PRINCIPIOS DE FÍSICA PARA EL BIOQUÍMICO FARMACÉUTICO

FREDDY ALBERTO PEREIRA GUANUCHE
FREDIS FRANCO PESANTEZ
KENNYA SELENE RUIZ VEINTIMILLA
KENNYA MARÍA PEREIRA RUIZ

PRINCIPIOS DE FÍSICA PARA
EL BIOQUÍMICO FARMACÉUTICO

Primera edición

PRINCIPIOS DE FÍSICA PARA EL BIOQUÍMICO FARMACÉUTICO

Autores

FREDDY ALBERTO PEREIRA GUANUCHE
FREDIS FRANCO PESANTEZ
KENNYA SELENE RUIZ VEINTIMILLA
KENNYA MARÍA PEREIRA RUIZ

Primera edición
Agosto 2017

compAs
Grupo de Capacitación e investigación pedagógica

Libro sometido a revisión de pares académicos.

Edición
Diagramación
Diseño
Publicación
Maquetación.
Grupo Compás
Cámara Ecuatoriana del Libro - ISBN-E: 978-9942-760-66-1
Guayaquill - Ecuador

ÍNDICE

PREFACIO

Principios de Física se realiza para los estudiantes que deseen introducirse en el mundo maravilloso del estudio de la física, y en especial para los estudiantes del primer semestre de Bioquímica y Farmacia de las instituciones de educación superior, que se especializan en Biología, profesiones de la salud y otras disciplinas que incluyen ciencias ambientales, de la tierra y sociales, y campos técnicos como la arquitectura. Las técnicas matemáticas que se aplican en este libro incluyen algebra, trigonometría y geometría.

Este libro cubre temas estándar de la física clásica y la física del siglo XX.

OBJETIVOS

Los principales objetivos de este libro introductorio son:

1. Proporcionar al estudiante una presentación clara y lógica de los conceptos y principios básicos de la física y fortalecer su comprensión mediante un amplio rango de interesantes aplicaciones con el mundo real.
2. Enfatizar firmes argumentos físicos y una metodología para resolver problemas. Al mismo tiempo intentamos motivar al estudiante a través de ejemplos prácticos que demuestran el papel de la física en otras disciplinas.

REVICIÓN A FONDO DE LAS ILUSTRACIONES

Cada ilustración en esta edición ha sido revisada en un estilo nuevo y moderno que ayuda a expresar los principios de la física en el trabajo de una manera más clara y precisa.

También se ha revisado cada grafica para asegurarse de que las situaciones físicas que se presentaban correspondieran exactamente a la discusión del texto en cuestión.

CONTENIDO

El texto se editó cuidadosamente para mejorar la claridad de la presentación y la precisión del lenguaje. Esperemos que el resultado sea un libro tanto preciso como agradable de leer.

AGRADECIMIENTO

Este libro no hubiera sido posible sin el interés y ánimo de mi esposa Kennya Selene, mis hijos Freddy Alberto y Kennya María, Mia Valentina mi hermosa nieta, amigos, a todos los estudiantes del Primer semestre de Bioquímica y Farmacia y a todos los estudiantes, compañeros Docentes y Autoridades de la Unidad Académica de Ciencias Químicas y de la Salud de la Universidad Técnica de Machala.

Dr. Quím. Ind. Freddy Alberto Pereira Guanuche, Mg.Sc.

ACERCA DE:

Pereira Guanuche Freddy Alberto, guía de temple fuerte, actitud positiva, que sabe dirigir a sus estudiantes, aportando en su formación desde el inicio de su carrera a ser profesionales de bien y eficientes para un futuro provechoso.

Docente titular agregado de la Unidad Académica de Ciencias Químicas y de la Salud de la Universidad Técnica de Machala. Entre los Títulos obtenidos, Magister en Enseñanza de la Física estudios que realizó en la Escuela Superior Politécnica del Litoral "ESPOL"; Diplomado en Docencia Superior Universitaria, Doctor en Química Industrial, y Químico Industrial, obtenido en la Universidad Técnica de Machala "UTMACH". Participó como miembro Organizador del I Congreso Latinoamericano de Ciencias Forenses y jurídicas del 25 al 27 de mayo del 2011, Mención de honor por su destacada participación En el concurso de "Reconocimiento a la Investigación CIENTIFICA Universitaria Estudiantil, galardones Nacionales, convocatoria SENECYT 2013 y 2014".

Cursos obtenidos, Docencia como práctica profesional compleja, Introducción a la Norma NTE IMEN ISO/IEC 17020: 2006- Criterios generales para el Funcionamiento de Diversos Tipos de Organismos que Realizan Inspección, Curso Intensivo Internacional de Bioestadística y Diseño de Experimentos, curso de Física en Estadística, Entrenamiento Teórico-Práctico "Principios básicos de Cromatografía de Gases y Uso de Cromatógrafo GCFULI 9790 Aplicada a Análisis de Alcoholes y Biogás", curso Teórico-Práctico "Espectrometría de Masas.

En la parte humana Esposo, Padre de Familia, Tío, y amigo excepcional. En su tiempo libre se dedica a aprender y auto educarse a través de la lectura, para compartir nuevos conocimientos a las nuevas generaciones.

Resolución de problemas y comprensión conceptual

Estrategias para la resolución de problemas, en cada unidad se desarrollara una serie de ejercicios los cuales algunos serán resueltos indicando su procedimiento y otros planteados para soluciones correspondientes.

Características del libro

La mayoría de los profesores de física creen que el libro seleccionado para un curso debe ser el principal guía del estudiante para aprender y entender la materia de estudio, además el libro debe tener un estilo accesible y estar escrito de una manera en la que se facilite la instrucción y el aprendizaje. Destacando estos puntos podremos describir, características pedagógicas, la cual mejorará la utilidad de este libro; tanto para estudiantes como para profesores.

Moldes

Aunque los estudiantes se enfrentan con cientos de problemas durante el curso de física, los instructores se dan cuenta de que un número relativamente pequeño de situaciones físicas forma la base de estos problemas. El físico forma un modelo del problema para resolverlo de manera simple al identificar la situación física común que se presenta en el problema. **(Serway-Jewelt. Vol2. Séptima Edición)**

Problemas

Un extenso conjunto de problemas se incluye al final de cada capítulo, los problemas tienen claves referentes a secciones específicas del capítulo. Los problemas adicionales, no tienen claves a secciones específicas." Cada capítulo incluye varios problemas marcados que requieren que los estudiantes piensen cualitativamente en algunas partes y cuantitativamente en otras. Los instructores pueden asignar tales problemas para guiar a los estudiantes hacia una comprensión más profunda, practicar varias y buenas técnicas de resolución de problemas y prepararse para los exámenes. Problemas para desarrollar razonamiento simbólico; así como muchos problemas piden respuestas numéricas. Para ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades en el razonamiento simbólico, cada capítulo contiene un par de problemas de otra manera idénticos, uno que pide una solución numérica y uno que pide una deducción simbólica. **(Serway-Jewelt. Vol2. Séptima Edición)**

Preguntas

La sección de preguntas al final de cada capítulo se revisó por completo. Se agregaron preguntas de opción múltiple, de clasificación y verdadero-falso. El profesor puede seleccionar entre ellas para asignar como tarea o usar en el salón de clase, posiblemente con métodos de "instrucción de pares" y acaso con sistemas de "compaginador".

Ejemplos

El primer tipo de ejemplo presenta un problema y respuesta numérica.

El segundo tipo de ejemplo es conceptual en naturaleza. Para dar énfasis a la comprensión de los conceptos físicos, los diversos ejemplos conceptuales se etiquetan como tales, se ponen en recuadros y están diseñados para enfocar a los estudiantes en la situación física del problema.

Preguntas rápidas

Las preguntas rápidas proporcionan a los estudiantes una oportunidad para poner a prueba su comprensión de los conceptos físicos presentados. Las preguntas piden a los estudiantes tomar decisiones de acuerdo a un razonamiento firme, y algunas de las preguntas se escribieron para ayudar a los estudiantes a superar interpretaciones equívocas comunes. Las preguntas rápidas se presentan en un formato objetivo, que incluyen opción múltiple, verdadero–falso y de clasificación.

COMO ESTUDIAR

Con frecuencia los estudiantes preguntan cuál es la mejor forma de estudiar física y prepararse para los exámenes. No hay una respuesta simple a esta pregunta, pero queremos ofrecerles algunas sugerencias con base en nuestra propia experiencia al aprenderla y enseñarla.

Primero y más importante mantenga una actitud positiva hacia la asignatura. Al igual que aprender un idioma, la física toma tiempo. Quienes se aplican en una base diaria pueden esperar alcanzar comprensión y triunfar en el curso. Tenga en mente que la física es la más fundamental de todas las ciencias naturales.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS DE ESTUDIO

Usualmente los estudiantes intentan hacer su tarea sin estudiar primero los conceptos básicos. Es esencial que entienda los conceptos y principios básicos antes de intentar resolver los problemas asignados. Esta meta la puede lograr mejor al leer cuidadosamente el texto antes de asistir a su clase acerca del material tratado. Cuando lea el texto, debe anotar aquellos puntos que no son claros para usted. **(Serway-Jewelt. Vol2. Séptima Edición)**

Su comprensión mejorara a través de una combinación de eficientes hábitos de estudio, discusiones con otros estudiantes y con instructores y su habilidad para resolver los problemas que se presenten en el texto. Plantee preguntas siempre que considere lo necesario para clarificar un concepto.

Es importante que establezca un horario de estudio de preferencia diario. Asegúrese de leer el programa de estudio del curso y apéguese al horario establecido por instructor. Como regla general, debe dedicar alrededor de dos horas de tiempo de estudio por cada hora que este en clases. Si tiene problemas con el curso, busque consejo de instructor u otros estudiantes que tomen el curso con mucha frecuencia los instructores ofrecen sesiones de repaso además de periodos de clases regulares. ***(GONZÁLEZ-2011)***

USO DE LAS CARACTERÍSTICAS

Debe usar todas las características del texto discutidas en el prefacio. Por ejemplo las notas marginales son útiles para localizar y describir ecuaciones y conceptos importantes y las negrillas indican enunciados y definiciones importantes. En los apéndices aparecen muchos enunciados útiles las cuales son más consultadas frecuentemente.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

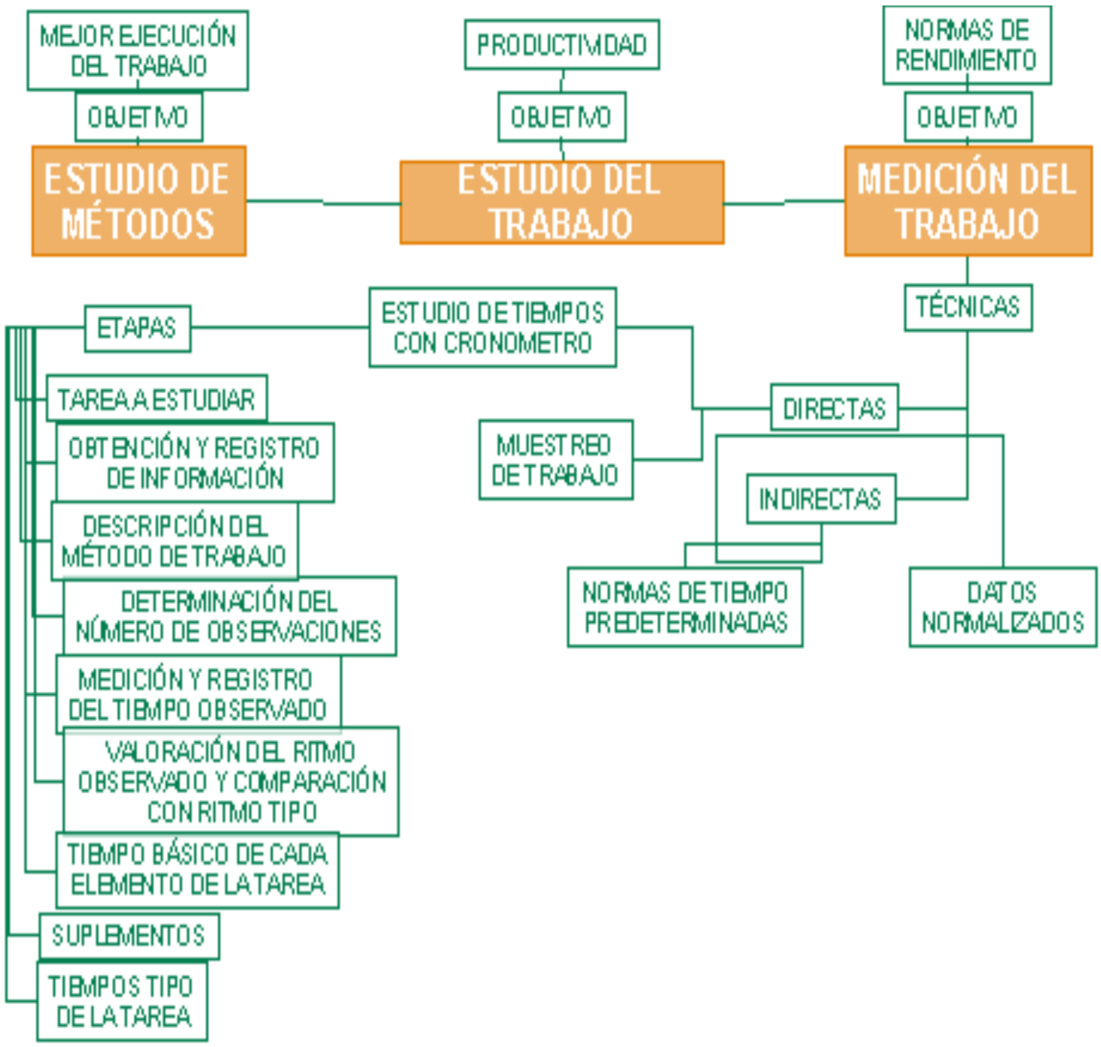
Es esencial que entienda los conceptos y principios básicos ante de intentar encontrar soluciones alternativas al problema muestra.

Cabe destacar que no debe engañarse al pensar que entiende un problema y problema simplemente porque observó cómo se resolvió en clases. Debe resolver problemas y problemas similares por cuenta propia.***(BARAHONA-2010***

ORGANIZADOR GRAFICO.

Bienvenidos a su guía de preparación para el examen

La guía para el examen es una herramienta que será de gran ayuda cuando se vaya a buscar algún tipo de ejercicio o tema y encontrarlo de manera eficiente, será de gran ayuda al momento de estudiar para un examen.



Sonido.

Objetivo: Conocer los parámetros más importantes relacionados con el sonido

Plan de repaso.

Concepto del sonido y características 15, 16, 17, 18, 19, 20,21.

Ejercicios 22, 23,24.

Movimiento en una dimensión.

Objetivo: Establecer la relación entre la posición y la velocidad de un cuerpo en movimiento.

Plan de repaso.

Conceptos básicos 25, 26, 27,28.

Ejercicios propuestos 29,30.

Ejercicios resueltos 31.

Vectores movimiento en dos dimensiones.

Objetivo: Identificar el movimiento en dos dimensiones y la dependencia de sus vectores.

Plan de repaso.

Capítulo, secciones 33, 34, 35, 36, 37,38.

Ejercicios resueltos 39,40.

Cuestionario 41.

1. INTRODUCCIÓN.

La física se sustenta en observaciones experimentales y mediciones cuantitativas. Los objetivos principales de la física son identificar un número limitado de leyes fundamentales que rigen los fenómenos naturales y usarlas para desarrollar teorías capaces de anticipar los resultados experimentales. Las leyes fundamentales que se usan para elaborar teorías se expresan en el lenguaje de las matemáticas, la herramienta que proporciona un puente entre teoría y experimento. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Muchas veces una teoría es satisfactoria solo bajo condiciones limitadas; a veces una teoría general es satisfactoria sin ciertas limitaciones. Por ejemplo, las leyes del movimiento descubiertas por Isaac Newton (1642–1727) describen con precisión el movimiento de los objetos que se mueven con rapideces normales pero no se aplica a objetos que se mueven con rapideces comparables con la velocidad de la luz. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

En contraste, la teoría especial de la relatividad, desarrollada más tarde por Albert Einstein (1879–1955), da los mismos resultados que las leyes de Newton a bajas rapideces pero también hace una descripción correcta del movimiento de los objetos con rapideces que se aproximan a la rapidez de la luz. Por lo tanto, la teoría especial relatividad de Einstein es una teoría de movimiento más general que la formada por las leyes de Newton.

La física clásica incluye los principios de la mecánica clásica, la termodinámica, la óptica y el electromagnetismo desarrollados antes de 1900. Newton realizó importantes contribuciones a la física clásica y también fue uno de los creadores del cálculo como herramienta matemática. Durante el siglo XVIII continuaron los grandes adelantos en la mecánica, los campos de la termodinámica y electromagnetismo se desplegaron al final del siglo XIX.

Una gran revolución en la física, conocida como física moderna, comenzó hacia el final del siglo XIX. La física moderna nació primordialmente porque la física clásica no era capaz de explicar muchos fenómenos físicos. En esta era moderna hubo dos hitos, las teorías de la relatividad y de la mecánica cuántica. La teoría especial de la relatividad de Einstein no solo describe en forma correcta el movimiento de los objetos que se mueven con rapideces comparables con la rapidez de la luz; también modifica por completo los conceptos tradicionales de espacio, tiempo y energía. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Además, la teoría muestra que la rapidez de la luz es el límite superior de la rapidez de un objeto y que la masa y la energía están relacionadas.

La mecánica cuántica la formularon algunos científicos distinguidos para proporcionar descripciones de los fenómenos físicos a nivel atómico. Con los principios de la mecánica cuántica se han construido muchos dispositivos prácticos. Los impactos de dichos desarrollos y descubrimientos en la sociedad han sido colosales, y es muy probable que los futuros descubrimientos y desarrollos serán excitantes, desafiantes y de gran beneficio para la humanidad. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

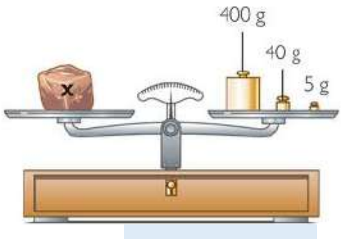
1.1. Estándares de longitud, masa y tiempo.

Longitud. La distancia entre dos puntos en el espacio se identifica como longitud. En 1120 el rey de Inglaterra decretó que el estándar de longitud en su país se llamaría yarda y sería precisamente igual a la distancia desde la punta de su nariz hasta el final de su brazo extendido. El estándar Ingles prevaleció hasta 1799. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Valores aproximados de algunas longitudes medidas	
	Longitud (m)
Distancia de la Tierra al quásar conocido más remoto	1.4×10^{26}
Distancia de la Tierra a las galaxias normales más remotas	9×10^{25}
Distancia de la Tierra a la galaxia más cercana (Andrómeda)	2×10^{22}
Distancia del Sol a la estrella más cercana (Próxima Centauri)	4×10^{16}
Un año luz	9.46×10^{15}
Radio orbital medio de la Tierra entorno al Sol	1.50×10^{11}
Distancia media de la Tierra a la Luna	3.84×10^{8}
Distancia del ecuador al Polo Norte	1.00×10^{7}
Radio medio de la Tierra	6.37×10^{6}
Altitud típica (sobre la superficie) de un satélite que órbita la Tierra	2×10^{5}
Longitud de un campo de futbol	9.1×10^{1}
Longitud de una mosca	5×10^{-3}
Tamaño de las partículas de polvo más pequeñas	$\sim 10^{-4}$
Tamaño de las células de la mayoría de las organismos vivientes	$\sim 10^{-5}$

Masa.

La unidad fundamental del SI de masa, el kilogramo (kg), es definido como la masa de un cilindro de aleación platino-iridio específico que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, Francia. Esta masa estándar fue establecida en 1887 y no ha cambiado desde esa época porque el platino-iridio es una aleación inusualmente estable. **(Serway-Jewelt. Vol1. Séptima Edición)**



Es una propiedad física de las partículas o las partículas que mide su inercia.

Tabla 1.2

Masas aproximadas de varios objetos	
	Masa (kg)
Universo observable	$\sim 10^{52}$
Galaxia Vía Láctea	$\sim 10^{42}$
Sol	1.9×10^{30}
Tierra	5.98×10^{24}
Luna	7.36×10^{22}
Tiburón	$\sim 10^{3}$
Humano	$\sim 10^{2}$
Rana	$\sim 10^{-1}$
Mosquito	$\sim 10^{-5}$
Bacteria	$\sim 1\times10^{-15}$
Átomo de hidrogeno	1.67×10^{-27}
Electrón	9.11×10^{-31}

TIEMPO.

Antes de 1960 el estándar de tiempo fue definido en términos del día solar medio hacia el año 1900. (Un día solar es el intervalo de tiempo entre apariciones sucesivas del Sol en el punto más alto que alcanza en el cielo cada día.) La unidad fundamental de un segundo (s) fue definida como (1/60) (1/60) (1/24) de un día solar medio. Ahora se sabe que la rotación de la Tierra varía ligeramente con el tiempo. Debido a eso, este movimiento no proporciona un tiempo estándar que sea constante. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Tabla 1.3

Valores aproximados de algunos intervalos de tiempo	
	Intervalo de tiempo (s)
Edad del universo	5×10^{17}
Edad de la Tierra	1×10^{17}
Edad promedio del estudiante universitario	6×10^{8}
Un año	3×10^{7}
Un día	9×10^{4}
Tiempo entre pulsos normales del corazón	8×10^{-1}
Periodo de ondas sonoras audibles	1×10^{-3}
Periodo de ondas de radio representativas	1×10^{-6}
Periodo de ondas de vibración del átomo en un solido	1×10^{-13}
Periodo de ondas de luz visible	2×10^{-15}
Duración de una colisión nuclear	1×10^{-22}
Tiempo necesario para que la luz viaje a través de un protón	3×10^{-24}

1.2.MATERIA Y CONSTRUCCIÓN DE MODELOS.

Si los físicos no pueden interactuar directamente con algunos fenómenos, con frecuencia imaginan un modelo para un sistema físico que se relaciona con el fenómeno. Por ejemplo, no existe la capacidad para interactuar con los átomos, porque son demasiado pequeños. Por lo tanto, se construye un modelo mental de un átomo respecto a un sistema de un núcleo y uno o más electrones alrededor del núcleo. Una vez identificados los componentes físicos del modelo, se hacen pronósticos acerca de su comportamiento en función de las interacciones entre los componentes del sistema o la interacción entre el sistema y el ambiente externo al sistema. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

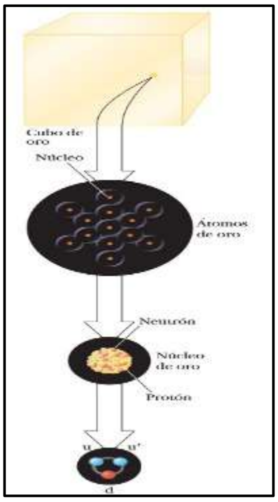
Como ejemplo, considere el comportamiento de la materia. Un cubo de 1 kg de oro sólido, tiene una longitud de 3.73 cm por lado. ¿Este cubo no es más que oro de pared a pared, sin espacio vacío? Si el cubo se corta por la mitad, las dos piezas todavía conservan su identidad química como oro sólido. ¿Y si las piezas se cortan de nuevo, una y otra vez, de manera indefinida? ¿Las partes más pequeñas siempre serán oro? Tales preguntas se pueden rastrear hasta los antiguos filósofos griegos. Dos de ellos, Leucipo y su discípulo Demócrito, no podían aceptar la idea de que tales cortes continuaran por siempre. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Elaboraron un modelo para la materia al especular que el proceso a final de cuentas debe terminar cuando produzca una partícula que ya no se pueda cortar. En griego, átomos significa “sin corte”. De este término griego proviene la palabra átomo. El modelo griego de la estructura de la materia fue que toda la materia ordinaria consiste de átomos. Más allá de esto, ninguna estructura adicional se especificó en el modelo; los átomos eran pequeñas partículas que interactuaban unas con otras, pero la estructura interna del átomo no era parte del modelo.

En 1897, J. J. Thomson identificó al electrón como una partícula cargada que es constituyente del átomo. Esto condujo al primer modelo atómico que contenía estructura interna. Después del descubrimiento del núcleo en 1911, se elaboró un modelo atómico en el que cada átomo estaba constituido de electrones que rodean un núcleo central. Sin embargo, este modelo condujo a una nueva pregunta: ¿el núcleo tiene estructura? Esto es: ¿el núcleo es una sola partícula o una colección de partículas? A partir de 1930 evolucionó un modelo que describía dos entidades básicas en el núcleo: protones y neutrones. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

El protón porta una carga eléctrica positiva; y un elemento químico se identifica por el número de protones en su núcleo. Esta cantidad se llamó número atómico del elemento. Por ejemplo, el núcleo de un átomo de hidrógeno contiene un protón (de modo que el número atómico del hidrógeno es 1), el núcleo de un átomo de helio contiene dos protones (número atómico 2) y el núcleo de un átomo de uranio contiene 92 protones (número atómico 92). Además del número atómico, una segunda cantidad, el número de masa, que se define como el número de protones más neutrones en un núcleo, caracteriza a los átomos. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

El número atómico de un elemento específico nunca varía (es decir, el número de protones no cambia) pero el número de masa sí varía (es decir, el número de neutrones cambia). Sin embargo, ¿ahí se detiene el proceso de división? Ahora se sabe que protones, neutrones y un cúmulo de otras partículas exóticas están compuestas de seis diferentes variedades de partículas llamadas quarks, a las que se les ha dado los nombres de arriba, abajo, extraño, encanto, fondo y cima. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**



Los quarks arriba, encanto y cima tienen cargas eléctricas de 2 3 del protón, mientras que los quarks abajo, extraño y fondo tienen cargas eléctricas de 1 3 del protón. El protón consiste de dos quarks arriba y un quark abajo, como se muestra en la parte inferior de la figura 1.2 y etiquetados u y d. Esta estructura predice la carga correcta para el protón. Del mismo modo, el neutrón consiste de dos quarks abajo y un quark arriba, lo que da una carga neta de cero.

__Fig. 1.2__ Niveles de organización en la materia. La materia común está constituida de átomos y en el centro de cada átomo esta un núcleo compacto constituido de protones y neutrones. Ellos están compuestos de quarks. Se muestra la composición de quarks de un protón

Conforme estudie física, debe desarrollar un proceso de construcción de modelos. En este estudio se le retará con muchos problemas matemáticos. Una de las más importantes técnicas para la resolución de problemas es construir un modelo para el problema: identifique un sistema de componentes físicos para el problema y haga predicciones del comportamiento del sistema con base en las interacciones entre sus componentes o la interacción entre el sistema y su ambiente circundante.

1.3. ANÁLISIS DIMENSIONAL.

La palabra dimensión tiene un significado especial en física. Denota la naturaleza física de una cantidad. Ya sea que una distancia se mida en unidades de pies, metros o brazas, todavía es una distancia; se dice que su dimensión es la longitud.

Dimensiones y unidades de cuatro cantidades deducidas				
Cantidad	**Área**	**Volumen**	**Rapidez**	**Aceleración**
Dimensiones	L^2	L^3	L/T	L/T^2
Unidades SI	m^2	M^3	M7s	m/s^2
Sistema usual estadounidense	Ft^2	Ft^3	Ft7s	ft/s^2

Los símbolos que se usan en este libro para especificar las dimensiones de longitud, masa y tiempo son L, M y T, respectivamente.3 Con frecuencia se usaran los corchetes para denotar las dimensiones de una cantidad física. Por ejemplo, el símbolo que se usa para rapidez es *v*, y en esta notación, las dimensiones de rapidez se escriben $[v] = \frac{L}{T}$.

