadas relacionadas con el Laboratorio de Física I son: El área y el volumen, derivadas de la longitud. La velocidad y la aceleración, derivadas de la longitud y el tiempo. La densidad que es la masa entre el volumen; La fuerza y la constante de elasticidad son magnitudes provenientes de la aceleración, la masa y la longitud.

Tema 2: Sistemas de medición y sus conversiones

Como se ha dicho existen al menos dos sistemas de medición, el internacional y el inglés, y dentro de cada uno existen diferentes patrones para un mismo análisis dimensional; por ejemplo, el área sería en m^2 y $pies^2$, respectivamente; sin embargo y por costumbre, para medir terrenos en los países latinos se utiliza la hectárea (10.000 m^2) y en los países anglosajones el acre (43.560 $pies^2$); siendo éstas, conversiones internas dentro de estos sistemas; ver tabla 1 y 2. Es decir, la conversión de magnitudes dentro de un sistema o entre los sistemas de medición es de dominio necesario, sin embargo, resulta ilógico tabular todas las posibles conversiones dentro de un sistema o de un sistema a otro. Es por ello por lo que en la tabla 3 se tabula sólo la medida oficial, del sistema internacional, y del sistema inglés y el factor de conversión para transformar la magnitud del Sistema internacional al sistema inglés; por ser el primero el usado en nuestro país. Es decir, para obtener “otras” conversiones se combinan la tabla 1, 2 con la tabla 3 o 4**.**

Tabla 1: Sistema internacional, con sus magnitudes

SÍMBOLO	SISTEMA INTERNACIONAL|	CONVERSIONES INTERNAS (DEL SISTEMA)
L	1 m	100 Cm 1000mm 0,001 Km
T	1 s	1/60 minutos 1/3600 Horas
M	1 Kg	1000 gramos 0,001 Toneladas
A	1 m^2	10.000 cm^2 10^{-4} Hectáreas
V	1 m^3	10^6 Cm^3 10^3 Litros
$\vec{V}$	m/s	3,6 Km/h
$\vec{a}$	1 m/s^2	100 $Cm/s.^2$; 12.960 Km/h^2
$\vec{F}$	1 Newton	10^5 Dinas
K	1 Nw/m	10^3 Dinas/cm
ρ	1 Kg/m^3	0,001 Grs/cns^3

Tabla 2: Sistema Inglés, con sus magnitudes

SÍMBOLO	SISTEMA INGLÉS|	CONVERSIONES INTERNAS (Del sistema)
L	1 Pies	12 Pulgadas 1/3 Yarda 1/5280 Millas
T	1 Seg	Igual al sistema internacional
M	1 Slug	3.427 Kilates
A	1 $Pies^2$	1/43.560 Acres 144 $pulg^2$
V	1 $Pies^3$	1.728 $Pulg^3$ 7,49 Galones
$\vec{V}$	1 Pies/s	12 Pulg/s. 0,682 Millas/h. 0,594 Nudos
$\vec{a}$	1 $Pies/s^2$	12 $Pulg/s^2$. 2454,55 $Millas/h^2$.
$\vec{F}$	1 Libra	16 Onzas
þ	1 Libra-pies/s	0,00182 HP

La Yarda, como distancia corporal desde la punta de la nariz hasta el dedo índice extendido, fue el estándar de longitud en el reino de Inglaterra para 1120, y como medida consecuente equivalente a tres plantas del pie, establecido este parámetro por el rey Luis XIV de Francia, tomado del famoso Pie Romano (Serway y Jewett, 2008, p.4)

Tabla 3: Conversión en medida oficial del sistema inglés al Internacional

MAGNITUD	ANÁLISIS DIMENSIONAL	SISTEMA INGLÉS	*FACTOR DE CONVERSIÓN	SISTEMA INTERNACIONAL
LONGITUD	L	Pies	0,3048	Metro
TIEMPO	T	Segundo	1	Segundo
MASA	M	Slug	14,59	Kg
ÁREA	L^2	$Pies^2$	0,0929	m^2
VOLUMEN	L^3	$Pies^3$	0,0283	m^3
VELOCIDAD	L/t	Pies/s	0,3048	m/s
ACELERACIÓN	L/t^2	$Pies/s^2$	0,3048	m/s^2
FUERZA	$M.L/t^2$	$Slug.pies/s^2$	4,447	$Kg.m/s^2$
ELASTICIDAD	M/t^2	$Slug/\ s^2$	14,59	Kg/s^2
DENSIDAD	M/L^3	$Slug/Pies^3$	515,55	Kg/m^3
TEMPERATURA	°T	°F	$\frac{9}{5}\,°C + 32.$	°C

Tabla 4: Conversión en medida oficial del sistema inglés al Internacional

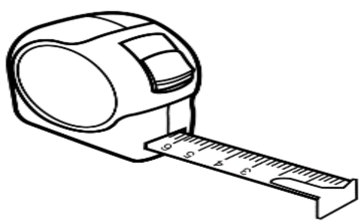
MAGNITUD	ANÁLISIS DIMENSIONAL	SISTEMA INTERNACIONAL	*FACTOR DE CONVERSIÓN	SISTEMA INGLÉS
LONGITUD	L	Metro	3,2808	Pies
TIEMPO	T	Segundo	1	Segundo
MASA	M	Kg	0,0685	Slug
ÁREA	L^2	m^2	10,764	$Pies^2$
VOLUMEN	L^3	m^3	35,336	$Pies^3$
VELOCIDAD	L/t	m/s	3,2808	Pies/s
ACELERACIÓN	L/t^2	m/s^2	3,2808	$Pies/s^2$
FUERZA	$M.L/t^2$	$Kg.m/s^2$	0,2249	$Slug.pies/s^2$
ELASTICIDAD	M/t^2	Kg/s^2	0,0685	$Slug/\ s^2$
DENSIDAD	M/L^3	Kg/m^3	0,0019	$Slug/Pies^3$
TEMPERATURA	°T	°C Celsius	$\frac{5}{9}\,°F + 32.$	°F Fahrenheit

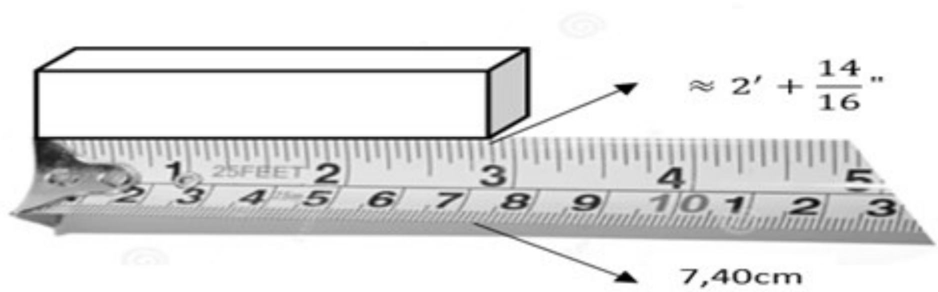
Tema 3: Instrumentos para medir longitudes

Estos son instrumentos de configuración a escala lineal, con ranuras hasta la milésima parte del metro o milímetro, o las dieciséis partes de pulgada. Las reglas de la escuela, las cintas flexibles de goma o metal son ejemplos de este tipo de instrumentos; los cuales en busca de medidas más exactas intercalan escalas, como en los casos del Vernier y el micrómetro.

Cinta métrica o Flexómetro

Una cinta métrica o un flexómetro es un instrumento de medida que consiste en una cinta flexible graduada y que se puede enrollar, haciendo que el transporte sea más fácil; la cinta métrica es un instrumento milenario, para medir extensiones y objetos de tamaño al del cuerpo humano, y proviene del uso de la cuerda con nudos a la escala de la época.





Veamos la siguiente cinta, detallada en los sistemas de medición actuales, para medir la longitud mayor de una pieza dada.

Notas y definiciones importantes

a) La mínima medida para estos instrumentos en el sistema internacional es el milímetro y para el sistema ingles los dieciseisavos de pulgada (1/16)”. Algunos instrumentos traen el (1/32)” de pulgada en las primeras seis pulgadas, como mínima medida troquelada.

b) Ya aquí es evidente que surge el problema de la exactitud, cuando por observación, algunas medidas no coinciden con la mínima marca; “falta” o se “pasa” de una fracción de la escala.

c) Va a resultar muy interesante realizar las mediciones en ambos sistemas y luego confirmar los resultados por la conversión usando las tablas 1 y 2

d) Exactitud: Es la valoración de certeza de una medida individual, y esta valoración por el promedio sistemático de “n” medidas; es decir la exactitud es la cantidad de precisión.

e) Precisión: es la cantidad de exactitud en la relación del mínimo error posible, a mayor precisión menor error o holgura de diferencia con la exactitud.

f) Entonces los instrumentos tienen la precisión de su mínima medida o escala, llamada Apreciación.

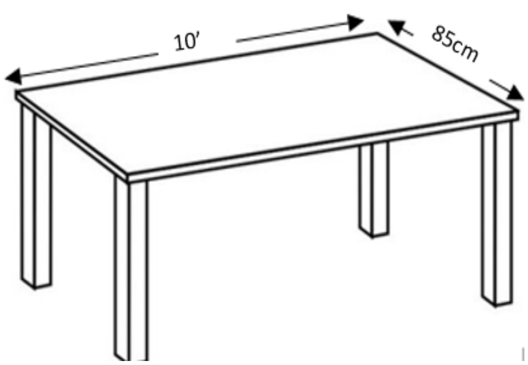
Se concluye que cualquier medida no es exacta, este valor existirá en un margen o zona de incertidumbre, determinada por la apreciación del instrumento usado; ver el capítulo II.

Longitudes, áreas y volúmenes

Con la ayuda de la cinta métrica o Flexómetro podemos medir longitudes del salón de clases: mesón, pizarrón, altura de una pared, medida corporal de un compañero estudiante, áreas y volúmenes manuales; veamos losa siguientes ejemplos

I.1) Calcule la altura de un estudiante

I.2) Calcule el área del mesón en ambos sistemas.



R = 10’ = 3,05 m.   85 Cm = 0,85 m.

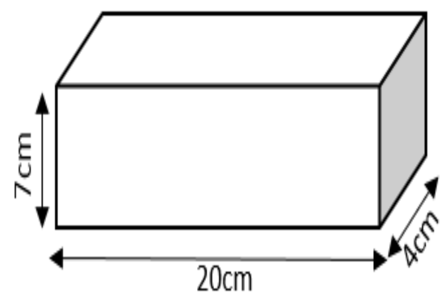
A = 3,05 x 0,85 = 2,593 m^2

Luego 85 Cm = 2,788’

A = $L_1.L_2$= 10’ x 2,79’ = 27,89 $pies^2$

Se puede confirmar el resultado por la conversión del área.

I.3) Calcule el volumen en pulgadas cubicas del siguiente paralelepípedo.



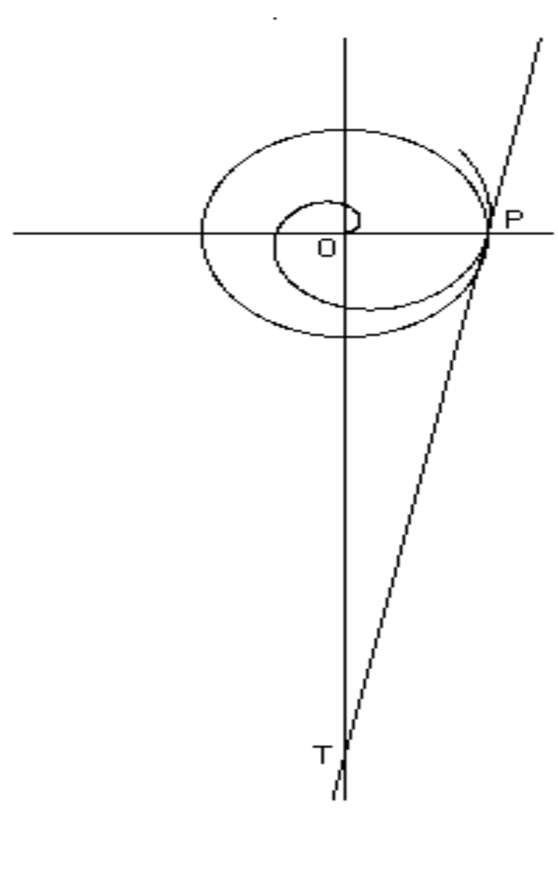
R: 7 Cm = 2,756”   20 Cm = 7,874”   4 Cm = 1,574”

V = L_1.L_2.L_3 = 2,756” x 7,874” x 1,574” = 34,157 $Pulg^3$.

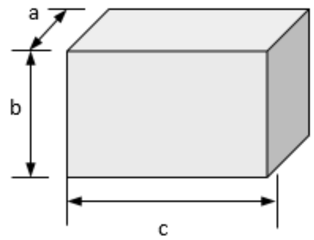
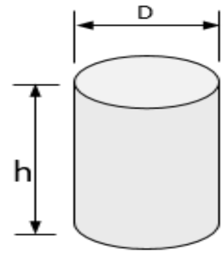
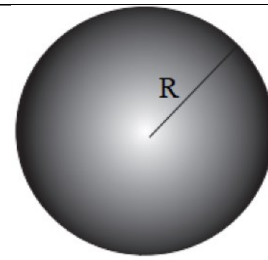
34,157 $Pulg^3$ = 559,73 Cm^3, si se desea en el S.I, por conversión y utilidad de las tablas 3 y 4 de conversión.

Si bien los instrumentos para medir longitudes miden en una dimensión, se puede observar que a partir de su uso podemos hacer el cálculo de áreas y volúmenes. Como ya vimos las áreas como el producto de los lados y el volumen como el producto de las aristas de la pieza, (el paralelepípedo de lados iguales cuyo volumen es V = L^3, (razón de su nombre: “Cubo”).

El genio de la antigüedad Arquímedes (287 al 212 a.c) con el espiral que lleva su nombre, dedujo las áreas y volúmenes en piezas circunferenciales.
A partir de ella y comparándola con la relación entre el perímetro y el radio de toda circunferencia dedujo que el área de un círculo es: $\boldsymbol{A = \pi . r^2}$ = $\boldsymbol{\frac{d^2}{2}}$ cuando unifico el área del círculo con el triángulo rectángulo que se genera en el espiral. En la actualidad, aun es un misterio, como obtuvo la tangente de la espiral que forma la hipotenusa del triángulo.
A partir de ella entonces dedujo el volumen de un cilindro como $\boldsymbol{Vci = \pi . h . r^2}$ o $\boldsymbol{Vci = \frac{\pi}{4} . h . d^2}$, el volumen de un cono equivalente a la tercera parte del volumen de un cilindro $\boldsymbol{Vco = \frac{\pi}{3} . r^2 . h}$, y el volumen de una esfera equivalente a él volumen de dos conos o al 2/3 del volumen de un cilindro, con radio r y altura 2r, esto es: $\boldsymbol{Ve = \frac{4}{3} \pi . r^3}$.

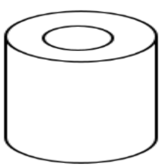


De forma empírica con modelos construidos, luego al considerar el hecho de que el radio es la mitad del diámetro: $D^3 = (r / 2)^3 = r^3 / 8$. Esta ecuación de la esfera maciza queda: $\boldsymbol{Ve = \frac{\pi}{6} D^3}$.

Paralelepípedo	Cilindro circunscrito	Esfera maciza
		
Volumen del Paralelepípedo **V = a.b.c**	**Volumen del Cilindro** **Vci =** $\boldsymbol{\frac{\pi}{4}.h.D^2}$	**Volumen de la Esfera maciza**: $\boldsymbol{Ve = \frac{\pi}{6} D^3}$

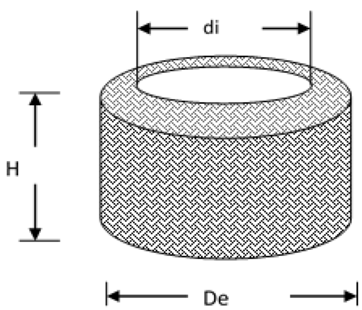
En vista de que la mayoría de las piezas son macizas las fórmulas usadas en el laboratorio serán las que involucran el diámetro de la pieza.

Por supuesto, en todo laboratorio existen piezas de volúmenes combinados, se citan algunos ejemplos, donde; **de:** es el diámetro externo; **di:** es el diámetro interno, **H:** es la altura total y **h** es la altura de un hueco interno.



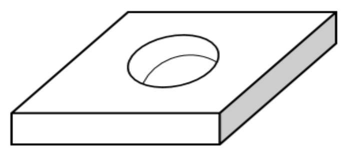
Cilindro semi-hueco

V = $\boldsymbol{\frac{\pi}{4}(Hde^2 - hdi^2)}$.



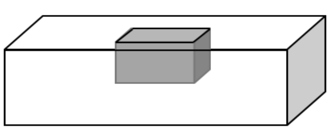
Cilindro hueco

V = $\boldsymbol{\frac{\pi}{4}.H(de^2 - di^2)}$



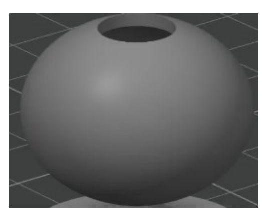
Paralelepípedo – cilindro

V = $\boldsymbol{L_1.L_2.L_3 - (\frac{\pi}{4}.L_3.di^2)}$



Paralelepípedo – Paralelepípedo

V = $\boldsymbol{L_1.L_2.L_3 - l_1.l_2.l_3}$



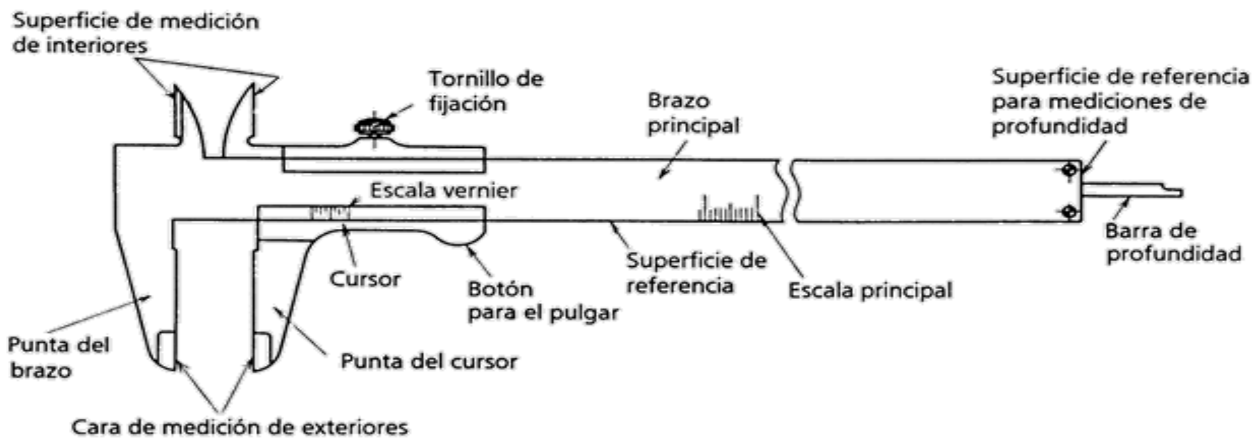
Esfera hueca

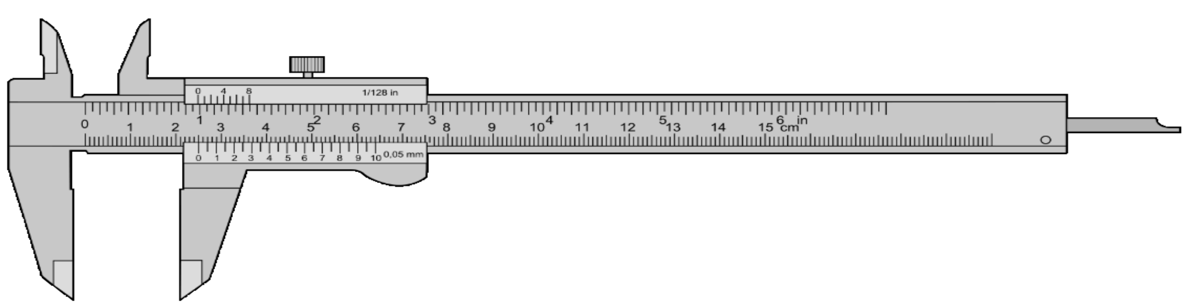
V = $\boldsymbol{\frac{\pi}{6} De^3 - \frac{\pi}{4}.De.di^2}$

Vernier o Nonius

Es un instrumento para medir longitudes en los sistemas de medición: Internacional e inglés, en objetos de tamaño manual, está formado por una regla fija y otro móvil con una escala de 20 divisiones, troquelada del 0 al 10 en el sistema internacional y de 8 divisiones del 0 al 8 en el sistema inglés; (en su versión más conocida). La función desarrollada por el francés Pierre Vernier *(Ornans, 1580 - 1637);* consiste en que estas divisiones se corresponden dentro de un milímetro o dentro de 1/16 de pulgadas respectivamente, y de esta forma se incrementa la precisión.

También se le conoce por los nombres de "Nonius", por el matemático portugués: Pedro Nunes, (1514), quien fuera el primero en trabajar con escalas móviles. Su precisión permite ahora al estudiante de ingeniería, realizar medidas de piezas manuales y relativamente pequeñas, como la altura de una varilla o el diámetro de una cabilla.



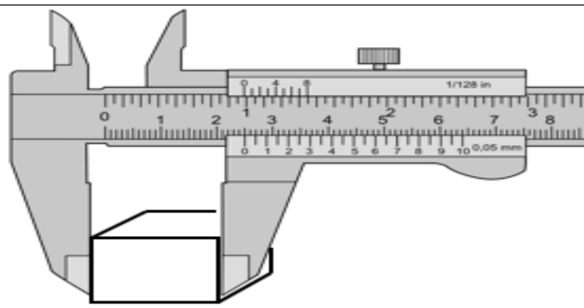


El vernier se caracteriza por ser muy versátil cuando su construcción moderna le permite medir diámetros internos con las puntas superiores y profundidades con la varilla trasera, como se aprecia en el siguiente dibujo; el "Vernier" es sin duda el instrumento del ingeniero.

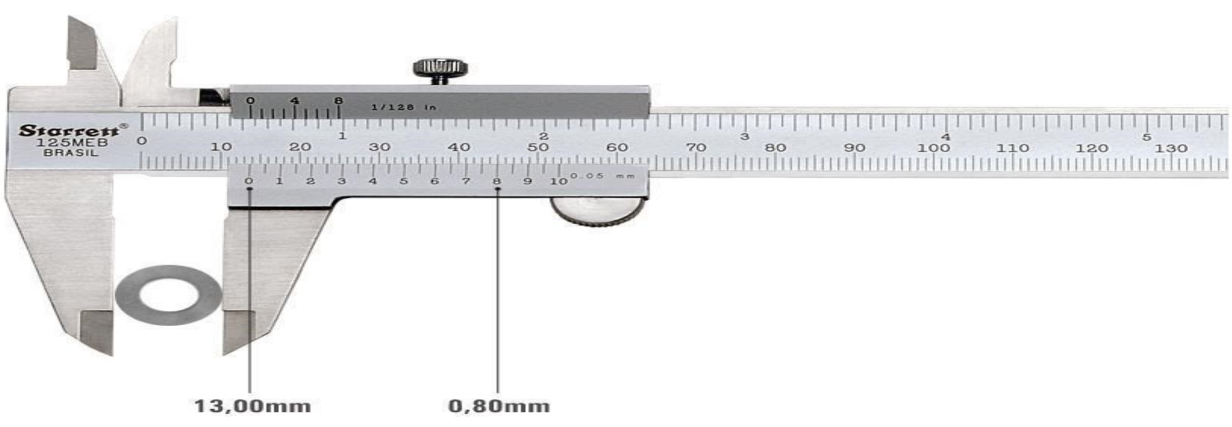
Para usar el vernier se mide en la regla fija en milímetros, y luego se observa en el carro o regla móvil la mejor escala coincidente con cualquier rayita milimétrica, para establecer el decimal o significancia de la medida.

Analógicamente para el sistema Ingles, se medirá las pulgadas y sus 1/16” en la regla fija, como una suma, y se busca la mejor escala coincidente en cualquier línea de 1/16 con la regla móvil, para establecer el siguiente sumando en términos de 1/128”, para expresar la medida final en pulgadas.

Véase los siguientes ejemplos

	Ejemplo I.4) Sistema Internacional, Carro: 24 milímetros y se pasa, no llega al milímetro 25. Regla móvil: mejor coincidencia entre el 9 y el 10. Medida obtenida: **24,95 milímetros.** Sistema Ingles, Carro: no llega a la pulgada, es 15/16” y se pasa. Regla móvil: mejor coincidencia el 7/128”. Medida obtenida: **0,984 Pulgadas.**

Ejemplo I.5) Diámetro externo de una arandela, o cilindro hueco aplastado.



La tuerca mide 13,80 mm. Y 8/16” + 5/128” = 0,5391 Pulgadas. Que es lo que se aprecia.

Ejemplo I.6) Estime la medida observada en el siguiente esquema

La medida es: 136,75 mm. Contando 7 milímetros después del 130, con carro coincidiendo entre el 7 y el 8; Y 5” + 6/16” + 2/128” = 5,3906 Pulgadas. Que es lo que se aprecia.

Luego es que el usuario del vernier puede convertir su medida milimétrica en centímetros dividiéndola entre 10.

Es importante destacar entonces que el error máximo que se comete con este instrumento es de 0,05 mm (0,005 Cm) para el sistema internacional por el hecho lógico de las 20 divisiones dentro de un milímetro y de 1/128 de pulgadas (0,00781) para el sistema inglés.

Notas sobre el Vernier

a) El Francés Pierre Vernier es conocido por la invención en 1631 de la escala “Vernier” para medir longitudes con gran precisión y basado en la escala del portugués Pedro Nunes. En la actualidad esta escala se suele denominar como “Nonio" o “Vernier”. Denominaciones que se consideran sinónimos.

b) La capacidad del vernier varia de 6 a 8 pulgadas o de 15 a 20 centímetros; y es más preciso medir en el sistema internacional, a diferencia con la cinta métrica, en donde la mínima medida de 1/32”, que es más precisa que el milímetro.

c) En cuanto a su error de utilidad o apreciación del instrumento, esta va a depender de las medidas troqueladas en el carro, la señalada es la versión más común que se conoce: 0,05 milímetros o 0,005 centímetros y 1/128”; es decir 20 veces más exacto que la cinta métrica en el sistema Internacional, y 8 veces más exacto que la cinta métrica en el Sistema Ingles, en este sistema la apreciación del Vernier se redondea al valor de 0,008”. Hay versiones del Vernier con apreciación de 0,02 milímetros y de 0,0025”, (Nonios de 50 y 25 divisiones respectivamente, por sistema).

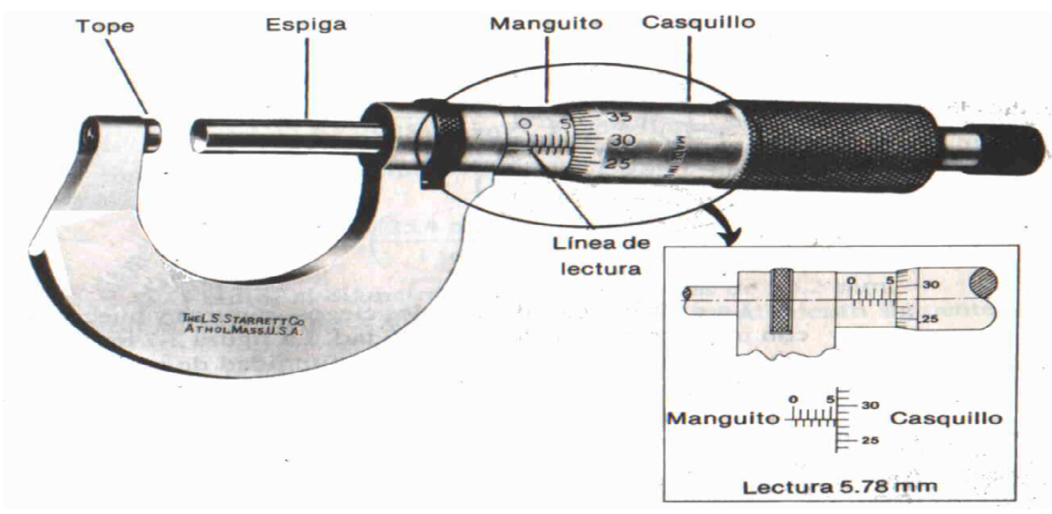
Tornillo o Palmer

Es un instrumento de medición solo de longitudes externas en un solo sistema de medición, de capacidad limitada de 2,5 a 3 centímetros aproximadamente, en su versión más común con apreciación o mínima medida hasta una centésima de milímetro (5 veces menor error que el vernier, o sea cinco veces más preciso); existen tornillos con precisión hasta la milésima de milímetro, con una escala o nonio adicional en el manguito, razón por la cual se le llama micrómetro, ver esquema en esta página

En el renacimiento había gran interés, especialmente de los astrónomos, por medidas más exactas que las del Vernier, en 1640 William Gascoigne fue el primero en idear un instrumento en base a la rosca de un tornillo, y Robert Hooke el primero en construir un tornillo de mesa como un sistema de engranes, con una escala fija en decimas de pulgadas y un tambor con centésimas de pulgadas.