Como otro ejemplo, las dimensiones del área *A* son $[A] = L^2$. Las dimensiones de otras cantidades, como fuerza y energía, se describirán conforme se introduzcan en el texto.

En muchas situaciones es posible que deba verificar una ecuación específica, para ver si satisface sus expectativas. Un procedimiento útil y poderoso llamado análisis dimensional ayuda para esta comprobación porque las dimensiones son tratadas como cantidad es algebraicas. Por ejemplo, las cantidades se suman o restan solo si tienen las mismas dimensiones. Además, los términos en ambos lados de una ecuación deben tener las mismas dimensiones. Al seguir estas simples reglas le será posible usar el análisis dimensional para determinar si una expresión tiene la forma correcta. Cualquier correspondencia es correcta solo si las dimensiones en ambos lados de la ecuación son las mismas. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Para ilustrar este procedimiento, suponga que está interesado en una ecuación para la posición *x* de un automóvil en un tiempo *t* si el automóvil parte del reposo en $x = 0$ y se mueve con aceleración constante *a*. La expresión correcta para esta situación es $x = \frac{1}{2}at^2$. Aplique el análisis dimensional para cotejar la validez de esta expresión. La cantidad *x* en el lado izquierdo tiene la dimensión de longitud. Para que la ecuación sea correcta en términos dimensionales, la cantidad en el lado derecho también debe tener la dimensión de longitud. Es posible realizar una verificación dimensional al sustituir las dimensiones para aceleración, L/T^2, y tiempo, T, en la ecuación. Esto es, la forma dimensional de la ecuación es: **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

$$L = \frac{L}{T^2} * T^2 = L$$

Las dimensiones de tiempo se cancelan, como se muestra, lo que deja a la dimensión de longitud en el lado derecho para igualar con la de la izquierda. Un procedimiento más general de análisis dimensional es establecer una expresión de la forma:

$$x \propto a^n t^m$$

Donde n y m son exponentes que se deben determinar y el símbolo $\propto$ indica una proporcionalidad. Esta correspondencia es correcta solo si las dimensiones de ambos lados son las mismas. Puesto que la dimensión del lado izquierdo es longitud, la dimensión del lado derecho también debe ser longitud. Esto es:

$$[a^n t^m] = L = L^1 T^0$$

Puesto que las dimensiones de la aceleración son L/T^2 y la dimensión de tiempo es T:

$$\left[\frac{L}{T^2}\right]^n T^m = L^1 T^0 \rightarrow (L^n T^{m-2n}) = L^1 T^0$$

Los exponentes de L y T deben ser los mismos en ambos lados de la ecuación. A partir de los exponentes de L, se ve de inmediato que n=1. De los exponentes de T, m-2n=0, lo que, una vez que se sustituye para n, produce m=2. Al regresar a la expresión original $x \propto a^n t^m$, se concluye $x \propto at^2$.(Serway & Faughtn, 2010)

1.4. Conversión de unidades.

A veces debe convertir unidades de un sistema de medición a otro o convertir dentro de un sistema (por ejemplo, de kilómetros a metros). Las igualdades entre unidades de longitud del SI y las usuales estadounidenses son las siguientes:

$$1\,mil = 1\,609\,m = 1.609\,km \qquad 1\,ft = 0.304\,8\,m = 30.48\,cm$$

$$1\,m = 39.37\,pulg = 3.281\,ft \qquad 1\,pulga = 0.025\,4\,m = 2.54\,cm$$

En el apéndice A se encuentra una lista más completa de factores de conversión. Como las dimensiones, las unidades se manipulan como cantidades algebraicas que se cancelan mutuamente. Por ejemplo, suponga que desea convertir 15.0 in a centímetros. Puesto que 1 in se define como exactamente 2.54 cm, encuentre que:

$$15.0\,pulg = 815.0\,pulg)\left(\frac{2.54cm}{1pulg}\right) = 38.1\,cm$$

Donde la relación entre paréntesis es igual a 1. Se debe colocar la unidad "pulgada" en el denominador de modo que se cancele con la unidad en la cantidad original. La unidad restante es el centímetro, el resultado deseado.

1.5. Cálculos aproximados y de orden de magnitud.

Suponga que alguien le pregunta el número de bits de datos en un disco compacto musical común. Su respuesta que por lo general no se espera que proporcione el número exacto, sino más bien una estimación, se debe expresar como notación científica. El orden de magnitud de un número se determina del modo siguiente:

a) Exprese el número en notación científica, con el multiplicador de la potencia de diez entre 1 y 10 y una unidad.

b) Si el multiplicador es menor que 3.162 (la raíz cuadrada de diez), el orden de magnitud del número es la potencia de diez en la notación científica. Si el multiplicador es mayor que

3.162, el orden de magnitud es uno más grande que la potencia de diez en la notación científica.

Se usa el símbolo $\sim$ para “es del orden de”. Use el procedimiento anterior para verificar los órdenes de magnitud para las siguientes longitudes:

$$0.008\,6\;m \sim 10^{-2}\;m \qquad 0.002\,1\;m \sim 10^{-3}\;m \qquad 720\;m \sim 10^{3}\;m$$

Por lo general, cuando se hace una estimación del orden de magnitud, los resultados son confiables hasta dentro de un factor aproximado de 10. Si una cantidad aumenta en valor por tres órdenes de magnitud, su valor aumenta por un factor de aproximadamente

$$10^3 = 1000.$$

Las imprecisiones provocadas por suponer muy poco para un número, con frecuencia se cancelan por otras suposiciones que son muy altas. Encontrará que, con práctica, sus estimaciones se vuelven cada vez mejores. Los problemas de estimación pueden ser divertidos de trabajar porque usted escoge con libertad los dígitos, aventura aproximaciones razonables para números desconocidos, hace suposiciones simplificadoras y convierte la pregunta en algo factible de responder, en su cabeza o con una mínima manipulación matemática en el papel. Debido a la simplicidad de este tipo de cálculos, se realizan en un pequeño trozo de papel y con frecuencia se llaman “cálculos de servilleta”. **(Club Ensayos. 2015)**

1.6. Cifras significativas.

Cuando se miden ciertas cantidades, los valores medidos se conocen solo dentro de los límites de la incertidumbre experimental. El valor de esta incertidumbre depende de varios factores, como la calidad del aparato, la habilidad del experimentador y el número de mediciones realizadas. El número de cifras significativas en una medición sirve para expresar algo acerca de la incertidumbre.

Como ejemplo de cifras significativas, suponga que se le pide medir el área de un disco compacto usando una regleta como instrumento de medición. Suponga que la precisión a la que puede medir el radio del disco es $\pm 0.1\ cm$. Debido a la incertidumbre de $\pm 0.1\ cm$, si el radio mide $6.0\ cm$, solo es posible afirmar que su radio se encuentra en algún lugar entre$5.9\ y\ 6.1\ cm$. En este caso, el valor medido de 6.0 cm tiene dos cifras significativas. Note que las cifras significativas incluyen el primer dígito estimado. Por lo tanto, el radio se podría escribir como $(6.0\ \pm 0.1)\ cm$.

Ahora encuentre el área del disco usando la ecuación para el área de un círculo. Si afirma que el área es$A = \pi r^2 = \pi(6.0cm)^2 = 113cm^2$, la respuesta seria injustificable porque contiene tres cifras significativas, que es mayor que el número de cifras significativas en el radio. Una buena regla empírica para la determinación del número de cifras significativas que se pueden afirmar en una multiplicación o división es la siguiente:

Cuando se multiplican muchas cantidades, el número de cifras significativas en la respuesta final es el mismo que el número de cifras significativas en la cantidad que tiene el número más pequeño de cifras significativas. La misma regla aplica para la división.

Al aplicar esta regla al área del disco compacto se ve que la respuesta para el área solo tiene dos cifras significativas, porque el radio observado solo tiene dos cifras significativas. En consecuencia, todo lo que es posible afirmar es que el área es de $1.1x102\ cm^2$.

Los ceros pueden o no ser cifras significativas. Los que se usan para la posición del punto decimal en números como $0.03\ y\ 0.0075$ no son significativos. Debido a eso, existen una y dos cifras significativas, respectivamente, en estos dos valores. Sin embargo, cuando los ceros vienen después de otros dígitos, existe la posibilidad de malas interpretaciones.

Por ejemplo, suponga que la masa de un objeto está dada como $1500\ g$. Este valor es ambiguo porque no se sabe si los últimos dos ceros se usan para ubicar el punto decimal o si representan cifras significativas en la medición. Para eliminar dicha ambigüedad, es común usar notación científica para indicar el número de cifras significativas. En este caso, la masa se expresaría como $1.5x10^3$g si hubiese dos cifras significativas en el valor observado, $1.50x10^3$ g si hubiese tres cifras significativas y $1.500x10^3$ g si hubiese cuatro.

La misma regla se sostiene para números menores que 1, de modo que $2.3x10^{-4}t$iene dos cifras significativas (y por lo tanto se podría escribir 0.00023) y $2.30x10^{-4}$tiene tres cifras significativas (también se escribe 0.000230). Para suma y resta debe considerar el número de lugares decimales cuando determine Cuantas cifras significativas ha de reportar: Cuando los números se sumen o resten, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número más pequeño de lugares decimales de cualquier término en la suma.

Por ejemplo, si desea calcular 123+5.35, la respuesta es 128 y no 128.35. Si se calcula la suma 1.000 1 + 0.000 3 = 1.000 4, el resultado tiene cinco cifras significativas aun cuando uno de los términos en la suma, 0.0003, solo tenga una cifra significativa. Del mismo modo, si se realiza la resta 1.002 - 0.998 = 0.004, el resultado solo tiene una cifra significativa, aun cuando un término tenga cuatro cifras significativas y el otro tenga tres. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

En este libro la mayoría de los ejemplos numéricos y problemas de fin de capitulo producirán respuestas que tienen tres cifras significativas. Cuando se realicen cálculos del orden de magnitud, por lo general se trabajara con una sola cifra significativa**. (Geovany, s,f)**

Si se debe reducir el número de cifras significativas en el resultado de una suma o resta, hay una regla general para redondear números: el último digito retenido se aumenta en 1 si el último digito eliminado es mayor que 5. Si el último digito eliminado es menor que 5, el ultimo digito permanece como esta. Si el último digito eliminado es igual a 5, el digito restante debe redondearse al número par más cercano. (Esta regla ayuda a evitar la acumulación de errores en procesos aritméticos largos.). **(Club Ensayos. 2015)**

FORMULARIO

FORMULAS	DESCRIPCIÓN
$[v] = \frac{L}{T}$	Dimensiones de rapidez
$[A] = L^2$	Dimensiones de área
$x = \frac{1}{2}at^2$	Ecuación para la posición *x* de un automóvil en un tiempo *t*, si parte del reposo.
$L = \frac{L}{T^2} * T^2 = L$	Dimensión de una ecuación
$x \propto a^n t^m$	Expresión de un análisis dimensional
$[a^n t^m] = L = L^1 T^0$	Expresión de una dimensión cuando ambos lados son los mismos.

PREGUNTAS:

1. Suponga que los tres estándares fundamentales del sistema métrico fuesen longitud, densidad y tiempo en lugar de longitud, masa y tiempo. El estándar de densidad en este sistema se debe definir como el propio del agua. ¿Qué consideraciones acerca del agua necesitaría abordar para asegurar que el estándar de densidad es tan preciso como sea posible?

2. Exprese las siguientes cantidades usando los prefijos dados en la tabla 1.4: a) $3\ x\ 10^{-4}$ m, b) $5\ X\ 10^{-5}\ s$, c) $72\ x\ 10^{2}$ g.

3. Ordene las siguientes cinco cantidades de la más grande a la más pequeña: a) $0.032\ kg$, b) $15\ g$, c) 2.7 x 10^{5} mg, d) $4.1\ x\ 10-8\ g$, e) $2.7\ x\ 108\ \mu g$. Si dos de las masas son iguales, deles igual lugar en su lista.

4. Si una ecuación es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación debe ser verdadera? Si una ecuación no es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación no puede ser verdadera?

5. ¿Responda cada pregunta con sí o no. Dos cantidades deben tener las mismas dimensiones a) ¿si las suma?, b) ¿si las multiplica?, c) ¿si las resta?, d) ¿si las divide?, e) ¿si usa una cantidad como exponente al elevar la otra a una potencia?, f) ¿si las iguala?

6. El precio de la gasolina en una estación es de 1.3 euros por litro. Una estudiante usa 41 euros para comprar gasolina. Si sabe que 4 cuartos hacen un galón y que 1 litro es casi 1 cuarto, de inmediato razona que puede comprar (elija una) a) menos de 1 galón de gasolina, b) aproximadamente 5 galones de gasolina, c) cerca de 8 galones de gasolina, d) más de 10 galones de gasolina.

EJERCICIOS:

1) El kilogramo estándar es un cilindro de platino–iridio de $39.0\,mm$ de alto y 39.0 mm de diámetro. ¿Cuál es la densidad del material?

2) Un cargador de mineral mueve $1200\,tons/h$ de una mina a la superficie. Convierta esta relación a libras por segundo $1\,ton = 2\,000\,lb$.

3) Un lote rectangular mide 100 ft por 150 ft. Determine el área de este lote en metros cuadrados.

4) Un auditorio mide $40.0\,m\times 20.0\,m\times 12.0\,m$. La densidad del aire es 1.20 kg/m3. ¿Cuáles son a) el volumen de la habitación en pies cúbicos y b) el peso en libras del aire en la habitación?

5) Una habitación mide $3.8\,m$ por $3.6\,m$ y su techo está a $2.5\,m$ de altura. ¿Es posible empapelar por completo las paredes de esta habitación con las páginas de este libro? Explique su respuesta.

6) Una pieza solida de plomo tiene una masa de $23.94\,g$ y un volumen de $2.10\,cm3$. A partir de estos datos, calcule la densidad del plomo en unidades del SI ($kg/m3$).

7) Una calculadora despliega un resultado como $1.365248\,0\,x\,10^7\,kg$. La incertidumbre estimada en el resultado es ±2%. ¿Cuantos dígitos debe incluir como significativos cuando escriba el resultado? Elija una: a) cero, b) uno, c) dos, d) tres, e) cuatro, f) cinco, g) no se puede determinar el número.

1

CINEMÁTICA

La Cinemática es la parte de la Física encargada de analizar el movimiento de las partículas sin atender a las causas de dicho movimiento y lo representa en términos de relaciones fundamentales.

Estudia las leyes del movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan.

1.1. CONCEPTOS BÁSICOS DE CINEMÁTICA.

-Noción de Cinemática: Todas las cosas del mundo físico están en movimiento, ya sea desde las más grandes hasta las más pequeñas.

-Espacio: Espacio Euclidiano en el que se suceden los eventos físicos.

-Tiempo: Instante en el que ocurre un evento; intervalo entre dos eventos.

-Cuerpo: Cualquier objeto macroscópico con masa.

-Partícula: Se considera partícula si sus dimensiones son despreciables en relación con las magnitudes de las distancias analizadas. Geométricamente, una partícula asocia la idea de un punto, por lo que generalmente se le denomina punto material o masa puntual.

-Posición: Lugar del espacio que ocupa una partícula.

-Movimiento: Efecto observado cómo cambio de la posición de una partícula.

-Sistema de referencia: Es un cuerpo (partícula) que, junto a un sistema de coordenadas, permite determinar la ubicación de otro cuerpo, en un instante dado. La descripción del movimiento depende del sistema de referencia se considera fijo.

-Vector desplazamiento (Δr): Es la variación que experimenta el vector posición de una partícula, en un cierto intervalo de tiempo (t).

-Reposo: Una partícula está en reposo durante un cierto intervalo de tiempo, cuando su posición cambia dentro de un mismo sistema de referencia.

Trayectoria: Es la línea que resulta de unir las diferentes posiciones que ocupó una partícula al moverse de un lugar a otro.

-Distancia recorrida (d): Es la longitud medida sobre la trayectoria recorrida por la partícula al moverse de una posición a otra.

A diferencia del desplazamiento, la distancia recorrida depende de la trayectoria.

-Velocidad (v): Es la relación que se establece entre el desplazamiento realizado por una partícula y el intervalo de tiempo en que se efectuó.

-Rapidez: Es la relación que se establece entre la distancia recorrida por la partícula al tiempo en que se realizó.

-Aceleración: Es la relación que se establece entre la variación de la velocidad que experimenta una partícula y el tiempo en que se realizó tal variación.

1.2. MOVIMIENTO RECTILINEO

Son aquellas que cuya trayectoria es una línea recta y el vector velocidad permanece constante en dirección, pero su módulo para variar.

Los movimientos rectilíneos se clasifican, según varíe o no el modulo vector velocidad: si se mantiene constante, el movimiento se denomina rectilíneo uniforme (MRU); si varía, se denomina movimiento rectilíneo variado (MRV). De este último solo se analizara el caso en que la variación sea constante, uniforme; es decir, el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV).

1.2.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU).

Un móvil describe un M.R.U si su trayectoria es una recta que recorre a velocidad constante: recorre distancias iguales en proporcional a la velocidad y al tiempo.

Por lo tanto, la distancia es directamente proporcional a la velocidad y al tiempo.

La velocidad, magnitud vectorial: una magnitud es vectorial cuando para determinar una cantidad no basta con decir su "medida" en una cierta unidad, sino que es necesario determinar también una dirección y un sentido, es decir, como su nombre lo indica, a magnitud vectorial se expresa con un vector, cuyas características son:

1) Punto de aplicación: el que ocupa el móvil en su trayectoria, en el instante considerado.

2) Dirección: tangente a la trayectoria.

3) Sentido: el del movimiento (para dónde va, para la derecha, para arriba, etc)

4) Medida: la que tenga en ese instante (es el módulo del vector, el valor numérico absoluto de la magnitud).

1.2.1.1. Leyes del Movimiento Rectilíneo Uniforme.

1ªLey: La velocidad es constante.

$$v = constante.$$

2ª Ley: El espacio recorrido es proporcional

$$e = v.t$$

1.2.1.2. Ecuación General del MRU.

Esta ecuación representa la posición de un móvil con movimiento rectilíneo uniforme a cualquier tiempo t y es particularmente útil para resolver problemas de encuentro de móviles. **(Física Goretti, 2011)**

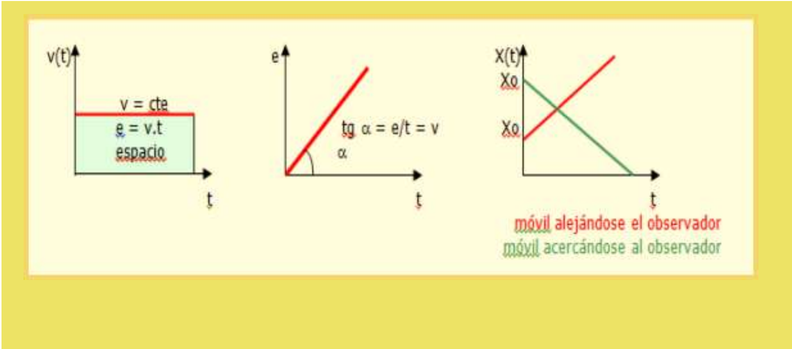


Fig. 1. 1. Representación gráfica del MRU.

Donde X(t) es la posición del móvil al tiempo t, X_o es la posición a tiempo cero (posición inicial),v representa la velocidad. **(Física Goretti, 2011)**

La diferencia entre X(t) y Xo representa el espacio recorrido por el móvil.

1.2.1.3. Representación gráfica del MRU.

Veremos a continuación que tipos de gráficos se obtienen al representar las leyes de este movimiento y la ecuación general:

$$a = \Delta V/\Delta t = (Vel_{final}-Vel_{inicial})/\ (t_{final}-t_{inicial})$$

1.2.2. Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV).

Concepto de aceleración: es la variación de la velocidad en función del tiempo. Cuando la velocidad está cambiando se dice que hay aceleración y el movimiento se llama “variado” (porque varía la velocidad). En un movimiento variado, la aceleración media correspondiente a un intervalo de tiempo se define como el cociente entre la variación de velocidad experimentada por el móvil y el intervalo de tiempo empleado en esa variación. Se llama aceleración al cociente entre una variación de velocidad y el tiempo en que se produce: La aceleración, magnitud vectorial: en el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es un

vector que tiene la misma dirección y el mismo sentido que el vector velocidad; en cambio, en el retardado, si bien su dirección coincide con la del vector
velocidad, su sentido es el opuesto. Esto se refleja en:

1) La velocidad va disminuyendo (las variaciones de v son negativas)

2) En la fórmula de la velocidad en un instante dado, v=vo-a.t1, el signo de la aceleración, que es el que evidencia su sentido, es contrario del signo de la velocidad inicial. Así que podríamos decir que se llama aceleración al vector que tiene la dirección y el sentido de la variación de la velocidad y cuya medida es el cociente entre la medida de la variación de la velocidad y el tiempo en que se produjo.

1.2.2.1. Fórmulas de MRUV.

$$\boldsymbol{d = \frac{1}{2} \times a \times t^2}$$

Esta fórmula sirve especialmente cuando el móvil parte del reposo aumentando la velocidad uniformemente (uniformemente acelerado)

$$\boldsymbol{d = Vi \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2}$$

Esta fórmula se usa particularmente cuando el movimiento es uniformemente variado

partiendo de cierta velocidad inicial distinta de 0.

En el caso de no tener a como dato, podemos usar:

$$\boldsymbol{d = \frac{1}{2} \times t \times (V_i + V_f)}$$

En el caso de no tener tiempo como dato, usamos:

$$d = (V_f^2 - V_i^2)/2a$$

1.2.2.2. Gráficos de MRUV.

Los gráficos de MRUV tienen la siguiente forma:

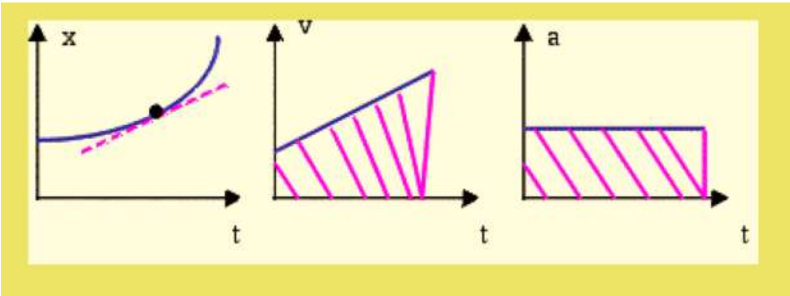


Fig. 1. 2. Representación gráfica de MRUV.

*En el gráfico x-t: La pendiente de la recta tangente en un punto de la parábola es la velocidad instantánea

*En el gráfico v-t: La pendiente de la recta es la aceleración y el área bajo esta recta es el desplazamiento

*En el gráfico a-t: El área bajo la recta es la variación de la velocidad.

1.3. MOVIMIENTO EN UN PLANO.

1.3.1. Movimiento parabólico.

Se trata de un "movimiento rectilíneo uniforme" en su desarrollo horizontal y un "movimiento uniformemente variado" en su desarrollo vertical.

Otro tipo de movimiento sencillo que se observa frecuentemente es el de una pelota que se lanza al aire formando un ángulo con la horizontal. Debido a la gravedad, la pelota experimenta una aceleración constante dirigida hacia abajo que primero reduce la velocidad vertical hacia arriba que tenía al principio y después aumenta su velocidad hacia abajo mientras cae hacia el suelo.

Es un movimiento cuya velocidad inicial tiene componentes en los ejes "x" e "y", en el eje "y" se comporta como tiro vertical, mientras que en el eje "x" como M.R.U.

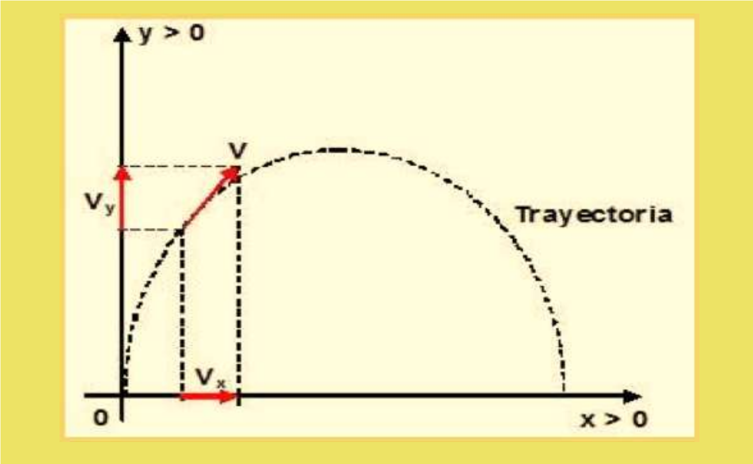


Fig. 1. 3. Representación gráfica del movimiento parabólico.

1.3.2. Movimiento Circular.

Se define movimiento circular como aquél cuya trayectoria es una circunferencia. Una vez situado el origen O de ángulos describimos el movimiento circular mediante las siguientes magnitudes.

1.3.2.1. Movimiento Circular Uniforme (MCU).

Se denomina así al movimiento circular en el cual un móvil recorre arcos de circunferencia iguales en tiempos iguales. Esto significa, en otras palabras, que el móvil tarda siempre el mismo tiempo en recorrer toda la circunferencia completa. Imagínense un automóvil que circula por una pista circular siempre a la misma velocidad. En este caso, dicho automóvil pasará por el punto de partida a intervalos de tiempo regulares.

Dentro de este tipo de movimiento, vamos a definir en primer lugar algunos conceptos importantes:

Vector posición o radio vector (r): Es el vector que une el centro de la circunferencia con el móvil.

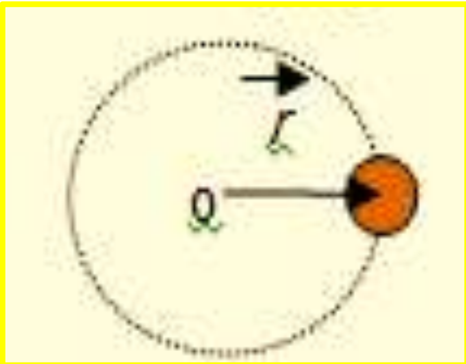


Fig. 1. 4. Representación gráfica del radio vector.

Velocidad angular (ω): Se define como el ángulo barrido por el vector posición en la unidad de tiempo. Velocidad angular

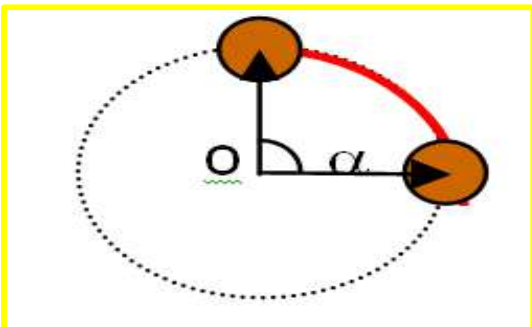


Fig. 1. 5. Representación gráfica de la velocidad angular.

$$\omega = \alpha / t$$

$$[\omega] = radianes / seg.$$

Por convención la velocidad angular es positiva cuando el objeto se mueve en sentido contrario a las agujas del reloj (anti horario) y negativa en sentido horario. **(Física Goretti, 2011)**

Radián: la medida de un ángulo, expresada en radianes, queda definida por el cociente entre la longitud del arco de circunferencia (Δd) y el radio correspondiente (R). **(Física Goretti, 2011)**

Velocidad tangencial (v_t): es el cociente entre el arco de circunferencia (Δd) y el tiempo empleado en recorrer dicho arco. **(Física Goretti, 2011)**

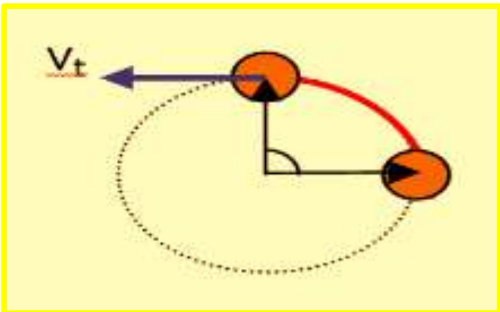


Fig. 1. 6 Representación gráfica de la velocidad tangencial

Se denomina velocidad tangencial pues su dirección es tangente al arco de la circunferencia (flecha azul).

La relación que existe entre la velocidad angular y la tangencial es la siguiente:

$$V_t = \omega \times R$$

Si el radio está expresado en metros y la velocidad angular en rad/seg, la velocidad queda expresada en m/seg. Esta velocidad es constante en el MCU.

Frecuencia (f): se define como el número de revoluciones (o vueltas) que realiza el móvil en la unidad de tiempo. Generalmente se expresa en Revoluciones por minuto (RPM) o vueltas por segundo (1/seg). **(Física Goretti, 2011)**

Período (T): representa el tiempo empleado por el móvil en realizar un giro completo. Es la inversa de la frecuencia expresada en 1/seg. **(Física Goretti, 2011)**

La unidad de T debe estar expresada en unidades de tiempo.

$$T = \frac{1}{f}$$

Aceleración centrípeta (a_c): si bien el módulo del vector que representa la velocidad tangencial es constante durante todo el movimiento, no ocurre lo mismo con su dirección, pues esta cambia continuamente, girando hacia el centro de la circunferencia de modo tal que siempre sea tangente a ésta. La aceleración centrípeta da cuenta de esta variación. **(Física Goretti, 2011)**

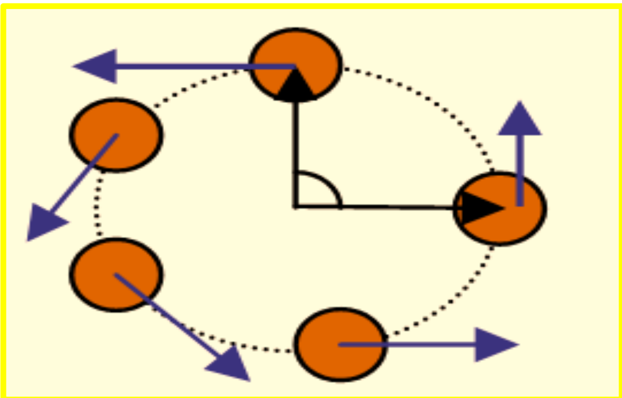


Fig. 1. 7 Representación gráfica de la aceleración centrípeta.

Las flechas azules representan las distintas posiciones y orientaciones del vector v_t.

La aceleración centrípeta se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$a_c = \omega \cdot v = v^2 / R = \omega^2 \cdot R$$

1.3.2.2. Movimiento Circular Uniformemente Variado (MCUV).

En este tipo de movimiento, tanto la velocidad tangencial como la angular no son constantes en el tiempo. Imaginemos un cilindro que puede girar libremente sobre un eje horizontal al cual le enrollamos un hilo del cual colgamos una pesa. Al soltar dicha pesa, el cilindro girará desenrollando el hilo y los puntos de la superficie del cilindro experimentarán un movimiento circular acelerado por la acción de la gravedad sobre la pesa. Otro ejemplo es el de una calesita: inicialmente esta quieta y al cabo de un determinado lapso de tiempo, alcanza una cierta velocidad de rotación.

Aceleración tangencial (a_t): Representa la variación de la velocidad tangencial por unidad de tiempo. **(Física Goretti, 2011)**

$$a_t = (v_f - v_o) / t$$

Esta es la misma aceleración que vimos en el MRUV, por lo tanto su unidad es m/seg^2.

Aceleración Angular (φ): representa la variación de la velocidad angular por unidad de tiempo.

$$\varphi = (\omega_f - \omega_o) / t$$

Esta aceleración se expresa en rad / seg ^{2} o, simplemente, 1 / seg ^{2}.Ambas aceleraciones se pueden relacionar a partir de la relación entre la velocidad angular y la tangencial:

$$a_t = (v_f - v_o) / t = (\omega_f R - \omega_o R) / t = (\omega_f - \omega_o) . R / t = \varphi . R$$

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
t	Tiempo
x	Posición
v_o	Velocidad inicial
v	Velocidad
a	Aceleración
ω	Velocidad angular
ω_0	Velocidad angular inicial

Formulario N°1: Cinemática.

FÓRMULA	NOMBRE
$x = x_o + v \times t$	M.R.U.Movimiento Rectilíneo Uniforme $v = cte, a = 0$
$a = \Delta V/\Delta t$	Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)
$d = \frac{1}{2} \times a \times t^2$	
$d = Vi \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$	
$d = (V_f^2 - V_i^2)/2a$	
$\omega = \alpha / t$	Velocidad angular
$\alpha\ (rad) = \Delta d / R$	Radián
$V_t = \omega \times R$	Velocidad tangencial
$T = \frac{1}{f}$	Período
$a_c = \omega \cdot v = v^2 / R = \omega^2 \cdot R$	Aceleración centrípeta

Experimento N°1: Cinemática.

Materiales:

- Tres dados.
- Tres vasos.
- Agua.
- Glicerina.
- Un cronómetro.

Procedimiento

Lo primero que tenemos que hacer es colocar en una mesa los tres vasos. El primero lo dejaremos vacío, el segundo lo llenaremos de agua y el tercero, de glicerina.

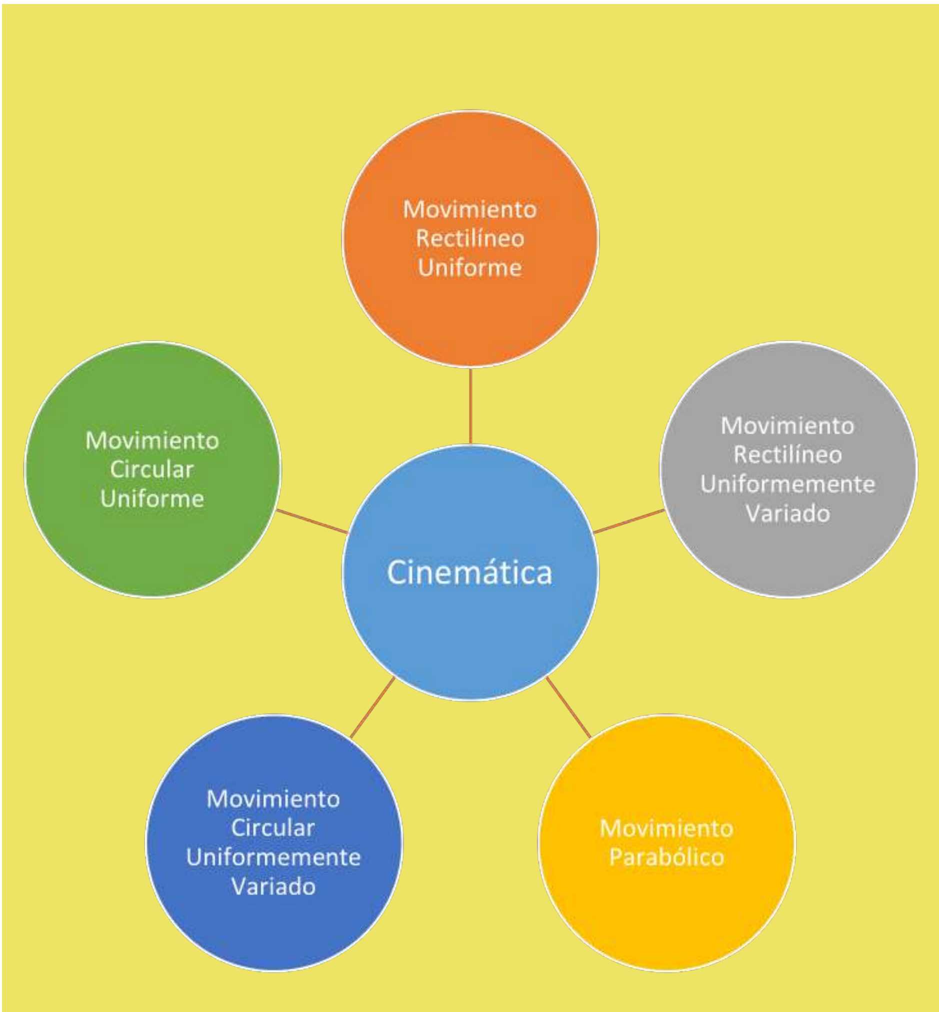
Una vez preparados, procedemos a dejar caer el primer dado en el vaso vacío y cronometramos el tiempo de caída. Hacemos lo mismo con los otros dos y observaremos la abismal diferencia de tiempo entre los dos primeros y el último, en el que además el desplazamiento es un movimiento rectilíneo uniforme.

¿Por qué ocurre esto?

Explicación

La densidad media de un dado de plástico es prácticamente la misma que la de la glicerina. Por eso, gracias a la aceleración inicial (al dejarlo caer), el dado baja a una velocidad constante y mucho más lenta que en el agua.

<u>Organizador Gráfico N°1: Cinemática.</u>



Ejercicios Resueltos N°1: Cinemática.

Ejercicio Nº 1

La velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s. ¿En cuánto tiempo se oirá el disparo de un cañón a 1020 m de distancia?

Datos:

V= 340 Km t= ?

e= 1020 m ➔ t= e/v $= \frac{1020\ m}{340\ m/s} =$ **3 s**

2.- Una partícula se desplaza al norte a una distancia de 560 m, demorando 8 segundos. Hallar la velocidad

Datos:

E= 560 m t= 8 s ➔ v= e/t $\underline{560\ m/8\ s}$ = **70 m/s**

3.- Un auto recorre con rapidez constante una distancia de 340 Km. en 4 horas. ¿Cuál es el valor de la rapidez?Datos:

e= 340 Km.

t= 4 horas ➔ V= e/t $= \frac{340\ Km}{4\ h} =$ **85 Km / h**

Ejercicio Nº 2

Una partícula se mueve a lo largo del eje X, de tal manera que su posición varía con el tiempo según la ecuación X = 2t2 – 1, expresando el espacio en metros y el tiempo en segundos. Halla la velocidad media en los intervalos de tiempo siguientes:

a) entre 2 y 3 segundos.
b) 2 y 2,1 segundos.
c) 2 y 2,01 segundos.
d) 2 y 2,001 segundos.
e) Halla la velocidad instantánea a los 2 segundos.

Solución:

Al tratarse de un movimiento rectilíneo podemos trabajar con escalares:

a) $X_{2s} = 2.2^2 - 1 = 7\ \text{m}$; $X_{3s} = 2.3^2 - 1 = 17\ \text{m}$; $\Delta X = 17 - 7 = 10\ \text{m}$

$\Delta t = 3 - 2 = 1\ \text{s}$; $V_m = \dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{10\ m}{1\ s} = 10\ m/s$

b) $X_{2s} = 2.2^2 - 1 = 7\ \text{m}$; $X_{2,1s} = 2.(2,1)^2 - 1 = 7{,}82\ \text{m}$;
$\Delta X = 7{,}82 - 7 = 0{,}82\ \text{m}$

$\Delta t = 2{,}1 - 2 = 0{,}1\ \text{s}$; $V_m = \dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{0{,}82\ m}{0{,}1\ s} = 8{,}2\ m/s$

$\Delta t = 2{,}1 - 2 = 0{,}1\ \text{s}$; $V_m = \dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{0{,}82\ m}{0{,}1\ s} = 8{,}2\ m/s$

c) $X_{2s} = 2.2^2 - 1 = 7\ \text{m}$; $X_{2,01s} = 2.(2,01)^2 - 1 = 7{,}0802\ \text{m}$

$\Delta X = 7{,}0802 - 7 = 0{,}0802\ \text{m}$; $\Delta t = 2{,}01 - 2 = 0{,}01\ \text{s}$

$$V_m = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{0{,}0802\ \text{m}}{0{,}01\ \text{s}} = 8{,}02\ \text{m/s}$$

d) $X_{2s} = 2.2^2 - 1 = 7\ \text{m}$; $X_{2,001s} = 2.(2,001)^2 - 1 = 7{,}008002\ \text{m}$

$\Delta X = 7{,}008002 - 7 = 8{,}002 \,.\, 10^{-3}\text{m}$; $\Delta t = 2{,}001 - 2 = 0{,}001\ \text{s}$

$$V_m = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{8{,}002.10^{-3}\text{m}}{0{,}001\ \text{s}} = 8{,}002\ \text{m/s}$$

e) $V = \dfrac{dX}{dt} = 4t$; $V_{2s} = 8\ m/s$

Ejercicio Nº3

Las posiciones que ocupa un móvil en su movimiento, vienen dadas por las siguientes ecuaciones, en las que x, y, z quedan expresadas en metros y t en segundos:

$X = t^2 + 2t - 5$; $Y = t + 1$; $Z = t^3 + 2t$. Halla para el instante t = 2s:

a) La posición del móvil y la distancia al origen.
b) El vector velocidad y su módulo
c) El vector aceleración y su módulo.
d) El módulo de la aceleración tangencial y normal.
e) El radio de curvatura.

Solución:

a) $\vec{r} = (t^2 + 2t - 5)\,\vec{i} + (t+1)\,\vec{j} + (t^3 + 2t)\,\vec{k}$; $\vec{r}_{2s} = 3\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + 12\,\vec{k}$;

$\left|\vec{r}\right| = \sqrt{162}\ m$

b) $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = (2t+2)\,\vec{i} + \vec{j} + (3t^2 + 2)\,\vec{k}$;

$\vec{v}_{2s} = 6\,\vec{i} + \vec{j} + 14\,\vec{k}$; $\left|\vec{v}\right| = \sqrt{233}\ m/s$

c) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 2\,\vec{i} + 6t\,\vec{k}$; $\vec{a}_{2s} = 2\,\vec{i} + 12\,\vec{k}$; $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{148}\ m/s^2$

d) $$\left|\vec{a}_t\right| = \frac{d\left|\vec{v}\right|}{dt} = \frac{2.(2t+2).2 + 2.(3t^2+2).6t}{2\sqrt{(2t+2)^2 + 1 + (3t^2+2)^2}} = \frac{360}{2\sqrt{233}} = \frac{180}{\sqrt{233}} = 11{,}8\ m/s^2.$$

$$\left|\vec{a}_n\right|^2 = \left|\vec{a}\right|^2 - \left|\vec{a}_t\right|^2 = 148 - \frac{180^2}{233} \approx 9\ m/s^2 \quad ; \quad \left|\vec{a}_n\right| = 3\ m/s^2$$

e) $$\left|\vec{a}_n\right| = \frac{\left|\vec{v}\right|^2}{R} \quad ; \quad R = \frac{\left|\vec{v}\right|^2}{\left|\vec{a}_n\right|} = \frac{233}{3} = 77{,}6\ m$$

Ejercicio Nº 4

Desde la terraza de un edificio de 50 m de altura se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 20 m/s. La piedra al caer libra el edificio, tal como indica el dibujo. Determina:

a) El tiempo necesario para que alcance la altura máxima.
b) La altura máxima.
c) El tiempo necesario para que la piedra alcance la altura desde la que fue lanzada.
d) La velocidad de la piedra en ese instante.
e) La velocidad y posición de la piedra en 5 s.
f) El tiempo que tarda la piedra en llegar al suelo y velocidad con que impacta.

Solución:

A las posiciones de la piedra durante el recorrido les asignamos las letras A, B, C, D y E

Tomamos como origen de coordenadas el suelo, sentido positivo del eje Y hacia arriba, y como origen de tiempos el instante en el que se lanza la piedra, por lo que:

$V_0 = V_A = 20$ m/s , $a = g = - 9,8$ m/s^2 , $t_0 = 0$ s

La velocidad arriba del todo, VB será cero.

$V = V0 + a \cdot \Delta t$; $VB = VA + a \cdot t$

$0 = 20 + (-9,8)\ t$; $t = 2,04$ s

b) $Y = Y\ 0 + v0 \cdot \Delta t + 1/2\ a \cdot \Delta t2$

$Ymax.= YB = YA + VA \cdot t + \frac{1}{2}\ a \cdot t2$

$YB = 50 + 20 \cdot 2,04 + \frac{1}{2}\ (-9,8)\ (2,04)2 = 70,4$ m

$Yc = YA = 50$ m ; $Yc = YA + VA \, . \, t + \frac{1}{2} a \, . \, t2$

$$50 = 50 + 20.t - \frac{1}{2} (-9,8) \, t2$$

dos soluciones: t1 = 0 (inicial) ; t2 = 4,08 s (vuelve a pasar)

d) $VC = VA + a \, . \, t = 20 + (-9,8).(4,08) = -20$ m/s

e) Será el punto D:

$$V_D = V_A + a \, . \, t = 20 + (-9,8)(5) = -29 \text{ m/s}$$

$$Y_D = Y_A + V_A.t + \frac{1}{2} a. t^2 = 50 + 20.5 + \frac{1}{2}(-9,8) \, 5^2 = 27,5 \text{ m}$$

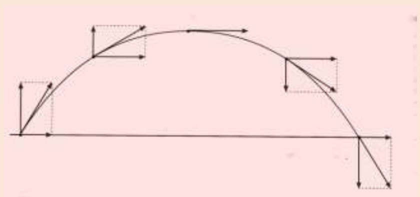
f) Será el punto E:

$$Y_E = Y_A + V_A.t + \frac{1}{2} a. t^2 ; \quad 0 = 50 + 20.5 + \frac{1}{2}(-9,8) \, t^2$$

dos soluciones: $t_1 = 5,83$ s ; $t_2 = -1,75$ s (no válida, antes de lanzar)

$$VE = VA + a.t = 20 + (-9,8).(5,83) = -37,13 \, m/s$$

Ejercicio Nº 5



Se dispara un cañón con un ángulo de tiro de 30º y con una velocidad inicial de 500 m/s. Tomando g = 10 m/s^2, calcula:

a) El módulo de la velocidad a los 3 s.
b) La posición del proyectil en ese instante.
c) La altura máxima alcanzada.
d) El alcance del tiro.
e) La ecuación de la trayectoria.

Solución:

Tomamos como origen de coordenadas el cañón, sentido positivo del eje Y hacia arriba, sentido positivo del eje X el del avance del proyectil, y como origen de tiempos el instante del disparo (t_0 = 0), por lo que los datos del problema en forma vectorial son:

$$\vec{a} = \vec{g} = -10\,\vec{j} \quad ; \quad \vec{r}_o = 0\,\vec{i} + 0\,\vec{j} = 0 \quad ;$$

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos 30\,\vec{i} + v_0 \,\text{sen} 30\,\vec{j} = 500\frac{\sqrt{3}}{2}\,\vec{i} + 500 . \frac{1}{2}\,\vec{j} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + 250\,\vec{j} \qquad \text{a)}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a} . \Delta t \; ; \; \vec{v} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + 250\,\vec{j} - (10\,\vec{j})\,t \; ;$$

$$\boxed{\vec{v} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + (250 - 10\,t)\,\vec{j}}$$

$$\vec{v} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + (250 - 10 . 3)\,\vec{j} \quad ; \quad \vec{v} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + 220\,\vec{j} \quad ; \quad \left|\vec{v}\right| = 485{,}7 \text{ m/s}$$

b) $\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_0 . \Delta t + \frac{1}{2}\vec{a} . \Delta t^2 \quad ;$

$$\vec{r} = 0 + (250\sqrt{3}\,\vec{i} + 250\,\vec{j})\,t + \frac{1}{2}(-10\,\vec{j})\,t^2$$

$$\boxed{\vec{r} = 250\sqrt{3}\,t\,\vec{i} + (250\,t - 5\,t^2)\,\vec{j}} \quad \vec{r} = 250\sqrt{3} . 3\,\vec{i} + (250 . 3 - 5 . 3^2)\,\vec{j}$$

$$\vec{r} = 750\sqrt{3}\,\vec{i} + 705\,\vec{j}$$

c) La altura máxima la alcanza cuando $V_y = 0 \quad ; \qquad 250 - 10\,t = 0 \quad ;$

$t = 25$ s

$$y_{max} = 250\,t - 5\,t^2 = 250 . 25 - 5 . 25^2 \quad ;$$

$$y_{max} = 3125\,m$$

a) Alcance horizontal máximo: Cuando $y = 0 \quad ; \qquad 250\,t - 5\,t^2 = 0$

dos soluciones: $t_1 = 0 \quad ; \quad t_2 = 50\,\text{s}$

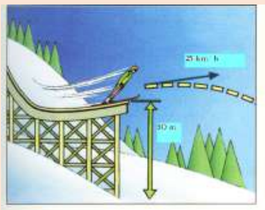
$$x_{max} = 250\sqrt{3}\,t \quad ; \quad x_{max} = 12500 . \sqrt{3}\text{ m}$$

e) Ecuación de la trayectoria: combinando la ecuación de la posición horizontal con la de la posición vertical y eliminando el tiempo:

$x = 250\sqrt{3}\ t \quad , \quad y = 250\ t - 5\ t^2$ despejando t de la ecuación de x:

$t = \dfrac{x}{250\sqrt{3}}$ y sustituyendo en la de la y resulta: $y = \dfrac{x}{\sqrt{3}} - \dfrac{x^2}{37500}$

<u>Ejercicio Nº 6</u>



Un esquiador baja por una pendiente y se despega del suelo moviéndose en dirección horizontal con una rapidez de 25 m/s. Si la plataforma de salida está a una altura del suelo de 50 m, calcula:

a) El vector de posición antes de saltar.
b) El tiempo que tardará en caer en la nieve.
c) El espacio horizontal recorrido.
d) La velocidad con que llega a la nieve.
e) El vector de posición final.

Solución: **Se toma como origen de coordenadas el punto del suelo, en la nieve, que está justo debajo de la salida de la plataforma del esquiador,sentido positivo del eje Y hacia arriba, sentido positivo del eje X el del avance del esquiador, y como origen de tiempos el instante del salto ($t_0 = 0$).**

<u>Eje X</u>: M.R.U. $X_0 = 0 \quad , \quad V_{0x} = 25$ m/s

<u>Eje Y</u>: M.R.U.V. $Y_0 = 50$ m $\quad , \quad V_{0y} = 0 \quad , \quad a = g = -9{,}8$ m/s^2

a) $\vec{r}_0 = x_o\,\vec{i} + y_o\,\vec{j} \qquad ; \qquad \vec{r}_0 = 50\,\vec{j}$

b) Cuando llegue a la nieve, su altura será $Y_{nieve} = 0$

$$Y_{nieve} = Y_o + V_{oy}t + \frac{1}{2}g.t^2 \quad ; \quad 0 = 50 + 0.t + \frac{1}{2}(-9,8)\,t^2 \quad ; \quad t = 3,19 \text{ s}$$

c) $X = X_0 + V_x t \quad ; \quad X = 0 + 25\,.3,19 = 79,75 \text{ m}$

d) Al llegar al suelo la velocidad horizontal sigue siendo la misma $V_x = 25$ m/s

y la vertical: $V_y = V_{oy} + g\,.\Delta t = 0 - 9,8\,.\,3,19 = -31,26$ m/s ;

por tanto, $\vec{v} = 25\,\vec{i} - 31,26\,\vec{j}\ \text{m/s} \quad ; \quad \left|\vec{v}\right| = 40\ \text{m/s}$

e) $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \quad ; \quad \vec{r} = 79,75\,\vec{i} + 0\,\vec{j} = 79,75\,\vec{i}$

Ejercicio Nº 7

Una partícula describe una circunferencia de 5 m de radio con una velocidad constante de 2 m/s. En un instante dado frena con una aceleración constante de 0,5 m/s^2 hasta pararse. Calcula:

a) La velocidad angular en rpm de la partícula antes de empezar a frenar.
b) La aceleración de la partícula antes de empezar a frenar.
c) La aceleración 2s después de empezar a frenar.
d) La aceleración angular mientras frena.
e) El tiempo que tarda en frenar.
f) El número de vueltas que da desde que empieza a frenar hasta que se para.