Consta de los topes perfectamente pulidos, un arco metálico, una escala fija doble para cada sistema: Movida medio milímetro (sistema internacional); y dos escalas de 1/16 de pulgadas, (0,0625), movida una con respecto a la otra, (sistema ingles).

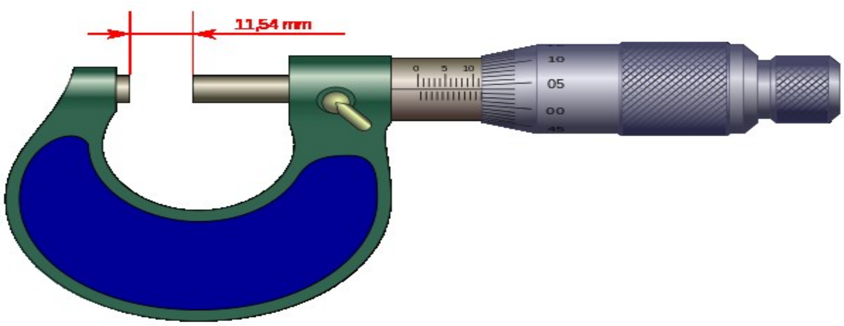
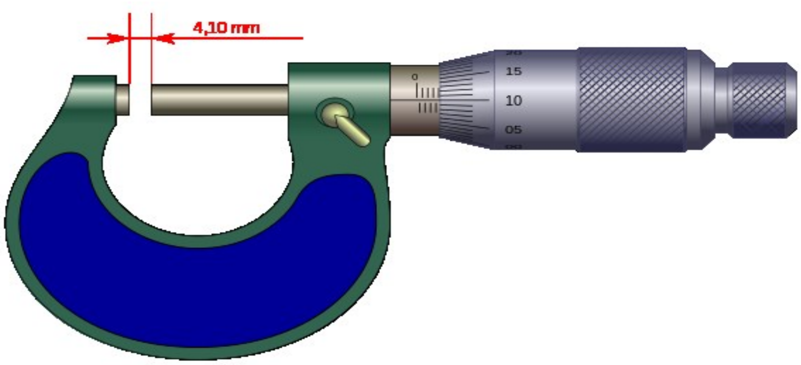
El tornillo posee un tambor giratorio a 360° estandarizado en 50 divisiones o escala móvil “dentro” de la mínima medida de la escala fija, que va a permitir la apertura de medición cercana a los tres centímetros que lo caracteriza. Existen presentaciones del tornillo donde el arco se incrementa según la longitud a medir hasta una capacidad de 20 centímetros. En la siguiente figura se aprecia un tornillo estándar, con el detalle de sus partes y en donde se demuestra una medida



La idea es sencilla, cada vuelta del tambor representa un avance de medio milímetro o de 1/32”, en la escala fija, entonces cada troquel del tambor va a representar 0,01 milímetro, (50 veces dentro de medio milímetro implica 100 en cada milímetro) o 1600 partes de pulgadas, (50 por 32).

La apreciación del instrumento es de cinco veces más exacto que el vernier para el sistema internacional y de 12,5 veces más exacto, en el sistema inglés. Este valor convertido al sistema internacional da: 0,016 milímetros; es decir en este instrumento es más preciso la medición en el sistema internacional. Con él se pueden medir el diámetro de un alambre, o de un cabello, así como el espesor de una hoja, (Rex y Wolfson, 2011, p.10)

Ejemplo I.7) Por observación determine la medida en ambas figuras

Dibujo1  	Expresión de la medida observada: 11,50 milímetros en las escalas fijas y 4, (0,04), en el tambor **M = 11,54 mm.**
Dibujo2  	Expresión de la medida observada: 4,00 milímetros en las escalas fijas y 10, (0,1), en el tambor. **M = 4,10 mm.**

Notas

a) Para el uso del tornillo se debe partir del hecho de que cerrado, el cero, de la escala fija debe coincidir con el cero en el tambor en posición a la línea horizontal que divide las escalas fijas.

b) El tornillo actual fue patentado por el empresario e inventor estadounidense Laroy Sunderland Starrett en 1890, mejorando la versión “de uso manual” del francés Jean Laurent Palmer en 1848.

c) El Palmer posee una gran variedad de versiones y usos, como: la versión vertical para medir diferencias de cota esferoidales, llamado esferómetro; el micrómetro para profundidades, cuyo tornillo sale al girarse; y para diferentes tamaños al aumentar su porte.

Esferómetro

El esferómetro es un instrumento para medir radios de superficies esféricas o circulares, (R), generalmente incompletas o cuando solo se cuenta con una parte de la circunferencia, como en el caso de lentes de todo tamaño, contenedores curvos, casquetes, trozos o partes de cuerpos curvos, e incluso hasta irregularidades en alguna superficie o espesores para cuerpos al ras del piso que entren entre sus patas; el instrumento es similar al tornillo por su forma de medir al roscar la salida o entrada de su punta por medio de un eje centrado. El aparato trae un disco troquelado de 100 hasta 500 divisiones con avance de medio milímetros en la regla vertical, de tal manera que puede medir profundidad en una concavidad o altura en una convexidad, de hasta 1/200 o 1/1000 de milímetros respectivamente, con respecto a sus tres patas características ubicadas de forma de triángulo equilátero a 120° cada una, con distancia de 2,5 a 4 centímetros hasta el centro, según la versión. Ver esquema del modelo más común de este instrumento del laboratorio de Física I, donde se observa su tope para la calibración respectiva cuando el instrumento en plana estabilidad marca cero milímetros en la regla vertical y cero en el disco horizontal.

El esferómetro se le atribuye al óptico francés Robert Cauchoix en 1810, quien luego se destacó como fabricante de lentes para grandes telescopios, así como el relojero alemán Heinrich Kröplin que lo especifico en su forma actual para 1880. Su utilidad es para calcular el radio de curvatura de una superficie, (R), basado en conocer la distancia entre las patas al centro que llamaremos “r”, la distancia que mide el instrumento como “h”, y una ecuación proveniente del teorema de Pitágoras para un triángulo rectángulo formado por su hipotenusa R y sus catetos: Opuesto como la distancia “r” y adyacente como las distancia R – h, que por su deducción resulta en la ecuación: $R^2 = r^2 + (R - h)^2$, de donde se deduce que el radio de curvatura para calcular es de la forma: $R = \frac{r^2}{2.h} + \frac{h}{2}$. Similar quizás a como el Astrónomo de Cirene Eratóstenes midió en la antigüedad el radio de nuestro planeta y su circunferencia, por medio de diferencia en ángulos en sombras, en diferentes ciudades a un mismo tiempo, conocida la distancia o arco entre estas.

En la siguiente figura se puede apreciar que un esferómetro analógico marca una altura estimada en cero milímetros con 18/100 en el disco, si cada dos vueltas son un milímetro y se conoce una distancia entre las patas y el centro de 2 centímetros en este aparato, calcule el radio de curvatura de la pieza esférica que midió.

Respuesta: La altura medida es de h = 0,009 centímetros, y con un radio de patas de 4 centímetros se tiene que el radio buscado es: R = 4 / (0,018) + 0,0045 = 222,24 Cms. Es decir, si la pieza estuviese completa tendría un diámetro de 4,44 m.

Tema 4: Instrumentos para medir masa, tiempo y temperatura

Instrumentos con escalas acordes a su tipo de magnitud de medida, en la balanza por equilibrio la más común es la de tres escalas seguidas hasta la decimas o centésima de gramo. El cronometro analógico en tendencia a desaparecer con su escala típica circular de hasta 0,2 segundos; es más común su versión digital que ofrece hasta 0,01 segundos de apreciación; finalmente el termómetro a la escala en cada sistema de medición, también se encuentra en versiones analógicas y digitales.

Balanza

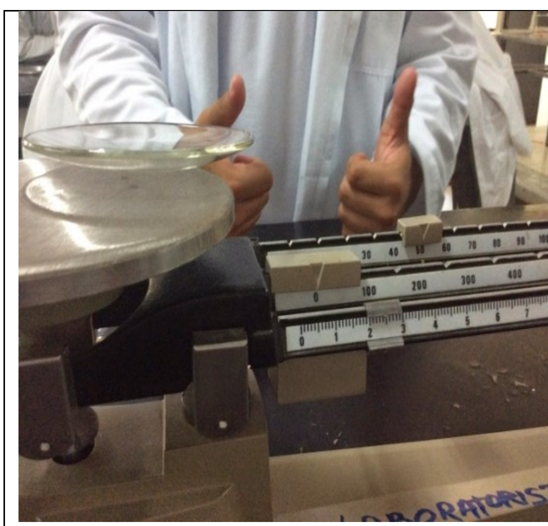
Instrumento de medición de la masa contenida en un volumen, el mecanismo común es la balanza de "brazos iguales", empleada por primera vez por los egipcios alrededor de 2500 A.C. Esta balanza consta de una barra, con un plato colgado en cada extremo, que se sostiene en el centro sobre un punto de apoyo. La balanza luego evoluciono a la llamada de dos platillos, en ella se coloca un objeto de masa desconocida en uno de los platos, y se van poniendo objetos de pesos conocidos hasta lograr el equilibrio por contrapeso, caracterizada por lo lento y tedioso en la medida; las balanzas modernas son las llamadas granataria de un platillo y las electrónicas.

La balanza de un platillo es la más común en el laboratorio de Física clásica, para obtener la masa de volúmenes manuales, constan de4 o 3 reglas fijas con masas movibles, brazos horizontales en donde una escala con masitas busca el equilibrio con respecto a la masa a medir

en el plato, a voluntad del usuario. Estas balanzas tienen una apreciación que varía de: 0,01; 0,1 y 0,5 gramos respectivamente, y una capacidad desde los 100 gramos al kilogramo.
El procedimiento de uso inicia al colocar la masa a medir en el plato del balancín, una vez se considere que el instrumento esta calibrado, para luego mover las masitas en las reglas fijas hasta que la barra quede en equilibrio. Las balanzas digitales poseen un contenedor para la masa a medir y un programa interno que emite el resultado por movimiento de mecanismos deformables internos.

Véase el siguiente esquema de partes de una balanza típica del laboratorio

Ejemplo I.8) Obtener la masa en los siguientes dibujos de una balanza analógica y otra digital.

		Balanza de tres brazos 50 + 0 + 24/100. Masa = 50,24 Grs. Balanza digital, medida observada: M = 95.85 gramos.

Notas sobre la balanza

a) La balanza en el sistema ingles tiene las versiones del Slug, equivalente a 14,59 kilos, y en las medidas de Libras y Onzas, siendo estas de fuerza.

b) Las balanzas tiene diferentes tamaños según el cuerpo a medir, desde objetos de laboratorio o incluso piezas, hasta sacos de alimentos e incluso vehículos de carga.

Cronometro

Es un instrumento de medición del tiempo en minutos, segundos y fracciones de segundos; existiendo los analógicos y los digitales; entre los más comunes se encuentran los analógicos de 0,2 segundos y los digitales de 0,01 segundos, como mínima medida o apreciación.

La palabra cronometro viene del titán griego “Cronos” que poseía poderes y visiones sobre el pasado y el futuro del universo; el cronometro mide el tiempo de un evento dado y controlado. El tiempo se mide igual en el mundo y la precisión del instrumento estará representada por los dígitos de las fracciones del segundo que pueda medir la aguja del segundero. El cronógrafo es un reloj que, mediante algún mecanismo, permite la medición independiente de tiempos; en su versión analógica van provistos de un pulsador de puestas en marcha y detenido, así como otro segundo pulsador de puesta a cero.

CRONOMETRO ANALÓGICO

CRONOMETRO DIGITAL

Termómetro

Instrumento de medición de la temperatura asociado a cualquier cuerpo o parte de él, la ciencia de la termometría consiste en una escala predeterminada por observación en la dilatación visual de un cuerpo o de algunos fluidos específicos, contenidos herméticamente en cilindros delgados de vidrio. La temperatura se obtiene en contacto con el dispositivo de medición, y fue Galileo Galilei el primero en construir un dispositivo para comparar temperaturas a base de agua y alcohol; seguidamente al recipiente de vidrio se le colocó una escala de medida y se estandarizo el uso del mercurio liquido como fluido a dilatarse, pese a ser un fluido contaminante; hoy en día se usan otros l.

a) La escala establecida por el astrónomo sueco Anders Celsius (1701-1744). La cuál asigna los polos: cero (0) y cien (100) a los valores de congelación y ebullición del H_2O, agua pura, a una atmosfera de presión. Esta escala llamada "Celsius" (°C desde 1948), se divide en grados y se le conoce por escala centígrada, la cual se asocia al sistema internacional.

b) La escala de grados absoluta, (llamada Kelvin °K) la cual es una escala que parte de la medida más baja de temperatura encontrado en la naturaleza; el –273 °C del hidrogeno líquido, la idea aquí es el de evitar los valores negativos, la escala de grados kelvin es similar a la escala Celsius, solo que desplazada en 273 unidades, según el tercer principio de la termodinámica el llamado cero absolutos, (-273,15 °K), es inalcanzable.

c) La escala de grados desarrollada por Gabriel Daniel Fahrenheit en 1714, se basa en la selección de diferentes puntos fijos: (agua de mar congelada y una temperatura del cuerpo humano); los grados Fahrenheit (°F), se asocian al sistema inglés de medición, especialmente usada en norte América; la conversión de los grados °F a los grados °C se obtiene con la ecuación: $°F = \frac{9}{5}°C + 32$.

La temperatura de todo cuerpo es un valor asociado con la energía cinética de sus moléculas componentes: Entre mayor movimiento en las partículas internas, mayor será la temperatura.

Al igual que otros instrumentos hay una gran variedad de termómetros analógicos y digitales

1) los formados por un cilindro trasparente que contiene un fluido: mercurio (Hg), gases especiales y filamentos metálicos calibrados. 2) los de Termocuplas y de resistencia eléctrica. Y 3) los de radiación térmica o pirómetros, que pueden medir hasta los 1000 °C.

El termómetro varía según su uso: humano o industrial con capacidades del 0 °C al 50 °C, del -10 °C al 200 °C o de 100 °C a 1000 °C. Las escalas internas varían de 0,1 a 0,2 °C y los digitales pueden llegar a medir hasta las centésimas de grado.

Cierre del capítulo I

Los instrumentos analógicos son aquellos que tienen una escala, cuya mínima medida es la apreciación del instrumento y se repite constantemente para todos los valores; se mide por la analogía en la utilidad de dicha escala establecida. Los instrumentos digitales son aparatos electrónicos que poseen un programa interno que arroja la medida solicitada, una vez su operador realiza su uso.

Ejercicios propuestos

a) Medir con la cinta métrica distancias varias y de tamaño corporal, en el laboratorio de Física y en ambos sistemas de medición; use la conversión solo para confirmar resultados.

b) Medir longitudes con la cinta y a partir de ellas obtener áreas variadas y volúmenes, de piezas manuales, en ambos sistemas de medición, (m^2, $Pies^2$, Cms^3 y $Pulg^3$).

c) Medir con el Vernier y el tornillo los lados, las alturas y diámetros de piezas manuales del laboratorio, (cilindros, paralelepípedos, conos y esferas), sean macizas o compuestas, en ambos sistemas de medición.

d) Medir con la balanza diferentes masas de cuerpos y piezas; luego a partir de su volumen estimar su densidad, sea una aleación o elemento conocido.

e) Medir con el cronometro diferentes eventos de tiempos, y con el termómetro, diferentes temperaturas: corporales y de ambientes en el laboratorio.

Modelos de la evaluación teórico-práctica de este capítulo

1) A) ¿Que es medir? B) Encuentre cinco diferencias entre el Tornillo y el Vernier. C) Calcule la densidad de una pieza maciza dada. D) calcule el radio de una superficie esférica.

2) A) ¿Que es el Vernier? B) Encuentre cinco diferencias entre el tornillo y el flexómetro.

C) Calcule la densidad de una pieza compuesta dada, volumen hueco.

3) A) ¿Que es el tornillo? B) Encuentre cinco diferencias entre la cinta métrica el Vernier.

C) Calcule la densidad de una pieza maciza dada.

4) A) ¿Que es la balanza? B) ¿Qué es la apreciación del instrumento? C) Calcule el volumen de una pieza maciza dada, en centímetros cúbicos, milímetros y pulgadas cúbicos.

5) A) ¿Que es la cinta métrica? B) ¿Qué es el termómetro? C) Calcule el volumen de una pieza compuesta dada: volumen hueco, en centímetros y pulgadas cúbicos.

CAPITULO II

ERRORES Y SU SIGNIFICANCIA

En todo proceso de medición es lógico como vimos, que va a ocurrir el error cometido por el usuario del instrumento que usa, por efecto de su apreciación o mínima medida. Como bien afirma un lema antiguo: *"Ninguna medida física puede dar un valor exacto"*; entonces toda medición debe expresarse como la magnitud más o menos el error o holgura, de la forma

$$(\boldsymbol{M} \pm \Delta\boldsymbol{M})\ \boldsymbol{und}(\boldsymbol{s})$$

Donde la "M" es la medida realizada y ΔM la holgura o zona de incertidumbre, como la precisión es un término cuantificable como el error acumulado en la medida o serie de medidas, y la exactitud es una valoración relacionada al mínimo desplazamiento con la meta o certidumbre preestablecida; entonces estos términos se relacionan como que la precisión es la cantidad de exactitud que busca minimizar el error.

Los errores son sistemáticos, cuando su razón de ocurrencia es constante en toda medida realizada, como la des-calibración del instrumento, su apreciación, la aptitud del usuario, fallas en el montaje y las condiciones ambientales; y casuales, cuando en "n" medidas de una misma magnitud se pueden apreciar diferencias, como cuando se usan diferentes instrumentos, efectos ambientales variados, o por holgura humana. Considerando que en cualquier calculo pueden ocurrir magnitudes con muchos dígitos, las cuales se deciden expresar según su significancia, usando el clásico redondeo en las llamadas cifras significativas, y la notación científica de ser necesaria.

Tema 1: Significancia

Por supuesto todas estas expresiones deben contar con el hecho de que: "La significancia de la medida se corresponda con la significancia del error". Por medio de la inexacta técnica del redondeo en las cifras de una magnitud, veamos los tópicos sobre esta estrategia, de estas definiciones particulares y de la afirmación sobre la significancia. Porque ninguna medición es absolutamente precisa (Giancoli, 2009, p.5)

Redondeo

Proceso de disminuir los dígitos de una magnitud para su mejor y más fácil expresión, o para que la significancia coincida; consiste en: a) aumentar en una unidad la cifra o digito a la derecha de otro a su izquierda que sea mayor a cinco, b) aumentar el digito impar si el de la izquierda es igual a cinco, c) mantener el digito par si el de la izquierda es igual a cinco, y d) conservar el digito si el valor de la izquierda a este digito es igual o menor al valor cuatro, (4).

Cifra significativa

Las cifras significativas son todos los dígitos de una magnitud sin considerar aquella con un cero único a la izquierda de la coma decimal, donde la significancia entonces son los dígitos con significado, con su orden de izquierda a derecha; es decir, las magnitudes expresadas como: 4,53 y 0,50 tienen tres y dos cifras significativas, respectivamente.

Suele llamarse *significancia de la magnitud* a solo los valores decimales, en este caso ambas magnitudes tienen significancia dos.

Notación científica

La notación científica, es la expresión de magnitudes con muchos dígitos, usando la potencia del 10^n para correr el punto en números enteros muy grandes o la coma en valores decimales muy extensos; es decir es una estrategia de expresión de magnitudes en función de la potencia 10^n.

La notación científica estándar o más común es la expresada con dos o tres cifras significativas y con uno o dos dígitos de significancia respectivamente, esto es: E,d x 10^n un entero, (E), y un decimal, (d), o E,dd x 10^n un entero y dos decimales; como estrategia de redondear el segundo o tercer decimal respectivamente.

Seguidamente el orden de magnitud está referido al valor solo de la potencia 10^n más “cercano” al valor real de una magnitud, con notación científica muy extensa; es decir es un redondeo al valor entero más cercano de una “gran” magnitud.

Ejemplos

II.1) Exprese las siguientes magnitudes, según las cifras indicadas

MAGNITUD	6 CIFRAS	5 CIFRAS	4 CIFRAS	2 CIFRAS	1 CIFRA
3,1415931	3,14159	3,1416	3,152	3,2	3
0,7456475	0,745648	0,74565	0,7456	0,75	0,8
30.796,022	30.796,0	30.796	3,080 x 10^4	3,1 x 10^4	3 x 10^4
0,0006475	0,000648	0,00065	0,0006	6,0 x 10^{-4}	6 x 10^{-4}

II.2) La aceleración de la gravedad terrestre es variable dependiendo de la altitud: 9,80647 m/s^2 a nivel del mar; si este valor se quiere expresar con 4 cifras significativas, o sea con tres dígitos decimales (significancia 3), seria 9,806 y si se quiere expresar en significancia 2, tres cifras significativas es: 9,81 m/s^2; recordando que su magnitud en 9,8 m/s^2, es su versión más utilizada.

II.3) La magnitud 0,101 m/s. Tiene 3 cifras significativas e igual significancia; esto ocurre en toda magnitud sin dígitos enteros.

II.4) La temperatura de 106,7405 °C. Tiene 7 cifras significativas y significancia 4; recuerde las cifras son los dígitos con significado, sin considerar el cero único a la izquierda de la coma decimal, y la significancia es la valoración de decimales que se aceptan con significado o utilidad.

II.5) El valor 30,00. Tiene 4 cifras significativas y significancia 2. A pesar de que en términos de cálculos no se consideran los ceros a la derecha, su expresión indica que su medida o valor resultante ocurrió con un instrumento de apreciación hasta las centésimas.

II.6) Si la masa de un cuerpo es de 16,34 Grs y su Volumen es de 22,05 Cm^3. Calcule su densidad para una significancia 5 y 2.

Respuesta: $\rho = \frac{m}{v} = \frac{16,34}{22,05} \rightarrow 0,74104 \frac{gr}{cm^3}$ y $0,74 \frac{gr}{cm^3}$ Respectivamente.

II.7) Resolver y expresar a su consideración la siguiente operación:(7,85 x 4,223) + 30,1. Respuesta: 63,251 para 5 cifras y significancia 3. O 63,3 para 3 cifras y significancia 1.

II.8) Convierta el valor del volumen de una pieza de 45.567,789 mm^3 en pulgadas cúbicas, y exprese con su error en significancia 3.

Respuesta: el valor obtenido es: 2,780717 Pulg^3 y se expresa este volumen como: 2,781 Pulg^3.

II.9) Exprese las siguientes magnitudes según: su notación científica, su notación científica del modo un entero dos decimales y su orden de magnitud

MAGNITUD	Notación científica, (N.C)	(N.C), de la forma: E,dd	Orden de magnitud
22.164.760.000,00	$2{,}216476 \times 10^{10}$	$2{,}22 \times 10^{10}$	10^{10}
768.453,55	$7{,}6845355 \times 10^{5}$	$7{,}68 \times 10^{5}$	10^{6}
0,00567000435	$5{,}67000435 \times 10^{-3}$	$5{,}67 \times 10^{-3}$	10^{-2}

Notas

a) Cuando se hacen operaciones de magnitudes con diferentes cifras significativas se expresa el resultado con las cifras significativas y la significancia que el operador considere.

b) Como norma en la mejor expresión de la magnitud y su precisión, se puede asumir el resultado con la significancia mayor, de las magnitudes que se operen algebraicamente.

c) En el tema de toda magnitud y su error, la expresión debe ser que la medida tenga la misma significancia que su error; como lógica en el cálculo y su expresión, como veremos.

Tema 2: Errores directos

Los errores se clasifican desde su expresión en una sola medida, hasta su propagación como cálculo necesario de la holgura en la magnitud obtenida proveniente de una fórmula. Es importante para el profesional en su toma de decisiones porque se busca abarcar la posibilidad de exactitud contenida; a continuación, y en orden se tienen

Error individual: Ocurre cuando se realiza una única medida por medio de un instrumento; entonces la magnitud queda como la medida más o menos la apreciación del instrumento usado, como un error sistemático de la forma: $(Medida\ \pm\ Apreciación)\ unidades.$

Ejemplos

II.10) Una medida realizada con un vernier, es de 23,75 milímetros. Se expresa entonces como: $(23{,}75 \pm 0{,}05)\ mm \quad o \quad (2{,}375 \pm 0{,}005)\ Cm$

Este valor "convertido en pulgadas", queda como: (0,22324 ± 0,00781) o (0,223 ± 0,008) Pulgadas. Usando el redondeo a significancia 3.

II.11) Una medida hecha con el tornillo micrométrico en 11,01 milímetros. Se expresará de la forma: $(11{,}01 \pm 0{,}01)\, mm \quad o \quad (1{,}101 \pm 0{,}001)\, Cm$. Llevado a pulgadas como: (0,43 ± 0,01) Pulgadas.

II.12) Una medida con la balanza en 125,32 gramos. Se expresa $(125{,}32 \pm 0{,}01)\, Grs$.

II.13) Una medida con un termómetro en 98,25 °C. Se expresa $(98{,}25 \pm 0{,}05)\, °C$.

Siempre en las expresiones de las magnitudes con su respectivo error, deben tener la misma significancia, no así la misma cantidad de cifras significativas, por la lógica que la magnitud es mucho mayor.

Error promedio absoluto: Cuando se realizan "n" medidas de una misma magnitud, se expresa el valor promedio con su error promedio absoluto, el cual sale de la fórmula de: Sumatoria de cada medida menos el promedio, entre el número de medidas; esto es: $\Delta M_A = \frac{\sum |Mi - \overline{M}|}{n}$

Cuando el número de medidas de una misma magnitud se considera pequeño, alrededor de hasta 10 o incluso un máximo de 20 medidas, y en donde pueden existir diferentes instrumentos y usuarios, se habla entonces de un error casual en donde las diferentes apreciaciones individuales pierden relevancia.

El error absoluto de cada medida realizada será igual al valor absoluto del promedio de las medidas menos cada medida: esto es el valor positivo de: $Ax_i = |\overline{M} - M_i|$. Entendiendo que el llamado promedio simple, (cuando todas las medidas tienen igual "peso" de participación), es: $\overline{M} = \sum Xi/n$.

La barra absoluta se usa porque algunas de las diferencias pueden dar números negativos y como consecuencia el error promedio absoluto podría anularse o disminuir, lo que sería una respuesta ilógica para "n" medidas; lo correcto es que todo error se acumule y permita al investigador contar con la holgura real que contenga el inalcanzable valor exacto.

Ejemplos

II.14) Dada las siguientes mediciones de estatura de seis femeninas, en un salón de clases en la UG: 1,62; 1,63; 1,59; 1,49; 1,68; 1,70. En metros. Calcule su error promedio absoluto y exprese.

$$\overline{M} = \frac{|1{,}62 + \ 1{,}63 + 1{,}59 + 1{,}49 + 1{,}68 + 1{,}70|}{6} \ = \frac{9{,}71}{6} = 1{,}61833 \ \ metros$$

$$\overline{\Delta M} = \frac{|1{,}62 - 1{,}618| + |1{,}63 - 1{,}618| + |1{,}59 - 1{,}618| + |1{,}49 - 1{,}618| + |1{,}68 - 1{,}618| + |1{,}70 - 1{,}618|}{6}$$

$$Quedando\ la\ expresión\ como:\ M = \ (1{,}618\ \pm\ 0{,}052)\ metros. \quad Significancia\ 3.$$

II.15) Considere las siguientes medidas de masas, en 5 barras de panes individuales, medido en gramos: 21,02; 21,8; 20,15; 24,233; 21,23; cálculos hechos con balanzas diferentes.

$$\overline{M} \ = \frac{|21{,}02+21{,}8+20{,}15+24{,}233+21{,}23|}{5} = \ 21{,}687\ \ Gramos.$$

$$\overline{M} = \frac{|21{,}02 - 21{,}69| + |21{,}8 - 21{,}69| + |20{,}15 - 21{,}69| + |24{,}233 - 21{,}69| + |21{,}23 - 21{,}69|}{5} = 1{,}055\ Grs.$$

Quedando la expresión como: M = $(21{,}69\ \pm\ 1{,}06)\ Gramos.\ Significancia\ 2.$

Notas

a) Por increíble que parezca la idea no es la de eliminar el error, recuerde que la llamada holgura es necesaria como elemento de prevención de seguridad, a la hora de la tomar decisiones y como espacio que “incluye” el valor real.

b) Todo error con respecto a su medida es una cantidad mucho menor, es y será su caracterización más importante en la expresión de toda medida con su error a una significancia respectiva, a juicio del investigador.