Solución:

a) La velocidad angular se obtiene de la relación $v = \omega\,.\,R$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2\text{ m/s}}{5\text{ m}} = 0,4\text{ rad/s} = \frac{0,4\text{ rad/s}\,.\,60\text{ s/min}}{2\pi\text{ rad/rev}} = 3,82\text{ rpm}$$

a) Antes de empezar a frenar, el módulo de la velocidad es constante. Por tanto, la única aceleración que tiene es la aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{2^2}{5} = 0,8\ \text{m/s}^2$$

b) En este instante tiene aceleración tangencial $a_t = -0{,}5\ m/s^2$ y también normal:

$$v = v_0 + a_t.t = 2 - 0{,}5\ .\ 2 = 1\ m/s \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{1^2}{5} = 0{,}2\ m/s^2$$

Por tanto. la aceleración de la partícula será:

$$a = \sqrt{a_t^{\ 2} + a_n^{\ 2}} = \sqrt{(-0{,}5)^2 + (0{,}2)^2} = 0{,}54\ m/s^2$$

c) La aceleración angular se puede obtener de la relación $a_t = \alpha\ .\ R$

$$\alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{-0{,}5\ m/s^2}{5\ m} = -0{,}1\ rad/s^2$$

d) De la ecuación $v = v_0 + a_t.t$, despejamos el tiempo

$$t = \frac{v - v_0}{a_t} = \frac{0-2}{-0{,}5} = 4\ s$$

e) $\left.\begin{array}{l} y = (V_0 \operatorname{sen} \vartheta)\cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ x = (V_0 \cos \vartheta)\cdot t \end{array}\right\}$ Alcance máximo y=0 $\left.\begin{array}{l} 0 = (V_0 \operatorname{sen} \vartheta)\cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ x_{max} = (V_0 \cos \vartheta)\cdot t \end{array}\right\}$

Despejando t: $x_{max} = \dfrac{V_0 \operatorname{sen} 2\vartheta}{g}$; $20 = \dfrac{V_0 \operatorname{sen}(2\cdot 45)}{10}$; $V_0 = 14'1\, m/s$

(repasa teoría)

$$\vec{V}_0 = (14'1\cdot\cos 45)\vec{i} + (14'1\cdot\operatorname{sen} 45)\vec{j} = 10\vec{i} + 10\vec{j}\,;\ \vec{P}_0 = m\vec{V}_0 = 0'1\cdot(10\vec{i} + 10\vec{j}) = \vec{i} + \vec{j}$$

f) $E_{c(A)} = \frac{1}{2} m V_A^{\ 2} = (V_A = V_{AX}\vec{i} + 0\vec{j})$; $V_{AX} = V_{OX}$ (la componente horizontal de la velocidad se mantiene constante)

y_{max} cuando $V_y = 0$;

$$\begin{cases} V_y = V_0 \operatorname{sen} \vartheta - gt \\ y = (V_0 \operatorname{sen} \vartheta) t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \begin{cases} 0 = V_0 \operatorname{sen} \vartheta - gt \\ y_{max} = (V_0 \operatorname{sen} \vartheta) t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} y_{max} = \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2 \vartheta}{2g} ; \; y_{max} = \frac{14'1^2 \cdot (}{2 \cdot 1}$$

$$E_{p(A)} = mg \cdot y_{max} = 0'1 \cdot 10 \cdot 5 = 5\, J$$

Ejercicio Nº 8

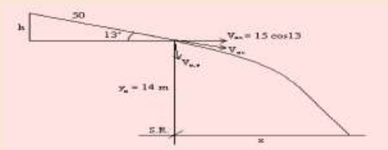
Un esquiador especialista en la modalidad de salto desciende por una rampa, que supondremos un plano inclinado que forma un ángulo de 13º con la horizontal y de 50m de longitud. El extremo inferior de la rampa se encuentra a 14m sobre el suelo horizontal. Ignorando los rozamientos y suponiendo que parte del reposo, calcular

a) La velocidad que tendrá al abandonar la rampa
b) La distancia horizontal que recorrería en el aire antes de llegar al suelo

Solución:

Datos: g =10 m/s^2

Res: a) 15 m/s; b) 20m (*P.A.U. Jun 96*)



a) $h = 50 \operatorname{sen} 13 = 11'25\, m$

Por conservación de la energía:

$$m\, g\, h = \frac{1}{2} m V^2 ; \; V = \sqrt{2\, g\, h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 11'25} = 15\, m/s$$

b) $y = y_0 - V_{oy} t - \frac{1}{2} g\, t^2$ Condición y = 0 para alcance máximo

$$0 = 14 - 15(\operatorname{sen} 13) t - \frac{1}{2} 10\, t^2 \; ; \; 5t^2 + 3'37\, t - 14 = 0 \; ; \; t = 1'37$$

$$x = V_{ox} \cdot t = 15 \cos 13º \cdot 1'37 = 20\, m$$

Ejercicio Nº 9

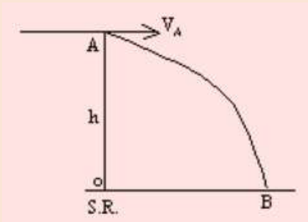
Desde un acantilado se dispara horizontalmente un proyectil de 2 kg con una velocidad inicial de 100 m/s. Si cuando el proyectil choca contra el mar su velocidad es de 108 m/s, calcular

a) La energía mecánica en el punto del disparo
b) El tiempo que el proyectil permanece en el aire

Solución:

Datos: g = 10 m/s^2

Res: a) 11664 J ; b) 4´08 s (*P.A.U. Sep 96*)



Resolvemos por *(P.)* conservación de la energía:

$$E_A = E_B = \frac{1}{2} m V_A{}^2 + m\,g\,h = \frac{1}{2} m V_B{}^2 + 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot 100^2 + m\,g\,h = \frac{1}{2} m \cdot 108^2 + 0;\; h = \frac{V_B{}^2 - V_A{}^2}{2g} = \frac{108^2 - 100^2}{2 \cdot 10} = 83'2\,m$$

Colocando el sistema de referencia en 0

$$h = h_0 + V_{o,y} \cdot t - \frac{1}{2} g\,t^2 \,;\; Como\ V_{o,y} = 0;\; 0 = 83'2 - \frac{1}{2} 10\,t^2 \,;\; t = 4'08\,s$$

Ejercicio Nº 10

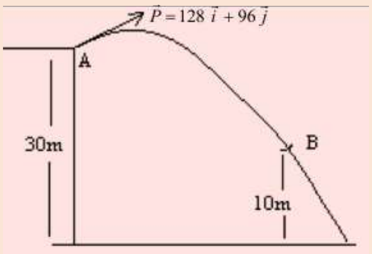
Desde un edificio de 30m de altura se lanza un objeto de 10 kg siendo su momento lineal, en el instante inicial de lanzamiento, P = 128 i + 96 j kg m/s. Despreciando la resistencia del aire, determinar

a) La energía mecánica después del lanzamiento
b) Su velocidad cuando se encuentra a 10m del suelo

Solución:

Datos: g = 10 m/s^2

Resp: a) 4280 J ; b)V=25´6 m/s (*P.A.U. Jun 97*)



a) $\vec{V}_A = \dfrac{\vec{P}_A}{m} = 12'8\vec{i} + 9'6'\vec{j}$

$V = \sqrt{12'8^2 + 9'6^2} = 16\, m/s$

$E_A = E_{C,A} + E_{P,A} = \dfrac{1}{2} \cdot 10 \cdot 16^2 + 10 \cdot 10 \cdot 30 = 4280\, J$

b) $E_A = E_B$ (conservación de la energía mecánica)

$4280 = \dfrac{1}{2} m V_B{}^2 + m\, g\, h_B = \dfrac{1}{2} 10\, V_B{}^2 + 10 \cdot 10 \cdot 10$; $V_B = 25'6\, m/s$

Para hallar el vector $\vec{V}_B$ debemos calcular sus componentes. La componente horizontal de la velocidad en B es igual que en A: $\vec{V}_{X,A} = \vec{V}_{X,B} = 12'8\vec{i}$

$V_{y,B} = \sqrt{V_B{}^2 - V_{x,B}{}^2} = \sqrt{25'6^2 - 12'8^2} = 22'17$

$\vec{V}_B = 12'8\vec{i} + 22'17\,\vec{j}$

Ejercicio Nº 11

Un vehículo avanza a 108 km/h. Si la aceleración típica de frenada es de 6 m/s^2, calcular

a) La distancia que recorre antes de parar
b) La altura desde donde debería caer libremente, para que al llegar al suelo tenga la misma energía cinética que al avanzar a 108 km/h.

Solución:

Datos: g = 10 m/s^2

Res: a) d = 75m ; b) h = 45m (*P.A.U. Jun 98*)

$$V_o = 108\ km/h = \frac{108000}{3600} = \frac{108}{3'6} = 30\,m/s$$

a) $V^2 = V_o^2 + 2aX\ ;\ 0 = 30^2 - 2\cdot 6\cdot X\ ;\ X = 75\,m$

b) $E_C = E_P$

$$\frac{1}{2}mV^2 = m\,g\,h\ ;\ h = \frac{V^2}{2g}\ ;\ h = \frac{30^2}{2\cdot 10} = 45\,m$$

Ejercicio Nº 12

Mediante una grúa se eleva una carga (considérese puntual) a la velocidad de 5 m/s. Estando la carga a 6m del suelo, se detiene la grúa y es retirada. Calcular

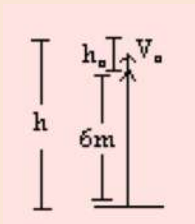
a) La altura máxima que alcanza la carga respecto del suelo

b) El tiempo que tarda en llegar al suelo desde que se retiró la grúa

Solución:

Datos: g = 9´81 m/s2

Res: a) h = 7´27m; b) t = 1´73s (*P.A.U.*)



a) $m\,g\,h_o + \frac{1}{2}mV_o^2 = m\,g\,h\ ;\ h = h_o + \frac{V_o^2}{2g} = 7'27\,m$

b) $V = V_o - g\,t = 0\ ;\ t_1 = \frac{V_o}{g} = 0'51\,s$

$$h = \frac{1}{2}g\,t_2^2\ ;\ t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1'22\,s$$

$$t = t_1 + t_2 = 1'73\,s$$

Cuestionario N°1: Cinemática.

1.- ¿Qué es dinámica?

2.- ¿Qué es trayectoria?

3.- Indique los tipos de movimiento.

4.- ¿Qué es partícula?

5.- ¿Qué es la velocidad y la aceleración?

6.- Una locomotora necesita 10 s. para alcanzar su velocidad normal que es 25m/s.Suponiendo que su movimiento es uniformemente acelerado ¿Qué aceleración se le ha comunicado y qué espacio ha recorrido antes de alcanzar la velocidad regular?

7.- Un cuerpo posee una velocidad inicial de 12 m/s y una aceleración de 2 m/s2 ¿Cuánto tiempo tardará en adquirir una velocidad de 144 Km/h?

8.- Dos vehículos salen al encuentro desde dos ciudades separadas por 300 km, con velocidades de 72 km/h y 108 km/h, respectivamente. Si salen a la vez responda a las siguientes preguntas:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.

b) La posición donde se encuentran.

9.- Dos vehículos salen al encuentro desde dos ciudades separadas por 200 km, con velocidades de 72 km/h y 90 km/h, respectivamente. Si el que circula a 90 km/h sale media hora más tarde, responda a las siguientes preguntas:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.

b) La posición donde se encuentran.

2 MOVIMIENTO RECTILINEO

Clasificación de los movimentos: Los parametro en funcion de los cuales se realiza la clasificación de los movimientos pueden ser: la forma de la trayectoria y las características del vector velocidad en función del tiempo.

Se denomina movimiento rectilíneo, aquél cuya trayectoria es una línea recta.

2.1 MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS CONCEPTO

Son aquellos que cuya trayectoria es una línea recta y el vector velocidad permanece constante en dirección, pero su módulo puede variar.

Los movimientos rectilíneos se clasifican, según varíe o no el modulo vector velocidad: si se mantiene constante, el movimiento se denomina rectilíneo uniforme (MRU); si varía, se denomina movimiento rectilíneo variado (MRV). De este último solo se analizara el caso en que la variación sea constante, uniforme; es decir, el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV). **(Alonso & Acosta, 1983)**

2.1.1Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU):

Un móvil describe un M.R.U si su trayectoria es una recta que recorre a velocidad constante: recorre distancias iguales en tiempos iguales. Por lo tanto, la distancia es directamente proporcional a la velocidad y al tiempo. La velocidad, magnitud vectorial: una magnitud es vectorial cuando para determinar una cantidad no basta con decir su “medida” en una cierta unidad, sino que es necesario determinar también una dirección y un sentido, es decir, como su nombre lo indica, una magnitud vectorial se expresa con un vector, cuyas características son:

1) Punto de aplicación: el que ocupa el móvil en su trayectoria, en el instante considerado.

2) Dirección: tangente a la trayectoria.

3) Sentido: el del movimiento (para dónde va, para la derecha, para arriba, etc.)

4) Medida: la que tenga en ese instante (es el módulo del vector, el valor numérico absoluto de la magnitud).

Fórmula: d=vel.t (distancia es igual a velocidad por tiempo) donde d = x_f-x_i (es decir, la distancia recorrida o desplazamiento es la resta de la posición final y la inicial)

2.1.2 Leyes del Movimiento Rectilíneo Uniforme

1era Ley: La velocidad es constante.

$$\boldsymbol{v = cte.}$$

2ª Ley: El espacio recorrido es proporcional al tiempo siendo la constante de proporcionalidad, la velocidad.

$$\boldsymbol{e = v.t}$$

Ecuación General del MRU:

Esta ecuación representa la posición de un móvil con movimiento rectilíneo uniforme a cualquier tiempo t y es particularmente útil para resolver problemas de encuentro de móviles.

$$\boldsymbol{X(t) = Xo + v.t}$$

Donde x (t) es la posición del móvil al tiempo t, x_o es la posición a tiempo cero (posición inicial), v representa la velocidad. La diferencia X (t) - Xo representa el espacio recorrido por el móvil.

Representación gráfica del MRU:

Veremos a continuación que tipos de gráficos se obtienen al representar las leyes de este movimiento y la ecuación general:

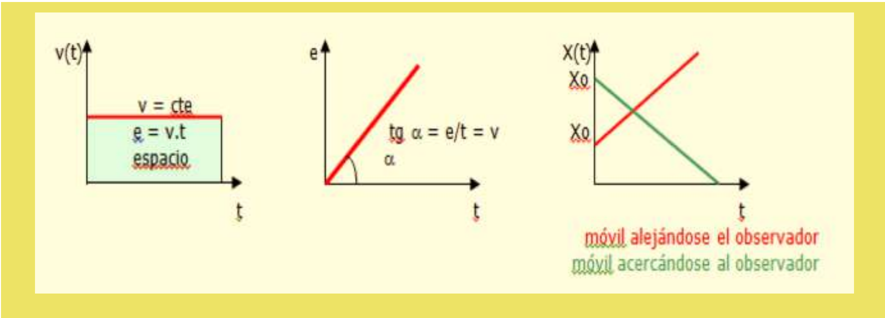


fig. 2. 1 Representación gráfica del MRU

2.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

Concepto de aceleración: es la variación de la velocidad en función del tiempo. Cuando la velocidad está cambiando se dice que hay aceleración y el movimiento se llama "variado" (porque varía la velocidad). En un movimiento variado, la aceleración media correspondiente a un intervalo de tiempo se define como el cociente entre la variación de velocidad experimentada por el móvil y el intervalo de tiempo empleado en esa variación. Se llama aceleración al cociente entre una variación de velocidad y el tiempo en que se produce.(Beatriz, 1998)

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_o V}{t_o - t}$$

Fórmulas de MRUV:

$$d = \frac{1}{2}.a.t2$$

Esta fórmula sirve especialmente cuando el móvil parte del reposo aumentando la velocidad uniformemente (uniformemente acelerado)

$$\boldsymbol{d} = Vi.t + \frac{1}{2}.a.t^2$$

Esta fórmula se usa particularmente cuando el movimiento es uniformemente variado partiendo de cierta velocidad inicial distinta.

En el caso de no tener t como dato, usamos: $\boldsymbol{d} = \frac{Vf^2 - Vi^2}{2a}$

Gráficos de MRUV: Los gráficos de MRUV tienen la siguiente forma:

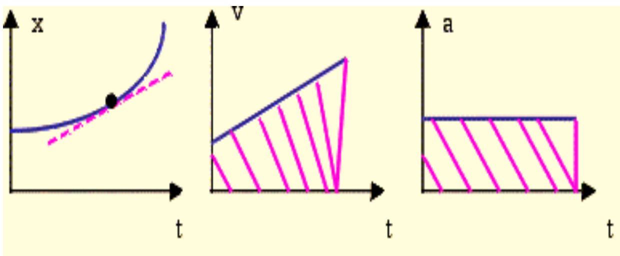


Fig. 2.2 En el gráfico x-t: La pendiente de la recta tangente en un punto de la parábola es la velocidad instantánea

*En el gráfico v-t: La pendiente de la recta es la aceleración y el área bajo esta recta es el desplazamiento

*En el gráfico a-t: El área bajo la recta es la variación de la velocidad

Ejemplo:

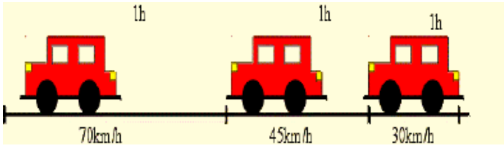


fig. 2. 3 Aceleración de un móvil

Cuando en un problema nos plantean como incógnita la aceleración y el tiempo, como ambas figura en las mismas fórmulas, debemos trabajar con sistemas de fórmulas que, por ejemplo, resolvemos por sustitución. Para eso podemos recurrir a las ecuaciones ya vistas:

$$\boldsymbol{d} = Vi.t + \frac{1}{2}.a.t^2$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{Vf - Vi}{t}$$

Ejemplo numérico: Un auto avanza a 20m/s, comienza a acelerar y luego de 10 segundos alcanza los 80m/s. Calcular qué distancia recorrió en dicho tiempo.

Datos:$\boldsymbol{Vf} = \frac{80m}{s}, t = 10s, Vi = \frac{20m}{s}, d = ?$

$$\boldsymbol{d} = \frac{20m}{s}.10s + \frac{1}{2}.a.(10s)^2$$

(Nos falta a, entonces a continuación lo calculamos a través de la otra fórmula:)

$$\boldsymbol{a} = (V - Vi)/t = (80m/s - 20m/s)/10s = 6m/s\hat{}2 \ (y$$

Ahora reemplazamos en la ecuación que nos habías quedado inconclusa:)

$$\boldsymbol{d} = \frac{20m}{s}.10s + \frac{1}{2}.$$

$$\left(\frac{6m}{s^2}\right).100s^2 = 200m + 300m = 500m$$

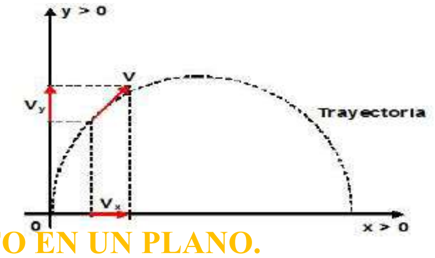


fig. 2. 4 Movimiento parabólico de una partícula

2.3 MOVIMIENTO EN UN PLANO.

2.3.1 Movimiento parabólico: Se trata de un “movimiento rectilíneo uniforme” en su desarrollo horizontal y un “movimiento uniformemente variado” en su desarrollo vertical.

Otro tipo de movimiento sencillo que se observa frecuentemente es el de una pelota que se lanza al aire formando un ángulo con la horizontal. Debido a la gravedad, la pelotaexperimenta una aceleración constante dirigida hacia abajo que primero reduce la velocidad vertical hacia arriba que tenía al principio y después aumenta su velocidad hacia abajo mientras cae hacia el suelo.

Es un movimiento cuya velocidad inicial tiene componentes en los ejes "x" e "y", en el eje "y" se comporta como tiro vertical, mientras que en el eje "x" como M.R.U.

2.3.2 Movimiento Circular: Se define movimiento circular como aquél cuya trayectoria es una circunferencia. Una vez situado el origen O de ángulos describimos el movimiento circular mediante las siguientes magnitudes.

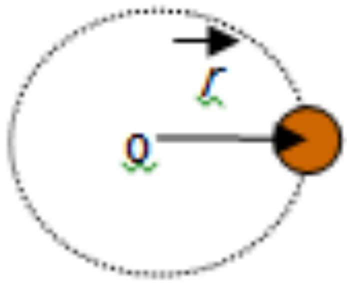
2.3.3 Movimiento Circular Uniforme (MCU)

Se denomina así al movimiento circular en el cual un móvil recorre arcos de circunferencia iguales en tiempos iguales. Esto significa, en otras palabras, que el móvil tarda siempre el mismo tiempo en recorrer toda la circunferencia completa. Imagínense un automóvil que circula por una pista circular siempre a la misma velocidad. En este caso, dicho automóvil pasará por el punto de partida a intervalos de tiempo regulares.

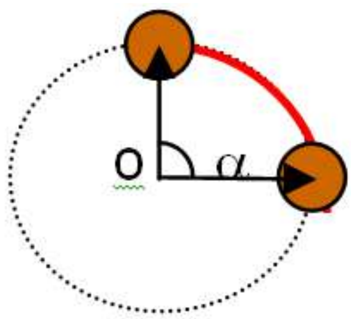
Dentro de este tipo de movimiento, vamos a definir en primer lugar algunos conceptos importantes:

Vector posición o radio vector (*r*): es el vector que une el centro de la circunferencia con el móvil.

Velocidad angular (*ω*): se define como el ángulo barrido por el vector posición en la unidad de tiempo.

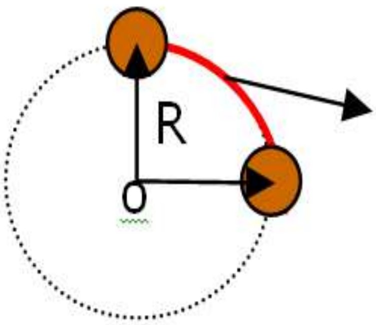


Velocidad angular (*ω*): se define como el ángulo barrido por el vector posición en la unidad de tiempo.



Por convención la velocidad angular es positiva cuando el objeto se mueve en sentido contrario a las agujas del reloj (anti horario) y negativa en sentido horario.

Radián: la medida de un ángulo, expresada en radianes, queda definida por el cociente entre la longitud del arco de circunferencia (d) y el radio correspondiente (R).



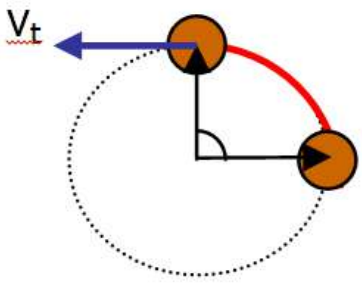
Velocidad tangencial (v_t): es el cociente entre el arco de circunferencia (d) y el tiempo empleado en recorrer dicho arco.

Se denomina velocidad tangencial pues su dirección es tangente al arco de la circunferencia (flecha azul). La relación que existe entre la velocidad angular y la tangencial es la siguiente:

$$vt = \omega . R$$

Si el radio está expresado en metros y la velocidad angular en rad/seg, la velocidad queda expresada en m/seg. Esta velocidad es constante en el MCU.

Frecuencia (f): se define como el número de revoluciones (o vueltas) que realiza el móvil en la unidad de tiempo. Generalmente se expresa en Revoluciones por minuto (RPM) o vueltas por segundo (1/seg).



$$1\,RPM = (2\pi / 60)\,Seg.$$

Período (T): representa el tiempo empleado por el móvil en realizar un giro completo. Es la inversa de la frecuencia expresada en 1/seg. La unidad de T debe estar expresada en unidades de tiempo.

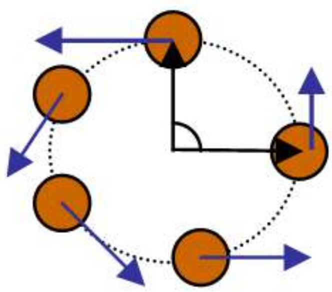
$$T = 1 / f$$

La relación que existe entre la velocidad angular, la frecuencia y el período queda establecida por la siguiente igualdad:

$$\omega = 2\,\pi\,f = 2\pi / T$$

Esta igualdad surge de considerar que en el tiempo T el móvil realiza una revolución completa, es decir 2π.

Aceleración Centrípeta (a): si bien el módulo del vector que representa la velocidad tangencial es constante durante todo el movimiento, no ocurre lo mismo con su dirección, pues esta cambia continuamente, girando hacia el centro de la circunferencia de modo tal que siempre sea tangente a ésta. La aceleración centrípeta da cuenta de esta variación.



Las flechas azules representan las distintas posiciones y orientaciones del vector v_t.

La aceleración centrípeta se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{ac = v2 / R = \omega 2. R}$$

2.4 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV)

En este tipo de movimiento, tanto la velocidad tangencial como la angular no son constantes en el tiempo. Imaginemos un cilindro que puede girar libremente sobre un eje horizontal al cual le enrollamos un hilo del cual colgamos una pesa. Al soltar dicha pesa, el cilindro girará desenrollando el hilo y los puntos de la superficie del cilindro experimentarán un movimiento circular acelerado por la acción de la gravedad sobre la pesa. Otro ejemplo es el de una calesita: inicialmente esta quieta y al cabo de un determinado lapso de tiempo, alcanza una cierta velocidad de rotación.

Podemos pues definir para este movimiento una aceleración tangencial y una aceleración angular:

Aceleración Tangencial (a_t): representa la variación de la velocidad tangencial por unidad de tiempo.

$$\boldsymbol{at = (vf - Vo) / t}$$

Esta es la misma aceleración que vimos en el MRUV, por lo tanto su unidad es m/seg^2.

Aceleración Angular ($\boldsymbol{\omega}$): representa la variación de la velocidad angular por unidad de tiempo.

Ecuación de movimiento: $\boldsymbol{r} = r_0 + v.t => r = 5000 + 20.t\ (m)$

a) A los dos minutos (t=2 min =120s), la posición del tren es
R= -5000+20.t = 5000+20.120= -2600 m (falta todavía 2600 para llegar a la estación)

b) La distancia recorrida (desplazamiento) se calcula como la diferencia entre las posiciones final e inicial

$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r_0} = -\boldsymbol{2600m} - (-\boldsymbol{5000m}) = \boldsymbol{2400m}$(Ha recorrido 2400m en sentido positivo)

c) Cuando pasa por la estación, la posición del tren es r = 0m. Sustituimos ese valor en la ecuación de movimiento.

$r = -500 + 20.t \rightarrow t = 250s$ (Tarda en pasar por la estación)

2.5 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

El **movimiento circular uniforme** (**MCU**) es el movimiento que describe una partícula cuando da vueltas sobre un eje estando siempre a la misma distancia (*r*) del mismo y desplazándose a una velocidad constante. (Gallegos, 2015)

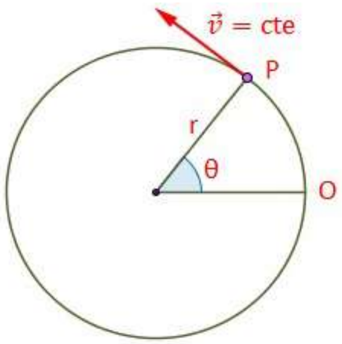


Fig. 2.5 movimiento de una partícula

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Donde ves la rapidez (constante) y R es el radiode la trayectoria circular.

De otro lado, la magnitud de la aceleración centrípeta es:

$$a_c = \omega^2 R = 4\pi^2 f^2 R$$

Donde ωes la velocidad angular y "ƒ" es la frecuencia

Luego, la fuerza centrípeta se expresa también como:

$$F_c = 4\pi^2 f^2 RM$$

En los movimientos circulares el módulo del vector de posición es constante e igual al radio R de la circunferencia

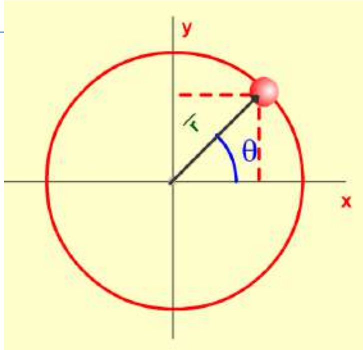


Fig. 1.6 Vector de posición

Desplazamiento Anular.- Se denomina desplazamiento angular $(\Delta\theta)$ a la diferencia

$$\theta - \theta_0.$$

El desplazamiento angular se mide en radianes (rad).

Velocidad Angular.- Se define como velocidad angular media $\big((i)m\big)$ al coeficiente $\Delta\theta/\Delta t$.

En el S.I la velocidad media se mide en rad/s (s^{-1}) ya que el radián es dimensional.

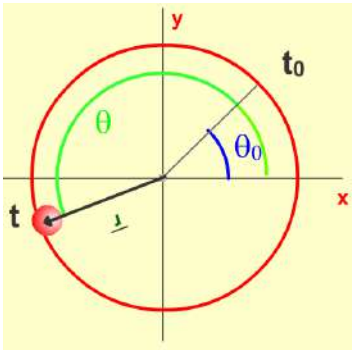


Fig. 2.7 Ejemplo de radián dimensional

En los movimientos circulares uniformes la velocidad angular media coincide con la velocidad angular instantánea (ω)

$$(\omega) = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

Despejando quedaría de la siguiente manera:

$$\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0)$$

Las relaciones que existenentre las magnitudes angulares y las lineales son:

$$\Delta s = \Delta\theta R$$

$$v = \omega R$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

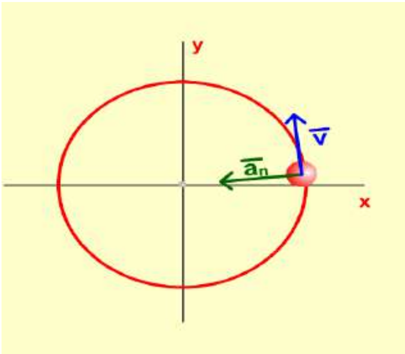


Fig. 2.8 Relación de una magnitud angular

2.6 FÓRMULAS PARA EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U.)

*Periodo y frecuencia son recíprocos:

$T.f = 1$ => puedes ser $T = \frac{1}{f}$ ó $f = \frac{1}{T}$

*Velocidad líneal o tangencial: $V_{T=\frac{2\pi R}{T}=2\pi Rf}$

*Velocidad Angular: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi Rf$

*Aceleración Centrípeta: $a_c = \frac{V_{t^2}}{R} = \omega^2 R$

*Relación entre velocidad tangencial y velocidad angular:

$$V_t = \omega R$$

Fórmulas para movimiento circular uniformemente variado (acelerado y desacelerado)

En la siguiente tabla se hace un paralelo entre las fórmulas para movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.) y las fórmulas para movimiento circular uniformemente variado (M.C.U.V.). (Rodríguez, 2010)

2.6.1 Fórmulas para M.R.U.V:

$$a = \frac{V_{f-V_0}}{t}$$

$$d = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$$

$$Vf^2 = V_0 + 2ad$$

$$d = \left(\frac{V_0 + V_f}{2}\right)t$$

Fórmulas para M.C.U.V.

En términos lineales o tangenciales:

$$a_r = \frac{V_{rf-V_{ro}}}{t}$$

$$s = \frac{1}{2}a_r t^2 + v_{ro^t}$$

$$v_{rf^2 = V_{ro^2} + 2_{ar^2}}$$

$$S = \left(\frac{V_{ro} + V_{rf}}{2}\right)t$$

En terminos angulares:

$$a = \frac{\omega_f - \omega_o}{t}$$

$$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega_f}{2}\right) t$$

Ejercicios Propuestos N° 2 Movimiento Rectilíneo

*Calcula la velocidad lineal de dos puntos que describen circunferencias de 1,5 y 0, 25 m de radio respectivamente.

*Calcula la velocidad lineal, la velocidad angular y la relación que existe entre éstas para dos puntos que describen circunferencias

Ejercicios Resueltos Nº 1. Movimiento Rectilíneo

Ejercicios Nº1

Dos jugadores de canicas se encuentran uno frente a otro con sus canicas en la mano. El juego consiste en lanzarlas al mismo tiempo en línea recta y hacer que ambas se golpeen. Si ambos se encuentran situados a 36 metros uno del otro y el jugador A lanza su canica a 2 m/sg y el jugador B a 4 m/sg en un movimiento rectilíneo uniforme. Calcula a que distancia del jugador B chocarán las canicas.

En un m.r.u. la posición de un cuerpo en movimiento viene dada por la siguiente ecuación:

$$x = x0 + v \cdot t$$

Canica jugador A.

Sustituyendo los valores de este jugador en la ecuación del M.R.U. obtenemos que:

$$xA = 0 + 2 \cdot t\, m \Rightarrow xA = 2 \cdot t\, m$$

Canica jugador B

Sustituyendo nuevamente en la ecuación, pero con los datos del jugador B:

$$xB = 36 - 4 \cdot t\ m$$

Observa que al desplazarse hacia el origen de nuestro sistema de referencia su velocidad es negativa.

Ambas canicas impactarán cuando sus posiciones sean las mismas, es decir XA=XB, por tanto:

$$XA = XB \Rightarrow 2 \cdot t = 36 - 4 \cdot t \Rightarrow t = 366 \Rightarrow t = 6\ sg$$

Es decir, cuando transcurran 6 sg chocarán, pero ¿dónde?. Como sabemos cuándo se produce el impacto, basta sustituir ese tiempo en la ecuación de la posición de cualquiera de las 2 canicas.

$$XA = 2 \cdot t \Rightarrow XA = 2 \cdot 6 \Rightarrow XA = 12\ m$$

Por tanto, el choque se produce a 12 metros del jugador A y a 24 m

(36-12) del jugador B.

Ejercicios Nº 2

Desde el punto *A* parten, con 15 segundos de diferencia, dos cuerpos en la misma dirección y sentido. Sabiendo que la velocidad del primero es de 72 km/h, ¿Cuál debe ser la velocidad del segundo para que lo alcance a los 90 s?

Nota: Puedes suponer que ambos cuerpos se mueven según un movimiento rectilíneo uniforme.

Solución

- Velocidad del primer cuerpo: V_1 = 72 km/h = 20 m/s
- Diferencia de tiempo de salida entre los dos cuerpos $\boldsymbol{\Delta t = 15\ s}$

- Instante en el que se encuentran los cuerpos: $t = 90\ s$

Consideraciones previas

Existen dos cuerpos que inician sus movimientos en instantes de tiempo distintos. La diferencia entre ellos es de 15 s.

Por tanto, cuando el primer cuerpo lleva 90 s en movimiento, el segundo sólo llevará 90 - 15 = 75 s

Para que se encuentren en el instante 90 s, la distancia que recorra el segundocuerpo en esos 75 s debe ser la misma que la que recorre el primero en 90 s.

Ten presente que podemos utilizar el convenio de signos en movimientos rectilíneos que nos permite utilizar magnitudes escalares en lugar de vectoriales para describir el movimiento

Resolución

La expresión que nos permite determinar la posición de cada cuerpo en función de la velocidad y del tiempo es:

x=x0+v·t

Siendo t_1 el tiempo que está en movimiento el primer cuerpo, nos queda para el primer cuerpo:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1$$

Siendo t_2 el tiempo que está en movimiento el segundo cuerpo, nos queda para el segundo cuerpo:

$$x2 = x02 + v2 \cdot t2$$

Ambos cuerpos parten del mismo punto, por tanto $x_{01} = x_{02} = 0$, pero lo hacen en instante de tiempos distintos: $t_2 = t_1$ - 15 s. En el momento en que se encuentran t_1 = 90 s y t_2 = 90 - 15 = 75 s. Además, cuando se encuentran están en la misma posición, es decir, $x_1 = x_2$, quedando:

Ejercicios Nº 3

Dos cuerpos parten del mismo punto, en la misma dirección y sentido, describiendo un movimiento rectilíneo uniforme. Sabiendo que parten con 15 segundos de diferencia, que el primero lo hace a una velocidad de20 m/s y el segundo a una velocidad de 24 m/s, determina en qué instante se encuentran y a que distancia del origen.

Solución

Datos

- Velocidad del primer cuerpo: V_1 = 20 m/s
- Velocidad del segundo cuerpo: V_2 = 24 m/s
- Diferencia de tiempo de salida entre los dos cuerpos Δt = 15s

Consideraciones previas

- Existen dos cuerpos que inician sus movimientos en instantes de tiempo distintos. La diferencia entre ellos es de 15 s.
- Ten presente que podemos utilizar el convenio de signos en movimientos rectilíneos que nos permite utilizar magnitudes escalares en lugar de vectoriales para describir el movimiento

Resolución

La expresión que nos permite determinar la posición de cada cuerpo

Siendo t_1 el tiempo que está en movimiento el primer cuerpo, nos queda para el primer cuerpo:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1$$

en función de la velocidad y del tiempo es:

x=x0+v·t

Siendo t_1 el tiempo que está en movimiento el primer cuerpo, nos queda para el primer cuerpo:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1$$

Siendo t_2 el tiempo que está en movimiento el segundo cuerpo, nos queda para el segundo cuerpo:

$$x2 = x02 + v2 \cdot t2$$

Ambos cuerpos parten del mismo punto, por tanto $x_{01} = x_{02} = 0$, pero lo hacen en instante de tiempos distintos:

$t2 \;=\; t1 \;-\; 15\,s$. Además, cuando se encuentran están en la misma posición, es decir, $x_1 = x_2$, quedando:

$$v1 \cdot t1 = v2 \cdot t2 \Rightarrow v1 \cdot t1 = v2 \cdot (t1 - 15) \Rightarrow v1 \cdot t1 - v2 \cdot t1 = -15 \cdot v2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t1 = -15 \cdot v2v1 - v2 = -15 \cdot 2420 - 24 = 90\,m/s$$

Es decir, se encuentran cuando el primer cuerpo lleva 90 segundos de movimiento y el segundo 90 - 15 = 75 s. Para saber en qué punto se encuentran, simplemente sustituimos el valor del tiempo en la ecuación del primer movimiento:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1 = 0 + 20 \cdot 90 = 1800\,m$$

Observa que en este ejercicio hemos usado los mismos valores que en este otro, pero te

hemos preguntado otras magnitudes. Como cabe esperar, no importa cuales sean las incógnitas, el comportamiento del cuerpo que sigue un m.r.u. debe ser el mismo.

$$v1 \cdot t1 = v2 \cdot t2 \Rightarrow v1 \cdot t1 = v2 \cdot (t1 - 15) \Rightarrow v1 \cdot t1 - v2 \cdot t1 = -15 \cdot v2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t1 = -15 \cdot v2v1 - v2 = -15 \cdot 2420 - 24 = 90\, m/s$$

Es decir, se encuentran cuando el primer cuerpo lleva 90 segundos de movimiento y el segundo 90 - 15 = 75 s. Para saber en qué punto se encuentran, simplemente sustituimos el valor del tiempo en la ecuación del primer movimiento:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1 = 0 + 20 \cdot 90 = 1800\, m$$

Observa que en este ejercicio hemos usado los mismos valores que en este otro, pero te hemos preguntado otras magnitudes. Como cabe esperar, no importa cuales sean las incógnitas, el comportamiento del cuerpo que sigue un m.r.u. debe ser el mismo.

Ejercicios Nº 4

Un ciclista comienza su paseo matutino y al cabo de 10 segundos su velocidad es de 7.2 km/h. En ese instante ve aproximarse un

perro y comienza a frenar durante 6 segundos hasta que la bicicleta se detiene. Calcular:

a) La aceleración hasta que comienza a frenar.
b) La aceleración con la que frena la bicicleta.
c) El espacio total recorrido.

Solución

El movimiento puede descomponerse en 2 fases. Una primera fase en la que la aceleración es positiva (a>0) y otra segunda

donde la aceleración es negativa ya que se frena (a<0)

Cuestión a)

Datos

Velocidad inicial. v0 = 0 m/s
Velocidad a los 10 sg. v = 7.2 km/h.

Transformando la velocidad a unidades del S.I., tenemos que la velocidad a los 10 sg es:

V=7.2 km/h * 1000 m1 km* 1 h3600 s=2 m/s

Resolución

Se nos pide la aceleración en la primera fase del movimiento. Dado que conocemos la velocidad inicial (0 m/s), la velocidad final (2 m/s) y el tiempo que transcurre entre las 2 velocidades (10 s), podemos utilizar la ecuación de la velocidad y despejar la aceleración para resolver esta cuestión directamente:

$$v = v0 + a \cdot t \Rightarrow a = v - v0t \Rightarrow a = 2\, m/s - 0\, m/s10\, s \Rightarrow a = 0.2\, m/s2$$

Cuestión b)

En este caso, se nos pide la aceleración en la segunda fase.

Datos

Velocidad Inicial. Sería la velocidad final de la primera fase, es decir, v0=2m/s. Velocidad a los 6 sg. Como al final se detiene, la velocidad en ese instante será 0: v=0m/s.

Resolución

Aplicando la misma ecuación que en el apartado a, obtenemos:

v=v0+a·t ⇒a=v−v0t⇒a=0 m/s−2 m/s6 s⇒a=−0.33 m/s2

Cuestión c)

El espacio recorrido por el ciclista será el espacio recorrido en la primera fase más el espacio recorrido en la segunda.

Espacio recorrido en la 1º fase

x=x0+v0·t+a·t22⇒x = 0 m + 0 m/s · 10 s + (0.2) m/s2 · (10 s)2 2 ⇒x = 10 m

Espacio recorrido en la 2º fase

x=x0+v0·t+a·t22⇒x = 0 m + 2 m/s · 6 s + (−0.33) m/s2 · (6 s)2 2 ⇒x = 12 m−5.9 4 m ⇒x = 6.06 m

Por tanto el espacio total recorrido es:

$$xtotal = 10\,m + 6.06\,m = 16.06\,m$$

Ejercicios Nº 5

Un grifo estropeado deja escapar gotas de agua cada 1/4 de segundo. Si el grifo se encuentra a 3 metros de altura sobre el suelo,

y en este instante sale una, determinar cuál es la posición de las gotas que se encuentran en el aire en este momento.

Solución

Datos

$$H = 3\,m$$
$$g = 9.8\,m/s2$$

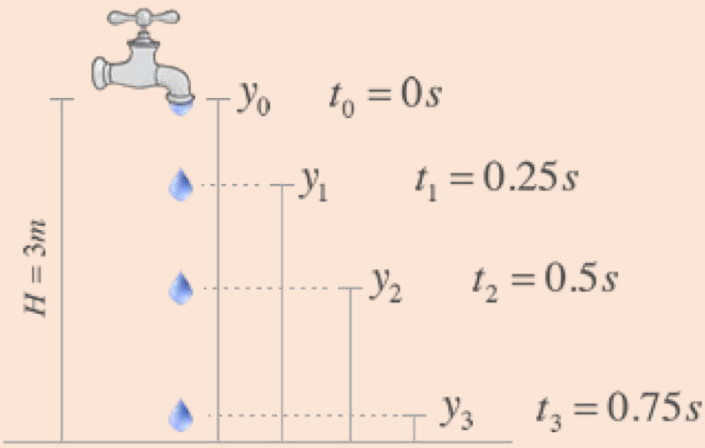
Tiempo que llevan en el aire cada una de las gotas $t0 = 0\,s, t1 = 0.25\,s, t2 = 0.5\,s, t3 = 0.75\,s, t4 = 1\,sg$, etc...

Y0, Y1, Y2, Y3,...?

Resolución

Tiempo que llevan en el aire cada una de las gotas $t0 = 0\ s, t1 = 0.25\ s, t2 = 0.5\ s, t3 = 0.75\ s, t4 = 1\ sg$, etc...

Y0, Y1, Y2, Y3,...?



Vamos a llamar y0, y1, y2,... a las posiciones de cada una de las gotas en el aire, contando desde la que se encuentra saliendo del grifo, tal y como se muestra la figura. De igual forma, llamaremos t0, t1, t2, etc... a los tiempos que llevan en el aire dichas gotas.

Aplicando la fórmula de la posición en el movimiento de caída libre, para cada una de ellas, obtenemos que:

$$y = H - 12 \cdot g \cdot t2$$

$$y0 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (0)2 \ = \ 3\ m$$

$$y1 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (0.25)2 \ = 2.69\ m$$

$$y2 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (0.5)2 \ = 1.77\ m$$

$$y3 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (0.75)2 \ = 0.24\ m$$

$$y4 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (1)2 = -1.9\, m....$$

Como puedes comprobar, la posición de la gota y4 es un número negativo, por tanto si el suelo se encuentra en y=0, dicha gota se estrelló contra el suelo hacía tiempo y por tanto no se encuentra en el aire en este momento. De aquí se deduce que hay tan solo 4 gotas flotando.

Ejercicios Nº 6

Un motorista que circula a 50 Km/h, sigue una trayectoria rectilínea hasta que acciona los frenos de su vehículo y se detiene completamente. Si desde que frena hasta que se para transcurren 6 segundos, calcula:

a) La aceleración durante la frenada.
b) La velocidad con que se movía

transcurridos 3 segundos desde que comenzó a frenar.
c) En que instante, desde que comenzó a frenar su velocidad fué de 1 m/s.

Solución

Dado que el movimiento es rectilíneo y la aceleración es constante nos encontramos ante un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Cuestión a)

Datos

$$Velocidad\ Inicial. v0 = 50\, Km/h = 50 \cdot (1000/3600) = 13.89\, m/s$$

$Velocidad\ Final. vf\ =\ 0\ Km/h\ =\ 0\ m/s$

$\Delta t\ =\ 6\ s$

$a\ = ?$

Resolución

Dado que conocemos la velocidad en dos instantes (v0 y vf) y el intervalo de tiempo

que transcurre entre ellos (6 s), podemos aplicar la definición de aceleración para calcular como varía la velocidad en ese intervalo.

$a = \Delta v \Delta t = vf - v0 \Delta t \Rightarrow a = -13.89\ ms/6\ s = -2.31\ ms2/$

Cuestión b)

Datos

$v0\ =\ 13.89\ m/s$

$a\ =\ 2.31\ m/s2$

$t\ =\ 3\ s$

$v\ = ?$

Resolución

Con los datos que tenemos, sustituimos en la ecuación de la velocidad propia de los m.r.u.a. y resolveremos la cuestión:

$$v = v0 + a \cdot t \Rightarrow v = 13.89\ m/s -\ 2.31 m/s2 \cdot 3\ s \Rightarrow v = 6.96\ m/s$$

MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

Ejercicios Nº 7

Una partícula que se mueve de acuerdo a un movimiento armónico simple tarda 1 s en llegar de un extremo a otro de su trayectoria a otro. Sabiendo que la distancia que separa ambas posiciones es de 16 cm, y que el

movimiento se inicia en un extremo de la trayectoria, determina:

1. El periodo del movimiento
2. La posición de la partícula a los 1.5 segundos
3. La amplitud máxima de las oscilaciones

Solución

Datos

- Distancia entre extremos de la trayectoria: 16 cm = 16·10-2 m
- Tiempo entre extremos de la trayectoria: 1 s

Resolución

La partícula tarda 1 segundo en ir de un extremo a otro de la trayectoria, es decir, en hacer media oscilación. La oscilación completa se cumple cuando la partícula vuelve al punto de inicio:

$$\boldsymbol{T} = 2 \cdot 1 = 2\, s$$

Dado que la partícula tarda 2 segundos en completar una oscilación, a los 1.5 segundos se habrán completado los 3/4 de la misma y se encontrará en el punto de equilibrio, de vuelta hacia el punto inicial.

La distancia entre los extremos de un m.a.s. es el doble de la amplitud. Por tanto:

$$A = dextremos2 = 16 \cdot 10 - 22 = 8 \cdot 10 - 2m$$

Ejercicios Nº 8

Se cuelga un objeto de 200 g de un muelle sujeto al techo de 35 cm de longitud y su nueva longitud es de 45 cm.

- Determina la constante de elasticidad k del muelle
- Si estiramos el muelle hasta que mida 55 cm y lo soltamos,

determina las fuerzas que actúan sobre el muelle.

Solución

Datos

- Masa del objeto m = 200 $g = 0.2\ kg$
- Longitud del muelle sin peso: L0 = 35 cm = 35·10-2 m
- Longitud del muelle con peso: $L0 + x0 = 45\ cm = 45 \cdot 10 - 2\ m$
- Longitud del muelle estirado: $L0 + x0 + x = 55\ cm = 55 \cdot 10 - 2\ m$

Consideraciones previas

- Sabemos que la fuerza restauradora de un muelle se rige por la Ley de Hooke. $\vec{F} e = -k \cdot \vec{x}$
- Consideramos el valor de la gravedad: $g = 9.8\ m/s2$

Resolución

Sabemos que, cuando se cuelga el objeto del muelle y queda en equilibrio estático, el peso debe ser igual que la fuerza restauradora, pues no hay aceleración

$$\vec{F}t = \vec{F}e + \vec{P} = -k \cdot \vec{x}0 + m \cdot \vec{g} = 0 \Rightarrow k \cdot x0 = m \cdot g \Rightarrow k = m \cdot gx0$$

Donde $x0$ es la distancia a la posición de equilibrio, es decir , $x0 = 45 \cdot 10 - 2 - L0 = 45 \cdot 10 - 2 - 35 \cdot 10 - 2 =$

$10 \cdot 10 - 2m$. Sustituyendo valores nos queda:

k=m·gx0=0.2·9.810·10−2=19.6 N/m

En cuanto a las fuerzas que actúan sobre el muelle una vez estirado vamos a realizar las cuentas considerando el sentido positivo hacia abajo:

- Fuerza peso: $P = m{\cdot}g =$ 1.96 N. Su dirección es la del eje y y su sentido hacia abajo
- Fuerza restauradora: $Fe = -k{\cdot}(x + x0) =$ -19.6·20·10-2 = -3.92 N. Siendo x la distancia a la posición de equilibrio del muelle con el objeto colgado L0 + $x0$ + x = 55·10-2 m => x = 10·10-2 m. Observa que, en este caso, el sentido - indica que la fuerza va hacia arriba.
- Fuerza total: Para calcularla, en lugar de hacer la simple diferencia, vamos a considerar el sentido positivo hacia abajo y que, tal y como hemos visto en la primera parte de este problema, k·x0=m·g ,nos queda:

$$Ft = -k(x0 + x) + m \cdot g = -k \cdot x0 - k \cdot x + m \cdot g = -m \cdot g - k \cdot x + m \cdot g = -k \cdot x$$

Con esto, sustituyendo, tenemos:

$$Ft = -k \cdot x = -19.6 \cdot 10 \cdot 10 - 2 = -1.96\,N$$

Como puedes observar, la diferencia

$Ft = P + Fe = -k \cdot x$,que sería la fuerza restauradora que aparecería en un muelle hipotético cuya posición de equilibrio fuese la de nuestro muelle con el objeto colgado.

Ejercicios Nº 9

Determina cual debe ser la amplitud de las oscilaciones de un péndulo de 70 cm sabiendo que el máximo ángulo que separa el hilo de la vertical es de 6º. ¿Qué fuerzas actúan sobre el cuerpo en esa situación suponiendo una masa de 80 g?

Solución

Datos

- Longitud del péndulo $l = 70\ cm = 0.7\ m$
- Ángulo máximo

$\alpha\ =\ 6º\ =\ 0.104\,rad$

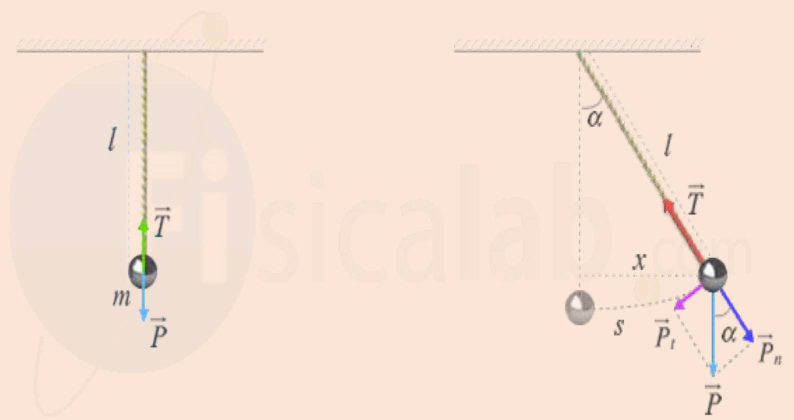
Consideraciones previas

- Longitud del péndulo $l = 70\ cm = 0.7\ m$
- Ángulo máximo

$\alpha\ =\ 6º\ =\ 0.104\,rad$

Consideraciones previas

Sabemos que el péndulo se comporta como



Oscilador armónico cuando la amplitud de las oscilaciones es pequeña. Desde un punto de vista matemático, esta aproximación se puede hacer siempre que *sin(α) ≃ α (expresando el ángulo en radianes)* y esto sucede cuando *α < 20º (aproximadamente)*.

Por tanto, el péndulo se comporta como un oscilador armónico.

Resolución

Comenzamos representando la situación:

Aplicando trigonometría obtenemos la amplitud de las oscilaciones:

$$A = x\,;\ sin(\alpha) = xl \Rightarrow \alpha = xl \Rightarrow x = \alpha \cdot l = 0.104 \cdot 0.7 = 0.0728\,m$$

En cuanto a las fuerzas,

- Valor del $peso\,P = m \cdot g = 0.8 \cdot 9.8 = 7.84\,N$
- Valor de la componente normal del peso $Pn = T = P \cdot cos(\alpha) = 7.79\,N$
- Valor de la componente tangencial $Pt = P{\cdot}sin(\alpha) = 0.81\,N$

Y en cuanto a los sentidos de las mismas, los indicados en la figura en el caso de que el péndulo se desplace hacia la izquierda y los contrarios (en el eje tangencial) en el caso de que se desplace hacia la derecha.

<u>Ejercicios Nº10</u>

La gráfica de la figura corresponde a un cuerpo de 150 g de masa que realiza un movimiento armónico simple (m.a.s.).

Se pide calcular:

La velocidad inicial del cuerpo

1. La aceleración en los instantes *t* = 2 s y *t* = 6 s

2. El valor y sentido que tendrá la fuerza que actúa sobre el cuerpo en los instantes $t = 0.5$ s y $t = 1.5$ s

Solución

Datos

- Masa del cuerpo: $m = 150$ g = 0.15 kg

Consideraciones previas

A partir de las gráficas podemos sacar los siguientes valores:

- Amplitud del cuerpo: $A = 9$ cm = $9 \cdot 10^{-2}$ m
- Periodo: $T = 2\ s$

A partir de las gráficas podemos sacar los siguientes valores:

- Amplitud del cuerpo: $A = 9$ cm = $9 \cdot 10^{-2}$ m
- Periodo: $T = 2\ s$

Resolución

1. Recuerda que la velocidad es la derivada elongación:

$$v = dxdt$$

Para determinar la expresión de la elongación podemos usar un seno o un coseno. En nuestro problema, por la similitud de la gráfica con la función seno, usaremos esta última.

$$x = A \cdot sin(\omega \cdot t + \varphi 0)$$

La frecuencia angular viene dada por:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi T = 2 \cdot \pi 2 = \pi\ rad/s$$

En cuanto a la fase inicial φ0 , la calculamos a partir de los valores de la gráfica

$$0 = 9 \cdot sin(0 + \varphi 0) \Rightarrow \varphi 0 = 0$$

Con todo lo anterior, ya tenemos la expresión general de la elongación:

$$x = 9 \cdot sin(\pi \cdot t)$$

$$v = dxdt = ddt(9 \cdot sin(\pi \cdot t)) = 9 \cdot \pi \cdot cos(\pi \cdot t)$$

La velocidad se calcula haciendo $t = 0$ s en la expresión anterior, quedando

$$vi = 9 \cdot \pi \cdot cos(\pi \cdot 0) = 9 \cdot \pi = 28.27\ m/s$$

Este valor es, además, el valor máxima de la velocidad y corresponde a la velocidad que tiene el cuerpo cuando pasa por su posición de equilibrio ($x = 0$). Por ello también podríamos haber usado la expresión siguiente, con los valores adecuados.

$$v = \pm\omega \cdot A2 - x2 - - - - - - - - \surd$$

2. Podemos obtener la expresión de la aceleración derivando la velocidad respecto al tiempo:

$$a = dvdt = ddt(9 \cdot \pi \cdot cos(\pi \cdot t)) = -9 \cdot \pi 2 \cdot sin(\pi \cdot t)$$

Sustituyendo en los instantes señalados, nos queda:

$$t = 2 \Rightarrow a = -9 \cdot \pi 2 \cdot sin(\pi \cdot 2) = 0$$

$$t = 6 \Rightarrow a = -9 \cdot \pi 2 \cdot sin(\pi \cdot 6) = 0$$

Los resultados anteriores nos muestran que, en valores múltiplos del periodo fundamental del movimiento ($t = 2 = 2 \cdot 1\ s$, $t = 6 = 2 \cdot 3\ s$), el cuerpo pasa por la posición de equilibrio ($x = 0$)

resultando la aceleración (y la fuerza elástica) nula. Por otro lado, también podríamos usar para el cálculo la relación entre la elongación y la aceleración sabiendo que la elongación es nula en

$$t = 2\,s\,y\,t = 6\,s:$$

$$a = -\omega 2 \cdot x$$

3. Finalmente, para el cálculo de la fuerza calculamos previamente la constante del movimiento armónico simple:

$$k = m \cdot \omega 2 = 0.15 \cdot \pi 2\ N/m$$

La fuerza elástica viene determinada por

$$F = -k \cdot x$$

Donde el signo menos simplemente indica que la fuerza tiene sentido contraio a la elongación

Por tanto, para

- $t = 0.5\,s,\ x = +9\ => \ Fe = -k \cdot x = -0.15 \cdot \pi 2\ \cdot 9 = -13.32\ N$
- $t = 1.5\,s,\ x = -9\ => Fe = -k \cdot x = -0.15 \cdot \pi 2\ \cdot (-9) = 13.32\ N$

Cuestionario Nº 2. Movimiento Rectilíneo

1) ¿Qué diferencia al MUA del Movimiento rectilíneo uniforme?
2) En el Movimiento Rectilíneo Uniforme la velocidad es constante. ¿Qué magnitud es constante en el MUA?