Error estadístico: Para cuando se realizan “n” medidas en cantidad apreciable de datos de una misma magnitud, aceptando más común como superiores a las 20 mediciones; se realiza una especie de error promedio absoluto ajustado, denominado: “Desviación estándar” observable en una gráfica de ocurrencia, de donde se deriva el llamado “Error Probable”, ante una distribución de datos del tipo campana o distribución Normal.

La Desviación estándar, es un ajuste para valores de medidas en el rango de altos, cuya fórmula experimental y letra símbolo es: σ = $\sqrt{\frac{\sum(\overline{M} - \mathrm{Mi})^2}{n\ (\ n-1\ )}}$

Ejemplo

II.16) Dada la siguiente tabla de 30 temperaturas realizadas sobre un cilindro de hierro a diferentes horas del día en °C.

20	20	21	20,1	20,3	21,6	22,4	21	21,5	23,2
21,4	21,8	22	22,1	23,5	22,5	22,3	22,3	21,7	23,6
22,6	22,4	23,5	22,8	23,1	23,5	24,8	24,9	25	25

Calcule la desviación estándar, y exprésela en significancia 2

Esto es, primero se calcula el promedio como: $\overline{M}$ = 21,6467 °C.

Seguidamente la desviación estándar en su fórmula con valor de: = 0,2978 °C.

Y su expresión para una significancia 2 es: T = (21,65 ± 0,30) °C.

Error Probable: Es una expresión de error que proviene del hecho de considerar en que porcentaje del área bajo la curva, de la distribución normal o la llamada Campana de Gauss, contiene el valor exacto de la medida, (E_P).

Según fuentes estadísticas se asume que el error probable es un factor de veces la desviación estándar, con el porcentaje de contener exactitud, queda o se acepta por área contenida entre la función "Campana" característica de la distribución de ocurrencias, y el eje horizontal en: 50% para e_p = (0,674.σ); 82,2% para e_p = (1,348σ), Y 95,69% para e_p = (2,022.σ), respectivamente. Conocidas como versiones de la "Campana de Gauss" o de distribución "Normal", en el mundo de la estadística moderna, y provenientes de la función cociente con valores algo movido de

y = $\frac{A}{x^2 + B}$. Con estos valores ajustables según la ocurrencia.

Ejemplo

II.17) Siguiendo el ejemplo de los 30 valores de temperaturas, una expresión de esa distribución superior al 80% y al 90%, de contener el valor exacto, serian

T = (21,647 ± 0,402) °C. Y T = (21,647 ± 0,603) °C. Respectivamente.

Entonces se puede afirmar que en toda curva de distribución "Normal" los valores en el eje horizontal que se aproximan al punto máximo de la función son cercanías de exactitud, y los valores o imágenes en el eje vertical que se acercan a este punto, son valores de precisión.

Tema 3: Errores Propagados

Es la incertidumbre resultante de operar algebraicamente con magnitudes que poseen sus propios errores. Dado que estos errores no pueden manipularse con sus fórmulas algébricas, debido a que su naturaleza es de acumularse y no disminuir como holgura “Total”; en ese sentido, se han desarrollado fórmulas según la operación para realizar: Suma, resta, producto, o división, a saber

Suma y resta de magnitudes

Supongamos que una magnitud se obtiene con la suma de dos o más magnitudes, así como la resta de dos valores, los cuales poseen sus errores respectivos, esto es

$M = (x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y) + (z \pm \Delta z)$, en suma; y $(x \pm \Delta x) - (y \pm \Delta y)$, en resta respectivamente. Entonces la magnitud resultada es $x + y + z$. Y su error lógico es: $\Delta x + \Delta y + \Delta z$, para la suma, y el mayor error para el caso de la resta, en vista que la holgura ante una operación nunca debe disminuir, y en el caso de la suma la magnitud y su error aumentan.

Ejemplos

II.18) Si se tienen las siguientes medidas con sus errores individuales respectivamente, en significancia 2: $L_1 = (30{,}25 \pm 0{,}05)$ mm. $L_2 = (20{,}02 \pm 0{,}01)$ mm. Obtener la magnitud suma con su respectivo error.

La magnitud resultada de su suma es: $S = (50{,}27 \pm 0{,}06)$ mm.

II.19) De los datos anteriores, obtener la resta de esas magnitudes con su error.

Para el caso de la resta, $R = (10{,}23 \pm 0{,}05)$ mm.

Magnitud como resultado de un producto

Supongamos el producto de dos magnitudes y sus errores como: $P = (x \pm \Delta x).(y \pm \Delta y)$. De donde se obtiene, al realizar la operación de los binomios $P = x.y + x.\Delta y + y.\Delta x + \Delta x.\Delta y$. Implica que la magnitud buscada será: $P = x.y$, con su error propagado como: $\Delta p = x.\Delta y + y.\Delta x + \Delta x.\Delta y$

Con este último nonio despreciable por ser ínfimo, y nunca a considerar, como el error resultado.

Ejemplo

II.20) Supongamos el cálculo de un área rectangular donde sus lados y como medidas individuales son: L_1 = (54,56 ± 0,03) Pulg. Y L_2 = (6,546 ± 0,005) Pies.

Calcule y exprese el área en $Pulg^2$.

Primeramente, se debe expresar la segunda medida en pulgadas: L_2 = (78,55 ± 0,06) Pulg.

Luego el área es: 4.285,79712. Y su error: Δp = 54,56 x 0,06 + 78,55 x 0,03 + 0,0018 = 5,6319.

Que, expresado con dos decimales, significancia 2, es: (4.285,80 ± 5,63) $Pulg^2$.

Magnitud como resultado de un cociente

Sea una magnitud el resultado de un cociente, es decir: C = (x ± Δx) / (y ± Δy).

Entonces la magnitud, con su error propagado resultará de resolver la expresión por el factor conjugado del denominador para una función cuadrática: (y + Δy); bajo la consideración de evitar restas en el numerador, y obtener la diferencia al cuadrado en el denominador. Es decir

$$C = \frac{(x + \Delta x) \, . \, (y + \Delta y)}{(y - \Delta y) \, . \, (y + \Delta y)} = \frac{x.y + x.\Delta y + y.\Delta x + \Delta x.\Delta y}{y^2 + \Delta y^2}$$

Aplicando la estrategia de despreciar el producto de los errores, así como el error cuadrado Δy^2, por ser ínfimos, implica $C = \frac{x.y + x.\Delta y + y.\Delta x}{y^2}$. Quedando la magnitud: C = (x.y) / y^2 = x / y. Con la expresión del error como: $\Delta C = \left(\frac{x.\Delta y + y.\Delta x}{y^2}\right)$.

Nota

Tanto para el producto como para la división, se debe realizar siempre de dos magnitudes operantes; es decir de existir un tercer elemento algebraico, se debe realizar la magnitud total con su error por parejas cada vez, de ser necesario

Ejemplo

II.21) Supongamos el cálculo de la densidad de una pieza maciza de metal en donde su volumen es: V = (334,45 ± 2,25) Cm^3 y su masa es: M = (900,05 ± 0,01) Grs.

Calcule su densidad, con los datos anteriores

Como la densidad es: ρ = M / V se tiene el siguiente resultado ρ = 2,69113 Grs/Cm^3.

Luego su error, y según la estrategia de la división

Esto es: $\Delta\rho = \left(\frac{900{,}05 \; x \; 2{,}25 + 334{,}45 \; x \; 0{,}01}{(334{,}45)^2}\right)$ = 0,01813Grs / Cms^3.

Quedando la densidad, expresada en significancia 2, como: $\rho = (2{,}69 \pm 0{,}02)$ Gr/Cm^3.

Método de las derivadas parciales

Estos resultados en el cálculo del error propagado o algébrico, de magnitudes compuestas por cualquier operación algébrica: sea suma, resta, producto, división o potencia, se pueden obtener con la ecuación de la denominada “Derivadas Parciales”, como estrategia generalizada, que facilita los procesos anteriores.

Su descripción consiste en la reducción que representa el derivar la magnitud de la formula, en función de cada una de las variables participantes, y multiplicarla por su error respectivo, y como algunas derivadas parciales pueden generar valores negativos, entonces la ecuación en esta estrategia va precedida del valor absoluto; por la lógica de que la holgura nunca debe disminuir.

Sea una magnitud “M” en función de las variables x, y, z de la forma: $A = (x^3.3y) / z^2$.

Entonces el valor de: $\Delta A = \left|\frac{\partial M}{\partial x}\right|.\Delta x + \left|\frac{\partial y}{\partial x}\right|.\Delta y + \left|\frac{\partial y}{\partial x}\right|.\Delta z$.

Siendo la derivada parcial, una derivación con respecto a la variable específica, en donde las demás variables actúan como constantes en el proceso. Para la magnitud “A”, el valor de ΔA, queda como: $\Delta A = \left|(3x^2.3y) / z^2\right|.\Delta x + \left|(3x^3) / z^2\right|.\Delta y + \left|(-2x^3.3y) / z^3\right| \Delta z$.

Ejemplos

II.22) Supongamos el volumen de un paralelepípedo donde sus lados son: $L_1 = (0{,}33 \pm 0{,}02)$ metros; $L_2 = (20 \pm 1)$ Cms. Y $L_3 = (222 \pm 1)$ mm. Se quiere obtener el volumen de la pieza en centímetros cúbicos, con su respectivo error propagado, esto es: $V = L1xL2xL3 = 14.652\ Cm^3$; previamente convertidas las medidas de metro y milímetros en centímetros, lógicamente

Luego su error por derivadas parciales es: $\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial L1}\right|.\Delta L_1 + \left|\frac{\partial V}{\partial L2}\right|.\Delta L_2 + \left|\frac{\partial V}{\partial L3}\right|.\Delta L_3$.

Esto es: $\Delta V = |L2.L3|.\Delta L_1 + |L3.L1|.\Delta L_2 + |L1.L2|.\Delta L_3$

$\Delta V = (20\ x\ 22{,}2).2 + (33\ x\ 22{,}2).1 + (33\ x\ 20).0{,}1 = 1.686{,}6\ Cms^3$. $\mathbf{V = (14.652 \pm 1.687)\ Cms^3}$

II.23) Para el volumen de un cilindro: $V = \frac{\pi}{4}.h.D^2$. Calcule su magnitud en Cms^3, con su error propagado. Dónde: h = (125,35 ± 0,05) mm. D = (115,14 ± 0,01) mm; en significancia 2.

$V = \frac{\pi}{4}.(12{,}535).(11{,}514)^2 = 1.305{,}1698\ Cm^3$. Y $\Delta V = \left|\frac{\pi}{4}.D^2\right| \Delta h + \left|\frac{\pi}{2}.h.D\right|.\Delta D$

$$\Delta V = \frac{\pi}{4}(11{,}514)^2.(0{,}005) + \frac{\pi}{2}(12{,}535)(11{,}514).(0{,}001) = 0{,}74732 \text{ Cms}^3.$$

Volumen del cilindro en significancia 2: V = (1.305,17 ± 0,75) Cms^3.

Notas

En estos casos se observa que el error se acumuló o se propago, siendo siempre superior a cada error de magnitud operante en la fórmula. Y todo error calculado debe cumplir con la norma básica de ser muy inferiores con respecto a la magnitud obtenida con la formula.

Error Relativo, (E_R)

Como una expresión a-dimensional producida al dividir todo error expresado, entre su magnitud; de aquí se deriva el llamado Error Porcentual, (E%) al multiplicar el error relativo por el valor de 100, quedando el resultado en estos términos.

El error relativo es un valor que relaciona precisamente toda magnitud, sea esta fundamental, promedio o proveniente de una formula específica, con su error respectivo, sea este: individual, absoluto, estadístico o propagado; esta relación es la de dividir cualquier error calculado entre su medida respectiva. Esto es: $E_R = \Delta M / M$. (Fondo editorial U.D.O Anzoátegui, 1999, p.8-9).

El error porcentual es un valor para expresar en términos de porcentajes. Su valor es el de multiplicar el error relativo por cien: $E_{\%} = 100.E_R$.

Ejemplo

II.24) Obtenga el error relativo y porcentual de los ejemplos 2.21, 2.22.

Esto es: E_{R1} = 1.687 / 14.652 = 0,11513. Para un 11,51% de error.

E_{R2} = 0,75 / 1.305,17 = 0,00057 o 5,7 x 10^{-4}. Para un 0,06%.

Cierre del capítulo II

En toda profesión es muy importante no solo reconocer la existencia de la holgura posible en cada medida obtenida o calculada, especialmente en las carreras de ingeniería; sino que aceptar este error con la importancia para la toma de decisiones o diseños, asi como su correcta expresión.

Ejercicios Propuestos

a) Calcule la medida promedio y el error absoluto promedio de los siguientes datos

Resultados de la medición de rapidez máxima en un péndulo simple.

V (m/s)	13,45	13,78	14,34	14,45	12,56	12,88	12	13,5	13,99

Resultados de la medición de una fuerza de fricción

F (NW)	22,5		22	23	23,45	25	26	23	20,12	21

b) De los siguientes datos de temperaturas, exprese en significancia 3 el error promedio absoluto y estime el error porcentual cometido

°F	224,5	212	223	203,66	205,33	216,44	223,76

c) De las siguientes 25 medidas de una población del número de abejas estimadas por día, de un panal, calcule el número promedio, su desviación estándar y su holgura de exactitud para un 90%

43	44	46	47	50	45	53	54	44	43
43	48	49	50	47	46	46	41	42	45
44	52	51	45	46					

d) De las longitudes de un cilindro macizo: H = (120,55 ± 0,05) mm y D = (1,234 ± 0,001) Cms. Calcule su volumen, (V = $\frac{\pi}{4}.h.D^2$), con su respectivo error propagado.

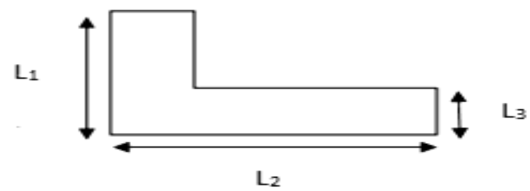
e) De las longitudes de un cilindro hueco, donde: H = (120,55 ± 0,05) mm, D_e = (1,234 ± 0,001) Cms. D_i = (0,835 ± 0,005) Cms. Obtenga su volumen, V = ($\frac{\pi}{4}.H(de^2 - di^2)$, con su error.

f) De las longitudes de una esfera: D = (4,350 ± 0,005) Cms. Calcule su volumen, (V = $\frac{\pi}{6}.D^3$), con su respectivo error propagado, en $Pulg^3$ y Cms^3.

g) De las longitudes de una esfera hueca, llamada "cuenta", con: D_e = (80,55 ± 0,05) mm y el diámetro del hueco como: d_i = (3,796 ± 0,001) Cms.
Calcule su volumen, (V= $\frac{\pi}{6}De^3 - \frac{\pi}{4}.De.di^2$), con su error propagado.

h) Si una pieza tiene una masa de: M = (234,66 ± 0,01) Grs. Y un volumen calculado con su error como: V = (30,234 ± 0,987) Cms^3. Calcule su densidad con su respectivo error propagado.

i) Calcule el área del siguiente "brazo" de madera, en Cms^2 y con significancia 2; donde



L_2= (12 ± 0,1) Cms. L_2 = (9 ± 0,1) Cms.(Cinta métrica). L_3= (2 ± 0,005) Cms. (Vernier).
El área en cuestión es de la fórmula: $A = L_1.L_3 + L_2.L_3 - L_3^2$ (Rectángulos menos el codo).

Modelos de evaluación teórico-práctica de este capítulo

1) Preguntas: A) ¿Que es el error individual? B) Encuentre el error porcentual de los siguientes ocho datos: (3,3 - 4 - 4,33 -5,22 -3,82 - 3,27 - 3,78 - 4,56). C) Mida y calcule el volumen de un cilindro macizo dado con su respectivo error propagado.

2) Preguntas A) ¿Que es el error absoluto promedio? B) Encuentre el error relativo de los siguientes seis datos de masa: (23,3 - 24 - 24,23 - 25,25 - 24,62 - 24,37). C) Mida y calcule el volumen de una esfera maciza con su respectivo error propagado.

3) Preguntas A) ¿Que es el error propagado? B) Encuentre el error porcentual de los siguientes datos enteros: (55 - 44 - 48 - 46 - 50 - 51 - 52 - 49 - 47). C) Calcule el área de una figura tipo brazo con su respectivo error propagado, según datos de sus lados.

CAPITULO III

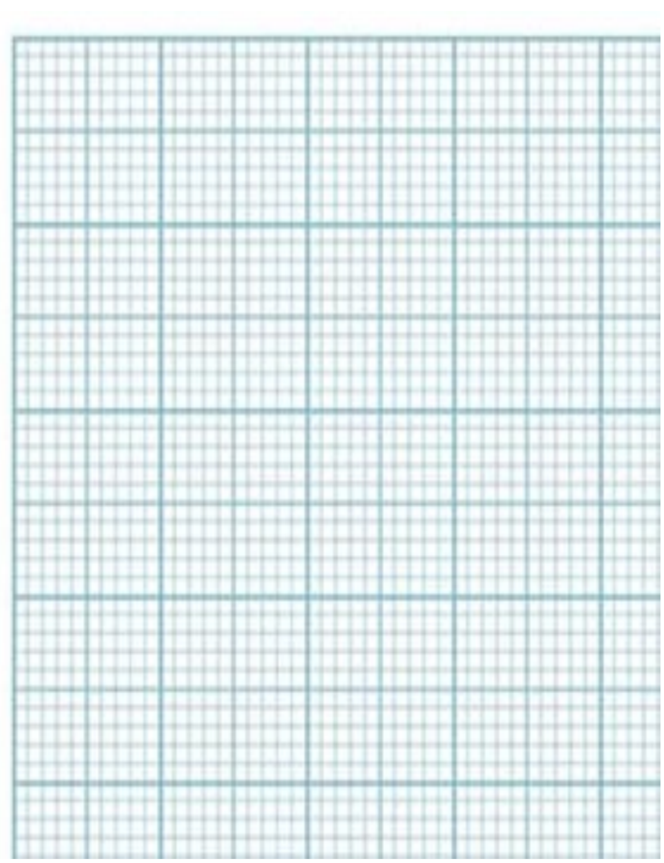
GRÁFICA DE DATOS, ANÁLISIS Y SU AJUSTE

Toda medida puede registrarse en diferentes maneras: como un valor numérico, una tabulación o mediante un dibujo que represente sus valores; la representación gráfica de datos obtenidos o dados en un procedimiento permite expresar sobre el papel estos la relación entre dos variables involucradas (relación o función en el plano cartesiano).

La grafica entonces es un dibujo que permite observar cómo una variable cambia en función de otra. Donde su utilidad no se limita a identificar tendencias y valores internos, sino que también facilita el ajuste al error mínimo posible de una nube dispersa, en relación con una recta o curva del plano representada por una función.

Tema 1: Qué es graficar

Es el arte de expresar datos de dos variables en el plano, para con la visión del dibujo obtener una interpretación lógica de su relación; el plano cartesiano está formado por los ejes: Horizontal llamado “abscisa”, en donde por lo general está la variable independiente y por el eje vertical llamado “ordenada”, donde se encuentra la variable dependiente en la relación; y = R(x). Es decir, para graficar los datos en parejas como binomios (x ; y).



a) Los datos o puntos (x; y), que se ofrecen de forma tabular, deben destacarse en el papel, al igual que los ejes coordenados, ocupando la mayor área posible del papel llamado milimetrado.

b) El papel milimetrado es una hoja de tamaño oficio con cuadriculas de centímetro cuadrado, dividido en milímetros; es decir cada cuadricula contiene 100 mm^2. Viene, en 24 centímetros por su lado menor y de 28 centímetros por el lado mayor, esto es: (240 x 280) mm^2. En la figura del lado, y por efecto de visión se coloca un papel bimilimetrado

Es obvio que en el sistema ingles existan papeles cuadriculados a 1/16” o 1/32”.

c) E procedimiento inicia con las siguientes decisiones

1) elegir que datos se corresponden a cada eje coordenado, y en lógica a esto decidir cómo se orienta el papel, (vertical o horizontalmente).

2) luego establecer una “escala” por eje, para que el dibujo quede lo más amplio y expresivo posible, fundamento de la gráfica de datos.

3) dibujar las rectas horizontal y vertical en el papel, evitando el borde; es decir por estética se deja de uno a dos centímetros de borde.

4) se dibujan los “puntos” o parejas de datos en el papel y se traza la gráfica, con sus respectivos valores de los datos respectivos en eje.

Toda grafica debe expresar las magnitudes de cada variable en su respectivo eje correspondiente, puede llevar un título nominal centrado en la parte superior y debe contener la tabla de datos respectivos, ya sea en una esquina del papel o en el reverso. El trazo de la línea definitiva puede realizarse con el apoyo de una regla para el caso de una recta, a mano alzada o con plantillas que incluyan curvas, para estos casos; siendo importante destacar el hecho de algún corte o atravesado con los ejes de ocurrir, manteniendo un trazado final continuo.

La escala

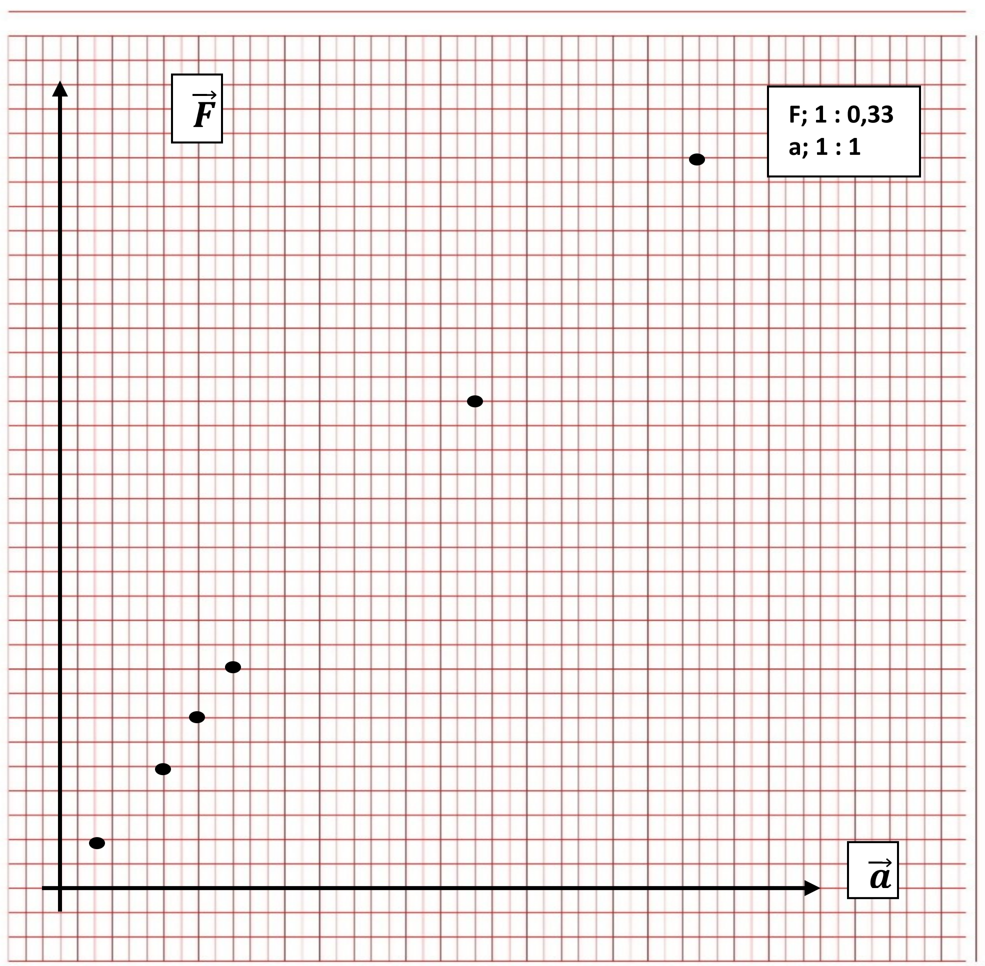
Es un procedimiento algebraico de multiplicar los datos por un factor para ampliarlos o reducirlos para que la gráfica quede lo suficientemente amplia y expresiva, evitando acumulación de datos o que estos no entren todos en el papel; la escala se escribe en la esquina superior derecha del papel milimetrado de la forma como ejemplo, (X; 1: 3 o Y; 1: 0,5), esto significa que para cada valor o dato en el eje “x” equivale a 3 milímetros en el papel, y que para cada valor o dato en el eje “y” equivale a medio milímetros en el papel; es decir es una ampliación en la horizontal y una reducción en la vertical. Las escalas de cada eje no necesariamente son las mismas, y como se afirma es un procedimiento para que la gráfica contenga todos los datos y sean de suficiente y visual ampliación; preferiblemente a valores de una sola cifra significativa.

Ejemplo

III.1) Grafique en papel milimetrado los datos de fuerza con la aceleración de un cuerpo.

F (N)	5	15	20	27,5	60	90
a (m/s^2)	2	6	8	11	24	36

Graficar es un arte, por ende su dibujo es una expresión a juicio del graficador; en este sentido y siguiendo las notas iníciales, se decide: a) colocar los datos de la fuerza en la ordenada y realizar una orientación vertical del papel, b) colocar los ejes a un centímetro del borde en vista que los datos son todos positivos, (pertenecen al primer cuadrante del plano), c) se mantienen los datos de la horizontal, y en la vertical se reducen por tres veces, por ser papel bimilimetrado y contar con espacio de 40 divisiones en la abscisa y 30 en la vertical. Por la lógica de los valores y del espacio en milímetros que se dispone, veamos esta gráfica



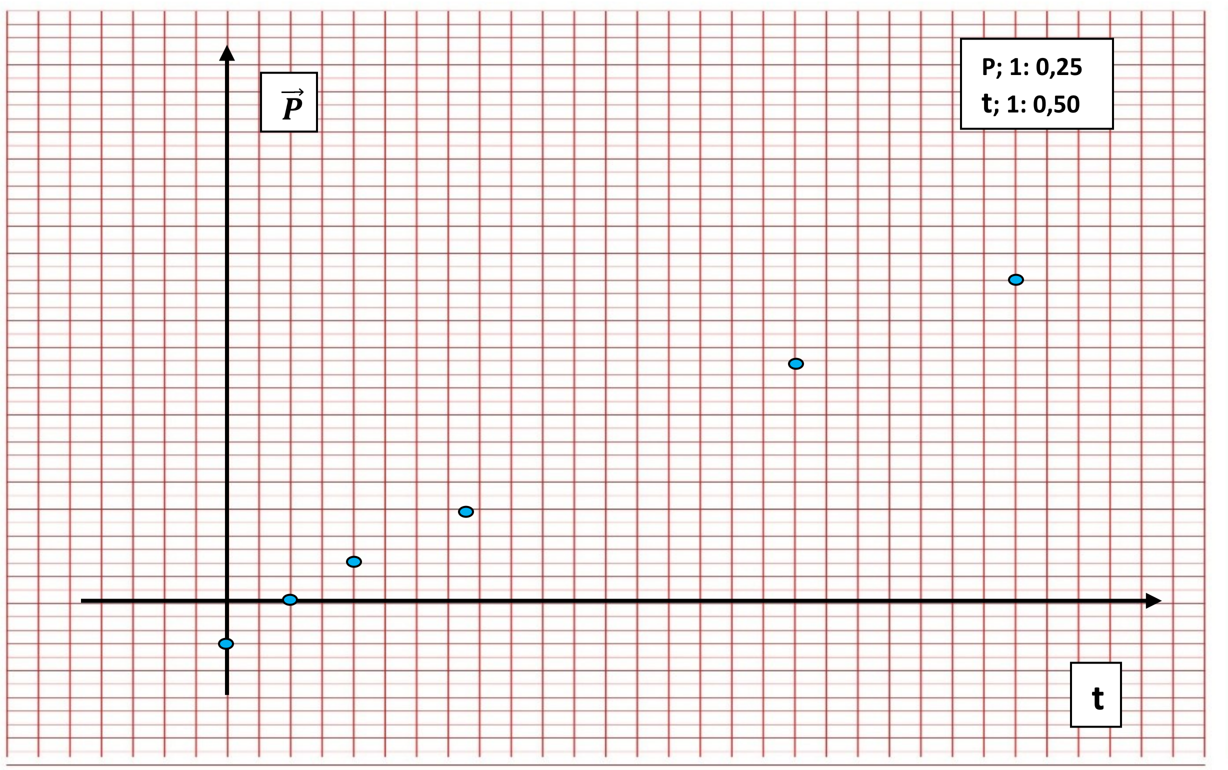
Conociendo la ecuación newtoniana se sabe que la fuerza es: F = M.a, por lo que la gráfica de esos datos se aproxima bastante a una recta con corte en el origen, a cero fuerzas debe ser cero aceleraciones, y con pendiente a calcular como la masa del cuerpo. Pues como se ha dicho es un arte representativo de una situación de la cual se pueden realizar cálculos de ajuste, tendencias a interpolar o extrapolar, y sobre todo comportamiento como función del plano.