3)¿Qué significa una aceleración de 5 m /s²?

4)¿Qué significa una aceleración de -- 4 m/s²?

5)¿Qué debe haber para que exista una aceleración?

6) ¿Qué es el desplazamiento angular?

7) ¿Qué significa velocidad media?

8) Escriba el nombre de la magnitud de las siguientes fórmulas:

------- $\frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf$ -------- $\frac{2\pi}{T} = 2\pi Rf$

9) ¿Qué es el movimiento circular ondulatorio?

3 MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

El estudio del movimiento es considerado como dinámica, la parte de la dinámica que describe el estudio del movimiento sin importar sus causas se lo conoce como cinemática, en este capítulo nos centraremos en lo que es cinemática en una dimensión, esta clase de movimiento abarca los conceptos de desplazamiento, velocidad y aceleración, gracias a estos conceptos podremos estudiar el movimiento de un objeto con una aceleración constante.

3.1 DESPLAZAMIENTO

Fig 3.1 en esta imagen podremos ver como realmente medimos el desplazamiento detallando la trayectoria y su desplazamiento de un objeto

El movimiento involucra el desplazamiento de un objeto de un lugar determinado a otro, un marco de referencia es una elección de ejes coordenados que definen el punto de inicio para medir cualquier cantidad, una primera etapa esencial en la solución implícita de cualquier problema con referencia al movimiento.

El desplazamiento $\triangle x$ de un objeto se define como su cambio de posición y está dado por:

$$X1 = Xo + Vo.t + \frac{1}{2}a.t$$

Donde la x_i se marca como posición inicial y la posición final con x_f..Debido que el desplazamiento tiene una magnitud y una dirección, es una cantidad vectorial, como lo son la velocidad y la aceleración. En general una cantidad vectorial se caracteriza por tener una magnitud y una dirección.

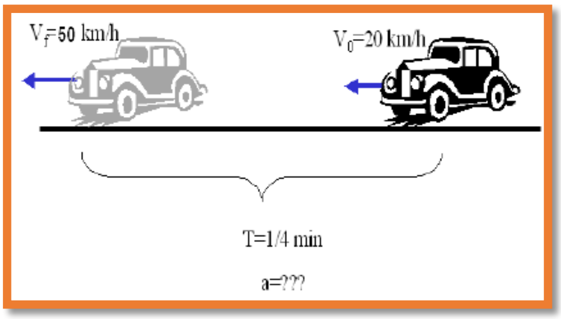


Fig 3.2 en esta figura podemos ver la velocidad en la cual un vehículo tiene tanto desde que parte de un punto hasta donde lleva a otro punto si velocidad inicial y su velocidad final.

3.2 VELOCIDAD

Los términos rapidez y velocidad son intercambiables, sin embargo en la física son dos cosas distintas rapidez es una cantidad escalar, solo tiene magnitud mientras que velocidad es un vector el cual tiene dirección y magnitud.

La rapidez promedio de un objeto en un intervalo de tiempo determinado es la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total transcurrido:

$$V = \frac{d}{t}$$

Unidades están en metros sobre segundos. (M/S^2)

3.3 ACELERACIÓN

Fig. 3.3. en esta imagen podemos ver que los dos primeros ejemplos tiene aceleración con el pasar del desplazamiento pero en el tercer ejemplo la bicicleta tiene una velocidad constante por lo cual no hay

Para poder explicar claramente lo que es aceleración pondremos un ejemplo como es la velocidad de un automóvil se incrementa cuando pisa el pedal de aceleración y disminuye cuando se pisa el pedal del freno, con este ejemplo podremos identificar que el cambio de velocidad de un objeto al transcurrir el tiempo se la conoce como aceleración.

$$A = \frac{Vf - Vi}{T}$$

3.4 DIAGRAMAS DE MOVIMIENTO

El diagrama de movimiento es parecido a las imágenes que resultan de una fotografía estroboscópica de un objeto en movimiento, cada imagen está hecha como el destello de luz de un flash estroboscópico.

Muchas veces se confunde el concepto de velocidad y aceleración pero gracias al diagrama de movimiento se puede explicar, los intervalos de tiempo entre posiciones adyacentes en el diagrama de movimiento son considerados iguales.

3.4.1 Movimiento en una dimensión con aceleración constante

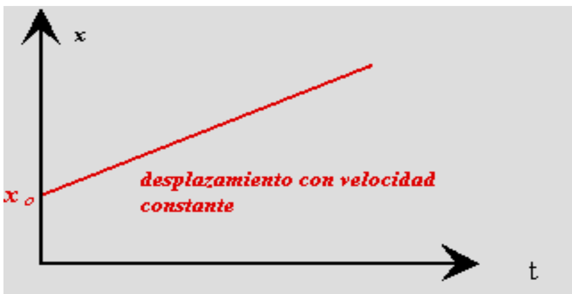


Fig. 3.4 en esta figura podemos ver claramente el desplazamiento con una velocidad constante de un objeto

Muchas aplicaciones en mecánica involucran objetivos móviles con aceleración constante, esta clase de movimiento es importante porque se aplica a numerosos objetivos en la naturaleza, tal como un objetivo en caída libre cerca de la superficie de la tierra.

Cuando un objeto se mueve con aceleración constante, la aceleración instantánea en cualquier punto en un intervalo de tiempo es igual al valor de la aceleración promedio en el intervalo completo de tiempo.

$$A = \frac{vf - vi}{T}$$

3.5 OBJETO EN CAÍDA LIBRE

Figura. 3.5 en esta imagen podemos ver una manzana que cae del árbol sin rozar a ningún otro cuerpo solo con la fuerza de la gravedad.

Cuando se omite la resistencia del aire, todos los objetivos caen bajo la influencia de la gravedad a la superficie de la tierra cayendo hacia ella con la misma aceleración constante.

De acuerdo con galileo el descubrió la ley de caída libre de objetos al observar que dos pesas diferentes se dejaban caer de manera seguida desde la torre inclinada de pisa golpeado la superficie de la tierra aproximadamente en el mismo tiempo aunque es improbable que este experimento se haya llevado acabo.

La expresión caída libre no se refiere específicamente a que un objeto se deje caer desde su punto de reposo, aclarando esto un objeto en caída libre es cualquier objeto moviéndose libremente bajo la influencia solo de la gravedad, independientemente de su movimiento inicial.

$$X = Xo.Vo.T + \frac{1}{2}gt$$

Tabla N°3: Movimiento en una Dimensión.

SÍMBOLO.	SIGNIFICADO.
$\boldsymbol{X0}$	Posición inicial
$\boldsymbol{X1}$	Posición final
$\boldsymbol{V0}$	Velocidad inicial
$\boldsymbol{V1}$	Velocidad final
$\boldsymbol{T}$	Tiempo
$\boldsymbol{g}$	gravedad
$\boldsymbol{a}$	Aceleración
$\boldsymbol{V}$	Velocidad
$\boldsymbol{D}$	Distancia

Formulario N°3: Movimiento en una Dimensión.

FÓRMULA.	NOMBRE.
$X1 = Xo + Vo.t + \frac{1}{2}a.t$	desplazamiento
$V = \frac{d}{t}$	velocidad
$A = \frac{vf - vi}{T}$	Aceleración
$X = Xo.Vo.T + \frac{1}{2}gt$	Caída libre

Ejercicios Propuestos N°3: Movimiento en una Dimensión.

1.- Una motocicleta esta parada en un semáforo que da acceso a una carretera. En el instante en el que el semáforo cambia a luz verde, le sobrepasa un automóvil que circula a una velocidad de 54 km/h. El motorista se entretiene en arrancar y lo hace con una aceleración constante de 3,6 m/s2.

a) ¿Cuánto tarda la motocicleta en alcanzar al coche?

b) ¿Que distancia han recorrido?

c) ¿Comete alguna infracción la moto?

d) ¿Construye los diagramas v-t y s-t para los dos vehículos?

2.- Un conductor circula por una carretera con una velocidad de 90 km/h y ve que se enciende la luz ´ámbar de un semáforo situado a una distancia de 150. Si el semáforo tarda 3 s en cambiar a rojo y el coche frena con una aceleración de 2 m/s2, ¿cometerá una infracción ese conductor?.

3.- Desde un puente se tira hacia arriba una piedra con una velocidad inicial verical de 6 m/s. Calcula:

a) Hasta qué altura se eleva la piedra.

b) Cuanto tiempo tarda en volver a pasar al nivel del puente desde el que fue lanzada y cual será entonces su velocidad.

c) Si la piedra cae en el río 1.94 s después de haber sido lanzada, ¿qué altura hay desde el puente hasta el nivel del agua? ¿Con qué velocidad llega la piedra a la superficie del agua?

4.- Desde una ventana situada a 15 m del suelo, una niña deja caer una pelota. Su amiga que se encuentra en la calle, debajo de la ventana, lanza hacia arriba, 1 segundo más tarde y con una velocidad de 12 m/s otra pelota.

a) ¿A qué altura se cruzan?

b) ¿Qué velocidad tiene cada pelota en ese instante?

c) ¿Dónde se encuentra la segunda pelota cuando la primera llega al suelo?

5.- Un hombre que esta frente a una ventana de 2 m de altura ve pasar un objeto que cae desde arriba, siendo 0,3 s el tiempo que tarda el objeto en recorrer la altura de la ventana.

a) ¿Desde qué altura dejó caer el objeto?

b) ¿qué velocidad tendrá el objeto al caer al suelo

6.- Una persona está a punto de perder un tren. En un desesperado intento, corre a una velocidad constante de 6 m/s. Cuando está a 32 m de la última puerta del vagón de cola, el tren arranca con una aceleración constante de 0,5 m/s2. ¿Lograra nuestro viajero aprovechar su billete o habrá perdido su billete, tiempo y aliento en un infructuoso intento?

7.- A un ladrillo se le imparte una velocidad inicial y regresa a su posición inicial con una velocidad de descenso de 5 m/s. ¿Cuál será su velocidad final después de caer una distancia de 40 m?

<u>Ejercicios Resueltos N°3: Movimiento en una Dimensión.</u>

<u>Ejercicios Nº 1.</u>

FelixBaumgartner saltó desde una altura de 39 km para romper la barrera del sonido en caída libre. Si suponemos que se impulsó inicialmente con una velocidad horizontal de 5 m/s y que cayó en caída libre sin rozamiento casi hasta el suelo, ¿a qué altura rompió la barrera del sonido?

Dato: v(sonido) = 340 m/s.

$$\vec{v} = 5\vec{i} + 9,8t\vec{j}$$

La ecuación de la velocidad del saltador queda como: .

El módulo de la velocidad será entonces:

$$v = \sqrt{25 + 9,8^2 t^2}$$

Si tenemos en cuenta la velocidad del sonido y sustituimos:

$$340^2 = 25 + 96,04t^2 \;\rightarrow\; t = 34,7\ s$$

Si tenemos en cuenta la velocidad del sonido y sustituimos:

$$340^2 = 25 + 96,04t^2 \;\rightarrow\; t = 34,7\ s$$

Tardó 37,4 s en alcanzar la velocidad del sonido y romper esa barrera. ¿En qué posición estaba? Tendremos que calcularla teniendo en cuenta la ecuación de la posición vertical y la altura inicial:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \;\rightarrow\; y = 3,9 \cdot 10^4 - 4,9t^2$$

(Debemos tener en cuenta que la aceleración es hacia abajo y eso hace que la altura sea cada vez menor, por lo tanto la aceleración debe tener signo contrario a la altura inicial).

$$y = 3,9 \cdot 10^4 - 4,9\frac{m}{s^2} \cdot 34,7^2\ s^2 = \mathbf{3,3 \cdot 10^4\ m}$$

Esto quiere decir que el saltador está a una altura de 33 km cuando rompió la barrera del sonido.

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{5^2\frac{m^2}{s^2} + 2 \cdot 9,8\frac{m}{s^2} \cdot 40\ m} = \mathbf{28,44\frac{m}{s}}$$

Ejercicios Nº 2.

Nos encontramos tomando el tiempo de traslado de un compañero deestudio en una motocicleta, durante la primera mitad de un tiempo determinado que estuvo en movimiento llevo una velocidad de 80 Km/h, y durante la segunda mitad la velocidad de 40 Km/h., ¿cuál fue la velocidad media de este estudiante?

Solución:

Datos:

$$t_1 = t_2$$

$V = 80\frac{km}{h}$

$V_2 = 40\frac{km}{h}$

Y las formulas a utilizar son:

$\vec{V} = \frac{S_1+S_2}{t_1+t_2} = \frac{S_1+S_2}{t}$**(1)**

$\vec{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta S = \vec{v}\,.\Delta t$ espacio = velocidad uniforme por tiempo

Ejercicios Nº 2.

Nos encontramos tomando el tiempo de traslado de un compañero de estudio en una motocicleta, durante la primera mitad de un tiempo determinado que estuvo en movimiento llevo una velocidad de 80 Km/h, y durante la segunda mitad la velocidad de 40 Km/h., ¿cuál fue la velocidad media de este estudiante?

Solución:

Datos:

$$t_1 = t_2$$

$V = 80\frac{km}{h}$

$V_2 = 40\frac{km}{h}$

Y las formulas a utilizar son:

$\vec{V} = \frac{S_1+S_2}{t_1+t_2} = \frac{S_1+S_2}{t}$**(1)**

$\vec{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta S = \vec{v} \,.\, \Delta t$espacio = velocidad uniforme por tiempo

Solución:

Datos

$a = 0{,}5 \, {}^{m}/_{seg.^2}$

$V_0 = 54 \, {}^{km}/_{h}$

Al ser un movimiento acelerado tenemos que recurrir a las fórmulas que se encuentren en este tipo de movimiento, para lo cual tenemos que:

1) $S = S_0 + V_0 . t_1 \pm \frac{a.t_2}{2}$de donde S_0 = 0 ., pero aquí tenemos dos incógnitas que son el espacio y el tiempo, por lo que tenemos que recurrir a otras formulas que nos involucren menor cantidad de incógnitas;

2) $Vf^2 = {V_0}^2 \pm 2aS$

3) $Vf = V_0 \pm a.t$ estas dos parecen las más adecuadas para resolver nuestro

problema, y así tomamos para la primera pregunta sobre el tiempo que tardará en depositarse, la 3era., fórmula, y el signo negativo pues la aceleración es negativa ya que está frenando el movimiento, por lo tanto se encuentra en sentido contrario a éste:

la velocidad final será por lo expuesto por el problema, igual a cero, y despejando el tiempo obtenemos:

$t = \frac{V_0}{a}\ t = \frac{54\,{}^{km}/_{h}}{0{,}5\,{}^{m}/_{s^2}}$pero aquí observamos que los valores numéricos se

Corresponden con unidades distintas por lo que tendremos que reducirla a una de los dos, para estos aplicamos lo que se denomina la regla del 1 x 1., y así obtenemos:

$1k \times 1h \times 1000m = 0{,}277\ {}^{m}/_{s}$o sea que este resultado es equivalente a, 1 ${}^{km}/_{h}$

$1h \quad 3600seg \quad 1km$

Por lo que:

$$t = 0^{54}, 5\ .\ 0{,}277 = 29{,}91\ {}^{m}/_{s}\ .\ {}^{s^2}/_{m} = 29{,}9$$

Una vez obtenido el tiempo, ya podemos utilizar las fórmulas 1) o la 2)

Si usamos la 2), obtenemos:

$V\ f =\ 0.$, por lo tanto V_0^2 ●$2.a.S$ (en este caso también mantenemos la aceleración

Negativa pues tiene un sentido al movimiento y luego realizamos los pasajes de términos correspondiente), y por lo tanto el espacio recorrido es:

$$S = \frac{V_0{}^2}{2.a} = \frac{(54\times 0{,}277)2}{2\times 0{,}5} = 223{,}74m$$

$$S = \frac{{V_0}^2}{2.a} = \frac{(54\times 0{,}277)2}{2\times 0{,}5} = 223{,}74m$$

O sea que la distancia que se depositará desde el punto inicial es de 223,74 metros.

Ejercicios Nº 5.

Un estudiante de geología se encuentra frente a un corte vertical enroca, al cual no le es fácil acceder y desea medir la altura de dicho corte, para lo cual provisto de un cronómetro lanza un fragmento rocoso en forma vertical hasta el borde del corte, el fragmento regresa al cabo de 3seg, no tener en cuenta la resistencia del aire y calcular a) la velocidad inicial de lanzamiento, b) ¿cuál es la altura del corte?

Solución:

Como el tiempo total de ida y regreso es:

$t_1 + t_2 = 3s = t_t$ Por lo tanto, tenemos que$t1\ =\ 1{,}5s$.

$V_f\ = V_0 + a.t, = t_t \Rightarrow V_f\ = 0 = V_0\ s\ g.t$

$$V_0 =\ g.t = 9{,}8\,{}^{m}/_{s^2}.1{,}5s = 14{,}4\,{}^{m}/_{s}$$

para calcular la altura podemos recurrir a dos fórmulas:

$$h = V_0.ts\frac{1}{2}\ g.t \Rightarrow \mathrm{V}f^2 = {V_0}^2\ s\ 2\ g.h$$

Obteniendo: $h = 2\frac{{V_0}^2}{g} = 10{,}57m$

Ejercicios Nº 6.

Un geólogo se encuentra parado sobre una ladera vertical de una altura h = 19,6 m, dejando caer un fragmento rocoso. ¿Qué camino recorrerá este cuerpo? a)

Solución:

Datos: $V_o = 0$; $a = g$, $t_1 = 0{,}1seg$, $t_2 = t_t - 0{,}1seg.$, $h = 19{,}6$ m.

., t_t = tiempo total de caída libre

La fórmula a utilizar en un movimiento acelerado, en una caída libre la aceleración actuante es la aceleración de la gravedad, por lo que reemplazamos por g. Así tenemos que, donde

$h = V_0.t_1 + \frac{g.t_1{}^2}{2}$ Donde el primer termino V_0.t =0 por lo que nos queda

$$h = V_0.t_1 \pm \frac{g.t_1{}^2}{2}$$

$$h = \frac{g.t_2}{2} = \frac{9{,}8\,{}^{m}/_{s^2}}{2}.(0{,}1seg)2 = 0{,}045m$$

Luego pasamos a calcular el tiempo total para la caída libre, para poder así saber que camino recorrió el último 0,1seg.

$h = \frac{g.t^2}{2}$., luego $t = \frac{2.h}{g}$ para $t_t 0{,}1seg.,\ h = \frac{g(t_t 0{,}1seg)^2}{2}$

Reemplace en la ecuación algebraica por los valores correspondiente y obtenga el resultado.

Ejercicios Nº 7.

Un estudiante parado en la parte superior de un corte natural vertical, intenta medir el espesor del estrato horizontal superior, para lo cual deja caer un fragmento de roca en caída libre, pero solamente logra cronometrar el último segundo de la caída que recorre la mitad del espesor del estrato, hallar a) ¿Qué espesor tiene el estrato, y b) ¿cuánto dura la caída total del fragmento.

Solución:

Datos: $t21seg.,H = h1 + h2.,h1 = h2.,V0 \ = 0$

Como se trata de un movimiento acelerado, recurrimos a las fórmulas que aporta este movimiento y reemplazamos a la aceleración por la aceleración de la gravedad g.

Partimos que *h*= $V_0.t$+ *g.t/2*(se usa el signo +por que la aceleración de la

$h = \frac{g.t_1{}^2}{2}$para$h_2 = V_2.t + \frac{g.t_2}{2}$ para donde $V_0 2$ se calcula de la expresión

$V_{f1} = V_0 + g.t_1$donde $V_{f1} = V_{02}$ ya que $V_{01} = 0$

Ejercicios Nº 8.

Sea un planeta con una gravedad igual a la mitad de la terrestre (g) ¿cuánto tiempo más necesitaría un cuerpo para caer desde el reposo con respecto a una que cae de la misma altura en la tierra?

Solución:

Datos: $g_p = \frac{1}{2}g.$, donde g_p = gravedad del planeta y g = gravedad

Entonces tenemos que:

., h_p $\frac{g.tp^2}{2.2}$ = altura de caída en el planeta

., h_t $\frac{g.t_t^2}{2}$ = altura de caída en la tierra

como $h \,{}_{\scriptscriptstyle l}\, h$ tenemos que: $\frac{g.t_p^2}{4} = \frac{g.t2}{2}$ t y de esta manera

obtenemos luego de las correspondientes simplificaciones:

Las correspondientes simplificaciones:

$$t\,p \;= tt\,2$$

Ejercicios Nº 9.

Se arroja un fragmento rocoso verticalmente hacia arriba. En su ascenso cruza el punto A, con una rapidez V, y el punto B, que se encuentra 3,0 m más alto que A,

Con una rapidez $V/2$. Calcule:

a) La rapidez V

b) la altura máxima alcanzada por el fragmento rocoso arriba del punto B.

$R = a) V$

$= 8{,}85m$

$b)\ h = 0{,}99m.$

h = máxima

3m.

Ejercicios Nº 10.

A un ladrillo se le imparte una velocidad inicial y regresa a su pocisión inicial con una velocidad de descenso de 5 m/s. ¿Cuál será su velocidad final después de caer una distancia de 40 m?

Cuando regresa, su velocidad inicial es de 5 m/s y está sometido a la aceleración de la gravedad en todo momento. Vamos a considerar como instante inicial justo el momento en el que pasa por el punto de lanzamiento y aplicamos la ecuación que relaciona la velocidad con la distancia recorrida:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2gh$$

La velocidad inicial y la aceleración tienen el mismo sentido porque el ladrillo,en el momento que hemos considerado inicial, se mueve hacia abajo:

$$v = \sqrt{{v_0}^2 + 2gh} = \sqrt{5^2 \frac{m^2}{s^2} + 2 \, . \, 9{,}8 \frac{m}{s^2} \, . \, 40m} = \mathbf{28{,}44 \frac{m}{s}}$$

Ejercicios Nº 11.

FelixBaumgartner saltó desde una altura de 39 km para romper la barrera del sonido en caída libre. Si suponemos que se impulsó inicialmente con una velocidad horizontal de 5 m/s y que cayó en caída libre sin rozamiento casi hasta el suelo, ¿a qué altura rompió la barrera del sonido?

La velocidad inicial del saltador tiene componente horizontal pero no componente vertical, pero la aceleración a la que está sometido sí que tiene componente vertical. La ecuación de la velocidad del saltador queda como:

$$\vec{v} = 5\vec{\imath} + 9{,}8t\vec{\jmath}$$

El módulo de la velocidad será

$$v = \sqrt{25 + 9,8^2}t^2$$

Entonces:
Si tenemos en cuenta la velocidad del sonido y sustituimos:

$$340^2 = 25 + 96{,}04t^2 \rightarrow t = 34{,}7s$$

Tardó 37,4 s en alcanzar la velocidad del sonido y romper esa barrera. ¿En qué posición estaba? Tendremos que calcularla teniendo en cuenta la ecuación de la posición vertical y la altura inicial:

$$y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = 3{,}9\,.\,10^4 - 4{,}9t^2$$

(Debemos tener en cuenta que la aceleración es hacia abajo y eso hace que la altura sea cada vez menor, por lo tanto la aceleración debe tener signo contrario a la altura inicial).

$$y = 3{,}9.\,10^4 - 4{,}9\,\frac{m}{s^2}\,.34,7^2s^2 = \mathbf{3,3.10^4}$$

Organizador Gráfico N°3: Movimiento en una Dimensión.

DESPLAZAMIENTO

EL DESPLAZMIENTO DE UN OBJETO EN EL EJE X SE DEFINE COMO EL CABIO EN LA POSISICON DEL OBJETO.

VELOCIDAD

Los términos rapidez y velocidad son intercambiables, sin embargo en la física son dos cosas distintas rapidez es una cantidad escalar, solo tiene magnitud mientras que velocidad es un vector el cual tiene dirección y magnitud.

ACELERACION

La aceleracion promedio de un objeto se somete a un cambio en la aceleracion durante un intervalo de tiempo.

4

VECTORES Y MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

En general e1 movimiento de los objetos verdaderos se realiza en el espacio real tridimensional. **(Sears Y Zemansky).** E1 movimiento de una partícula que se realiza en un plano es un movimiento en dos dimensiones, si el movimiento se realiza en el espacio, se produce en tres dimensiones. En este capítulo se estudia la cinemática de una partícula que se mueve sobre un plano. Ejemplos de un movimiento en dos dimensiones son el de un cuerpo que se lanza al aire, tal como una pelota, un disco girando, el salto de un canguro, el movimiento de planetas y satélites, etc. El movimiento de los objetos que giran en una órbita cuya trayectoria es una circunferencia, se conoce como movimiento circunferencial; es un caso de movimiento en dos dimensiones, que también es estudiado en este capítulo. El vuelo de una mosca, el de un avión o el movimiento de las nubes se produce en tres dimensiones.

4.1MOVIMIENTO BIDIMENSIONAL - ECUACIONES GENERALES

Consideremos un movimiento bidimensional en aceleración se mantiene en un

Consideremos un movimiento bidimensional en el que la aceleración se mantiene en un mismo plano y la velocidad ya no es paralela a la aceleración.

El movimiento de una partícula se describe con su vector posición **r**, la velocidad **v** y la aceleración **a**.

El vector posición de una partícula moviéndose en el plano X - Y es

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{x}\,\boldsymbol{i} + \boldsymbol{y}\,\boldsymbol{j}$$

Si se conoce el vector posición la velocidad de la partícula se puede obtener como

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{vx}\,\boldsymbol{i} + \boldsymbol{vy}\,\boldsymbol{j}$$

La aceleración de la partícula en el plano estará definida por las componentes mismo plano y la velocidad ya no es paralela a la aceleración.

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{ax\, i} + \boldsymbol{ay\, j}$$

El movimiento de una partícula se describe con su vector posición **r**, la velocidad **v** y la aceleración **a**.

El vector posición de una partícula moviéndose en el plano X - Y es

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{x\, i} + \boldsymbol{y\, j}$$

Si se conoce el vector posición la velocidad de la partícula se puede obtener como

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{vx\, i} + \boldsymbol{vy\, j}$$

La aceleración de la partícula en el plano estará definida por las componentes encuentra en la posición en que la velocidad y la aceleración son perpendiculares entre si la velocidad inicial v_0y la aceleración **a** determinan el plano del movimiento de la partícula.