Ejemplo

III.2) Grafique en papel milimetrado los siguientes datos que relacionan la posición, con el tiempo de un auto en movimiento, a rapidez constante.

P (m)	-12	0	12	18	60	94
t (s)	0	4	8	15	36	50

Decisiones: a) orientación horizontal, b) la variable del tiempo en el eje de la “x”, con escala de reducción a la mitad, con este eje movido en el papel, para dar espacio a su valor negativo; c) escala de reducción a un cuarto en el eje “y”, véase



De nuevo una tendencia a una línea recta, porque precisamente el avance de un cuerpo con velocidad constante representa este valor de pendiente. Observe los detalles de la gráfica, siempre en calidad de mejorarse (Fondo editorial U.D.O Anzoátegui, 1999, p.12).

Datos no tabulados

En los ejemplos III.1 y III.2 se puede apreciar, que estamos en presencia de dos líneas rectas; es decir se puede obtener la ecuación respectiva por el cálculo de la pendiente y del punto de corte con la vertical, ecuación conocida como la de punto-pendiente: y = m(x) + b, para el cálculo de estos valores se usa las ecuaciones siguientes

m = $\frac{Y_f - Y_i}{X_f - X_i}$ = Tan(θ). Entendida como la elevación por avance horizontal

b = $Y_1 - m.X_i$ Como cálculo realizado con un punto dado y el valor de la pendiente.

Ejemplo

III.3) Obtenga las ecuaciones de las rectas de los ejemplos 3.1 y 3.2

$L_1 \rightarrow$ m = $\frac{20 - 15}{8 - 6}$ = 2,5. b = 20 – 2,5(8) = 0. Es decir, L_1: **F = 2,5.a**

Siendo este valor el de la masa del cuerpo, con tendencia a cortar en el origen.

$L_2 \rightarrow$ m = $\frac{60 - 18}{36 - 15}$ = 2. b = 18 – 2(15) = - 12. Es decir, L_2: **P = 2(x) – 12**

Velocidad constante de 2 m/s, con X_0 = -12. Que es lo que se aprecia en la gráfica.

La ecuación o formula que se logre deducir, de un comportamiento de dos variables permite conocer valores no dados o expresados en la tabla de datos; se dice que un valor interno a los polos se llama **interpolación**, (intercalación por conocimiento de la formula), y externos a este se denomina **extrapolación**.

Ejemplo

III.4) Realice una interpolación y una extrapolación de los ejemplos 3.1 y 3.2

$L_1 \rightarrow$ Interpolación en x = 4 m/s^2, → y = 2,5(4) = 10 N. Extrapolación en x = 0 → y = 0 el origen.

$L_2 \rightarrow$ Interpolación en x = 16 s, → y = 20 m. Extrapolación: x = 120 s → y = 2(120) – 12 = 228 m.

En ambos casos estos valores se pueden comprobar en la gráfica, con el trazado desde los valores a interpolar o extrapolar de la horizontal con rectas verticales hasta la gráfica y luego con rectas horizontales hasta el valor a visualizar.

Puede ocurrir que los valores obtenidos en las mediciones no son una recta, debido a los errores lógicos que se pueden cometer en la toma de datos, o en la expresión de valores con decimales; o que se observa que tiene otro comportamiento. Entonces puede ocurrir que se está en presencia de una tendencia a una recta o a una curva, que debe ser ajustada a partir de una dispersión observada en la gráfica.

Tal situación le ocurrió al noble científico y padre de la astronomía el italiano: Galileo Galilei, (1564–1642), cuando buscando el cometa denominado “Estrella de Belén”, a solicitud del Papado, con su invención el “Telescopio”, tomo numerosas notas de la posición de un mínimo cuerpo luminoso con gran movilidad en el cielo que el creyó era la estrella buscada, a una hora determinada en función de los días, el espectro de datos graficados en papeles era un vaivén de puntos con tendencia a una posible línea recta, de hecho sus registros se interrumpieron por la época de lluvias: las copiosas nubes no le permitieron volver a ubicar el cuerpo, por casi tres meses, en el firmamento que denomino planeta minúsculo, (cometa); es decir se le perdió y no lo pudo ubicar nuevamente con su aparato de ampliación visual.

Luego el astrónomo y geofísico ingles Edmond Halley (1656–1742), en posesión de estos registros y usando una ecuación de “ajuste a una línea recta”, extrapolo los datos y encontró en el cielo, de nuevo al cuerpo perdido con un telescopio mejorado, los cometas solo son visibles a vista humana en el tiempo en que poseen cola; es decir encontró el cometa de Galileo, ese ínfimo punto en el firmamento y predijo su ciclo, razón por lo que este cuerpo errante lleva su apellido.

Los Mínimos Cuadrados, como estrategia de análisis numérico para el mínimo error cuadrático, fue desarrollado por el alemán Karl Gauss y publicado en 1809, como mejor método para encontrar al asteroide “Ceres”, que orbita entre los planetas Marte y Júpiter. El teorema conocido en la actualidad como de: Gauss-Márkov establece que los estimadores mínimos cuadráticos son óptimos por su menor varianza, de menor error cuadrático medio.

Tema 2: Regresión a una recta

Herramienta para ajustar tendencias a una línea recta, que parte del principio de que se debe minimizar la sumatoria de los cambios en las imágenes: $\Sigma(\Delta y_i)^2 = \Sigma(y_i - y)^2$, (que se elevan al cuadrado para evitar valores negativos), que ocurren para valores fijos de x en la ecuación punto pendiente $y = m.x + b$.

Esto es: $(\Delta y_i)^2 = (y_i - (m.x + b))^2 = y_i^2 - 2.m.(y_i.x_i) - 2.b.(y_i) + m^2.(x_i)^2 + 2.b.m.(x_i) + b^2$

Para “n” datos es: $S = \Sigma(\Delta y_i)^2 = \Sigma y_i^2 - 2.m.\Sigma(y_i.x_i) - 2.b.\Sigma(y_i) + m^2.\Sigma(x_i)^2 + 2.b.m.\Sigma(x_i) + n.b^2$

Como la idea minimizar este resultado, se resuelven las derivadas parciales

$$\frac{\partial S}{\partial m} = -2.\Sigma(y_i.x_i) + 2.m.\Sigma x_i^2 + 2.b.\Sigma(x_i) = 0. \qquad \frac{\partial S}{\partial b} = -2.\Sigma(y_i) + 2.m.\Sigma(x_i) + 2.n.b = 0.$$

Quedando el sistema de ecuaciones, de las variables "m" y "b", que con la aplicación de la determinante de Gauss-Jordan, para la ecuación de la recta: y = m.x + b, y con la mínima diferencia al cuadrado es: $\begin{vmatrix} \Sigma(\mathrm{xi})^2 & \Sigma(\mathrm{xi}) \\ \Sigma(\mathrm{xi}) & \mathrm{n.b} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Sigma(\mathrm{yi.xi}) \\ \Sigma(\mathrm{yi}) \end{vmatrix}$

Cuya solución es para la pendiente y el corte de la recta buscada

$$\mathbf{m} = \frac{\boldsymbol{n}.\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{yi.xi}) - \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{xi}).\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{yi})}{\mathbf{n}.\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{xi})^2 - (\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{xi}))^2}\ ; \qquad \mathbf{b} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{yi}).\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{xi})^2 - \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{xi}).\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{yi.xi})}{\mathbf{n}.\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{xi})^2 - (\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{xi}))^2}$$

Dónde: "**n**" es el número de datos o parejas, (x ; y), **$\Sigma(x_i)$** es la sumatoria de todos los datos del eje "x", **$(\Sigma(x_i))^2$** es el cuadrado de toda la sumatoria de los datos "x", **$\Sigma(x_i)^2$** es la suma de cada dato de la "x" al cuadrado, **$\Sigma(y_i)$** es la sumatoria de todos los datos del eje "y", **$\Sigma(y_i.x_i)$** es la sumatoria de cada producto de las parejas (x ; y).

Es decir, es diferente el producto de las sumas, que la suma de los productos, y el cuadrado de la suma, con respecto a la suma de los cuadrados.

Ejemplo

III.5) Calcule la ecuación de la recta con la mínima diferencia al cuadrado, de los datos.

t (s)	1	6	10	14	17	22	X_i
V (m/s)	2	30	48	65	80	112	Y_i

Se tiene que: n = 6 datos. $\Sigma(x_i) = 70$. $(\Sigma(x_i))^2 = 4.900$. $\Sigma(y_i) = 337$. $\Sigma(x_i)^2 = 1.106$.$\Sigma(y_i.x_i) = 5.396$.

Entonces la recta ajustada con ecuación punto pendiente se obtiene de

$$m = \frac{6.(5.396) - 70.(337)}{6.(1.106) - 4.900} = 5{,}06. \qquad b = \frac{337.(1.106) - 70.(5.396)}{6.(1.106) - 4.900} = -2{,}88.$$

La ecuación de la recta ajustada es: V = 5,06.(t) – 2,88. Cuya grafica para observar precisamente la tendencia a una línea recta, así como interpolaciones o extrapolaciones, queda como actividad.

Ecuación de curva monótona

Para cuando los estudiosos y matemáticos de la Europa del siglo XVI, empezaron a resolver ecuaciones polinómicas por medio del cambio de variable con los logaritmos, descubrieron que las curvas se pueden reducir a tendencias a una recta, los logaritmos fueron ideados por el escocés John Napier, este pensador descubrió y uso el llamado número de la naturaleza o número de “Neper”, (**e** = 2,718..), el cuál puede explicar una finidad de acontecimientos naturales y servir de base común para las ecuaciones exponenciales, llamado logaritmo natural.

Con estas herramientas entonces se puede reducir un comportamiento curvo a una tendencia a una recta, para luego aplicarle las fórmulas de los mínimos cuadrados, o la llamada regresión lineal vista; es decir, solo en los casos de una ecuación de un solo nonio, como

a) Curva potencial: $y = A.X^B$, donde la variable “x” tiene una potencia y un factor producto, para descubrir, por ejemplos: $y = x^2$, $y = 2.x^3$, $y = 4.x^{-2}$, $y = 3.\sqrt{x}$, entre muchas otras.

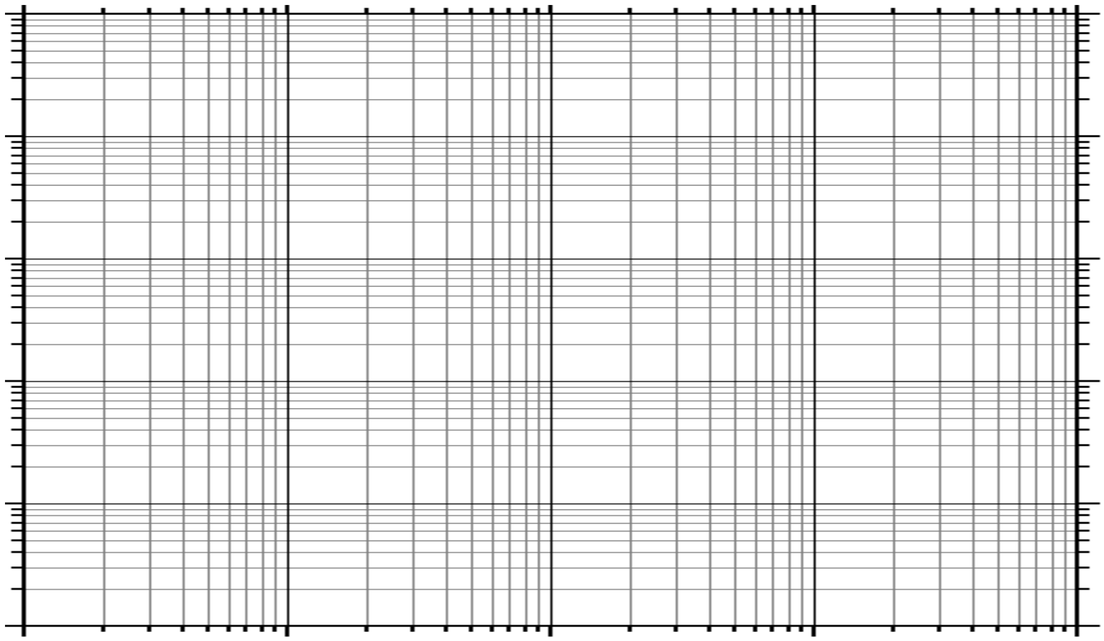
b) Curva exponencial, $y = A.(e)^{Bx}$, donde la variable “x” es el exponente, con los factores en la base y en la variable, por ejemplos: $y = 2^x$, $y = 10^x$, $y = e^x$, $y = (0,5).e^{2x}$, entre muchas otras.

Procedimiento para el ajuste

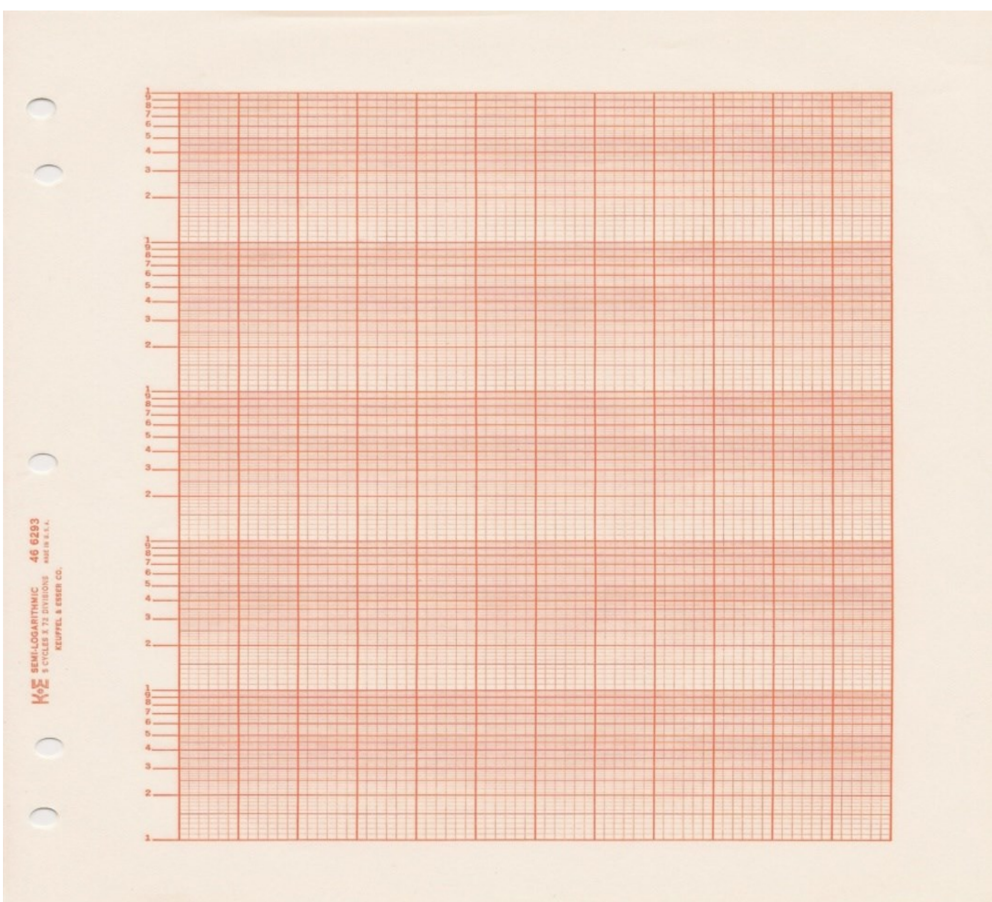
Al tomar logaritmo base diez de una curva potencial, ($y = A.X^B$), esta queda reducida a la forma de una línea recta como: $\log y = \log A + \mathrm{B}.\log x.$ Donde ambas variables quedan afectadas del logaritmo, y entonces el valor de "$\log A$" es el del corte con la vertical “b”, y el valor de “B” es la pendiente de esta curva potencial “reducida” a una tendencia a una recta; es decir, para luego con las fórmulas de los “Mínimos al Cuadrado” obtener los factores, y por ende la ecuación de la curva buscada, a saber con: m = B, y $A = 10^b$.

Similarmente al tomar logaritmo natural de una curva exponencial, ($y = A.(e)^{Bx}$), esta queda reducida a la forma de una línea recta como: $\ln y = \ln A + \mathrm{B}.x.$ Donde solo la variable dependiente queda afectada del logaritmo natural, entonces el valor de "$\ln A$" es el corte “b” y el valor de “B” es la pendiente de esta curva exponencial transformada en una tendencia a una recta; es decir m = B, y $A = e^b$.

Es decir, para reducir una curva potencial a una tendencia a una línea recta, se le toma logaritmo base diez a todos los datos, y para hacer esto en una curva exponencial se le toma logaritmo natural solo a los datos de la variable “y”. Donde para saber qué tipo de curva es, con solo datos graficados en el papel milimetrado, para aplicar la reducción propuesta, se realiza el procedimiento de realizar las gráficas con escalas ajustadas denominados papel Logarítmico y semilogarítmico. Ver estos en las siguientes figuras



Papel de escala Logarítmica base diez, en ambos ejes



Papel de escala semilogarítmica, base diez. (solo para la variable dependiente)

Escala logarítmica

La escala logarítmica es un cambio de variable para una curva monótona, representada por una ecuación de un solo nonio, donde se busca conseguir una tendencia a una recta en los datos tabulados que se tengan; cuando se reducen los valores en una o en las dos variables de la ecuación del plano pese a sus magnitudes, de orden muy crecientes pero monótonas.

Entendiendo que los papeles se cuadriculan en ciclos decimales, de tal forma que cada valor entero del logaritmo implica un “salto” de 10^n o e^n veces respectivamente; es decir si un papel tiene tres ciclos e inicia en la unidad, su último valor o línea superior es el número mil (1.000), o si la escala inicia en el valor diez, su última medida es el valor (10.000).

La base del todo logaritmo puede ser cualquier número, pero los más comunes y utilizados son los de base 10 y de base logaritmo natural; en referencia a los papeles para descubrir qué tipo de curva resulta, por lo general solo se usan y conocen los de base diez, como norma estándar; pero es lógico que existan papeles logarítmicos y semilogarítmicos, de base natural. Donde como se afirma, una curva exponencial obtendrá una tendencia a una recta desde un papel semilogarítmico y una curva potencial con el papel logarítmico.

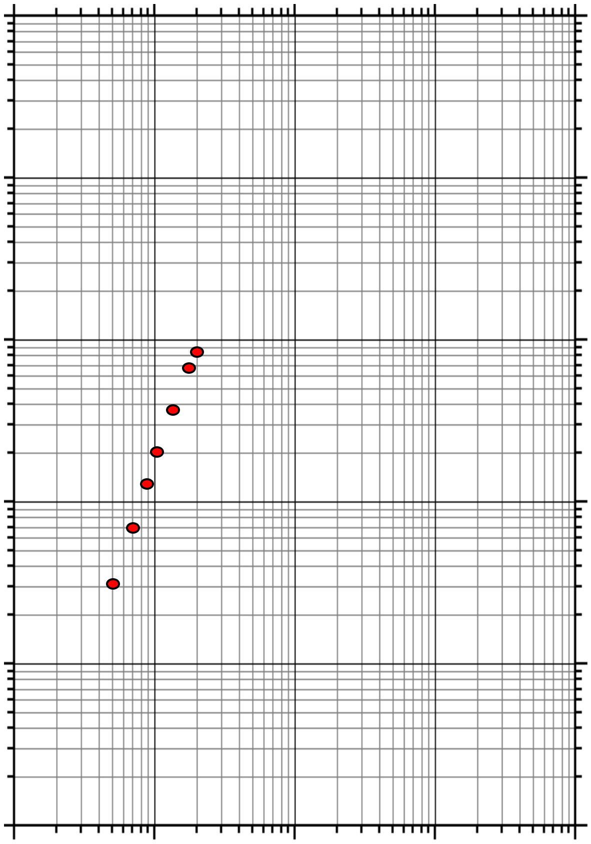
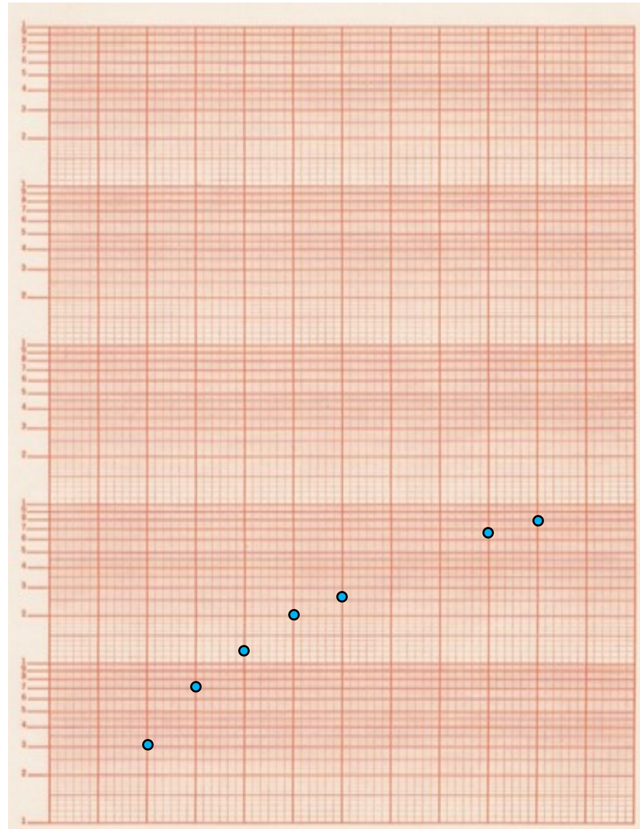
Ejemplo

III.6) Para los siguientes valores de datos, descubra que tipo de curva es: potencial o exponencial

X	4	6	8	10	12	18	20
Y	31	72	130	201	288	650	802

Luego por reducción de datos y regresión lineal, encuentre la ecuación aproximada.

Los datos evidencian una tendencia que no es una recta, cuando la variable dependiente incrementa hasta los ochocientos desde el 31, para solo cinco veces de aumento en la variable horizontal; entonces su graficas en los papeles logarítmico y semilogarítmico ofrecen lo siguiente

Con escala en la horizontal para el papel semilogarítmico de 1: 2.

En consideración que, para un punto medio entre dos potencias, como: 10^n y 10^{n+1}, no se corresponde al 0,5 de una escala rectilínea; porque el centro en una escala logarítmica se obtiene con el cálculo de: $10^n.\sqrt{10}$, para esta base. De donde sale el valor medio aceptado para redondeo de 3,1623. Es decir, es el correspondiente 10^n, para un valor menor a este número, y de 10^{n+1}, para un valor mayor.

El resultado gráfico define que la mejor rectificación ocurre en el papel logarítmico, mientras en el papel semilogarítmico se observa una tendencia curva tipo radical; lo que indica que es una curva monótona del tipo potencial: $y = A.X^B$.

Seguidamente se obtiene la llamada tabla "modificada" que define la tendencia a una línea recta, al sacar logaritmos base diez de todos los datos; esto es

Log X	0,602	0,778	0,903	1	1,079	1,204	1,301
Log Y	1,491	1,857	2,114	2,303	2,459	2,813	2,904

Luego con la ecuación de la pendiente y el corte de los mínimos cuadrados, se obtiene para estos datos, sacando los diferentes factores previamente

$$m = \frac{7.(16{,}373) - (6{,}867).(15{,}941)}{7.(7{,}0896) - 47{,}156} = \mathbf{2{,}0818}; \qquad b = \frac{(15{,}941).(7.09) - (6{,}867).(16.373)}{2{,}471} = \mathbf{0{,}2381}.$$

Valores que ofrecen los cálculos de m = B = 2,082.

Para A = $10^{0,2381}$ = 1,7302.

La ecuación mejor ajustada de la curva es entonces: **y = 1,73.(x)^{2,082}**

Ecuación para ser probada en alguna interpolación de los datos originales.

Notas

a) La tabla modificada ofrece una línea con tendencia siempre a una recta, porque los valores con logaritmos generalmente ofrecen resultados con varias cifras significativas a redondear.

b) Luego para expresar la ecuación que mejor se ajuste a la curva, es a través de los mínimos cuadrados (Fondo editorial U.D.O Anzoátegui, 1999, p.12).

c) Recuerde que el fin óptimo de la gráfica de datos y los mínimos cuadrados, es el de obtener la mejor ecuación o fórmula que explique el comportamiento observado.

Cierre del capítulo III

La grafica de datos busca una vista de comportamiento de dos variables, si es una recta se obtiene su ecuación por procedimiento punto pendiente, si es una tendencia a una recta su ecuación se obtiene por las fórmulas de Gauss-Jordán de mínima diferencia al cuadrado.

Seguidamente si los datos son una curva, se debe descubrir qué tipo de curva es: Potencial o exponencial, para luego rectificar la tabla de datos originales para obtener los valores que ofrecen la tendencia a una recta.

Ejercicios propuestos

a) Los siguientes datos se corresponden al incremento de sitios para consulta de internet en la ciudad de Guayaquil, en meses; grafique los datos y diga qué tipo de curva es.

Sitios	1	2,1	3,9	8	15	33	65	1.020
Mes	0	1	2	3	4	5	6	10

Adicionalmente encuentre una ecuación que la represente.

Respuesta: Es una curva del tipo exponencial, de fórmula ajustada: **S = e$^{0,7.(M)}$**

b) En un laboratorio de química se anotaron los siguientes datos sobre el depósito en gramos de una sedimentación para un fluido en solución, en relación a las horas transcurridas. Descubre que tipo de curva es, que tipo de curva es, y estime su mejor fórmula.

Gramos depositados. Eje Y	1	6,4	12,5	34	173
Horas. Eje X	2	4	5	7	12

Respuesta: Es una curva potencial, de fórmula ajustada: $\mathbf{G = 0{,}123(h)^{2{,}88}}$

c) La descarga del voltaje de un condensador en función del tiempo en segundos, está dada por la expresión: $V = V_0.(e)^{-(t\,/\,k)}$, donde V_0 es el voltaje inicial y "k" es la constante del condensador.

V (volt)	130	59	31	19	11	8	5	4	3	1
T (S)	3	7	10	13	15	17	18	20	22	25

Calcule la mejor ecuación que explique este fenómeno, como curva exponencial.

Respuesta: La ecuación mejor ajustada es: $\mathbf{V = 268.(e)^{-0{,}21(t)}}$**.**

d) Se tiene un conjunto de puntos experimentales, con tendencia a una recta. Encuentre una ecuación ajustada y realice dos interpolaciones, de forma gráfica y analítica

Y	14	11	5	- 2	- 7	- 13	- 21	- 32
X	- 2	0	3	6	9	12	16	20

e) Los siguientes datos se corresponden a una curva de Voltaje en función del tiempo: $y = V_o.e^{k.T}$. Confirme que es una curva exponencial, calcule los valores de V_0 y k, y realice una extrapolación

Voltaje, (V)	25	37	81	220	274	740	2.020
Tiempo, (S)	8	10	14	19	20	25	30

f) El enfriamiento de una pieza de acero, cumple con la siguiente relación de temperatura en función del tiempo: $T = T_0.e^{\sigma.t}$, Calcule la constante de enfriamiento σ y la temperatura inicial

T, (°C)	136	122	110	56	35	25	6,62
t, Minutos	0.5	1.0	1.6	5.0	7.4	9.0	15.6

Modelos de evaluación

1) ¿Qué es graficar?