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{ax\, i} + \boldsymbol{ay\, j}$$

La aceleración a = ax i + ay j tiene componentes ax constante y ay, constante

La aceleración siempre apunta hacia la parte cóncava de la curva

El eje de la parábola es paralelo a la aceleración

Las ecuaciones de la posición de la partícula serán= $X° + Vx_{0^2} + \frac{1}{2}axt2$

$$\boldsymbol{y} = y° + Vy°t + \frac{1}{2}ayt^2$$

Las ecuaciones de la velocidad de la partícula serán

$$\mathrm{Vx} = Vx° + axt$$

$$Vy = Vy° + ayt$$

Estas ecuaciones indican que las proyecciones sobre los ejes coordenados **X** e **Y** se mueven con **MRUV** y ambas ecuaciones están relacionadas por un parámetro común que es el tiempo

Si una de los ejes coordenados es paralelo a la aceleración de la partícula el otro eje no tendrá componente de la aceleración y el movimiento en ese eje será **MRU**

4.2 MOVIMIENTO DE PROYECTILES

La aceleración solo tiene componente vertical

$$a = 0i - igt$$

En este movimiento la aceleración **a** es la que produce la tierra sobre todos los cuerpos, la aceleración de la gravedad **g**, en dirección vertical y con sentido hacia el centro de la tierra.

La representamos vectorialmente como **g** = 9,81 (-**j**) m/s^2. Para simplificar los cálculos aproximamos su valor a 10 m/s^2.

Al lanzar el proyectil desde la superficie terrestre, o cerca de ésta, con una velocidad inicial que hace un ángulo θ con la horizontal, el proyectil sigue una trayectoria parabólica en el plano determinado por su velocidad inicial $\mathbf{v}_0$y la gravedad **g** como se aprecia en la figura

El vector posición **r** en cada punto de la trayectoria parabólica se representa en el siguiente gráfico. Observe que si no existiera aceleración **g** el recorrido del móvil sería rectilíneo en la dirección de $\mathbf{v}_0$t, el vector ½**gt** es el desplazamiento vertical debido a la aceleración **g** dirigida hacia abajo.

En la figura la expresión vectorial para **r** es:

$$r = Vot + \frac{1}{2}gt^2$$

Para deducir las ecuaciones que describen el movimiento, establecemos un sistema de coordenadas.

Podemos concluir entonces que el movimiento de proyectiles es la superposición de dos movimientos: a) movimiento a velocidad constante en la dirección inicial y b) el movimiento de una partícula que cae libremente en la dirección vertical con aceleración constante

Las componentes del vector velocidad son v_x y v_y para varios puntos de la trayectoria. La componente v_x se mantiene constante e igual a v_{x0}. La componente v_y varía debido a la aceleración de gravedad g de valor constante.

Puntos simétricos de la trayectoria tienen la misma rapidez.

Deduciremos entonces:

- x, el desplazamiento horizontal y v_x, la componente de la velocidad en el eje X
- y, el desplazamiento vertical y v_y, la componente de la velocidad en el eje Y

Aplicaremos las ecuaciones cinemáticas para el movimiento en cada eje:

a) En el eje X el movimiento es uniforme como el MRU

b) En el eje Y el movimiento tiene aceleración constante, emplearemos la ecuación del MRUV

4.3. ECUACIONES PARA EL MOVIMIENTO PARABÓLICO

En cada punto de la trayectoria del proyectil el vector posición **r**, la velocidad **v** y la aceleración **g** del proyectil se expresan en función de sus componentes como:

$$r = xi + yj$$

$$v = vxi + vyj$$

4.3.1. Velocidad inicial

$$v0 = v0xi + v0yj$$

$$vox = V0\ cos\ \theta$$

4.3.2. Posición

En el caso general el origen del sistema de coordenadas no corresponde a la posición inicial, es decir:

$$r0 = x0i + yoj$$

La posición de la partícula

$$r = xi + yj$$

En el eje X

$$x = x0 + Vx0\ t \qquad\qquad Vx = Vx0$$

$$x = x_0 + (V_0\ cos\theta_0)t$$

En el eje Y, la aceleración es constante en el sentido negativo del eje Y, por tanto el movimiento es descrito por las ecuaciones del MRUV.

$$y = y_0 + Vy_0t - (1/_2)gt^2$$

4.3.3. Velocidad

El vector velocidad es el movimiento en plano está definido por $v = v_x\ i + v_yj$

La velocidad en el eje X

$$V_X = V_0 \cos\theta_0$$

$$Vx^2 = V0x^2 - 2g(\Delta X)$$

La velocidad en el eje Y

$$V_y = Vy_0 - gt$$

$$V_{y=} V_0 sen\theta_0 t - gt$$

$$Vy^2 - 2g(\Delta y)$$

Por tanto el vector posición **r** del proyectil en cualquier instante t es:

$$r = (x_0 + (V0x^t)i + (yo + V0yt - (1/_2)gt^2)j$$

4.4. ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA

De la ecuación de x deducimos el tiempo $t = \frac{x}{voCos\theta}$ y remplazamos en la ecuación de y obteniendo la ecuación de la trayectoria de la partícula.

$$y = voSen(\frac{x}{voCos\theta)} + \frac{1}{2} g(\frac{x}{voCos\theta}, ^2$$

4.5. ALTURA MÁXIMA (H_{MAX})

Un proyectil lanzado con un ángulo de elevación, va ganando altura hasta llegar al punto más alto de su trayectoria que corresponde a la altura máxima. Observar que la aceleración de la gravedad g actúa solo sobre la componente vertical de la velocidad inicial, v_{y0}, mientras que vx0 permanece constante. Deduciremos la expresión para la altura máxima si se conoce v0 y θ0, el punto de lanzamiento se considera el origen del sistema de coordenadas (x0 = 0 y0 = 0).

En el punto más alto la componente vertical de la velocidad vy = 0, entonces según la ecuación

$0 = vy0\ t - g$ esto indica que para $t_s = \frac{voSen\theta}{g}$

Donde **t** es el tiempo de subida del proyectil.

Se alcanza la altura máxima, reemplazando ts y y0 = 0

$$Hmax = y = Vy0t - (1/2)gt^2 = \frac{Vyo\ (Vyo)}{g} - \frac{(1/2)g(V^2yo)}{g^2}$$

Si fuera posible variar el ángulo de lanzamiento, manteniendo constante la rapidez, deducimos que para $\theta_0 = 90^\circ$ el proyectil llega a lo más alto que puede alcanzar. En la figura se ilustra que el proyectil alcanza diferentes alturas máximas para diferentes ángulos de lanzamiento, con v_0 fijo.

4.6. ALCANCE (R)

Cuando el proyectil vuelve a su altura inicial ($y = y_0$), se habrá desplazado horizontalmente una distancia que se denomina alcance denotado por R (también se le conoce como rango). Para determinar R recordemos que el movimiento es MRU a lo largo del eje X.

R = vx0 tv

Donde tv es el tiempo que le toma al proyectil volver a la altura inicial, o tiempo de vuelo (tv = 2 ts). Si el proyectil se lanza desde el origen del sistema de coordenadas, y0 = 0. En la ecuación

Si hacemos x= 0 , y = 0, obteniendo tv = (2 vy0)/g, reemplazando tv resulta

$$R\,\frac{2Vx0\quad V0y}{g} = \frac{V0^2 sen2\theta_0}{g}$$

Dos proyectiles disparados con ángulos complementarios tienen el mismo alcance. Se puede notar de esta expresión que para θ0 = 45º el proyectil cubre el máximo alcance.

Si se apunta directamente a un blanco que cae a partir del reposo, el proyectil necesariamente al blanco, siempre que el rango sea mayor a Rango/2.

Ejercicios Resueltos Nº 4. Vectores y movimiento en dos dimensiones

Ejercicio Nº 1

Si desde la tierra se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s formando un ángulo de 37º respecto a la horizontal. a) ¿A qué altura en metros se encuentra el proyectil cuando su velocidad sea de $40\hat{i} - 20\hat{j}$. b) Calcule además la altura máxima

Solución

a) $y = Voyt - gt^2/2$

$y = (V_0 \cos 37°)\, t - gt^2$

Se tiene:

$$V_y = V_{0y} - gt$$

$$-20 = V_0 cos37° - 10t$$

$$-20 = 50\left(^5/_4\right) - 10t$$

donde: t = 5s.

Ejercicio Nº 2

Se lanza una partícula desde el origen de un sistema de coordenadas con una velocidad de $v = (2\hat{i} + \hat{j})\, m/s$. Si la aceleración es $a = +10\frac{m}{s^2}\hat{j}$ determine la ecuación de la trayectoria.

Solución

$\boldsymbol{r = r\,.t + \frac{a}{2}t^2;}$

Despejando t de la primera ecuación $t = \frac{x}{V_{ox}}$ y reemplazando en la segunda.

$$y = \tan\theta\, 0x + \frac{5}{V0^2 cos^2\theta_0}x^2 y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{5cos^2\theta_0}x^2$$

Ejercicio Nº 3

Si desde la tierra se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s formando un ángulo de 37º respecto a la horizontal. a) ¿A qué altura en metros se encuentra el proyectil cuando su velocidad sea de $40\,\hat{i} - 20\,\hat{j}$. b) Calcule además la altura máxima.

Solución

a) $y = Voyt - gt2/2$

$y = (Vo\, Cos37º)\, t - gt2/2 \ldots\ldots\ldots\ldots.(*)$

Falta conocer t.

Pero la ecuación $\vec{V} = 40\hat{\imath} - 20\hat{\jmath}$Se tiene:

$Vy = Voy - gt$

$-20 = V_o Cos37^o - 10t$

$-20 = 50\ (5/4) - 10t$

donde: t = 5s.

Reemplazando en (*)

$y = h = 50(4/5)(5) - g/2(5)2 = 25m$

b) $hmax = \frac{V_{oy}^2}{2g} = \frac{30^2}{20} = 45m$

Ejercicio Nº 4

Un proyectil es lanzado con v0= 3,6 m/s y θ0 = 78, 7˚, determine la ecuación de la trayectoria.

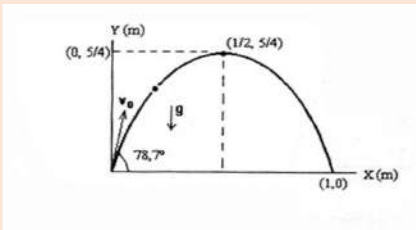
Con estos datos de la ecuación anterior resulta 10.

$$y = (\tan 78,7^\circ)x - \frac{x^2}{2\,(3,6)^2 \cos^2 (78,7^\circ)} = 5x - 5x^2$$

Completando cuadrados se obtiene

$$y - 5/4 = -5(x - ½)^2$$

que es la ecuación de una parábola con vértice en (h, k) = (1/2, 5/4) y c = -5. La siguiente figura representa esta parábola que viene a ser la trayectoria de una partícula lanzada



con una rapidez de 3,6 m/s y un ángulo de elevación de 78,7˚.

Ejercicio Nº 5

Se lanza una partícula desde el origen de un sistema de coordenadas con una velocidad de $v = (2\hat{i} + \hat{j})\,m/s$. Si la aceleración es $a = +10\frac{m}{s^2}\hat{j}$ determine la ecuación de la trayectoria.

Solución

$\bar{r} = \bar{r} \cdot t + \frac{\vec{a}}{2}t^2$;de donde: $x = Vox\,t$ $\quad y = Voy\,t + 10\left(\frac{t^2}{2}\right)$

Despejando t de la primera ecuación $t = \frac{x}{V_{ox}}$ y reemplazando en la segunda. $y = (tan\,\theta_0)x + \frac{5}{V_{0X^2}}X^2$

$$y = \tan\theta_0\,x + \frac{5}{V^2{}_0\cos^2\theta_2}x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{5cos^2\theta_0}x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2}x^2$$

Ecuación de la trayectoria $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}x^2$

Ejercicio Nº 6

Desde lo alto de un acantilado de 5 m de alto se lanza horizontalmente una piedra con velocidad inicial de 20 m/s. ¿A qué distancia horizontal de la base del acantilado choca la piedra?

Paso No. 1: Calcular las componentes rectangulares de la velocidad inicial

En el lanzamiento horizontal la velocidad inicial vertical (Voy) es igual a cero, por lo que:

$\mathrm{Vx} = 20\ \mathrm{m/s}$

$\mathrm{Voy} = 0$

Paso No. 2: Anotar los datos para X y para Y. Recuerde que las velocidades y los desplazamientos

Para “X” Para “Y”

$Vx = 20\ m/s$

$t =$

$X = Voy = 0$

$g = -9.81\ m/s2$

$Y = -5\ m$

Paso No. 3: Selección de las ecuaciones a utilizar

Recuerde que "X" que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observe que en "Y" tiene datos suficientes para calcular "t".

Paso 4: Resolver la ecuación considerando que Voy = 0, por lo que el primer término se anula.

Y= gt^2 / 2

Resolviendo para "t ":

t = 1.009637 s

Calculo de "t ":

Recuerde que "X" que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observe que en "Y " tiene datos suficientes para calcular "t". Resolviendo para

$$\text{“}X\text{ “}:\ X = Vx\ (t)$$

$$X\ =\ (20\ m/s)\ (1.09637s)$$

$$X\ =\ 20\ m$$

Ejercicio Nº 7

Se patea un balón de fútbol con un ángulo de 37° con una velocidad de 20 m/s. Calcule:

a) La altura máxima.
b) El tiempo que permanece en el aire.
c) La distancia a la que llega al suelo.
d) La velocidad en X y Y del proyectil después de 1 seg de haber sido disparado

Datos

$c) \; X \; = ?$

$d) \; Vx \; =?$

Paso 1

$$V_{0x} = V_0 Cosa = 20\frac{m}{s}Cos37° = 15.97\frac{m}{s}$$

$$V_{0x} = Sena = 20\frac{m}{s}Sen37° = 12.03\frac{m}{s}$$

$$Voy \; = \; Vo\; Se\; n\; a \; = \; 20\; m/s\; Sen\; 37° \; = \; 12.03\; m/s$$

Paso 2

Calcular el tiempo de altura máxima, donde Voy = 0

Por lo tanto $:t \; = \; (Vfy \; - \; Voy)\; / \; g \; = \; (0 \; - \; 12.03\; m/s)\; / \; 9.8 \; = \; 1.22. seg.$

Paso 3

Calcular a) la altura máxima:

Ymax = Voy t + gt^2 / 2= 12.03 m/s (1.22s) + ((-9.8m/s^2)(1.22s)^2) / 2 = 7.38m

Paso 4

Calcular b) el tiempo total. En este caso solo se multiplica el tiempo de altura máxima por 2, porque sabemos que la trayectoria en este caso es simétrica y tarda el doble de tiempo en caer el proyectil de lo que tarda en alcanzar la altura máxima.

T total = Tmax (2) = 1.22s (2) = 2.44 s.

Paso 5

Calcular el alcance máximo, para lo cual usaremos esta formula:

$X \; = \; Vx\; t\; total \; = \; 15.97\; m/s\; (\; 2.44s) \; = \; 38.96\; m.$

Paso 6

Ejercicio Nº 8

Desde lo alto de un acantilado de 5 m de alto se lanza horizontalmente una piedra con velocidad inicial de 20 m/s. ¿A qué distancia horizontal de la base del acantilado choca la piedra?

Paso No. 1: Calcular las componentes rectangulares de la velocidad inicial

En el lanzamiento horizontal la velocidad inicial vertical (Voy) es igual a cero, por lo que:

$$V_x = 20\frac{m}{s}$$

$$V_{0y} = 0$$

Paso No. 2: Anotar los datos para X y para Y. Recuerde que las velocidades y los desplazamientos

Para "X"	Para "Y"
$Vx = 20\frac{m}{s}$	$\text{Voy} = 0$
$t =$	$g = -9.81\frac{m}{s2}$
$X =$	$Y = -5\,m$

Paso No. 3: Selección de las ecuaciones a utilizar

Recuerde que "X" que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observe que en "Y " tiene datos suficientes para calcular "t".

$$Y = V_{0y}t + \frac{gt^2}{2}$$

Paso 4: Resolver la ecuación considerando que Voy = 0, por lo que el primer término se anula.

Y= gt^2 / 2

Resolviendo para “t “:

t = 1.009637 s

$$t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(-5m)}{\left(-9.81\,\frac{m}{s^2}\right)}}$$

Calculo de “t “:

$$V_x = \frac{X}{t}$$

Paso5: Calcular “ X “ utilizando la ecuación:

Recuerde que “X” que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observe que en “Y” tiene datos suficientes para calcular “t”.

Resolviendo para “X “: $X = Vx\ (t)$

X = (20 m/s)(1.09637s)

X = 20 m

Ejercicio Nº 9

Se patea un balón de fútbol con un ángulo de 37° con una velocidad de 20 m/s. Calcule:

a) La altura máxima.

b) El tiempo que permanece en el aire.

c) La distancia a la que llega al suelo.

d) La velocidad en X y Y del proyectil después de 1 seg de haber sido disparado

Datos

Ángulo = 37°	a) Ymax = ?	d) Vx =?
$Vo\ =\ 20m/s$	b) T total = ?	Vy= ?
$g =\ -9.8\ m/s$^2	c) X = ?	

Paso 1

$V_{0x} = V_0\ Cos\ \propto$

$$V_{0y} = V_0 = Sen\ \propto$$

$V_{0x} = V_0 Cos\ a = 20\frac{m}{s} Cos\ 37° = 15.97\frac{m}{s}$

$V_{oy} = V_0 Sen\ a = 20\frac{m}{s} Sen\ 37° = 12.03\frac{m}{s}$

Paso 2

Calcular el tiempo de altura máxima , donde Voy = 0

Por lo tanto: t $= (Vfy - Voy) / g = (0 - 12.03\, m/s) / 9.8 = 1.22.seg.$

Paso 3

Calcular a) la altura máxima:

Ymax = Voy t + gt^2 / 2= 12.03 m/s (1.22s) + ((-9.8m/s^2) (1.22s) ^2) / 2 = 7.38m

Paso 4

Calcular b) el tiempo total. En este caso solo se multiplica el tiempo de altura máxima por 2, porque sabemos que la trayectoria en este caso es simétrica y tarda el doble de tiempo en caer el proyectil de lo que tarda en alcanzar la altura máxima.

T total = tmax (2) = 1.22s (2) = 2.44 s.

Paso 5

Calcular el alcance máximo, para lo cual usaremos esta fórmula:

X = Vx t total = 15.97 m/s (2.44s) = 38.96 m.

X = Vx t total = 15.97 m/s (2.44s) = 38.96 m.

Paso 6

Vfy = gt + Voy = (- 9.8) (1seg.) + 12.03 m/s = 2.23 m/s

Vfx = 15.97 m/s, ya que esta es constante durante todo el movimiento.

Paul E. Tippens (2001)

Problemas Propuestos Nº 4. Vectores y movimiento en dos dimensiones

1. Una niña se da cuenta que demora 30 segundos en subir una escala mecánica detenida, caminando por los peldaños. En cambio, cuando la escala está en movimiento hacia arriba y además la niña camina hacia arriba por los peldaños, demora sólo 10 segundos en subir. Suponiendo que la niña siempre camina por los peldaños con la misma rapidez: ¿Cuándo demoraría en subir si sólo se queda parada sobre un peldaño de la escala en funciona-miento?

2. Un automóvil viaja por una carretera. Calcule y represente gráficamente el vector cambio de velocidad para cada uno de los siguientes casos:

   a) En un camino recto, el automóvil disminuye su rapidez de 100[km/h] a 40[km/h].

   b) El automóvil toma una curva de 90º con rapidez constante de 30 [km/h].

   c) El automóvil toma una curva de 60º, simultáneamente disminuyendo su rapidez desde 60[km/h] hasta 30[km/h]

3. Un electrón se mueve en presencia de un campo magnético describiendo un círculo de radio R = 25 [cm], con rapidez constante de 104[m/s]. Calcule la aceleración (magnitud y dirección) de este electrón.

Cuestionario Nº 4. Vectores y movimiento en dos dimensiones

- ¿Qué es movimiento de 2 dimensiones?
- ¿Movimiento bidimensional?
- ¿Ecuaciones para el movimiento parabólico?
- ¿Que nos permite calcular el movimiento de 2 dimensiones?
- ¿Qué es movimiento de proyectiles?
- ¿Formula de Alcance?
- ¿Formula de ecuación de una parábola?
- ¿Movimiento en dos dimensiones con aceleración constante?
- ¿Qué es vectores en dos dimensiones?

5

LEYES DE MOVIMIENTO

La mecánica clásica describe la correspondencia entre el movimiento de objetos encontrados en nuestro mundo cotidiano y las fuerzas que actúan en ellos.

En este capítulo también se estudian las tres leyes de movimiento de Newton y de la gravedad, dichas leyes son naturales y razonables. La primera ley establece que debe aplicarse una fuerza a un objeto con la finalidad de cambiar su velocidad, cambiar la velocidad de un objeto significa acelerarlo, lo que da a entender una correspondencia entre fuerza y aceleración.

La segunda ley establece que la fuerza neta sobre un objeto es igual a la masa del objeto por su aceleración, por último la tercera ley funciona que tan pronto como se empuja algo, este impulso regresa con igual fuerza en la dirección opuesta. Las tres leyes de movimiento de Newton, junto con su ley de la gravitación, se consideran entre los logros más grandes de la mente humana.

5.1 FUERZAS.

Las fuerzas correspondientes se conocen como fuerzas de campo, de acuerdo a este planteamiento, un objeto de masa M, tal como el Sol, crea una influencia invisible que se extiende en todo el espacio. Un segundo objeto de masa m, como la Tierra, interactúa con el campo del Sol, no directamente con el Sol mismo. La fuerza de gravedad mantiene

objetos unidos a la Tierra además de originar lo que conocemos como peso de esos objetos.

Las fuerzas ejercidas en un objeto pueden cambiar la forma del mismo. Por ejemplo, el golpear una pelota de tenis con una raqueta deforma la pelota en alguna extensión. Incluso los objetos que por lo general se consideran rígidos e inflexibles se deforman bajo la acción de fuerzas externas. Con frecuencia las deformaciones son permanentes, como el caso de un choque entre automóviles.

5.2 PRIMERA LEY DE NEWTON.

Antes del año 1600, los científicos sentían que el estado natural de la materia era el estado de reposo. No obstante, Galileo concibió experimentos (como un objeto móvil sobre una superficie sin fricción) y concluyó que no es la naturaleza de un objeto detenerse, una vez que se pone en movimiento, sino que continúa en su estado general de movimiento. Este planteamiento después se formalizó como la primera ley de movimiento de Newton:

“Un objeto se mueve con una velocidad que es constante en magnitud y en dirección, a no ser que actúe en él una fuerza resultante diferente de cero”.

5.2.1 Masa e inercia.

La tendencia de un objeto a continuar en su estado original de movimiento e conoce como inercia. Aunque la inercia es la tendencia de

un objeto a continuar su movimiento en ausencia de una fuerza, la masa es una medida de la resistencia de un objeto a cambiar en su movimiento debido a una fuerza. A mayor masa de un cuerpo, es menor la aceleración bajo la acción de una fuerza aplicada determinada. La unidad SI de la masa es el kilogramo. La masa es una cantidad escalar.que obedece las reglas de la aritmética ordinaria

5.3 SEGUNDA LEY DE NEWTON.

La segunda ley de Newton responde a la pregunta de qué le sucede a un objeto que tiene una fuerza neta que actúa en él, y afirma que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa en él.

También propone que la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa. Estas observaciones son resumidas de la siguiente manera:

La aceleración de $\vec{a}$ de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa en él e inversamente proporcional a su masa.

La constante de proporcionalidad es igual a uno, de este modo en términos matemáticos el enunciado anterior puede ser reescrito.

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Donde $\vec{a}$ es la aceleración del objeto, m es la masa y $\sum \vec{F}$ es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan en él. Multiplicando por m, se tiene:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Generalmente los físicos se refieren a esta ecuación como F=ma. La segunda ley es una ecuación vectorial, equivalente a las tres ecuaciones por componentes siguientes:

$$\sum Fx = max = \sum Fy = may = \sum Fz = maz$$

5.3.1 Unidades de fuerza y masa.

La unidad SI de la fuerza es el newton. Cuando 1 newton de fuerza actúa sobre un objeto que tiene una masa de 1kg, produce una aceleración de $1 m/s^2$ en el objeto.

A partir de esta definición y la segunda ley de Newton, se ve que el newton se puede expresar en términos de las unidades fundamentales de masa, longitud y tiempo como:

$$1N = 1\ kg.m/s^2$$

En el sistema estandarizado de Estados Unidos, la unidad de fuerza es la libra. La conversión de newtons a libras está dada por:

$$1N = 0.225\ lb$$

Unidades de masa, aceleración y fuerza			
Sistema	**Masa**	**Aceleración**	**Fuerza**
SI	Kg	m/s^2	$N = kg \cdot m/s^2$
Habitual en los EE.UU	slug	Pie/s^2	$Lb = slug \cdot pie/s^2$

Las unidades de masa, aceleración y fuerza en el SI y el sistema estandarizado en Estados Unidos es la siguiente:

5.3.2 Fuerza gravitacional.

Es la fuerza de atracción recíproca entre dos objetos cualesquiera en el Universo. Aunque la fuerza gravitacional puede ser muy intensa entre dos objetos muy grandes, es la más débil de las fuerzas fundamentales. Se puede realizar una buena demostración de qué tan débil es con un globo pequeño. Frote el globo en su cabello que le proporciona una carga eléctrica diminuta. A través de las fuerzas eléctricas, en este caso el globo se adhiere a la pared, resistiendo el jaloneo gravitacional de toda la Tierra.

La ley de la gravitación universal de Newton establece que cualquier partícula en el Universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.

Si las partículas tienen masas m_1 y m_2 y están separadas mediante una distancia r, la magnitud de la fuerza gravitacional es:

$$Fg = G\frac{m_1\, m_2}{r^2}$$

Donde G = 6.67 x 10^{-11} N·m²/kg² es la constante de gravitación universal.

5.3.3 Peso.

La magnitud de la fuerza gravitacional que actúa en un objeto de masa m cerca de la superficie de la Tierra se le conoce como peso, w, del objeto dado por:

$$w = mg$$

Donde g es la aceleración de la gravedad. Unidades SI: newton (N).

Otra definición del peso de un objeto con masa m puede ser reescrita como:

$$w = G\frac{M_E m}{r^2}$$

Donde M_E es la masa de la Tierra y r es la distancia desde el objeto al centro de la Tierra. Si el objeto está en reposo sobre la superficie de la Tierra, entonces r es igual al radio de la Tierra R_E. Ya que r está en el denominador está en el denominador el peso disminuye conforme r aumenta. De tal modo que el peso de un objeto en la parte superior de una montaña es menor que el peso del mismo objeto al nivel del mar.

$$g = G\frac{M_E}{r^2}$$

A diferencia de la masa, el peso no es una propiedad inherente de un objeto a causa de puede tomar valores diferentes, dependiendo del valor de g en una ubicación determinada.

5.4 TERCERA LEY DE NEWTON.

Newton se dio cuenta que una sola fuerza aislada no podía existir, más bien las fuerzas en la naturaleza siempre existen en pares. Newton describe tal par de fuerzas con su tercera ley:

"Si interactúan el objeto 1 y el objeto 2, la fuerza F_{12} ejercida por el objeto 1 en el objeto 2 es igual en magnitud pero opuesta en dirección a la F_{21} ejercida por el objeto 2 en el objeto 1.