Grafique los siguientes datos y diga qué tipo de curva es, y estime su ecuación

Y	3	81	380	515	3002	5.180
X	1	3	5	8	10	12

2) ¿Qué es la escala? Usada para graficar

Grafique lo datos, diga qué tipo de curva es, y estime su ecuación

Y	2	5,5	15	25	40	65	180	300
X	0	2	4	5	6	7	9	10

3) Los siguientes datos se corresponden con el de una curva de monótona potencial; calcule su ecuación y realice una interpolación

Y	200	23	8	2	1,4	0,9
X	1	3	5	10	12	15

4) La tabla a continuación contiene datos de una curva de monomio del tipo exponencial; estime su ecuación y realice dos extrapolaciones

Y	740	100	13,5	1,8	0,25
X	1	3	5	7	9

5) ¿Qué función cumple el papel Logarítmico, y el papel semilogarítmico?

Grafique los siguientes datos en papel milimetrado y comente su comportamiento

Y	12	43	56	220	630	2.500
X	7	13	15	30	50	100

CAPITULO IV
EL INFORME DE LABORATORIO

El informe de laboratorio es un reporte científico corto, que expone las respuestas a una situación experimental controlada, por observación y cálculo de datos en variables conocidas; su objetivo principal es el explicar los resultados obtenidos y compáralos con valores reales que se conocen. Es una habilidad que debe tener el estudiante para comunicar de forma comprensible en el mundo científico, los resultados obtenidos. Es un escrito tipo ensayo, donde los autores no necesariamente buscan el consentimiento de sus lectores, porque es un resultado y una opinión sobre un acontecimiento preparado y dispuesto en el laboratorio. En el caso del Laboratorio de Física I, se realizan experimentos relacionados con las definiciones y resultados históricos de la mecánica clásica.

Tema 1: Monografía a plazo

En su modelo estándar consta de: Titulo, introducción con los objetivos respectivos, componente teórico o conceptual con los resultados esperados, materiales y equipos usados, procedimiento del ensayo, resultados obtenidos, conclusiones, y anexos o apéndices de respaldos, con aproximadamente sobre las 10 páginas. Similar a artículo para revista científica, cuya originalidad, calidad y arbitraje le permite ser publicado como reconocimiento a los autores, en el área específica.

En el laboratorio de Física el informe como actividad grupal, dependerá del tiempo para su entrega con relación a la monografía de validez aceptable que solicite el docente en forma y extensión, pudiendo contener además un resumen, índice según la extensión, y referencias citadas; a continuación, estas partes detalladas

<u>Título:</u> Es el nombre de la investigación o ensayo a desarrollar, como portada y relativo al objetivo general de la monografía, generalmente es un tipo de portada donde aparecen los datos de la asignatura, el ciclo académico, los integrantes del grupo y la fecha.

<u>Contenido:</u> Como índice de partes de la estructura del informe, y sus páginas; por lo general no se utiliza para contenidos inferiores a las 10 páginas.

<u>Resumen:</u> Es una síntesis, generalmente de hasta 300 palabras, donde el lector puede observar el tema o ensayo tratado, la definición o concepto de la mecánica clásica que se busca demostrar, el número de ensayos montados, y los resultados obtenidos.

Introducción: Viene a ser la explicación detallada de todo el trabajo realizado, y los resultados esperados, en toda introducción debe aparecer antecedentes de lo trabajado, justificación y los objetivos del trabajo.

Objetivos: Es la expresión oratoria y verbal de las metas o propósitos a descubrir o a demostrar, con un objetivo general relativo al título, y objetivos específicos secuenciales y de verbo taxonómico menor al objetivo general; en una especie de algoritmo de consecución.

Marco teórico: Definiciones previas y necesarias que fundamentan el experimento controlado a desarrollar, sus protagonistas, su historia relacionada, y el porqué del ensayo a realizar con sus posibles e hipotéticos resultados.

Materiales y equipos: Cómo parte definitoria de un informe de laboratorio, donde se enlistan los equipos e instrumentos utilizados, con una breve descripción de estos.

Procedimiento o método: Explicación de la secuencia en el montaje del experimento y sus partes algorítmicas, las metas a buscar, y la descripción previa de algunos de los resultados esperados. Todo procedimiento debe permitir al lector "repetir" el montaje desarrollado.

Datos y resultados: Viene a ser el ordenamiento de los datos obtenidos y sus resultados, los cuales se pueden presentar de forma tabular, para permitir comparaciones con los resultados históricos o conceptuales que se tengan.

Conclusiones: Cómo síntesis de los resultados obtenidos, en una lógica y razonada comparación con los objetivos o metas propuestas y sus alcances; es la explicación del "Porque" o la "Discusión final" de lo obtenido, en una especie de Post-laboratorio que busca responder las situaciones planteadas, con posibles propuestas de mejorías.

Fuentes consultadas o citadas: Es la lista de las lecturas realizadas u origen de las citas usadas y requeridas, en la introducción, marco teórico y metodología usada.

Anexos y/o apéndices: Respaldos dependientes de sus autorías como fórmulas y conceptos usados, y/o gráficas y tabulaciones realizadas en el experimento realizado.

Tema 2: Informe corto

En el caso del Laboratorio de Física I, sobre un experimento controlado, el informe científico puede tener la versión compacta para entregar al término de la clase o al día siguiente de realizado el ensayo respectivo; como actividad grupal contentivo de una estructura más directa donde se busca evaluar el montaje de la actividad, sus resultados y las conclusiones o comparaciones con los aspectos teóricos o definiciones que se buscan demostrar. A continuación, este detalle para esta tipología de informe ligero

Título y subtítulo: Con el nombre del ensayo o el protagonista histórico de la definición a demostrar, junto a uno o dos objetivos específicos relativos a la actividad experimental a desarrollar; por ejemplo, para el título de la Ley de Hooke, el subtítulo puede ser: Calcule la constante del resorte, y su relación con su deformación.
Materiales: En la misma primera página de caratula seguido del título, se debe colocar los integrantes del grupo que participaron en el laboratorio asistiendo y los diferentes instrumentos, equipos y materiales usados en el ensayo, sin necesidad de una descripción.
Desarrollo: Como breve descripción del montaje del ensayo, el procedimiento a seguir, y la toma de diferentes datos por observación, con sus cálculos respectivos, aquí pueden aparecer las gráficas y tablas requeridas para expresar o agrupar mejor los cálculos respectivos, así como la compilación y análisis de los resultados.
Conclusiones: Explicación corta y detallada de los resultados obtenidos y su comparación con los resultados que se conocen sobre experimentos similares, o con la definición a demostrar; es decir el porqué de las posibles diferencias obtenidas en sus holguras, a modo de comentario lógico redactado por los estudiantes.
El informe corto bien puede ser entregado en una hoja tipo ministro, con las gráficas de tener en su interior, y la identificación grupal en el encabezado frontal.

Concluida esta primera parte el estudiante debe estar en capacidad de desarrollar un experimento controlado y realizar su informe respectivo, en la modalidad que le indique su profesor; se supone que en este punto ya maneja o conoce los instrumentos del laboratorio de Física I, sabe que es el “Error” y puede expresarlo de forma individual propagado según la ecuación de la magnitud, maneja la concepción de la gráfica de datos, al deducir por observación el tipo relación entre las variables involucradas, con la capacidad de ajustar curvas a líneas rectificadas. Además, de conocer las partes de un informe de laboratorio.

A continuación, la segunda parte del texto, en los diferentes experimentos tipo ensayos controlados que se pueden desarrollar, relacionados a la mecánica clásica, como actividad grupal. El texto ofrece una variedad de experimentos que no necesariamente deben ser desarrollados todos, pueden dividirse en los diferentes grupos o escoger a juicio del docente cuales se realizan, sea por tiempos disponibles en la asignatura, así como la carrera particular que requiera, un conocimiento base específico de la mecánica.

SEGUNDA PARTE
EXPERIMENTOS CONTROLADOS

El experimento controlado es una actividad que explica el docente en el laboratorio de Física I, para cada grupo de estudiantes, con la finalidad de descubrir o de demostrar leyes y definiciones específicas y centenarias de la mecánica clásica, vistas y estudiadas en la asignatura. Aquí el estudiante de ingeniería puede descubrir enigmas relacionados a las definiciones básicas de la mecánica y desarrollar el montaje de ensayos, como actividad manual y psicomotora a desarrollar en su carrera.

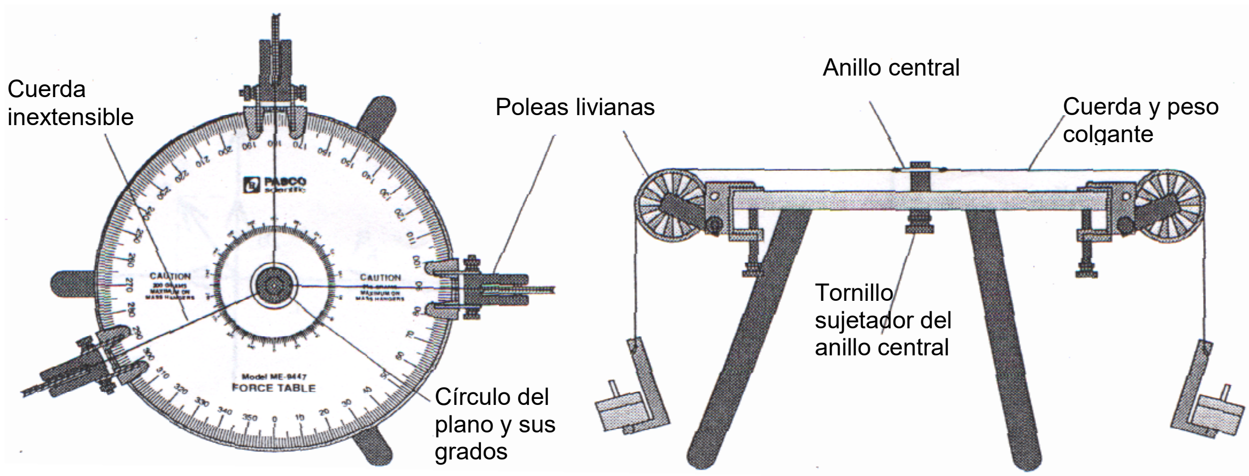
Existe una finidad de experimentos a desarrollar para demostrar leyes y definiciones de la mecánica clásica, a este nivel universitario; entre los más comunes se tienen los diez siguientes, en el mejor posible orden lógico de la Física I, a saber

1) Mesa de Fuerza, equilibrio en la suma vectorial.
2) Aceleración constante, determinar la aceleración en un cuerpo y su fricción.
3) Movimiento Parabólico, cálculo del vector $\overrightarrow{Vo}$.
4) Coeficiente de Fricción Estática, en diferentes cuerpos y superficies.
5) Fricción Cinética, entre un cuerpo y una superficie a movimiento constante.
6) Péndulo Simple, con la observación de las variables afectivas y el cálculo de la gravedad.
7) Ley de Hooke, su demostración rectilínea y el cálculo de “K”, en resortes.
8) Maquina de Atwood masiva, para calcular la aceleración afectada.
9) Principio de Arquímedes, cálculo de densidades en cuerpos irregulares.
10) Enfriamiento, cálculo de constantes en piezas metálicas.

En cada experimento pueden existir versiones o ensayos para desarrollar y extensión, según los objetivos buscados, o las definiciones a demostrar; con su tipología de trabajo e informe, a juicio del docente. A continuación, se describen los experimentos señalados con su: Descripción, montaje, procedimiento estándar, sus objetivos clásicos y versiones posibles.

1. MESA DE FUERZA

Es un mecanismo que permite la visión de la suma de vectores en el plano, por el llamado “Vector Equilibrio”, donde el estudiante compara el módulo y la dirección encontrada en la mesa, con los resultados: Analítico por expresión rectangular de los vectores sumandos, y por el método gráfico, al expresar la suma en un papel milimetrado a escala, como método poligonal; la mesa de fuerza es en sí un conocimiento del plano coordenado. A continuación, su esquema



En la mesa de fuerza existe un mínimo de tres poleas: dos fuerzas sumando y otra de equilibrio, que va a permitir descubrir el vector resultado, como el vector opuesto del equilibrio que se logra; las poleas deben ser livianas y de mínima fricción interna y el hilo de cada sujetador de pesos, atado al anillo central, de suficiente rigidez y masa despreciable.

Objetivos: Visualizar la suma vectorial del plano coordenado, que se obtiene analíticamente. Comparar los tres resultados posibles, y constatar las diferencias, y el porqué de sus holguras.

Equipos materiales, e instrumentos: Mesa de fuerza con sus poleas, las cuales deben ser plásticas para menor masa y poder despreciar su afección rotativa, anillo central y sujetadores de masas; suficientes masas variadas troqueladas o no; hilo delgado lo más inextensible posible; balanza y regla para nivel. En la figura de al lado, una foto de la mesa de fuerza

Fundamentos: La suma vectorial es posible cuando se tiene la expresión analítica o rectangular de cada vector, esto es su expresión en términos de los vectores unitarios (i, j) en las direcciones de la horizontal, eje “X” y de la vertical, eje “Y”; estos valores surgen de la llamada expresión “Polar” de un vector, que son su módulo y su dirección.

Esta suma se conoce como, “Suma de componentes”, porque la suma vectorial en sí ofrece una expresión de partes que no se opera: $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

Como los vectores “A” y “B” tiene sus componentes por eje, la suma ofrece otro vector resultado aquí llamado $\vec{C}$. Que tendrá magnitud, $|\vec{C}| = \sqrt{Cx^2 + Cy^2}$; y dirección: $\theta_C = Tan^{-1}(Cx / Cy)$.

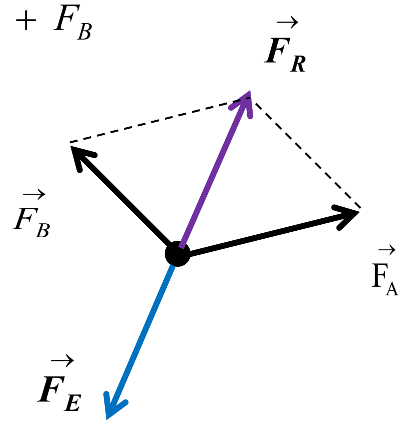
Con la idea del equilibrio traslacional de: ΣFx = 0; y ΣFy = 0, en el plano. Llevada a las componentes de un vector, como en la Estática donde el anillo central de la mesa de fuerza, y para los vectores sumandos que sean, puede representar un nodo estructural; concepto usado en la ingeniería civil.

Procedimiento y montaje: Con cada equipo se entregan dos o tres vectores en sus coordenadas polares, módulo en gramos o Newton y sus ángulos particulares, y se pide realizar una o dos sumas vectoriales por tres métodos diferentes para su comprobación final.

Los grupos en trabajo de equipo realizan las sumas por componentes y por dibujo en papel milimetrado a escala, primero como borrador y luego pasado en limpio en la hoja a entregar.

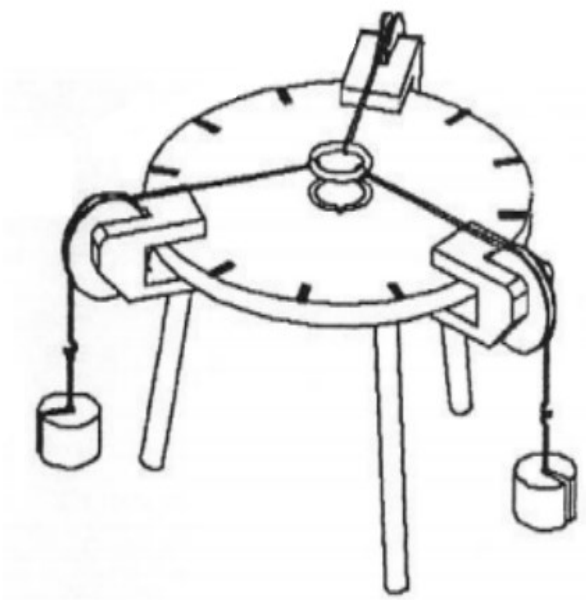
Luego se realiza el montaje en la Mesa de Fuerza, al colocar los vectores sumandos cuidando de que el tornillo sujetador central este en posición de impedir el movimiento, usando pesas de hasta 10 newton, se coloca un vector contrafuerza iniciar, a modo de equilibrio primario, para liberar el tornillo. Ver el siguiente esquema de representación de la fuerza de equilibrio, su fuerza suma opuesta, y las fuerzas posibles participantes

$$-\vec{F}_E = \vec{F}_R = \vec{F}_A + \vec{F}_B$$



Seguidamente se busca el peso idóneo y la dirección que equilibran los vectores sumandos en la mesa de fuerza, cuando el hilo pasa por la dirección central y el peso detiene el anillo en pleno centro. Es aquí donde este vector equilibrio debe estar "cercano" a los resultados de módulo obtenidos y cuya dirección frontal, o a 180° debe igual ser similar a la hallada por los métodos analítico y de polígono o paralelogramo; en el sentido de reconocer en que cuadrante se encuentra el vector resultado y su direccionalidad expresada de preferencia, con respecto a la horizontal, como la solución analítica.

En ese sentido se deja a continuación el circulo angular completo del plano, que representa la mesa de fuerza vista desde arriba, aceptando el eje horizontal en la recta 180° a 0°, y el eje vertical en la recta 270° a 90°. Donde el grupo de estudiantes puede usar de base para dibujar los vectores sumandos construidos, el vector equilibrio, y con otro color el vector suma resultado, de una estática traslacional en el anillo central



El informe cierra con la noción tabular de los resultados por los métodos diferentes de la forma para cada par de sumas, de la forma que permite una rápida comparación

Método Experimental (Mesa de Fuerza)		Método Gráfico, a escala (Poligonal)		Método Componentes (Analítico)		
Newton	Angulo	Newton	Angulo	Newton	Angulo	Vectores
						A + B
						B + C

Ejemplos propuestos

a) Calcule la resultante de los vectores: A = 0,980 N. 30° y B = 1,960 N. 240°; por tres métodos diferentes: Suma analítica, suma gráfica y Mesa de Equilibrio.

R: Suma analítica C = (- 0,13i – 1,21j) N.

b) Sean los vectores: C = 200 Grs. 60° y D = 300 Grs. 20°, con la vertical positiva en el primer cuadrante; Calcule y demuestre la magnitud de su suma y de su resta.

R: Suma S = 498,17 Grs. Resta R = 108,73 Grs.

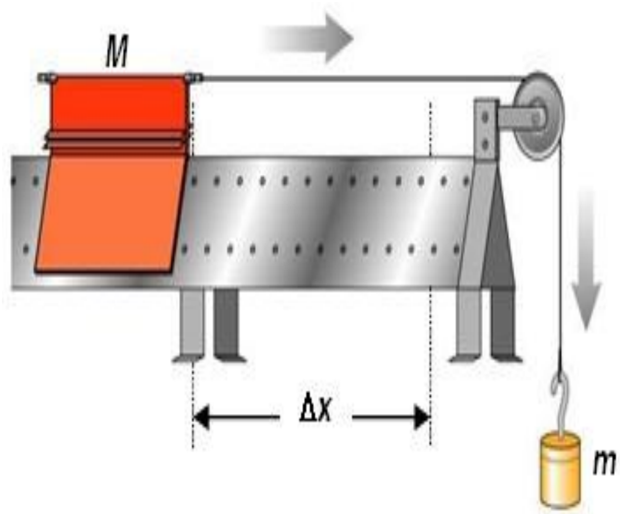
d) Encuentre el vector que equilibra a las fuerzas: F_1 = 5 N. Al norte, y B = 7 N. A 15° al norte del Oeste. Por los métodos: analítico y Mesa de Equilibrio. **R: Vector equilibrio = (6,76i – 6,81j) N.**

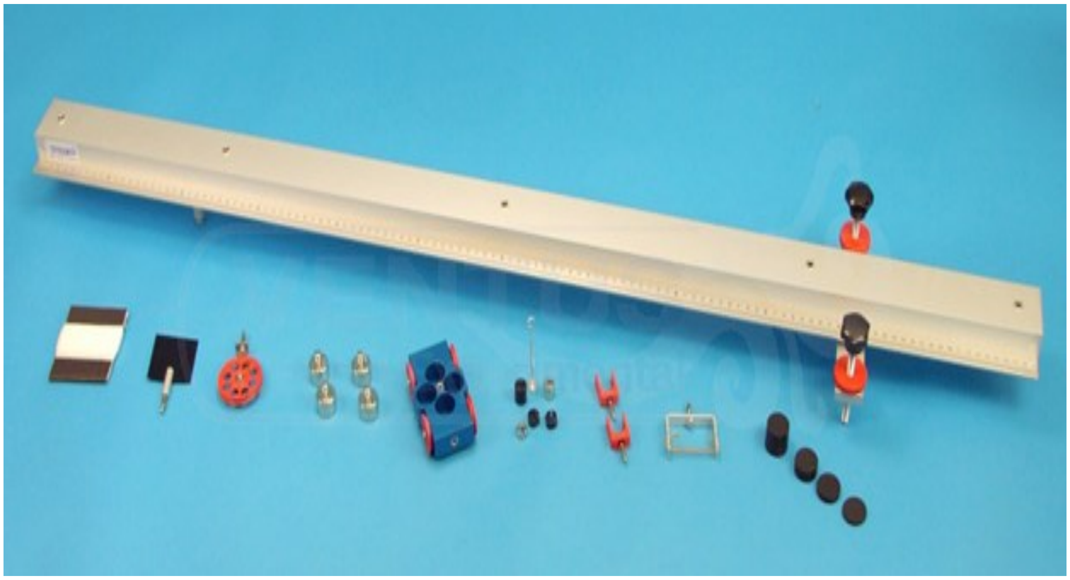
2. ACELERACIÓN CONSTANTE

La aceleración constante asumida en periodos de tiempo o promediada es una condición en las deducciones de las fórmulas cinemáticas, siendo su existencia natural única con la gravedad terrestre, la cual se asume en la cima del monte Chimborazo y en el polo norte con su valor de 9,8 m/s^2, con cambios entre esos dos puntos extremos en distancia al centro del planeta con cambios centésimos.

Los cuerpos con movimientos propios o provocados por lo general tienen aceleración variable, en relación con la forma del movimiento y las fuerzas externas actuantes, como un vehículo en una vía transitada o la siempre presente atmosfera con sus vientos en la cual vivimos; luego en un experimento controlado de un cuerpo esferoide, con ruedas, o sobre un riel de aire comprimido, que baje una distancia rectilínea e inclinada dada, donde se desprecie la fricción que actúe en su contra, entonces se puede estimar su aceleración constante como una componente de la gravedad paralela a la inclinación o superficie.

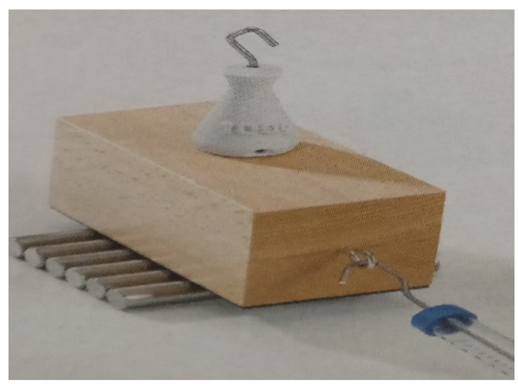
A continuación, figuras de rieles levemente inclinados para: esferas o canicas sobre un canal, un móvil con ruedas a diferentes masas, y un riel de aire comprimido, el cual puede disponerse inclinado o en horizontal asistido por una masa colgante, en versiones clásicas o con sensores; entendiendo que la función de estos rieles especiales al disparar aire tipo turbina, levitan el cuerpo para anular la normal y por ende la ficción cinética.





Objetivos: Descubrir la aceleración en un cuerpo deslizante o rodante sobre una inclinación de distancia y ángulo conocida. Demostrar que la aceleración como componente de la gravedad no depende de la masa del cuerpo. Estimar el coeficiente de roce cinético para masas deslizantes, o el coeficiente de roce estático por rodamiento, en diferentes esferas, reconociendo esta fricción por rodadura como: $F_r = N.\mu_r$, que igual se opone al movimiento (Rex y Wolfson, 2011, p.84).

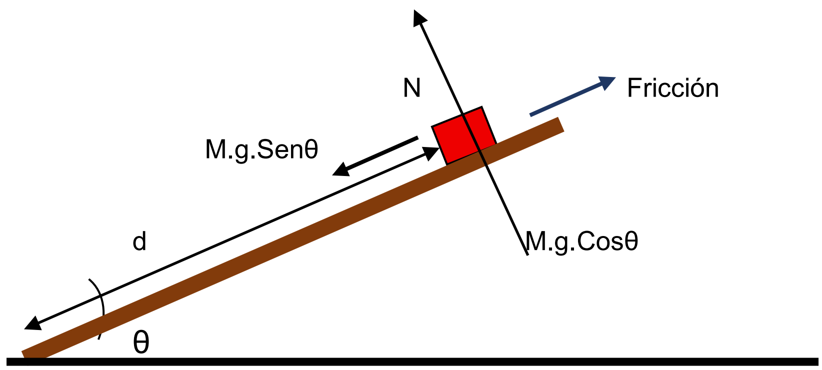
En este texto se desarrollará la versión de la aceleración constante, para diferentes esferas que ruedan por un canal metálico inclinado. Como situación de mayor interés y calculo que el solo rodamiento estándar sobre al horizontal con un medidor de fuerza, como lo mostrado en la figura siguiente



Equipos, materiales e instrumentos: Canaleta con soportes de inclinación de metal, de hasta dos metros de largo, con o sin banda métrica; esferas de diferentes materiales y tamaños; Flexómetro de ser necesario; Balanza; y cronometro.

Fundamentos: El coeficiente estático por rodamiento es poco visto en la mecánica clásica, como parte de la fuerza de fricción por rodamiento, igualmente opuesta al movimiento de un cuerpo con capacidad de rodar en vez de deslizar, este coeficiente tiende a ser ínfimo y de simbología μ_R. Su cálculo proviene de la aparente pérdida de aceleración de un cuerpo sobre una inclinación, en una situación idealizada para un cuerpo sobre una superficie inclinada con respecto a la horizontal, donde lo medido se compara con la aceleración nominal en un estudio inclinado con la aceleración como: $a = g.Sen\theta$ (Serway y Jewett, 2008, p.113)

Porque todo cuerpo sobre una inclinación conlleva un estudio dinámico para ejes inclinados en similitud, de la forma como se esquematiza, donde el peso se divide en sus componentes direccionadas por estos ejes, con la fuerza normal perpendicular a la superficie por su definición y la fuerza de fricción que actúe, sea cinética o estática como se indica a continuación



Luego en cualquier circunstancia de movimiento o reposo la fuerza de fricción es igual a la normal por el coeficiente particular característico, quedando la sumatoria de fuerzas por la inclinación $\Sigma F_{X'} = M.a$, como: $M.g.Sen\theta - (\mu)M.g.Sen\theta = M.a$.

De donde se cancela la masa del cuerpo al estar presente en todos los términos, y solo si la fricción se anula queda que el cuerpo se acelera por la inclinación en un valor nominal establecido de: $g.Sen\theta$. Entonces la idea principal del experimento es calcular la aceleración de las diferentes esferas rodantes en mediciones de tiempos para distancias recorridas diferentes, con la finalidad de obtener un valor promedio, por el estudio cinemático clásico de distancia como: $d = d_o + V_0.t + ½.(a).t^2$. Siendo el punto de salida asumido como el origen, y la velocidad inicial cero, porque las esferas se sueltan, quedando la aceleración como: $a = 2.d / t^2$.

Igualmente, al ser la ecuación de la distancia una curva monótona potencial, del tipo parábola, a graficar en papel milimetrado en función del tiempo y ajustar los datos a un recta por la estrategia de cambio de variable en el tiempo elevando sus valores al cuadrado, se puede calcular el valor de la aceleración por la pendiente como: $m = ½.(a)$.

Obtenida la aceleración real que ocurre en el montaje, se resta de la aceleración nominal y la diferencia o pérdida de aceleración de existir apreciable, se divide entre la fuerza la parte de la normal g.Cosθ, a fin de obtener el coeficiente de roce cinético para un cuerpo deslizante o el coeficiente de roce estático por rodamiento, para un cuerpo esferoide.

En el caso de un equipo de riel de aire comprimido, solo se confirma la aceleración nominal de una inclinación para solo un cuerpo, o la aceleración del sistema para el cuerpo deslizante en horizontal conectado a un cuerpo menor colgante, con la fuerza de fricción anulada.

Procedimiento y montaje: Se colocan las rampas de metal acanaladas con ángulos conocidos o por calcular cerca de los 10°, que se dispongan en el laboratorio en distribución de los grupos; se mide o establece el lugar de donde partirán las esferas, de preferencia empezando por la mayor distancia posible, y se mide el tiempo del recorrido. Este ensayo se repite para obtener una aceleración promedio, o incluso se pueden realizan ensayos a diferentes distancias y tiempos con la intensión de obtener la tabla de valores de una curva monótona potencial; con la cual se puede obtener la aceleración con las ecuaciones de regresión lineal.

Si se cuenta con esferas de diferentes masas se repiten los ensayos realizados en cada una, para demostrar que su masa no afecta su aceleración.

Seguidamente al restar la aceleración rectilínea nominal: g.Senθ con la aceleración obtenida, y al dividir este resultado entre el valor: g.Cosθ, se puede estimar un valor adimensional aceptable para el coeficiente de roce estático entre cada esfera y la superficie acanalada de metal.

Ejemplos Propuestos

a) Una esfera de acero de 200 gramos, recorre rodando una distancia de 80 centímetros en un segundo, sobre un riel acanalado inclinado en 10°; calcule su acelearción real. **R: a = 1,6 m/s^2.**

b) Del ejemplo anterior calcule la fuerza de fricción que retarda la esfera y su coeficiente de roce estático por rodamientos. **R: F_R = 0,02 N. μ_R = 0,0105.**

c) Que inclinación tiene una pista de madera acanalada, en donde una esfera de metal se acelera en su recorrido a 2 m/s^2, y se sabe que la pérdida de aceleración es del 8%. **R: Ө = 12,82°.**

d) Hoy día se maneja la llamada fórmula de rodadura para una esfera maciza de metal en (5/7).g.SenӨ, sobre una superficie sólida. Asuma este valor como aceleración de ocurrencia del ejemplo anterior, y calcule el ángulo. **R: Ө = 18,07°.**

3. MOVIMIENTO PARABÓLICO

Un cuerpo lanzado a inclinación entre 0 y 90°, desde el piso referencial o desde una altura conocida, describe un movimiento parabólico convexo por acción de la siempre negativa gravedad, para con un objeto del tipo proyectil, no autopropulsado y de masa y rigidez suficiente como para que la influencia del viento sea despreciable. Situación que se idealiza en un estudio particular por cada uno de los dos ejes coordenados del plano, resultando un movimiento rectilíneo uniforme en la horizontal y una cinemática vertical libre en la ordenada, bajo el parámetro del tiempo de vuelo (Giancoli, 2009, p.61).

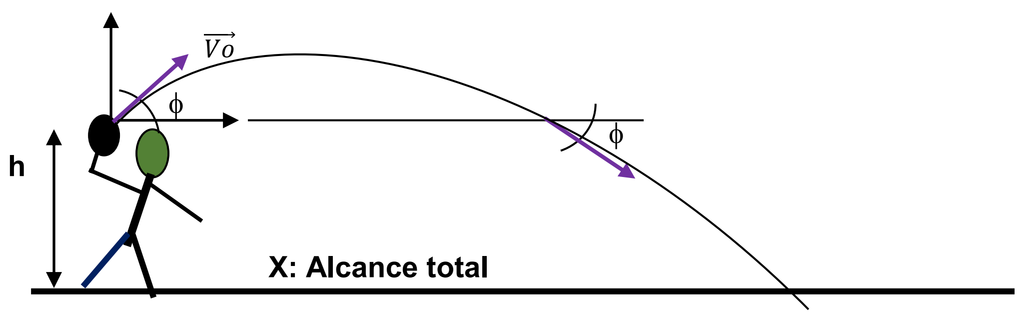
En un lanzamiento clásico desde una altura humana, como lanzamiento de un proyectil no afectado por el viento, se pueden caracterizar las siguientes variables involucradas, especificadas en el siguiente esquema

Φ: Ángulo del lanzamiento parabólico.

X: Distancia horizontal total lograda por el proyectil, en todo su vuelo.

$\overrightarrow{Vo}$: Vector velocidad inicial.

h: Altura inicial del lanzamiento o la llamada Yo.



Las ecuaciones del movimiento parabólico para cada eje son las siguientes

$a)\ \vec{Vo} = (\vec{Vox} + \vec{V}_{oy})$. Como ecuación inicial, al expresar las componentes por eje coordenado.

b) En el eje horizontal: $\vec{Vfx} = \vec{Vox}$, por asumirse allí $a_X = 0$. Con $\vec{Xf} = \vec{Xo} + \vec{Vox}.t$.

c) En la vertical: $\vec{Vfy} = \vec{Voy} + \vec{g}.t$ Con su posición $\vec{Yf} = \vec{Yo} + \vec{Voy}.t + \frac{\vec{a}y}{2}.t^2$.

d) La altura máxima del lanzamiento como: $Y_{MAX} = (Voy)^2 / 2.g$

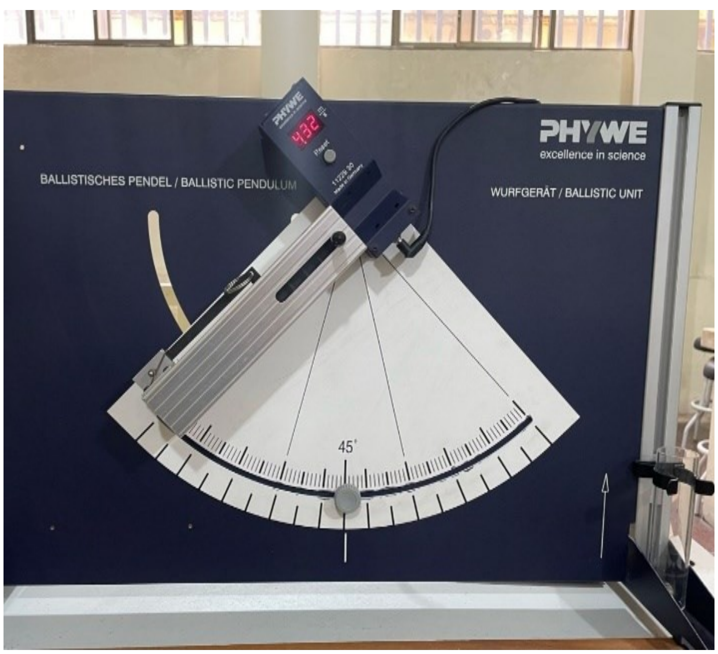
En un estudio típico de laboratorio, donde la idea es que no se conoce ni el ángulo de lanzamiento ni la rapidez con que sale el proyectil y por ende no se puede expresar su vector velocidad inicial, pero se conoce por mediciones tanto la altura inicial desde donde se lanza el cuerpo al montar el equipo, la distancia total alcanzada en la horizontal, al usar papel de huella al impacto en el piso, así como el tiempo de vuelo o tiempo del proyectil en el aire. Entonces se puede calcular el vector velocidad inicial, su módulo y dirección; además, de la altura total conseguida en el vuelo del proyectil.

Cálculos que se comparan con los ofrecidos por el sensor de rapidez del equipo lanzador, así como del ángulo inicial dispuesto diferente en cada grupo de trabajo del experimento.

Objetivos: Determinar el vector velocidad inicial en el lanzamiento parabólico de una esfera de metal, a partir de los datos del alcance total, la altura inicial y el tiempo de vuelo. Calcular el módulo y dirección del lanzamiento, así como la altura total conseguida por el proyectil. Confirmar estos valores al comparar con la rapidez y ángulo que ofrece el equipo lanzador, y comentar el porqué de las posibles diferencias.

Equipos, materiales e instrumentos: Equipo lanzador de proyectiles, con medidor de ángulo y sensor para la rapidez opcional; papel de huellas para impacto; flexómetro; cronometro; esferas varias de metal; masas varias para sujetar el papel.

A continuación, fotos de un lanzador estándar de proyectiles y papel de huellas.



Fundamentos: El movimiento en el plano del tipo parabólico ofrece dos ecuaciones en función del tiempo, como una parametrización de la ecuación general de posición en la vertical en relación con la horizontal, como: $y - y_0 = (x - x_0).\text{Tan}\theta - ½.(g).[(x - x_0)^2 / V_0^2.\text{Cos}^2\theta]$. Ecuaciones más cortas y sencillas que permiten en esta parte de la cinemática realizar dos preguntas de los cinco datos posibles: ángulo de lanzamiento, rapidez inicial, posición inicial y final en cada eje coordenado, y tiempo de vuelo.

En este sentido el experimento del laboratorio consiste en calcular la rapidez inicial y su ángulo de salida, (el vector velocidad inicial), con los datos medibles en cada ensayo o lanzamiento los desplazamientos en la vertical y la horizontal, así como el tiempo de vuelo de la esfera de metal lanzada; con el adicional de calcular la altura total alcanzada por el proyectil como fórmula particular, la cual resulta de sumar la altura inicial con la altura máxima que se logra en el lanzamiento; estas ecuaciones son para la gravedad en 9,8 m/s^2

$X = X_0 + V_{0X}.t_V.$ De donde se calcula la componente $V_{0X.}$

$Y = Y_0 + V_{0Y} - 4{,}9.(T_V)^2$ De donde se calcula la componente $V_{0Y.}$

Con el vector $V_0 = (V_{0X}i + V_{0Y}j)$ m/s, se calcula la rapidez inicial y su ángulo por calculo vectorial, y luego con la componente vertical de la velocidad la altura máxima que logra el lanzamiento. El experimento culmina cuando se comparan los resultados obtenidos luego de varios ensayos, con lo valores que ofrece en lanzador de proyectiles en su rapidez y ángulo del lanzamiento, realizando comentarios ante las posibles diferencias.

Procedimiento y montaje: Se coloca el lanzador de proyectiles en posición acorde del laboratorio, en la vertical sobre un mesón para con lanzamientos previos ubicar el rango de caída de las esferas en diferentes inclinaciones para colocar el papel de huellas en el piso sujeto con masas o cinta; donde primeramente se coloca la información común de la altura inicial en la pizarra. Seguidamente y por cada grupo de trabajo a un ángulo escogido por el docente se realizan suficientes lanzamientos, donde el equipo mide el tiempo de vuelo de la esfera, así como la distancia horizontal conseguida a la marca en el papel de huellas.

a) Se carga el lanzador con la esfera de metal, y cada equipo designa quien toma el tiempo y quienes miden hasta la huella de cada uno de sus ensayos.

b) Realizar hasta cinco lanzamientos de ser necesarios para cada equipo en su ángulo respectivo.

c) Realizar los cálculos y discusiones requeridas (Tirado y García, 2019 p.32).

Ejemplos Propuestos

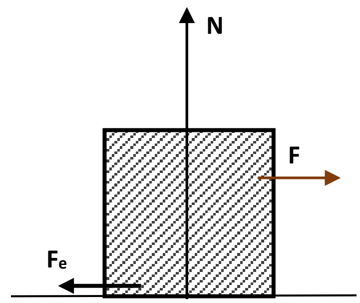
a) Obtener el vector velocidad inicial de un lanzamiento parabólico realizado desde una altura de 1,5 metros; donde el proyectil golpea el piso a 3 metros horizontales en un tiempo de vuelo de 2 segundos. **R: V_0 = (1,50 i + 9,05 j) m/s.**

b) Del ejemplo anterior, calcule ángulo y rapidez del lanzamiento realizado.

R: V_0 = 9,17 m/s. θ = 80,59°.

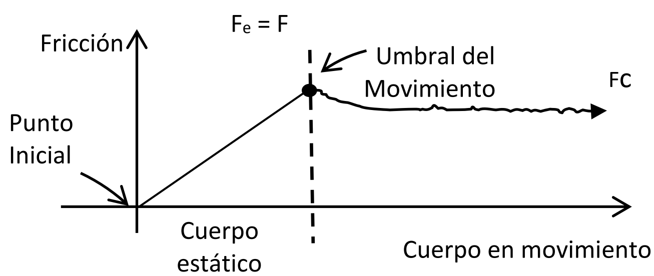
c) Que distancia debe alcanzar un proyectil lanzado desde un metro de alto a rapidez de 5 m/s, con inclinación de 40°. **R: x = 3,394 m.**

4. COEFICIENTE DE FRICCIÓN ESTÁTICA



Cuando un cuerpo se mueve o se intenta que se mueva por deslizamiento o rodamiento, en contacto con una superficie rígida o dentro de un fluido de viscosidad apreciable, existirá una fuerza de reacción que se opone a dicho movimiento, denominada “Fricción”, y que actúa paralela a la o las superficies de contacto; la fricción ocasiona que exista el agarre entre un cuerpo y una superficie, permitiendo el movimiento por rodamiento y el caminar o correr de los seres vivos con esta capacidad.

De la figura del lado se aprecia que, si una masa se le aplica una fuerza **F,** a la derecha menor a la resistencia a moverse o fuerza estática de fricción, el cuerpo permanece en reposo. La fricción estática $\mathbf{F_e}$ será constante e igual a esta fuerza mientras no existe el movimiento, será de valor máximo nominal justo antes de iniciar el movimiento; luego al ocurrir esto la fricción será ahora cinética y siempre menor a la fricción estática máxima en el umbral del movimiento. Con una magnitud relativamente constante con relación a la velocidad adquirida por el cuerpo. Véase gráfica siguiente, que expresa dicho comportamiento en las fuerzas de fricción.



Las fuerzas de fricción son proporcionales al contacto con la superficie y a la forma de esta, de tal manera que se estiman como una parte de la fuerza Normal; calculadas como el producto de esta acción de una superficie, por un coeficiente de roce característico del contacto. De tal forma que, dependiendo del material y su rugosidad, existirá un coeficiente particular.

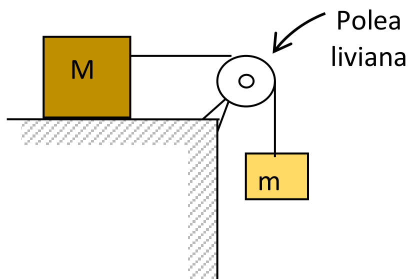
$$\mathbf{F_e = N.\mu_e.} \qquad\qquad \mathbf{F_C = N.\mu_C.}$$

Los valores adimensionales de estos coeficientes van desde mayores al cero hasta un máximo de la unidad en deslizamientos, y como se afirma existen una finidad de coeficientes característicos del contacto y su forma.

Objetivos: Calcular el coeficiente de roce estático entre una masa y una superficie horizontal dada de diferente textura, por estudio de masa crítica. Calcular este mismo valor por ángulo crítico inclinando la superficie; para confirmar que el coeficiente de roce depende de la característica del contacto. Demostrar que la fórmula para fricciones es una línea recta.

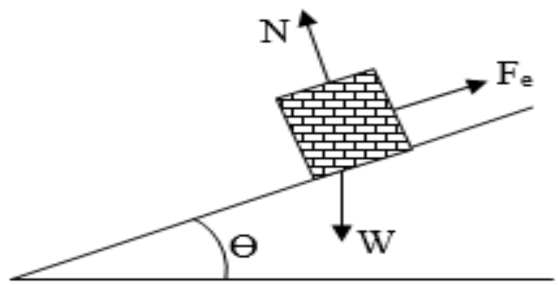
Equipos, materiales e instrumentos: Sistema de superficie con polea liviana y diferentes texturas con capacidad de inclinación hasta los 45°; Balanza; cuerpos de diferentes materiales, como piezas tipo tacos de estudio; Masas colgantes varias y porta pesas; Hilo inextensible liviano

Fundamentos: Cuando dos masas están conectadas por un hilo de masa despreciable a través de una polea liviana, una mayor sobre una superficie horizontal y otra menor colgante, se dice que el sistema se acelera cuando la masa colgante supera la fricción estática en la masa mayor; ver siguiente esquema



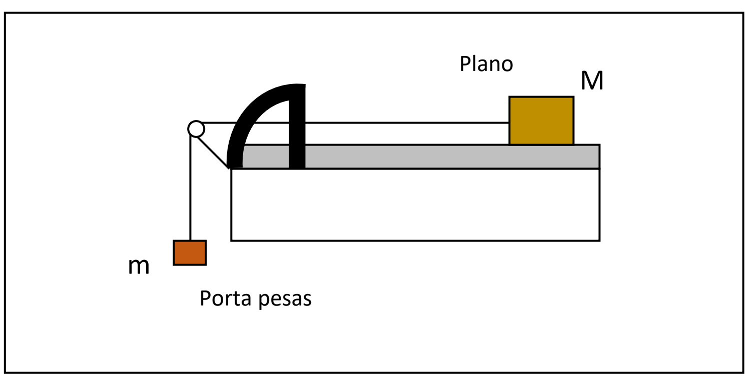
Pero si la masa "m" es justo la cantidad que iguala la fricción estática sobre la masa "M", se llama *masa crítica*, o justo antes de iniciar el movimiento. Un estudio dinámico en la masa mayor arroja que la normal es su peso, y la fricción estática es: $F_e = M.g.\mu_e$. Con esta fuerza igual a la tensión en la cuerda; luego un estudio similar en la masa menor dice que la tensión es igual a este peso, si el sistema está en reposo: T = m.g. Seguidamente al igual las tensiones se tiene, y eliminando la gravedad de ambas partes que: $M.\mu_e = m$. De donde se obtiene que el coeficiente de roce estático es: $\boldsymbol{\mu_e = m / M}$.

Esta relación confirma que los coeficientes de roce son magnitudes adimensionales, entre cero y la unidad, pues difícilmente las masas sean iguales para lograr el movimiento en consideración que "m" solo debe vencer con todo su peso la fricción estática en "M"; y que dicho coeficiente es independiente del área de contacto entre la pieza a estudiar y la superficie. Luego si al colocar el cuerpo del que se quiere conocer su coeficiente de roce estático, por el contacto particular con la superficie, se coloca este sobre la misma a inclinación variable de tal forma de ubicar el llamado ángulo crítico: **ϴ**, o inclinación tope justo antes de que la masa "M" inicie el deslizamiento, ver esquema del plano inclinado en la figura siguiente



Donde la fuerza de roce estática justo se iguala con la componente del peso por la inclinación, y la normal viene a ser la componente perpendicular a la superficie del peso; estas relaciones dinámica son: M.g.CosΘ.(μ_e) = M.g.SenΘ. De donde se obtiene que: **μ_e = TanΘ.**
Cómo importante relación para descubrir el coeficiente de fricción estática entre un cuerpo de masa “M” dado sobre una superficie cualquiera en material y textura; estrategia sencilla que permite al ingeniero descubrir este valor con solo inclinar la superficie hasta justo antes del inicio del deslizamiento, para encontrar este valor del roce.

Procedimiento y montaje: Primero se construye con un equipo de plano inclinado a un sitio de su superficie especifico, un sistema clásico de dinámica con una masa en la horizontal como pieza a descubrirle la fricción, y otra menor colgante que se varia hasta su condición de crítica, conectadas por un hilo a través de una polea liviana, ver siguiente esquema



La idea del ensayo es calcular para diferentes situaciones en incremento; es decir sobre la masa de la pieza se coloca hasta 4 masas más para incrementar su magnitud y en cada caso se calcula su correspondiente masa crítica en la porta pesas. O sea, se pueden calcular cinco coeficientes de fricción estática con la ecuación: $\mu_{e1} = m_1 / M_1$; $\mu_{e2} = m_2 / M_2$ ….; $\mu_{e5} = m_5 / M_5$.
De donde se saca su respectivo valor promedio como primer cálculo; donde además el estudiante puede graficar en papel milimetrado en el primer cuadrante esta relación expresada de la forma

de función del plano como: m = μ_e.M. Para confirmar que es una recta cuya pendiente es el coeficiente de fricción estático.

En segunda parte solo con la pieza sin el hilo y otras masas se coloca en el punto del plano donde se realizaron los cálculos, y se procede delicadamente a inclinar la superficie hasta el ángulo crítico donde la masa "M" inicie su deslizamiento, justo antes.

El experimento concluye cuando se compara este resultado de la tangente del ángulo crítico con el promedio obtenido por variaciones de masa, y se comenta del porqué de posibles diferencias en los métodos.

Todo el experimento puede realizarse en piezas esféricas de relativo tamaño, para el cálculo del coeficiente de roce estático por rodamiento μ_R, el cual es un valor poco usado, pero interesantemente mucho menor a un coeficiente por deslizamiento; basta con imaginar tan solo un pequeño ángulo para que cualquier esfera ruede por una inclinación acanalada.

A manera de cierre: Se expresa de manera tabular algunos coeficientes de roce estático, con valores en holguras posibles, comunes en el laboratorio de Física I.

Masa tipo taco de	Superficie	μ_e.	Masa tipo taco	Superficie	μ_e.
Acero	Aluminio	0,60 a 0,65	Madera	Hierro	0,6
Acero	Madera lisa	0,25	Zinc	Hierro	0,85
Hierro	Madera rugosa	0,75	Cobre	Madera	0,80
Madera	Madera	0,35 a 0,4	Aluminio	Madera	0,55
Cobre	Aluminio	0,90	Hierro	Aluminio	0,66
Acero	Acero	0,70 a 0,80	Cobre	Acero	0,50 a 0,55
Vinil	Aluminio	0,43	Formica	Madera	0,39

Valores tomados del texto de Giancoli 2009, p.90

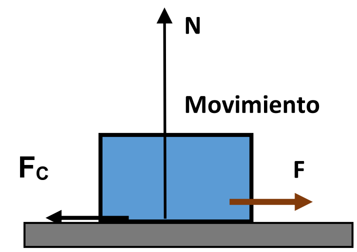
Ejemplos Propuestos

a) Un taco de madera lisa sobre una superficie de aluminio pulido, desliza a partir del ángulo crítico de 31°; calcule su masa crítica de un cuerpo conectado en la horizontal, si el taco tiene una masa de 200 Grs. **R: m_C 120 Grs.**

b) Que coeficiente de roce estático se extrae entre un cuerpo de 5 Newton, el cual comienza a deslizar sobre una superficie de metal, por medio de una masa crítica de 350 Grs. **R: μ_e = 0,686.**

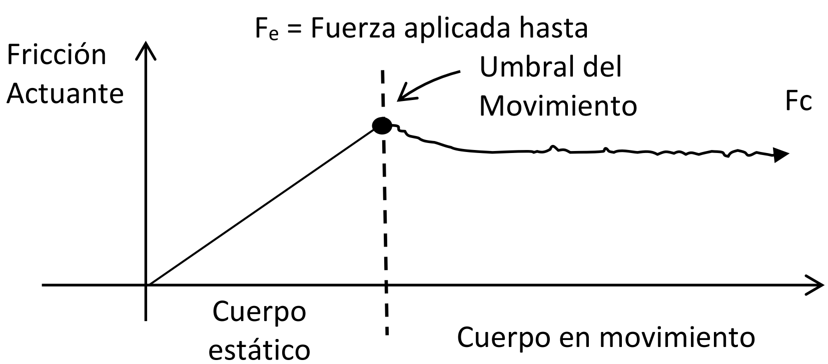
c) Un taco de madera, desliza sobre una superficie rugosa con ángulo critico de 40°; calcule su masa si sobre al horizontal, lo mueve una masa crítica de 300 gramos. **R: M = 357,53 Grs.**

5. FRICCIÓN CINÉTICA



Ahora el cuerpo se mueve por la superficie o esta se le mueve, de tal forma que se está en pleno deslizamiento, entre la superficie rígida y la masa o taco en su contacto; inclusive si el movimiento es a velocidad constante, (preferible), o acelerado, se sabe entonces que estamos en el mundo de la fricción cinética cuyo valor es siempre menor a la fuerza de fricción estática máxima.

La fricción cinética $\mathbf{F_C}$ tendrá leves variaciones relativas a los cambios en el contacto e incluso a la velocidad y/o aceleración del cuerpo, para tema de laboratorio se asume con valor de coeficiente constante; recordemos el esquema clásico de las fuerzas de fricción visto



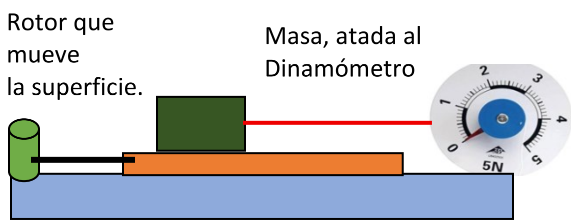
Igualmente, para velocidades constantes o pequeñas aceleraciones, la fricción cinética dependerá del material y la rugosidad que exista en el contacto como definición del coeficiente cinético particular, y esta fricción como: $\mathbf{F_C = N.\mu_C}$.

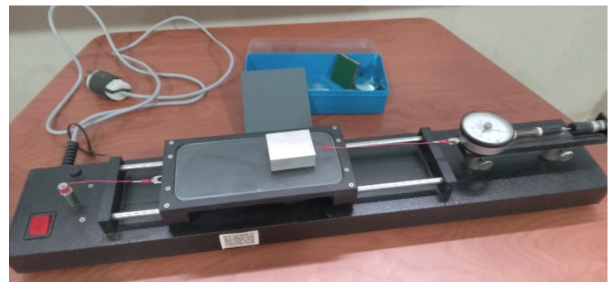
Objetivos: Calcular el coeficiente de roce cinético entre una masa dada y superficies de diferentes texturas en disposición horizontal, por movimiento a velocidad constante en un equipo para este fin, por medio de un hilo conectado a un dinamómetro.

Además, de forma similar se calcula este coeficiente inclinando del plano a un ángulo mayor al crítico de tal forma que se observe su movimiento casi acelerado, usando las ecuaciones cinemáticas para aceleración nominal y aceleración real por distancia y tiempo recorrido.

Equipos, materiales e instrumentos: Equipo de superficie móvil con cuerda para conexión a un dinamómetro o extensómetro; diferentes tipos de texturas para superficies; Balanza; cuerpos de diferentes materiales; plano inclinado para cálculos de aceleraciones; cronometro digital.

Fundamentos: El cálculo del coeficiente de fricción cinética es tan importante como su similar estático, en donde la idea de este ensayo es no solo descubrir este valor adimensional en cuerpos tipo tacos y diferentes texturas en superficies, sino mostrar que en todos sus cálculos su resultado es siempre menor en magnitud al coeficiente de roce estático. En el siguiente esquema y foto del equipo de fricción cinética, se explican sus partes y la relación para el cálculo del μ_C.

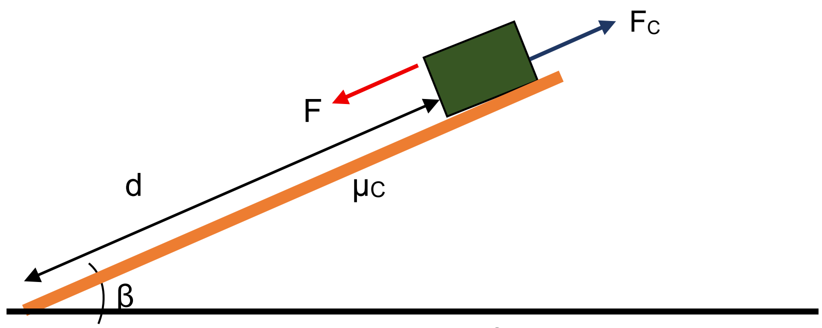




El equipo para fricción cinética consta de una plataforma que puede contener superficies cambiables y conectadas a un rotor giratorio que las mueve a la izquierda; encima se coloca la pieza en contacto con la superficie y atada a un medidor de fuerza. Cuando el piso superficial se mueve el dinamómetro capta este halado midiendo la fuerza de fricción cinética en Newtons.

Este valor se divide entre el peso de la masa que en posición horizontal representa la normal, como resultado de la definición de la fricción cinética, como: $\mathbf{\mu_C = F_c / M.g}$.

Luego otra manera de confirmar el resultado obtenido es colocando el cuerpo usado en este equipo, sobre una superficie larga inclinada, de textura y material similar, con suficiente ángulo "β" como para que la masa deslice con velocidad constante apreciable, midiendo el tiempo en recorrer la distancia; seguidamente por cinemática se calcula la *aceleración real* del recorrido "d" en un tiempo "t", la cual se compara por igualdad con la aceleración de frenada establecida por la fuerza de fricción cinética, esto es: $\overrightarrow{a_R} = \frac{2.d}{t^2} = g.(\mu_C).\text{Cos}\beta$; ver siguiente esquema para esta deducción, donde la fricción cinética es: $F_C = M.g.\text{Cos}\beta.(\mu_C)$. Fuerza igualada no a la componente del peso por la inclinación, sino que ahora, con la fuerza con que la masa desliza hacia abajo deducida como la masa por aceleración real; o sea $F = M.a_R$.



Con esta igualdad se calcula el coeficiente de roce cinético como: $\mu_C = \frac{\vec{a}_R}{g.Cos(\beta)}$. El cual se expresa como ecuación deducida en: $\boldsymbol{\mu_C = \frac{2.d}{g.t^2.Cos(\beta)}}$.

Procedimiento y montaje: Se conecta el equipo de fricción cinética a su fuente de poder, escogiendo la superficie y la masa para descubrir el coeficiente de roce cinético; de tal forma que la superficie este atada al rotor y la masa al dinamómetro.

Estar pendiente o de ser posible gravar el encendido, en donde justo antes de iniciar el movimiento el dinamómetro mueve su aguja a un valor inicial que representa la fricción estática, para luego bajar los néwtones que representa la fricción cinética (Rex y Wolfson, 2011, p.72).

Tomar nota de las fricciones de cada masa y las superficies diferentes entregadas en cada grupo, y luego hacer los cálculos de los diferentes coeficientes cinéticos, al dividir cada fuerza entre la normal o peso de cada masa; es decir, μ_C = Fc / M.g.

En segunda parte solo con la pieza sin el hilo y otras masas se coloca, en un plano de suficiente porte de existir con la o las superficies tomadas en el equipo horizontal con rotor; donde se procede a inclinar la superficie hasta el ángulo donde la masa "M" inicie su deslizamiento, a velocidad constante observable. En esta versión se debe tomar el tiempo, en que la masa tipo taco baja la distancia por la inclinación, la cual es medida previamente. Para con el ángulo escogido aplicar la ecuación: $\mu_C = \frac{2.d}{g.t^2.Cos(\beta)}$.

El experimento concluye cuando se compara este resultado con el obtenido en el equipo horizontal para un mismo taco e igual superficie a manera de confirmar, el valor del coeficiente de roce cinético.

Información de cierre: Se expresan algunos coeficientes de roce cinéticos en cuerpos conocidos, para contacto con diferentes tipos de superficies, a manera de información.

Material del cuerpo	**Superficie y característica**	**μ_C.**	**Material del cuerpo**	**Superficie y característica**	**μ_C.**
Acero	Aluminio	0,45 a 0,55	Madera	Hierro	0,6
Acero	Madera lisa	0,25	Zinc	Hierro	0,85
Hierro	Madera rugosa	0,75	Cobre	Madera	0,80
Madera lisa	Madera lisa	0,20 a 0,25	Aluminio	Madera	0,55
Acero	Acero	0,55 a 0,60	Cobre	Acero	0,30 a 0,40

Valores obtenidos en el laboratorio de la FCMF, Área de Física

Ejemplos Propuestos

a) Una pieza de hierro en un equipo de fricción cinética marca en el dinamómetro 3 Newton; calcule su coeficiente si el cuerpo tiene una masa 600 gramos. **R: μ_C 0,51.**

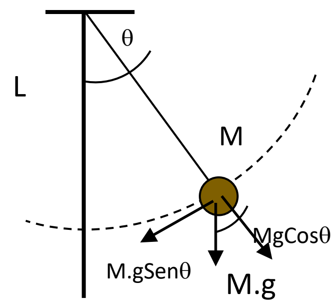
b) Que coeficiente de roce cinético se extrae de un cuerpo de 4 Newton, el cual desliza a velocidad constante sobre una superficie horizontal, por acción de una masa 150 gramos, conectada y colgante. **R: μ_C 0,368.**

c) Una masa de madera áspera, desliza sobre una superficie de aluminio e inclinada en 38°, de tal forma que recorre una distancia de 60 centímetros en un tiempo de 1,3 segundos; calcule el coeficiente de roce cinético que actúa entre esa madera y el aluminio. **R: μ_C = 0,689.**

6. PÉNDULO SIMPLE

Un péndulo simple, es un armado sencillo formado por una masa colgante por medio de un hilo inextensible, liviano y de longitud apreciable mayor a la dimensión de la masa; la cual se le otorga un ángulo con la vertical para su recorrido, resultando en un movimiento del tipo cíclico de ir y venir hasta que la energía inicial se agota retornando a su posición de masa colgante en reposo.

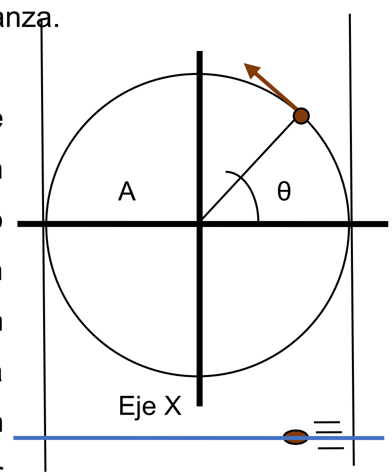
En la siguiente figura se esquematiza el péndulo simple en sus componentes de existencia: Una masa, una longitud y un ángulo de apertura con la vertical, proporcional al periodo o tiempo en ir y venir del movimiento oscilatorio, el cual cumple con la condición de movimiento armónico cuando la velocidad y aceleración de la masa en cada punto armonizan de cero a valor máximo; es decir en el punto de partida la velocidad es cero y la aceleración máxima, pero en el punto más bajo la aceleración se anula como componente de la gravedad y la velocidad es máxima.



Objetivos: Estudiar qué variable afecta el periodo en cada ciclo de un péndulo simple, entre la masa oscilante, el ángulo inicial de apertura y la longitud de la cuerda.
Estimar la gravedad terrestre como lo hizo Galileo Galilei.

Equipos, materiales e instrumentos: Sistema artesanal de Péndulo simple con escala de grados, cinta métrica o flexómetro, cronometro, masas variadas, balanza.

Fundamentos: Cuando una masa "M" se suspende por medio de una cuerda delgada a un punto fijo y se libera desde un ángulo con la vertical "θ", la masa oscila en un semicírculo de radio "L", siendo la componente de la gravedad: g.Senθ el motor o aceleración puntual que mueve la masa en frenada hasta el punto más alto en separación con la vertical, y en acelerada cuando la masa va hacia su punto de equilibrio o ángulo cero. Entonces para aceleración variable en cada punto del recorrido semicircular, no se pueden usar las ecuaciones clásicas de la cinemática que exigen en sus deducciones que la aceleración sea constante.



La determinación del periodo de oscilación fue realizada de forma empírica por Galileo Galilei, por observación y algunas deducciones de la famosa lámpara oscilante por el viento de la catedral de pisa donde estudió, posteriormente sus conclusiones fueron confirmadas por medio del cálculo diferencial, en el marco de los estudios para el comportamiento planetario.

Imagine una partícula que se mueve a rapidez constante describiendo una circunferencia de radio A en sentido antihorario (ver figura anterior). Si se proyecta este movimiento sobre una recta horizontal, se observa un desplazamiento de ida y vuelta en el que la rapidez de la proyección varía: es máxima cuando la partícula pasa por las posiciones correspondientes a 90º y 270º, y mínima en 0º y 180º. Esto ocurre a pesar de que el movimiento circular es uniforme, ya que la proyección sobre el eje X implica una aceleración no constante. Matemáticamente, el movimiento horizontal se describe en función del ángulo barrido por la partícula mediante la expresión: $X = A \cdot Cos(\theta)$.

En Cinemática Angular, el desplazamiento angular se expresa como: $\theta = \theta_0 + \omega.t + ½.(\alpha).t^2$. En este caso, dado que la posición angular inicial se considera cero y el cuerpo se mueve con rapidez angular constante, se simplifica a $\theta = \omega.t$. Así, la posición proyectada sobre el eje horizontal en función del tiempo se describe como: $X = A \cdot Cos(\omega.t)$.

La derivada de esta ecuación respecto al tiempo proporciona la velocidad variable de la proyección: $V = -A.\omega \cdot Sen(\omega t)$. Una segunda derivada entrega la aceleración, también variable en cada punto: $a = -A.\omega^2 \cdot Cos(\omega.t) = -X.\omega^2$.

Estas relaciones constituyen la base del Movimiento Armónico Simple (M.A.S.), donde las oscilaciones de la posición y la velocidad están desfasadas y se describen mediante estas funciones trigonométricas armonizando. (Young et al., 2009 p.425)

Volviendo al péndulo simple, en donde su aceleración tangencial puntual es: $a_T = g.Sen(\Theta)$. Que igualada a la del (M.A.S), cambiando la $X = L.Sen(\Theta)$, se tiene que: $L.Sen(\Theta).w^2 = g.Sen(\Theta)$. Con el hecho que el periodo de cada ciclo completo, o sea una vuelta al círculo de 360° o dos Pi radianes es: $T = 2.\pi / w$. Con $w = \sqrt{\frac{g}{L}}$. Se obtiene la ecuación del periodo como: **$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}$.**

Es decir, el tiempo de oscilación en un péndulo simple dependerá solo de la longitud de la cuerda en una proporción del tipo radical; o sea, una curva monótona potencial. En donde la gravedad es un valor constante junto a los dos Pi.

Procedimiento y montaje: Para cumplir los objetivos planteados se debe mostrar que las variables: Masa y ángulo inicial en donde empieza la oscilación del péndulo no afectan su periodo; para seguidamente con un ajuste en los datos iniciales, calcular por pendiente de la recta ajustada, la gravedad de nuestro planeta, como lo hiciese Galileo Galilei en el año 1588.

Primero se realiza la construcción de un péndulo simple con porta pesas, longitud apreciable y graduador para los ángulos de inicio, como se observa en la siguiente foto.

Seguidamente se miden con un cronometro al menos cinco periodos de ciclos completos, a ser divididos entre 05 para atomizar la reacción humana, para las siguientes variables en por lo menos 06 datos cada una, a saber

a) Periodo en función del ángulo, variando este desde los 5°, 10°, 15°, 20° 25° y 30° respectivamente y en orden creciente; para una masa y longitud fija, y cuidando de que la masa oscilante no golpee del graduador. Seguidamente por observación de los valores obtenidos o por una gráfica T Vs Ɵ, en papel milimetrado en el primer cuadrante. Comentar sobre la afección del ángulo inicial y el tiempo promedio de las oscilaciones, en virtud que cada vez el arco recorrido es mayor; ¿Afecta el ángulo al periodo de oscilación?

b) Determinación del período en función de la masa: variando la masa total del péndulo mediante incrementos en el porta-masas, manteniendo constante el ángulo inicial y la longitud de la cuerda. Registre al menos seis mediciones del período y analice si el aumento de la masa influye en el tiempo de oscilación (ida y vuelta), considerando que, al incrementar la masa, la fuerza gravitatoria sobre el péndulo será mayor en cada oscilación.

c) Finalmente para una masa y ángulo fijo, incremente la longitud del péndulo sensiblemente desde una cuerda corta, hasta una longitud apreciable de al menos cinco medidas, recordando que se deben expresar en metros. Observar en la foto de al lado un péndulo clásico construido artesanalmente, en virtud de la lámpara observada por el genio de Pisa, con al cual realizo estudios y deducciones.

Con los datos tabulados, T Vs L, o graficados en papel milimetrado se aprecia que no es una línea recta, implicado que a mayor longitud mayor es el periodo de oscilación al existir mayor radio de giro y arco total recorrido. En este punto se puede graficar en papel logarítmico para demostrar que es una curva monótona potencial del tipo T = A.L^B, como: $T^2 = (\frac{4.\pi^2}{g}).L$.

Con un sencillo cambio de variable, modificando la tabla original de los datos periodo-longitud, de la forma: T^2 Vs L, se sabe que se rectifica a una recta, con pendiente a calcular por regresión línea, luego obtenido este valor el cual representa $m = \frac{4.\pi^2}{g}$. Se puede calcular entonces la gravedad de nuestro planeta como: $g = \frac{4.\pi^2}{m}$.

El científico del renacimiento Galileo Galilei hiso estos cálculos por observación de péndulos artesanales midiendo el periodo por pulsaciones de su corazón, en sus notas midió la gravedad en (Varas / pulso^2), una medida de longitud usada en su época, entre sus latidos al cuadrado. Cuyo valor expresado hoy en día equivale a 10,6 m/s^2. El reloj de péndulo fue diseñado también por él, en 1637, y construido por el astrónomo holandés Christiaan Huygens en 1656.

Ejemplos Propuestos

a) Que longitud tiene un péndulo simple de laboratorio, si su periodo promedio es de 1,04 segundos. **R: L = 26,85 Cms.**

b) Calcule el periodo de un péndulo simple cuya longitud de la cuerda es de un metro, colocado en la cima del Chimborazo, en donde se asume una gravedad de 9,78 m/s^2. **R: T = 2,01 s.**

c) En una gráfica de una curva monótona potencial del periodo Vs. La longitud de un péndulo simple, la cual, al ser ajustada a una recta ofrece una pendiente por regresión lineal de m = 4,02; calcule la gravedad en ese punto de medición. **R: g = 9,82 m/s^2.**

7. LEY DE HOOKE

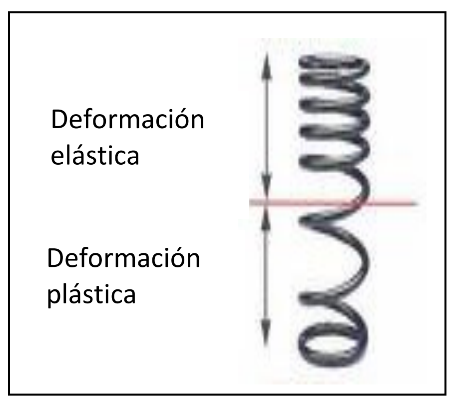
La ley de Robert Hooke establece que la deformación de un cuerpo en una dirección, dentro de su rango elástico, es rectilíneamente proporcional a la fuerza deformante; como estudioso de diferentes materiales, sus formas y deformaciones longitudinales, estableció la llamada constante de elasticidad de cada cuerpo medida en Newton sobre metros; en donde todo cuerpo recupera su condición inicial o natural cuando cesa la fuerza deformante.

Su Ley en términos de ecuación es: **$F_D = K.\Delta x$**. De donde se descubre que la relación de proporcionalidad es del tipo rectilíneo entre la fuerza deformante como variable dependiente en función de la deformación por la constante de elasticidad como su pendiente; en la lógica de observar este comportamiento como una ecuación de una recta, con el corte en el origen coordenado, porque sin fuerza aplicada, entonces el cuerpo permanece sin deformación.

Todos los cuerpos son en mayor o menor grado deformables, por ejemplo, cuando se estira una liga ella vuelve a su tamaño inicial a dejar de aplicar la fuerza que produce el estiramiento, cuidando de no romperla, efecto observable en otros cuerpos mientras la deformación sea apreciable a la vista; donde un mecanismo como el resorte es el idóneo observar y demostrar la ley de Hooke, así como para calcular su constante de elasticidad, o medida de rigidez del cuerpo a estudiar en deformación apreciable (Serway y Jewett, 2008, p.172)

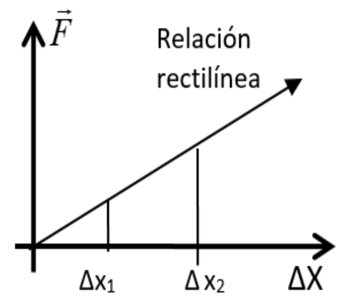
Objetivos: Demostrar la Ley de Hooke, en su aspecto de recta, y calcular la constante de elasticidad de un resorte por diferentes métodos.

Equipos, materiales e instrumentos: Resortes de diferentes diámetros tamaños y materiales, cinta métrica o flexómetro, soporte universal, porta masas, balanza, papel milimetrado.

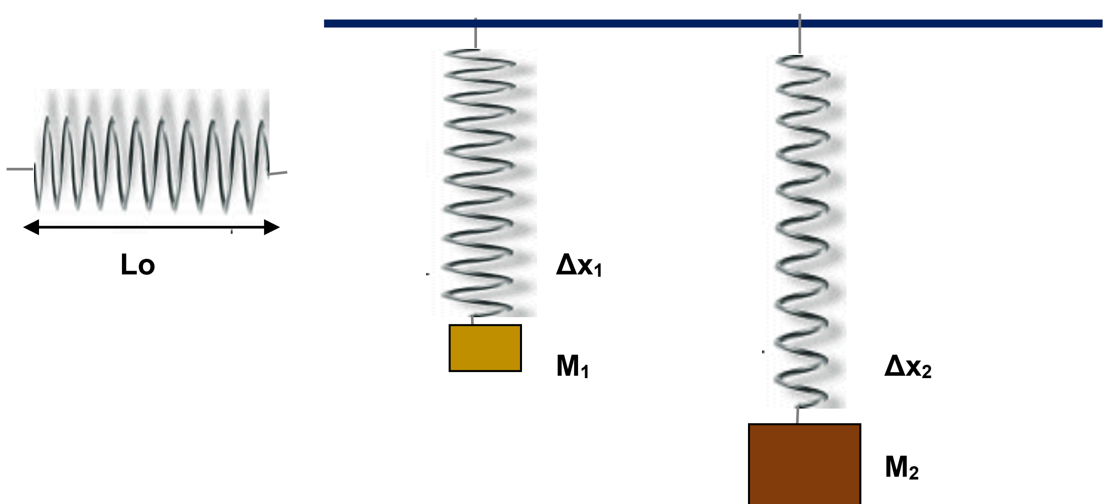


Fundamentos: La ley de Hooke se cumple solo si la fuerza no sobrepasa el rango elástico del cuerpo para que este retorne a su longitud natural, caso contrario se habla de deformación plástica o permanente como se ilustra en la figura del lado, en donde no se cumple la ley; concepto muy usado en las ingenierías en general y en Civil, cuando a partir de la ley de Hooke se obtiene el llamado módulo de Young, o deformación de área trasversal, en los diferentes materiales de construcción.

Existen materiales que, por su naturaleza, cumplen con la proporcionalidad entre la fuerza aplicada y la deformación producida; sin embargo, dicha relación no siempre se manifiesta de forma estrictamente lineal. El objetivo principal de este ensayo es comprobar experimentalmente la Ley de Hooke, la cual establece que, dentro del límite elástico del material, la deformación de un resorte es directamente proporcional a la fuerza aplicada en una dirección determinada. En el gráfico adjunto, el origen de coordenadas representa la longitud natural del resorte, a partir de la cual se mide la deformación.



Para seguidamente con dos métodos diferentes calcular la constante de elasticidad de este mecanismo amortiguado asignado a cada grupo de trabajo. La constante "K" entonces, se medirá como la fuerza aplicada entre la deformación medible en el resorte, donde esta fuerza se asume como el peso de diferentes masas que se cuelgan en un resorte en disposición vertical, estando este sujeto en un soporte universal, y la deformación como la diferencia absoluta entre la longitud final menos la longitud inicial: $\Delta x = \left| L_f - L_0 \right|$. Ecuación de esta forma porque toda deformación en los estudios de energía se asume como un valor positivo, y en el caso de una deformación por encogimiento, quedaría de resultado negativo. Seguidamente la constante de elasticidad para calcular en el laboratorio queda como: $K = \dfrac{M.g}{\left| \mathrm{Lf} - \mathrm{Lo} \right|}$. Cuando el resorte se colgante es sometido a peso, como se indica en el siguiente esquema



Procedimiento y montaje: Colocar el resorte asignado en posición horizontal y medir con el flexómetro su longitud natural, en vista que en posición vertical su propia masa le deforma.

Seguidamente se cuelga en vertical en el soporte universal o de cualquier enganche disponible y se coloca una masa conocida en su extremo inferior colgante, para medir su deformación por elongación, y calcular la que llamaremos primera constante de elasticidad o $K_{1.}$

Repetir este paso con al menos cinco masas en total en incremento; es decir, siempre colgando la siguiente masa si retirar la anterior para obtener lógicamente cada vez una mayor y apreciable deformación del resorte. Luego sacar su constante de elasticidad promedio.
Puede en adicional graficar en papel milimetrado fuerza, representada por el peso versus deformación, que junto a los datos tabulares se debe apreciar que es una recta o tendencia a una recta, (demostración de la Ley de Hooke).

Con los datos estimar la pendiente de esta recta por puntos escogidos, (M.g ; Δx), o incluso por regresión lineal, cuyo valor debe ser similar al promedio calculado. Demostrando así por comprobación que ese valor es la constante de elasticidad de ese resorte.

A manera de cierre: La Ley de Hooke, como principio fundamental en el estudio del comportamiento elástico de los materiales y de los cuerpos rígidos en su condición de deformación, ha constituido la base del diseño mecánico en diversas ramas de la ingeniería. Su aplicación es especialmente relevante en la ingeniería civil, donde, desde el diseño de los cimientos, se emplea el denominado coeficiente de balasto para calcular la respuesta elástica del suelo en las fundaciones que sostienen los pilares.

Ejemplos propuestos

a) Un resorte es deformado en 32 centímetros por medio de un peso de 20 Newton. Calcule su constante de elasticidad. **R: K = 62,5 N/m.**

b) Que masa colocada de forma colgante sobre un resorte de 60 Kg/s^2, para deformarlo una distancia de 30 centímetros. **R: M = 1,837 Kg.**

c) Que deformación se puede esperar en un resorte de constante de elasticidad de 100 N/m, al aplicársele una fuerza de 10 Newton. **R: Δx = 10 Cms.**

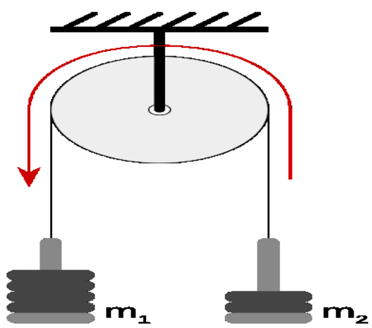
8. MÁQUINA DE ATWOOD MASIVA

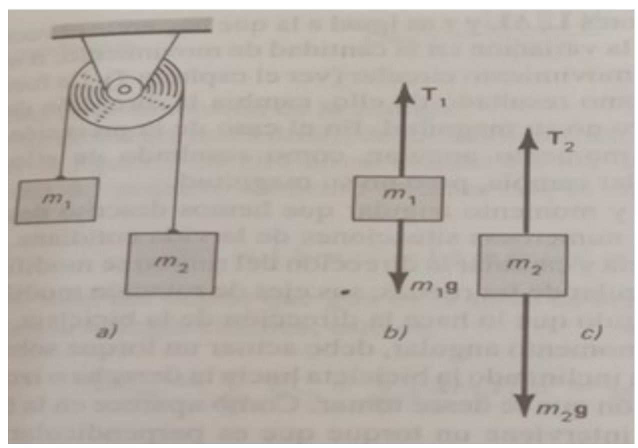
La máquina de Atwood es un dispositivo sencillo utilizado en física para demostrar los principios del movimiento uniformemente acelerado, consiste en dos masas conectadas por una cuerda que pasa sobre una polea con fricción interna mínima y masa despreciable en relación con las masas conectadas. Al liberar las masas, la más pesada desciende y la más ligera asciende, demostrando la aceleración constante del sistema causada por la acción gravitaría de acelerada y de frenada en los cuerpos, respectivamente. Ideada como ensayo demostrativo de la cinemática y dinámica clásica por el físico inglés George Atwood en 1784.

Viene a ser uno de los primeros ejemplos en la resolución de ejercicios de las leyes de Newton, para cuerpos conectados por una cuerda ligera desde el bachillerato, ver esquemas; con resolución en el sistema de ecuaciones, de los diferentes Diagramas de Cuerpo Libre, (D.C.L)

$T_1 - m_1 = - m_1.a.$ El cuerpo baja por ser la masa mayor

$T_2 - m_2 = m_2.a.$ El cuerpo sube por ser la masa menor





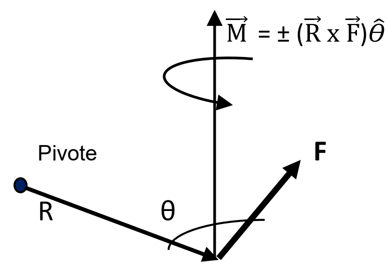
En el sentido lógico que tanto la tensión en la cuerda como la aceleración en el sistema son vectores, y requieren de su dirección y sentido para ser calculados en fórmulas, y en este ejemplo la máquina de Atwood gira en sentido antihorario; y al ser la polea de masa despreciable, las tensiones serán iguales: $T_1 = T_2 = T$. (Serway y Jewett, 2008, p.117)

De este sistema de ecuaciones se obtiene la fórmula de la aceleración en el sistema en la máquina de Atwood, idealizada sin fricciones y con la masa de la polea despreciable al ser mucho menor a las masas conectadas, como: $\vec{a} = \frac{g.(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}$. De donde se calcula luego la tensión en la cuerda.

Pero la realidad es que la polea tiene masa, especialmente si es construida de metal, por lo que requiere de una torsión o torque al giro que la haga rotar, en un movimiento circular con aceleración tangencial en el borde o punto de contacto con la cuerda que sostiene cada masa, igual a la aceleración de estas en el sistema dinámico.

El concepto de torque conocido como Momento de Torsión, ($\vec{M}$), es un conocimiento mecánico de mucha importancia en las ingenierías, por el tema tanto del giro que se requiere como su estabilidad o reposo en un cuerpo o sistema, siendo fundamento en la construcción civil el llamado Equilibrio Total compuesto de equilibrio traslacional y equilibrio rotacional; siendo el momento de torsión un vector formado por el producto entre la fuerza aplicada y la distancia o radio de giro hacia un punto o pivote, en la condición que estos vectores multiplicantes sean perpendiculares entre sí, de donde proviene su ecuación como el producto cruz o producto vectorial entre fuerza y distancia, cuyo módulo es: $|\vec{R} \times \vec{F}| = |R|.|F|Sen(\theta)$.

Donde la función seno del ángulo establece la condición de perpendicularidad para un torque máximo entre la fuerza y el radio, y un torque nulo para los 0° y 180°, con la condición vectorial en un giro horario o antihorario identificado por el vector unitario $\pm\,\hat{\theta}$, respectivamente, ver siguiente esquema.



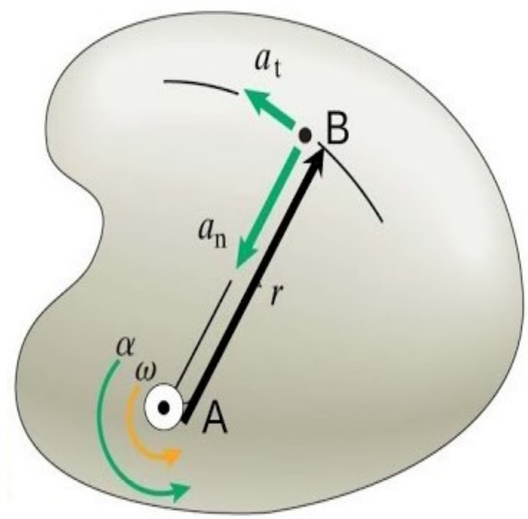
Volviendo a la máquina de Atwood, construida ahora con una polea del tipo masiva, o cuyo peso sea significativo o similar a los pesos que conecta, provoca que para su giro las tensiones de las cuerdas sean diferentes con la tensión en sentido del giro siempre mayor a la tensión retardadora u opuesta; entonces surge un interesante experimento para el laboratorio de Física I, al calcular las tensiones diferentes y la aceleración del sistema tanto por fórmulas como por el ensayo construido, en máquinas montadas por grupos, con masas diferentes y por supuesto con poleas de masa apreciable.

Objetivos: Calcular la aceleración y las tensiones diferentes en la cuerda, para una máquina de Atwood con polea de masa apreciable; por observación y cálculos de la mecánica clásica.
Comparar estos resultados con los cálculos nominales por fórmulas.

Equipos, materiales e instrumentos: Máquina de Atwood masiva, con el dato de la masa de su polea la cual debe ser significativa. Masas colgantes varias, flexómetro o cinta métrica, Balanza, cronometro.

Fundamentos: El estudio de bloques o cuerpos conectados por medio de una polea de masa apreciable conlleva el estudio de torsión en su centro de giro y el estudio del Momento de Inercia, (I), como escalar que caracteriza a todo cuerpo en su "Resistencia al Giro", obtenido por integración en cálculos sobre las dimensiones y forma del cuerpo, existiendo tablas gráficas de formas comunes en relación a cómo pueden girar en referencia a cualquier eje del plano o el espacio según la vista y enfoque del estudio, viene a constituir todo un tema de la unidad de torque en la mecánica clásica.

Primeramente, siendo el torque o giro de un cuerpo el resultado de la fuerza resultante aplicada en algún lugar del cuerpo, para hacerlo girar en referencia a un punto o eje referencial de pivote preestablecido, asumiendo la parte de la fuerza perpendicular al radio de giro; se tiene y partiendo de la fórmula de la fuerza como masa por aceleración donde se aplica al fuerza se obtiene que el torque es: $\vec{M}$ = $\vec{F}$ x $\vec{r}$ = ± (M.$\vec{a}$.r).$\hat{\theta}$. Luego al agregar que la aceleración rectilínea y en este caso tangencial al cuerpo en el punto donde se aplica la fuerza, es igual a la aceleración angular por el radio de giro, como conocimiento de la cinemática circular en su versión de radianes recorridos, ver esquema adjunto con el pivote en el punto A, y la fuerza aplicada en el punto B. Con la aceleración angular en sentido antihorario; aquí se tiene que el torque es: $\vec{M}$ = ± (M.r^2.$\vec{\alpha}$).$\hat{\theta}$.



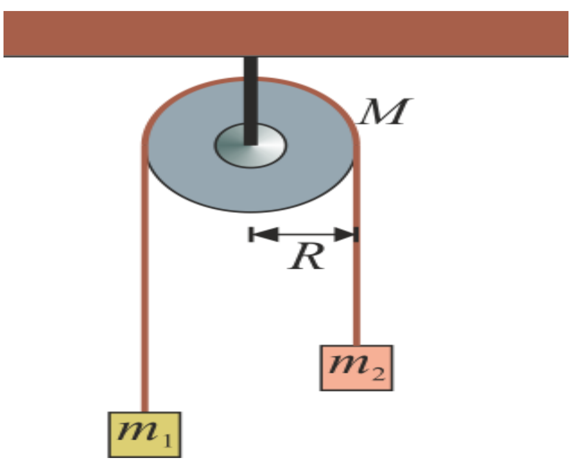
Siendo el escalar M.r^2, la resistencia del cuerpo a girar, denominado momento de inercia como se mencionó; es decir, la torsión de un cuerpo dimensionado rígido se puede expresar como su momento de inercia particular por la aceleración angular que adquiere en los sentidos posibles de horario o antihorario, esto es: $\boldsymbol{\vec{M}}$ **= ± (I.$\boldsymbol{\vec{\alpha}}$).$\boldsymbol{\hat{\theta}}$.**

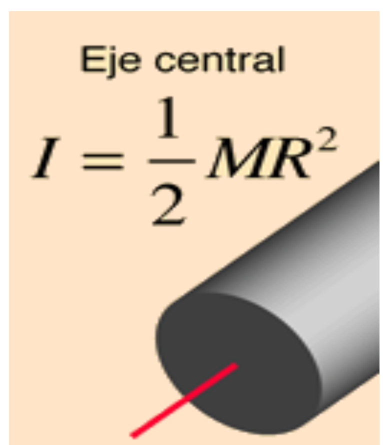
Luego regresando a la máquina de Atwood, considerando que la polea tiene una masa considerable y es un cuerpo rígido tipo cilindro aplastado, cuya resistencia al giro frontal o en el eje "Z" es conocida como la mitad de su masa por su radio al cuadrado: $I_P = \frac{M.R^2}{2}$, y aceptando que las tensiones serán diferentes, se inicia entonces con el estudio dinámico clásico de dos ecuaciones, pero ahora con tres incógnitas: $T_1 - m_1.g = - m_1.a$; y $T_2 - m_2.g = m_2.a$.

Con el estudio de torsión en el centro de la polea, en la consideración que las tensiones salen de puntos a su mitad horizontal a este nivel, a modo de D.C.L en la polea con las tensiones saliendo de ella por la 3ra ley de Newton, se tiene que: $\sum Mp = R.T_1 - R.T_2 = - I_P.(\alpha)$.

Similar a un cable que se desenrolla de una bobina o tambor de un malacate, y consideración siempre del eje de estudio en su resistencia al giro (Young et al., 2009 p.300).
Relación que, con la magnitud del momento de inercia de la polea y la aceleración angular expresada ahora como aceleración tangencial y del sistema de masas, porque precisamente las tenciones cogen a la polea en puntos externos y alineados con su centro.

Se tendrá ahora que el torque en el centro de la polea es: $R.(T_1 - T_2) = \frac{M.R^2}{2} . \frac{a}{R}$. Donde al simplificar el radio de la polea como dato no necesario, se obtiene la tercera ecuación que permite resolver el estudio dinámico en una polea masiva como: $\mathbf{T_1 - T_2 = (M_p./2).a.}$ Con este término positivo porque el giro de la máquina con la masa mayor a la izquierda es en sentido antihorario. Ver siguientes esquemas gráficos





Al sustituir en esta ecuación, las tensiones despejadas: $a.(M_1 + M_2 + (½).M_p) = g.(M_2 - M_1)$. Sé obtiene la aceleración del sistema, asumida como la aceleración tangencial en el borde o canal de la polea, para una máquina de Atwood masiva como: $\mathbf{a_T} = \frac{\mathbf{g.(m2 - m1)}}{\mathbf{(m1 + m2 + Mp/2)}}$.

Evidentemente menor a la calculada en la situación ideal, al considerar la masa de la polea en el denominador, y su exigencia rotacional.

Procedimiento y montaje: En las máquinas de Atwood que se dispongan en el laboratorio, con la información de la masa en cada polea, realizar el montaje de dos cuerpos colgantes con suficiente diferencia de pesos conocidos; seguidamente medir la distancia a recorrer de bajada de la masa mayor colocada de preferencia a la izquierda para que la máquina gire en sentido antihorario y la masa menor desde un piso o tope referencial.

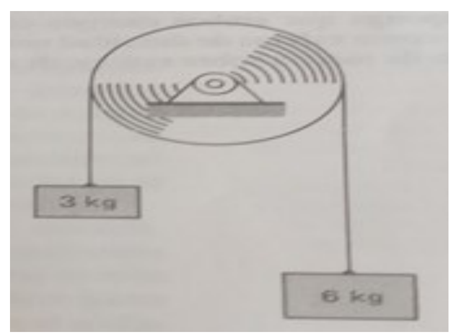
Tomar el tiempo del recorrido liberando la masa mayor desde el reposo y calcular la aceleración real del sistema de masas, que viene a ser igual a la aceleración tangencial de la polea en el punto de donde salen las tensiones, por cinemática como: $a = 2d / t^2$. Repetir este proceso al menos tres veces para obtener una aceleración promedio, cuidando de realizar el movimiento sin perturbaciones, y minimizando la reacción humana; para seguidamente calcular las tensiones diferentes por el estudio dinámico.

A continuación, calcular la aceleración por el estudio de torsión en la polea y su momento de inercia con la relación deducida en una máquina de Atwood masiva, como comprobación del resultado eral obtenido. Comparar los resultados obtenidos en las aceleraciones respectivas y comentar de existir diferencias significativas.

De existir la posibilidad repetir el experimento, ahora con un ensayo usando las mismas masas colgantes, pero en una polea de diferente masa, sea significativa o despreciable, (Máquina de Atwood clásica). Con la finalidad de confirmar el retardo proporcional que produce esta masa en la aceleración del sistema.

Ejemplos Propuestos

a) Para una polea de 10 kilos con fricción interna despreciable. Calcule la aceleración en el sistema de masas colgantes, y las tensiones diferentes en cada cuerda, asumiendo la T_1 al lado derecho y la T_2 al lado izquierdo; ver figura del lado. **R: T_1 = 35,7 N. T_2 = 46,2 N. a = 2,1 m/s^2.**



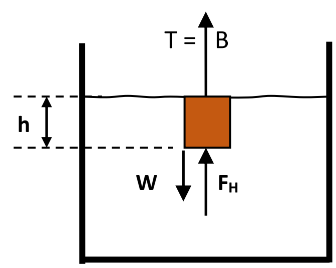
b) Del ejemplo anterior calcule el momento de inercia de esa polea si tiene un radio de 20 centímetros: **R: I_P = 0,2 Kg.m^2.**

c) Cual es la masa de una polea en una máquina de Atwood con masas de 5 y 10 kilos respectivamente, si el sistema se acelera a 3 m/s^2**. R: 2,67 Kg.**

9. PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

El principio de Arquímedes es una aplicación de la dinámica clásica para un cuerpo sumergido en un fluido, que afirma que el fluido ejerce presión sobre el cuerpo en todas sus caras, y que dicha fuerza por área es proporcional a la profundidad. Se sabe en la historia que este genio antiguo descubrió esta naturaleza estando en su bañera en la ciudad de Siracusa, de donde salió corriendo por sus calles gritando: Eureka (Lo halle), porque podía entonces resolver el problema de la corona del rey. Donde La fuerza resultante es una fuerza vertical positiva denominada “Empuje hidrostático”, expresada como una aparente pérdida del peso del cuerpo; ver el siguiente esquema, donde W es el peso del cuerpo, F_H es la fuerza de flotación proporcional a la altura del cuerpo sumergido, (h), y T, será la tensión en el hilo que sujeta el cuerpo, representando la fuerza de flotación, (B) o la diferencia entre peso menos flotación (Young et al., 2009 p.464-465)

Entonces, B = W – $F_{H.}$ Donde el aporte de este genio de la antigüedad fue descubrir que la flotación es similar al peso del fluido desplazado, como principio de Arquímedes que dice que: “Todo cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta una flotación igual al peso del volumen de fluido desplazado”.



Siendo la razón del porque existe en la navegación del mundo enormes buques de acero flotando, porque al contar con una gran quilla que, al sumergirse en el mar, corta y desaloja un gran volumen de agua; es decir, la flotación será igual al volumen del fluido desalojado por su densidad por la gravedad terrestre: B = $\rho_f.V_f.g$ = $m_c g - m_{cf} g$. Porque la masa es densidad por volumen, M = ρ.V; de donde se deduce que la densidad de un cuerpo es: $\rho_c = \frac{(mc).\rho f}{(mc\ -\ mc.f)}$.

Ecuación desarrollada también por Arquímedes en el año 222 A.C.

Objetivos: Obtener la densidad de un cuerpo sólido geométrico, por dos métodos diferentes: realizando las mediciones de su masa y su volumen para la fórmula de densidad, y por la ecuación desarrollada por Arquímedes.

Demostrar el principio de Arquímedes, al comparar estos resultados entre sí, y con tablas de densidades para materiales conocidos.

Si se cuenta con piezas de diferentes volúmenes y formas del mismo material, se demuestra que la densidad de un cuerpo no depende de su forma geométrica.
Aplicar la fórmula de Arquímedes en cuerpos irregulares.

Equipos, materiales e instrumentos: Cuerpos sólidos de diferentes formas y materiales. Vernier y/o Tornillo micrométrico. Balanza con portavasos. Hilo inextensible liviano. Envase regula y agua, de preferencia de consumo humano.

Fundamentos: La ecuación $\rho_c = \dfrac{(mc).\rho f}{(mc - mc.f)}$. Permite conocer la densidad de un cuerpo de forma geométrica irregular y volumen desconocido, al medir la masa de un cuerpo dentro y fuera de un fluido de densidad conocida; con ella Arquímedes pudo resolver el problema que le había solicitado el Rey "Hierón Siracusa", de descubrir que su corona real, no era de oro puro, como afirmaba su orfebre. La densidad es una propiedad que relaciona la masa de un cuerpo entre el volumen que ocupa, siendo una característica importante en los elementos y sus aleaciones; la densidad en el sistema internacional es Kg/m^3, usada comúnmente como Grs/Cm^3, y en el sistema inglés como $Slug/Pie^3$. En la siguiente tabla se tienen algunas densidades en metales y otros materiales posibles, en el laboratorio de Física I.

SUSTANCIA	**DENSIDAD (g/cm^3)**	**SUSTANCIA**	**DENSIDAD (g/cm^3)**
Agua potable	(0,97 al 0,99)*	Zinc	7,13
Agua destilada	1,00	Hierro	7,83
Agua de mar	1,03	Acero Inoxidable	(7,90 al 8,0)*
Maderas	(0,50 al 0,90)*	Bronce	(8,4 al 8,50)*
Cuarzo	2,65	Latón	(8,50 al 8,70)*
Concreto seco	(2,18 al 2,8)*	Cobre	8,96
Vidrios	(2,40 al 2,7)*	Plata	10,52
Aluminio	2,71	Plomo	11,30
Vinil	1,15	Mercurio	13,60
Goma	1,26	Oro	19,31

* Las aleaciones o combinaciones de elementos tienen densidad variable según la proporción.

Procedimiento y montaje: Se inicia con calcular la densidad geométrica de las piezas entregadas a cada equipo, mínimo de tres y al menos una irregular, usando el Vernier y la balanza; recordando los volúmenes de paralelepípedos, cilindros entre otros con la fórmula de densidad: $\rho = M / V$. Resultados que se deben comparar con las tabulaciones que se tengan de densidades conocidas.

Seguidamente llenar un envase precipitado con el agua disponible y calcular sus densidades, de manera similar geométrica por el contenido del agua; luego colocar este contenido en la plataforma porta envases de la balanza, en donde se deben sumergir las piezas atadas cuidando de que no toque ni el fondo ni las paredes del envase.

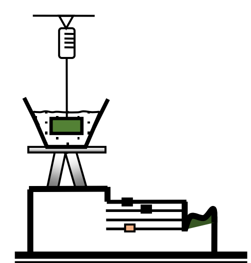
Luego se mide la masa de los cuerpos dentro del fluido y se calcula su densidad por la fórmula de Arquímedes. Para cerrar el ensayo con las comparaciones debidas y las respuestas a los objetivos predeterminados para demostrar.

Ejemplos Propuestos

a) Una barra de aluminio cilíndrica tiene 38,5 Cms de largo y 2,5 Cms de diámetro. Calcular la masa de la barra si su densidad se conoce de 2,71 Grs/Cms^3. **R: M = 0,51 Kg.**

b) Una pelota de softball tiene un diámetro de 8,6 Cms y una masa total de 295 g ¿Cuál es la densidad de la pelota? Si se considera una esfera **R: ρ = 0,886 g/cm^3.**

c) Una balanza de equilibrio sostiene un vaso de 250 gramos que tiene medio litro de agua destilada. Si se sumerge una pieza de aluminio de 100 Cms^3 y 271 gramos, como se indica en la figura del problema. Calcular la lectura en reposo de la balanza, considerando que la pieza de aluminio tendrá una pérdida de peso. **R: L = 921 gramos.**



10. ENFRIAMIENTO

La temperatura es la magnitud que indica el nivel de energía térmica de un cuerpo en un instante determinado. Cuando un objeto intercambia calor con su entorno o con una fuente externa, su temperatura varía hasta alcanzar el equilibrio térmico; este principio resulta esencial en el diseño mecánico y constructivo. Un ejemplo claro se observa en los metales: su alta conductividad térmica les permite calentarse con rapidez, pero también hace que cedan energía al ambiente de manera progresiva, por lo que su enfriamiento en contacto con el aire suele ser más lento de lo esperado; el tiempo que un objeto necesita para llegar al equilibrio térmico depende tanto de sus propiedades intrínsecas, como la densidad y la capacidad calorífica, así como de las condiciones externas que regulan el intercambio de energía.

Entonces, los cuerpos en estudio se calientan al estar en contacto con una fuente de calor mediante el proceso denominado conducción; posteriormente, al ser colocados sobre una superficie de madera, se analiza su enfriamiento hasta aproximarse a la temperatura ambiente, fenómeno que ocurre por transferencia de calor a través de la disipación. Este proceso fue estudiado por el genio del Renacimiento Sir Isaac Newton, quien, en sus investigaciones sobre el enfriamiento de cuerpos con diferentes formas, estableció que “El flujo de calor por unidad de área en un objeto es directamente proporcional a la diferencia entre su temperatura y la del entorno en un instante dado”. En otras palabras, si un cuerpo se calienta hasta una temperatura inicial alta (T_0), luego es colocado en un ambiente de temperatura ambiente (Ta), mucho menor; si tarda 10 minutos en descender unos 20°C, el tiempo requerido para perder otros 20°C será mayor. Esto ocurre porque la velocidad de enfriamiento disminuye a medida que la temperatura del cuerpo se aproxima a la del ambiente, siendo este valor una especie de asíntota horizontal.

Estos estudios conducen a la ley de enfriamiento a estudiar en este ensayo de Newton que afirma que: Para un cuerpo en enfriamiento, la rapidez con que la temperatura T(t) cambia, es directamente proporcional a la diferencia entre la temperatura inicial, y la temperatura ambiente T_A, del medio que lo rodea.

Relación de expresión matemática como la diferencial: $\frac{dT}{dt} = K.(To - T_A)$, donde “K” es la constante de enfriamiento del material en segundos inverso, S^{-1}, cuyos cálculos siguientes por observaciones al graficar T° Vs. t, y por solución de esa ecuación diferencial, la ubican como una curva monótona exponencial, de la forma: $\mathbf{T - T_A = (T_0 - T_A).e^{-(K.t)}}$; donde la temperatura de enfriamiento para cualquier tiempo “t” es proporcional negativo, en disminución constante a la diferencia entre la temperatura candente inicial, y la temperatura ambiente.

Objetivos: Determinar qué temperatura inicial tiene cada pieza de metal, cuando se retira de la fuente de calor, para iniciar su enfriamiento a la temperatura ambiente del laboratorio de Física I. Calcular la constante de enfriamiento de los cuerpos sólidos entregados en cada grupo, para demostrar que dicho valor depende de la densidad del material usado, su forma y tamaño.

Equipos, materiales e instrumentos: Termómetro digital con sonda de acero, Hornilla, Cronometro de preferencia digital, Balanza, Vernier, Pinzas para piezas de metal candente, diferentes piezas sólidas de metal con orificio central no pasante superior, y Portaobjetos de madera.

Fundamentos: La temperatura es una medida fundamental en la naturaleza, su cambio por calentamiento o por enfriamiento, es sin duda una característica de los diferentes materiales y sus densidades respectivas, de interés en el mundo de la ingeniería como saber importante a la hora de elegir materiales para diseños mecánicos y materiales de construcción. La ecuación del enfriamiento desarrollada por el Ingles Isaac Newton es un principio de la termodinámica en cuerpos sólidos, que permite al estudiante observar diferentes comportamientos para cambios importantes de temperatura, así como calcular la constante de enfriamiento en unidades de tiempo inverso, (t^{-1}), de un material particular, en su forma y en un ambiente conocido; en la idea de indagar más adelante la rapidez de conducción del calor en determinado metal o aleación denominado calor especifico, Ce en unidades de trabajo entre masa por temperatura, (J / Kg.K°). Reconociendo que materiales como el asbesto, corcho, papel y fibras de vidrio son malos conductores de calor, como los gases debido a su naturaleza diluida.

Foto de un termómetro digital con sonda de metal, y de algunas piezas con agujeros

Procedimiento y montaje: Coloque los cilindros de metal asignados a cada grupo, de preferencia de un mismo material, sea este de: Cobre, hierro, acero, aluminio, bronce, entre otros con diferentes formas, cilindros y paralelepípedos; sobre la hornilla o fuente de calor directo disponible. Coloque la sonda del termómetro en la abertura superior de la pieza, y espera hasta que llegue a los 100 °C, por lo menos (Fondo editorial U.D.O Anzoátegui, 1999, p.37).

Cuando el termómetro sobrepase esta temperatura, quitar con cuidado la o las piezas de la fuente de calor, evitando contacto directo y colocarlas con una pinza preferiblemente en el portaobjeto de madera ya dispuesto y cercano; para seguidamente colocar de nuevo el termómetro en cada pieza y activar el cronometro para mediciones cada 5 minutos; siendo la temperatura inicial "To", desconocida para calcular como referencia importante del experimento.

Con al menos seis o siete valores de temperatura en función del tiempo, (o sea de 30 a 35 minutos del ensayo), se debe apreciar que no es una recta tanto en los datos tabulados y/o al realizar la gráfica T° Vs t. Que según Newton es una curva monótona tipo exponencial como se dedujo, en la ecuación de enfriamiento: $T - T_A = (T_0 - T_A).e^{-(K.t)}$. Donde interesantemente la temperatura ambiente siempre será menos a la temperatura inicial por ser un enfriamiento y solo la temperatura "T" tiende a la T_A, para valores altos del tiempo, en un comportamiento asintótico.

En este conocimiento modificar la tabla de datos con el cambio de variable de sacar logaritmo natural a la diferencia: Temperatura del cuerpo menos temperatura ambiente, para obtener una tendencia a una recta con pendiente negativa; es decir tabulación $Ln(T° - T_A)$ Vs t. Para seguidamente por las ecuaciones de mínima diferencia al cuadrado o por puntos escogidos, obtener la pendiente y corte con la vertical de la tendencia a una recta. Quedando la fórmula, ordenada como una ecuación de recta punto pendiente, como: $Ln(T - T_A) = - K.t + Ln(T_0 - T_A)$.

De donde se obtiene por la pendiente de la recta, la constante de enfriamiento del material, en la unidad de 1/S o S^{-1}; que no se debe llamar Hercios, (Hz), por ser esta la unidad de frecuencia; en este sentido, por comodidad en la medición de tiempo y para obtener un valor con menos decimales, se sacará la constante de pérdida de temperatura o de enfriamiento en minutos inverso, (Min^{-1}). Para seguidamente con el valor del corte con la vertical de esta tendencia a una recta de pendiente negativa, obtener la temperatura inicial de la pieza, la cual debe ser mayor a la registrada antes de retirarla de la hornilla, y por supuesto mucho mayor a al primer valor registrado a los cinco minutos; con la relación en °C de: $b = Ln(T_0 – T_A)$, despejando como temperatura inicial candente de: $T_0 = e^b + T_A$.

En algunas situaciones en donde se desconoce la temperatura ambiente, el proceso de enfriamiento de la pieza puede expresarse como: $T = T_0.e^{-(K.t)}$. Quedando en sus cálculos igual que la pendiente es igual a la constante de enfriamiento m = K; pero ahora la temperatura inicial es igual a: $T_0 = e^b$; asumiendo que la lógica tendencia de la temperatura del cuerpo al valor cero, se refiere a este valor, como el de la temperatura ambiente, desconocida.

El experimento concluye con los comentarios y conclusiones de su experiencia, en el sentido de la posible relación de la rapidez de enfriamiento por la forma y tamaño del material; así como el valor de la constante de enfriamiento, en comparación con valores nominales que se tengan en determinadas piezas.

Ejemplos Propuestos

a) Un metal se enfría desde los 100 °C hasta los 80°C en un tiempo de 10 minutos; calcule la constante de enfriamiento para una temperatura ambiente de 20° C. R: **K = 0,0288 Min^{-1}.**

b) En un ensayo de laboratorio una gran pieza de bronce se calienta hasta más de 100°C y se pone para enfriamiento en un ambiente de 25°C, según la siguiente tabla de datos

Temperatura en °C	76,8	71	64,3	58,3	55,6
Tiempo en minutos	10	15	20	26,3	30

Calcule por pendiente en los extremos de la tabla modificada, la constante de enfriamiento de esta pieza y su temperatura inicial. **R: K = 0,016 min^{-1}; T_0 = 110,02 °C.**

c) Una pieza de aluminio se calienta sobre los 100 °C, y por su forma aplanada se enfría hasta los 85°C en 300 segundos, a partir de este valor nominal; si la temperatura ambiente es de 25 °C. Calcule la constante de enfriamiento en minutos^{-1}, y en qué tiempo la pieza tendrá una temperatura de 30 °C. **R: K = 0,0446 min^{-1}; t = 60,72 segundos.**

EPILOGO

Esta obra es un texto que complementa a las literaturas con los contenidos de la mecánica clásica para la Física I en carreras de ingeniería, con Física I y II, en carreras de educación para la enseñanza de la Física y/o la Matemática; en un contenido lógico secuencial según se disponen las unidades de la mecánica en sus asignaturas del básico universitario, para el laboratorio de Física que acompaña esta o estas asignaturas, sean en la misma materia ubicándose en el último encuentro de la semana, o como una asignatura aparte, en el semestre siguiente.

En ese sentido los autores en sus experiencias docentes, recomiendan que los laboratorios deben darse en conjunto con la asignatura respectiva y un mismo docente, recomendando aquí que las Físicas I y II, de ingenierías, sean de seis horas semanales en tres encuentros, donde el último y no necesariamente todas las semanas, sea para acudir al laboratorio respectivo; en el caso de carreras educativas cada una de las cuatro físicas deben ser de cuatro horas semanales, con el segundo encuentro para la actividades de laboratorios.

El contenido de este texto de laboratorio puede dictarse en 05 encuentros para la primera parte teórico-Práctica, que debe enseñarse completa y en otros cinco encuentros para el montaje y posterior entrega del informe respectivo, sobre los experimentos de laboratorios que aquí se exponen con un total de diez. En el sentido y juicio de cada docente de qué experimentos desarrollar según la división de grupos de cada curso semestre; es decir, no necesariamente hay que cubrirlos todos y su escogencia para realizar dependerá del avance y de los contenidos teóricos que se estén viendo en la asignatura. Situación diferente pero similar si la materia del laboratorio de Física I, es en el semestre siguiente a un encuentro semanal de entre dos y tres horas, según la universidad y su malla de carrera.

En este sentido este texto ofrece 10 experimentos clásicos, a saber y en el mejor orden en los conocimientos de la mecánica clásica: Mesa de Fuerza, para la suma vectorial como equilibrio. Aceleración inclinada constante, para el cálculo de la aceleración direccionada la fricción que la retarda. Lanzamiento parabólico, en la tipología de dificultad de encontrar el vector velocidad inicial. Coeficiente de fricción estática, en diferentes cuerpos y superficies con el concepto de masa y ángulo crítico. Fricción cinética, de un cuerpo sobre una superficie móvil; cuyo valor debe ser siempre menor a los obtenidos en cálculos similares para fricción estática.

Péndulo simple, para descubrir las variables afectivas y calcular la gravedad terrestre como lo hiciese Galileo Galilei. Ley de Robert Hooke, en su demostración rectilínea y cálculo de constantes en resortes. Máquina de Atwood masiva, como una dinámica clásica con las nociones de los momentos de torsión y de Inercia, en un cuerpo rígido. Principio de Arquímedes, para descubrir la flotación y el cálculo de densidades en cuerpos irregulares. Y Enfriamiento, como proceso interesante en metales y para encontrar constantes características.

Con la idea de que, si bien en un semestre es complejo realizar todos los experimentos en todos los grupos, el docente puede escoger cuales realizar según los contenidos dados en la asignatura base, así como intercambiar ensayos a fin de que no todos los estudiantes experimentan los mismos ensayos; o incluso establecer consultas sobre experimentos no vistos.

Porque una ejercitación amplia y suficiente permite el manejo de conocimientos y conceptos de la mecánica clásica, en una filosofía de usar las definiciones desarrolladas previamente como praxis educativa. En ese sentido y para una próxima edición de la obra, se pueden agregar los experimentos controlados de: Cinemática vertical libre, en lanzamientos hacia arriba. Bloques conectados, sobre inclinación y colgante para calcular la aceleración real y la tensión en la cuerda. Péndulo balístico, para el estudio de colisión inelástica perfecta y energías. Momento de Inercia, en volúmenes estándares por velocidad angular. Y Momento de torsión, por estudio de dos brazos, plano móvil o incluso por inclinación tipo grúa.

Como se señala en el epígrafe de *Al estudiante*, la práctica hace al maestro, porque solo con ejercitación controlada y con este texto experimentación para descubrir y mostrar el concepto visto, es que en definitiva se puede “vivir” el conocimiento en la mecánica clásica como fundamento para las ingenierías y su educación.

El texto puede ser estudiado y desarrollado a manera individual o grupal, antes o después de las prácticas de cada laboratorio por estudiantes en los inicios de la educación superior; en un desarrollo de: Lectura ordenada, consecutiva y con el suficiente compromiso de indagar el histórico de cada ensayo, sus protagonistas, así como sus objetivos educativos, en complemento de los conceptos y fórmulas usados en la clase teórica con sus ejercicios; evitando o superando la memorización conceptual, porque el concepto se aprende cuando se pone en práctica y cuando se observa.

REFERENCIAS

Fondo editorial U.D.O Anzoátegui. (1999). *Guía práctica de laboratorio*. Tercera edición. Universidad de Oriente. Venezuela.

Giancoli, D. (2009). *Física 1, Principios con Aplicaciones*. Sexta edición. Prentice Hall. México.

Rex, A., Wolfson, R. (2011). *Fundamentos de Física*. Pearson educación. México

Serway, R., y Jewett, J. (2008). *Física, volumen I*. Séptima edición. Cengage. México

Tirado, A., y Jorge, E. (2023). *Mecánica clásica para estudiantes de ingeniería y educación*, tercera edición. Editorial Universidad de Guayaquil.

Tirado, A., y García, G. (2019). Validación de las ecuaciones del rebote parabólico sobre una línea recta horizontal e inclinada, por medio de experimentos controlados en el laboratorio de Física I. *Paradigma.* 40(1). https://doi.org/10.37618/paradigma.1011-2251.2019.p218%20-%20230.id726

Young, H., y Freedman, R., Sears, F., Zemansky, M. (2009). *Física Universitaria*. Décima segunda edición. Addison Wesley. México.

ISBN: 978-9942-33-949-2

Compás
capacitación e investigación