La fuerza de acción es igual en magnitud a la fuerza de reacción y opuesta en dirección. En todos los casos, las fuerzas de acción y reacción actúan en diferentes objetos.

La tierra ejerce una fuerza F_g sobre cualquier objeto. Si el objeto es una TV en reposo sobre una mesa, la fuerza de reacción a F_g es la fuerza que ejerce la TV sobre la tierra, $F_g{}'$ .La TV no se acelera hacia abajo ya que la sostiene la mesa. Por lo tanto la mesa ejerce una fuerza hacia arriba n, conocida como la fuerza normal, sobre la TV. (Normal, un termino técnico de matemáticas, que en este contexto significa "perpendicular".) La fuerza normal es una fuerza elástica que surge a causa de la cohesión de la materia y es de origen electromagnético.

Equilibra la fuerza de gravitación que actúa sobre la TV, evitando que la TV caiga a través de la mesa y puede tener cualquier valor necesario, hasta el punto de romper la mesa. La reacción a n es la fuerza ejercida por la TV sobre la mesa, n'. Debido a eso,

$$F_g = -F_g' \quad y \quad n = -n'$$

Las fuerzas n - n' y los dos tienen la misma magnitud que F_g. Observe que las fuerzas de acción sobre la TV son F_g y n, como se muestra en la figura 4.8b. Las dos fuerzas de reacción, F_g'y n', son ejercidas por la TV en objetos diferentes de la TV. Recuerde que las dos fuerzas es un par acción-reacción siempre actúa en dos objetos diferentes.

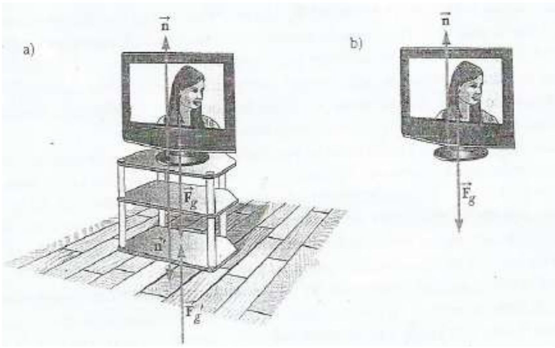


Fig.5.1 Fuerza gravitacional aplicada a un 1

5.5 APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON.

Esta sección aplica las leyes de Newton a objetos en movimiento bajo la influencia de fuerzas externas constantes. Suponemos que los objetos se comportan como partículas, de este modo no es necesario considerar la posibilidad de movimiento rotacional.

Además despreciamos cualquier efecto de la fricción y las masas de cualquier cuerda incluida. Con estas aproximaciones, la magnitud de la fuerza ejercida a lo largo de una cuerda, conocida como tensión, es la misma en todos los puntos en la cuerda. Esto se aclara por la cuerda, que muestra las fuerzas y que actúan en ella. Si la cuerda tiene masa *m*, entonces la segunda ley de Newton aplicada a la cuerda proporciona T – T' = ma. De cualquier modo, si despreciamos la masa *m,* como en los próximos ejemplos, entonces T = T'.

Cuando se aplican las leyes de Newton a un objeto, solo nos interesan aquellas fuerzas que actúan sobre el objeto. Las únicas fuerzas externas que actúan sobre la TV son n y F_g. Las reacciones a estas fuerzas, n y F_g , actúan sobre la mesa y sobre la Tierra, respectivamente y no aparecen aplicadas en la segunda ley de Newton para la TV.

Tome en cuenta una caja que se está jalando a la derecha sobre una superficie horizontal, sin fricción. Suponga que quiere encontrar la aceleración de la caja y la fuerza que ejerce la superficie en ella. La fuerza horizontal ejercida la caja actúa a través de la cuerda. La fuerza que la cuerda ejerce sobre la caja se indica mediante T (debido a que es una fuerza de tensión). La magnitud de T es igual a la tensión en la cuerda. Lo que se intenta mediante las palabras "tensión en la cuerda" es precisamente la fuerza leída en una balanza de resorte cuando la cuerda en el problema ha sido cortada e insertada la balanza entre los extremos que se cortaron.

Se dibuja un círculo discontinuo alrededor de la caja para destacar la importancia de aislar la caja de sus alrededores.

Ya que nos interesa solo el movimiento de la caja, se debe tener la capacidad de identificar todas las fuerzas que actúan sobre ella. Además de la exhibición de la fuerza T, el diagrama de fuerza para la caja incluye la fuerza de gravedad $F_g$ejercida por la Tierra y la fuerza normal ejercida por el piso. Tal diagrama de fuerza se conoce como diagrama de cuerpo libre ya que el medio ambiente se sustituye por una serie de fuerzas relacionadas en un cuerpo libre de otra manera. La construcción correcta de un diagrama de cuerpo libre es una fase esencial en la aplicación de las leyes de Newton. ¡Un diagrama inexacto muy probablemente nos conducirá a respuestas incorrectas!

Las reacciones a las fuerzas que hemos mencionado -específicamente, la fuerza ejercida mediante la cuerda en la mano que está jalando, la fuerza ejercida por la caja sobre la Tierra y la fuerza ejercida por la caja sobre el piso--, no se incluye en el diagrama de cuerpo libre debido a que actúan en otros objetos y no sobre la caja.

En consecuencia, no influyen directamente en el movimiento de la caja. Solo se incluyen las fuerzas que actúan directamente sobre la caja.

Ahora apliquemos la segunda ley de Newton a la caja. Primero elegimos un sistema coordenado adecuado. En este caso es conveniente utilizar, con el eje x horizontal y el eje y vertical. Se puede aplicar la segunda ley de Newton en la dirección x, en la dirección y, o en ambos, dependiendo de lo que se esté pidiendo determinar en el problema. La segunda ley de Newton aplicada a la caja en las direcciones *x* y *y* producen las dos ecuaciones siguientes:

$$ma_x = T \qquad ma_y = n - mg = 0$$

A partir de estas ecuaciones, tenemos que la aceleración en la dirección x es constante, proporcionada por a_x = T/m y que la fuerza normal está dada por n = mg. Ya que la aceleración es constante, las ecuaciones de cinemática pueden ser aplicadas para obtener información adicional acerca de la velocidad y el desplazamiento del objeto.

5.5.1 Estrategias de solución de problemas.

Los problemas que involucran la segunda ley de Newton pueden ser muy complejos. El siguiente protocolo rompe el proceso de solución en objetivos intermedios, más pequeños:

1. Lea el problema esmeradamente por lo menos una vez.
2. Trace una imagen del sistema, identifique el objeto de interés básico e indique las fuerzas con flechas.
3. Etiquete cada fuerza en la imagen de cierta manera que inducirá a pensar lo que las cantidades físicas (digamos, T para la tensión)
4. Trace un diagrama de cuerpo libre del objeto de interés.

5. Aplique la segunda Ley de Newton. Los componentes x y y de la segunda
6. Ley de Newton se toman de la ecuación vectorial y se reescriben individualmente.
7. Resuelva para la cantidad desconocida deseada y sustituya los números.

5.6 FUERZAS DE FRICCIÓN.

Un objeto en movimiento sobre una superficie o bien a través de un medio viscoso encuentra resistencia cuando interactúa con sus alrededores. La fricción hace posible tomar y sostener cosas, conducir un automóvil, caminar y correr.

Piense que ha llenado un bote de plástico con desechos y quiere arrastrar el bote a través de la superficie de su patio de concreto. Si aplica una fuerza horizontal externa **F** al bote, que actué hacia la derecha, como se muestra en la figura, el bote permanece fijo si **F** es pequeña. La fuerza que contrarresta a **F** e impide que el bote se traslade, actúa hacia la izquierda, opuesta a la dirección de F y se le conoce como fuerza de fricción estática **fs.** Mientras el bote no se esté moviendo, **fs=-F**. Si **F**, **fs** también aumenta y viceversa.

Los experimentos demuestran que la fuerza de fricción surge de la naturaleza de las dos superficies. Debido a su rugosidad, el contacto se hace en unos cuanto puntos.

Si se incrementa la magnitud de **F**, el bote finalmente se desliza. Cuando el bote está en el límite del deslizamiento, *fs* es un máximo. Cuando *F* excede, *fsmáx*, el bote se acelera hacia la derecha. Cuando el bote esta en movimiento, la fuerza de fricción es menor que *fsmáx*. A la fuerza de fricción para un objeto en movimiento se le denomina fuerza de fricción cinética, **fk**. La fuerza neta, *F-fk* en la dirección *X* que produce una aceleración a la derecha, de acuerdo a la segunda ley de Newton. Si *F* es igual a *fk* la aceleración es cero y el bote se mueve hacia la derecha con rapidez constante. Si se retira la fuerza aplicada, la fuerza de fricción actúa hacia la izquierda proporcionando una aceleración del bote en la dirección *X*- y por último llega el reposo.

Estas observaciones experimentales pueden resumirse de la siguiente manera:

1. La magnitud de la fuerza de fricción estática entre dos superficies cualesquiera en contacto puede tener dos valores.

$$f_s \leq \mu_s n$$

8. La magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa en dos superficies es:

$$f_k \leq \mu_k n$$

9. Los valores de uk y us dependen de la naturaleza de las superficies, pero uk por lo general es menor que us.
10. La dirección de la fuerza de fricción ejercida por una superficie sobre un objeto es (fricción estática) del objeto relativo a la superficie.
11. Los coeficientes de fricción son casi independientes del área de contacto entre las superficies.

Tabla Nº5 Ejercicios Resueltos N°5: Leyes de Movimiento.

Símbolo	Nombre
a	Aceleración de un objeto
m	Masa
F	Suma vectorial de las fuerzas
N	Newton
Kg	Kilogramo
Slug	Unidad de masa en el sistema FPS (pie-libra-segundo)
Fg	Fuerza gravitacional
G	Constante de la gravitación universal
ME	Masa de la Tierra
T	Tensión

Ejercicios Resueltos N°5: Leyes de Movimiento.

Ejercicio Nº1.

Un bloque sobre una rampa.

Suponga que en un bloque con masa de 2.50kg está en reposo sobre una rampa, si el coeficiente de fricción estática entre el bloque y la rampa es 0.305, ¿Qué ángulo máximo puede hacer la rampa con la horizontal antes que el bloque inicie el desplazamiento hacia abajo?

SOLUCIÓN

Se escriben las leyes de Newton para un sistema en reposo en la forma de componentes.

1) $\sum F\,x = mgsen\theta - \mu_s n = 0$

2) $\sum F\,y = n - mgcos\theta = 0$

Se reordena la ecuación 2 para obtener una expresión para la fuerza normal, *n*.

$$n = mg\cos\theta$$

La ecuación para la componente y resulta n=m1g. Sustituimos este valor para n y fk=ukn en la ecuación para la componente x.Aplicamos la segunda ley de Newton a la pelota.

$$2)\ \sum Fy = -m^2 g\ + T = m^2 a^2 =\ -m_2 a_1$$

Restamos la ecuación2 de la ecuacion1, eliminando T y dejando una ecuación que pueda ser resuelta para a1

$$m^2 g - \mu_k m_l g = (m_l\ + m^2)a_l$$

$$a_l = \frac{m^2 g - \mu_k m_l g}{m_l\ + m_2}$$

Sustituimos los valores conocidos para obtener la aceleración

$$a_l = \frac{(7.00\,kg)\left(9.80\frac{m}{s^2}\right) - (0.300)(4.00\,kg)(9.8\frac{m}{s^2})}{(4.00\,kg\ + 7.00\,kg)}$$

= 5.17 m/s²

Sustituimos los valores para a1 en la ecuación1 para encontrar la tención **T**

***T** = 32.4* N

Ejercicio Nº 2

Tres fuerza dadas por $F1 = (-2i + 2j)\,N, F2 = (5i - 3j)N, y\,F3 = (-45i)$ N actúan sobre un objeto para producir una aceleración de magnitud 3,75 m/seg2

a) Cual es la dirección de la aceleración?

b) Cual es la masa del objeto?

c) Si el objeto inicialmente esta en reposo. Cuál es su velocidad después de 10 seg?

d) Cuales son las componentes de velocidad del objeto después de 10 seg.

a) Cual es la dirección de la aceleración?

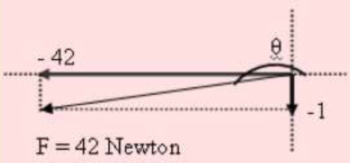
$\sum F = m\,.\,a$

$\sum F = F1 + F2 + F3$

$\sum F = (-2i + 2j) + (5i - 3j) + (-45i) = m * a = m * (3{,}75)\,a$

Donde a representa la dirección de a

$\sum F = (-42i - 1j) = m\,.\,a = m.(3{,}75)\,a$



$$F = \sqrt{(-42)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1765} = 42 \text{ Newton}$$

$$tg\,\theta = \frac{-1}{-42} = 2{,}3809 * 10^{-2}$$

u = arctg 2,3809 * 10-2

u = 181,360

42 = = m . (3,75) a

La aceleración forma un ángulo de 1810 con respecto al eje x.

b) Cual es la masa del objeto?

42 = $m = \dfrac{42}{3{,}75} = 11{,}2\ Kg$ m * (3,75)

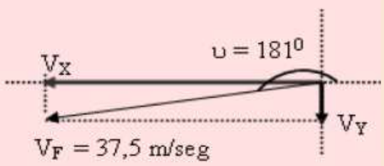
c) Si el objeto inicialmente está en reposo. Cuál es su velocidad después de 10 seg?

$V_F = V_0 + a * t$ pero: $V_0 = 0$

$V_F = a * t$ pero: $a = 3{,}75\ m/seg^2$

$V_F = a * t =$ $3{,}75\ m/seg^2 * 10\ seg$

$\mathbf{V_F = 37{,}5\ m/seg}$ $\underline{|\,\mathbf{181^0}}$



d) Cuales son las componentes de velocidad del objeto después de 10 seg.

$$VX = VF * cos\, 181 = -37{,}5\, m/seg$$

$$VY = VF * sen\, 181 = -0{,}654\, m/seg$$

<u>Ejercicio Nº2</u>

Una partícula de 3 kg parte del reposo y se mueve una distancia de 4 metros en 2 seg. Bajo la acción de una fuerza constante única. Encuentre la magnitud de la fuerza?

m = 3 Kg.

X = 4 metros

T = 2 seg.

$$X = V_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$ pero; V0 = 0

$$X = \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

2 X = a t2

$$a = \frac{2\,X}{t^2} = \frac{2*4}{2^2} = \frac{8}{4} = 2\,\frac{m}{seg^2}$$

$F \;=\; m\,.\,a$

$F \;=\; 3\,.\,2 \;=\; 6\;Newton.$

<u>Ejercicio Nº 3</u>

Una bala de 5 gr sale del cañón de un rifle con una rapidez de 320 m/seg. Que fuerza ejercen los <u>gases</u> en expansión tras la bala mientras se mueve por el cañón del rifle de 0,82 m de longitud. Suponga aceleración constante y fricción despreciable.

m = 5 gr. V_F = 320 m/seg X = 0,82 m

$$(V_F)^2 = \cancel{(V_0)^2}^{\,0} + 2\,a\,X$$

$$2\,a\,x = (V_F)^2$$

$$a = \frac{(V_F)^2}{2\,X} = -\,\frac{(320)^2}{2*0{,}82} = -\,\frac{102400}{1{,}64} = 62439{,}02\,\frac{m}{seg^2}$$

$$m = 5\,gr * \frac{1\,kg}{1000\,gr} = 0{,}005\,kg$$

$F \;=\; m\,.\,a$

$F \;=\; 0{,}005\,.\,62439{,}02 \;=\; 312{,}91\;Newton.$

Ejercicio Nº4

Un lanzador tira horizontalmente hacia el frente una pelota de béisbol de 1,4 Newton de peso a una velocidad de 32 m/seg. Al acelerar uniformemente su brazo durante 0,09 seg Si la bola parte del reposo.

a. Que distancia se desplaza antes de acelerarse?

b. Que fuerza ejerce el lanzador sobre la pelota.

W = 1,4 Newton t = 0,09 seg. V0 = 0 VF = 32 m/seg

VF = V0 +a * t pero: V0 = 0

VF = a * t

$$a = \frac{V_F}{t} = \frac{32}{0.09} = 355{,}55 \frac{m}{seg^2}$$

W = m g

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1{,}4 \text{ Newton}}{9{,}8 \frac{m}{seg^2}} = 0{,}142 \text{ kg}$$

$$(V_F)^2 = \cancel{(V_0)^2}^{\,0} - 2 * a * X$$

$$2\,a\,x = (V_F)^2$$

$$(V_F)^2 = \cancel{(V_0)^2}^{\,0} - 2 * a * X$$

$$2\,a\,x = (V_F)^2$$

$$X = \frac{(V_F)^2}{2\,a} = \frac{(32)^2}{2 * 355{,}55} = \frac{1024}{711{,}11} = 1{,}44 \text{ metros}$$

FX $= m\,a = 0{,}142 * 355{,}55$

FX $=$ 50,79 Newton.

Ejercicio Nº 5

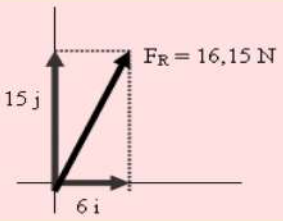
Una masa de 3 kg se somete a una aceleración dada por a = (2 i + 5 j) m/seg2 Determine la fuerza resultante F y su magnitud.

$F = m\,.\,a$

$F = 3\,.\,(2\,i + 5\,j)$

$F = (6\,i + 15\,j)$ Newton

$$F_R = \sqrt{(15)^2 + (6)2} = \sqrt{261} = 16{,}15 \text{ Newton}$$



Ejercicio Nº 6

Un tren de carga tiene una masa de 1,5 * 107 kg. Si la locomotora puede ejercer un jalón constante de 7,5 * 105 Newton. Cuanto tarda en aumentar la velocidad del tren del reposo hasta 80 km/hora.

$m = 1{,}5 * 107\, kg. V0 = 0\, VF = 80\, km/hora. F = 7{,}5 * 105\, Newton.$

$$V_F = 80 \frac{km}{hora} * \frac{1000\,m}{1\,km} * \frac{1\,hora}{3600\,seg} = 22{,}22 \frac{m}{seg}$$

F = m a

$$a = \frac{F}{m} = \frac{7{,}5 * 10^5 \text{ Newton}}{1{,}5 * 10^7 \text{ kg}} = 5 * 10^{-2} \frac{m}{seg^2}$$

$VF = V0 + a\,.\,t \; pero: V0 = 0$

$VF = a\,.\,t$

$$t = \frac{V_F}{a} = \frac{22{,}22}{5 * 10^{-2}} = 444{,}4 \text{ seg}$$

Ejercicio Nº 7

Una persona pesa 125 lb.

Determine

a) Su peso en Newton.

b) Su masa en kg.

$$W = 125\,lb * \frac{4{,}448 \text{ Newton}}{1\,lb} = 556 \text{ Newton}$$

W = m g

$$m = \frac{W}{g} = \frac{556\ N}{9{,}8\ \frac{m}{seg^2}} = 56{,}73\ kg$$

Ejercicio Nº 8

Una bolsa de cemento de 325 Newton de peso cuelgan de 3 alambres como muestra la figura p5 – 24. Dos de los alambres forman ángulos θ1 = 600 θ2 = 250 con la horizontal.

Si el sistema está en equilibrio encuentre las tensiones T1 , T2 y T3

$T1Y = T1 .sen\ 60\ T2Y = T2. sen\ 25$

$T1X = T1 .cos\ 60\ T2X = T2 .cos\ 25$

$S\ FX = 0$

$\mathbf{T1X - T2X = 0}$ **(ecuación 1)**

$T1X = T2X$

$T2 .cos\ 25 = T1 .cos\ 60$

$T2 . 0{,}9063 = T1 . 0{,}5$

$T_2 = \frac{0{,}5}{0{,}9063} * T_1 = 0{,}5516\ T_1$ **(Ecuación 1)**

$S\ FY = 0$

$\mathbf{T1Y + T2Y - W = 0}$

$T1Y + T2Y = W$ pero: $W = 325\ N$

$T1Y + T2Y = 325$

$T1 .sen\ 60 + T2. sen\ 25 = 325$

$\mathbf{0{,}866\ T1 + 0{,}4226\ T2 = 325}$ **(Ecuación 2)**

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2

$\mathbf{0{,}866\ T1 + 0{,}4226\ T2 = 325}$

$\mathbf{0{,}866\ T1 + 0{,}4226 * (0{,}5516\ T1) = 325}$

$0{,}866\ T1 + 0{,}2331\ T1 = 325$

$1{,}099\ T1 = 325$

$1{,}099\ T1 = 325$

$$T_1 = \frac{325}{1{,}099} = 295{,}72 \text{ Newton}$$

$\mathbf{T1 = 295,72\ N.}$

Para hallar TC se reemplaza en la ecuación 1.

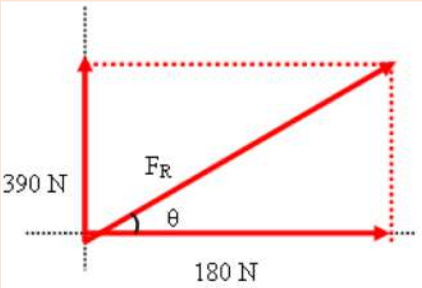
$T2 = 0{,}5516\,T1$

$T2 = 0{,}5516 * (295{,}72)$

$\boldsymbol{T2 = 163,11\ Newton.}$

Ejercicio Nº 9

La fuerza del viento sobre la vela de un velero es de 390 Newton en dirección al Norte. El agua ejerce una fuerza de 180 Newton al este. Si el bote junto con la tripulación tiene una masa de 270 kg. Cuales son la magnitud y dirección de su aceleración?



$$F_R = \sqrt{(390)^2 + (180)^2}$$

$$Tg\ \theta = \frac{390}{180} = 2{,}1666$$

$\boldsymbol{\theta} = \text{arc tg } 2{,}1666$

$\boldsymbol{\theta} = 65{,}220$

$\mathbf{FR} = \mathbf{m} * \mathbf{a}$

$\mathbf{Pero}: \mathbf{m} = 270 \text{ Kg.}$

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{430}{270} = 1{,}59\ \frac{m}{seg^2}$$

Ejercicio Nº 10

Un bloque se desliza hacia abajo por un plano sin fricción que tiene una inclinación de q = 150. Si el bloque parte del reposo en la parte superior y la longitud de la pendiente es 2 metros, encuentre: La magnitud de la aceleración del bloque?

a. Su velocidad cuando alcanza el pie de la pendiente?

$\mathbf{S\ FY} = 0$

$\mathbf{WY} - \text{N} = 0$

$\mathbf{WY} = \text{N Pero: WY} = \text{W cos q}$

$\mathbf{W\ cos\ q} = \text{N}$

Ejercicios Propuestos N°5: Leyes de Movimiento.

1. La masa de un tren de carga es de 1.5 x 10^7 kg. Si la locomotora puede tirar constantemente con fuerza de 7.5 x 10^5 N. ¿cuánto tiempo se require se require para que la rapidez del tren aumente de 0 a 80 km/h?
2. Una bala de 5.0 g sale de la boca de un rifle con una rapidez de 320 m/s. ¿qué fuerza (que se supone constante) se ejerce sobre la bala cuando la misma recorre el cañón de 0.82 m de largo del rifle?
3. Sobre un bote que se desplaza en el agua actúan dos fuerzas. Una es un impulso de avance de 2000 N producido por el motor; la otra es una fuerza resistiva de 1800 N debida al agua. (a) ¿cuál es la aceleración del bote de 1000 kg? (b) Si el bote parte del reposo, ¿qué distancia recorrerá en 10.0 s? (c) ¿cuál será su velocidad al cabo de este tiempo?
4. La fuerza del viento de las velas de un velero es de 390 N hacia el norte. El agua ejerce una fuerza de 180 N hacia el este. Si el bote (con su tripulación) tiene una masa de 270 kg, ¿cuáles son la magnitudes y la dirección de su aceleración?

Cuestionario N°5: Leyes de Movimiento.

1. ¿Qué es fuerza de fricción?
2. ¿En qué consiste la primera ley de Newton?
3. ¿Quéesmasa?
4. ¿Quéesinercia?
5. ¿En qué consiste la segunda ley de Newton?
6. ¿Qué es la fuerza gravitacional?
7. ¿Quées peso?
8. ¿En qué consiste la tercera ley de Newton?
9. ¿Qué son fuerzas de fricción?

6 TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA

Cuando hablamos de trabajo, pensamos en un sin número de actividades que nos lleva al agotamiento físico e inclusive mental, así, mencionamos que trabajamos en la construcción, en el escritorio, en la casa, en la computadora o simplemente cuando realizamos nuestra tarea escolar.

En la actualidad, la ciencia y la tecnología han puesto al servicio de la humanidad una increíble cantidad de máquinas que disminuyen el esfuerzo que debemos realizar.

En física, el termino trabajo tiene otra interpretación, es la magnitud que relaciona la fuerza y el desplazamiento que le provoca si la fuerza aplicada es constante, entonces podemos definir el trabajo realizado por una fuerza constante. También, se entiende por trabajo a la cantidad de fuerza multiplicada por la distancia que recorre dicha fuerza. Esta puede ser aplicada a un punto imaginario o a un cuerpo para moverlo. Pero hay que tener en cuenta también, que la dirección de la fuerza puede o no coincidir con la dirección sobre la que se está moviendo el cuerpo. En caso de no coincidir, hay que tener en cuenta el ángulo que separa estas dos direcciones.

6.1. TRABAJO

El termino *trabajo* tiene una definición operacional, explicita y cuantitativa. Para que se realice un trabajo han de cumplirse tres requisitos:

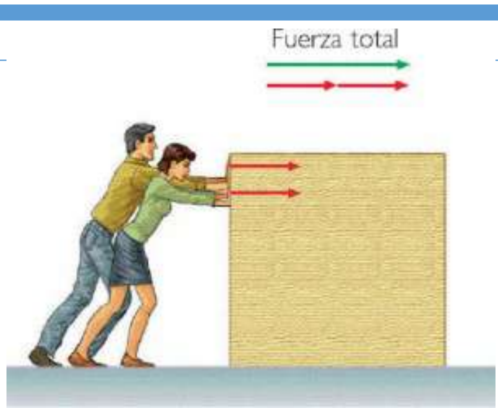


Fig 6.1 Se puede observar la fuerza aplicada para mover un objeto

1. Debe haber una fuerza aplicada
2. La fuerza debe actuar a través de cierta distancia, llamada **desplazamiento**
3. La fuerza debe tener una componente a lo largo del desplazamiento.

Suponiendo que se cumplen esas condiciones, es posible dar una definición formal de trabajo:

Trabajo es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

Trabajo= Componente de la fuerza × desplazamiento.

6.1.1. Trabajo resultante

Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento, el **trabajo resultante** (trabajo total) es la suma algebraica de los trabajos de las fuerzas individuales. Esto también será igual al trabajo de la fuerza resultante.

Es importante distinguir el trabajo *resultante* o *neto* y el trabajo de una fuerza individual. Si nos referimos al trabajo necesario para mover un objeto cierta distancia, el trabajo realizado por la fuerza que tira de él no es necesariamente el trabajo resultante. El trabajo puede haberse realizado por medio de una fuerza de fricción o de otras fuerzas. El trabajo resultante es simplemente el trabajo hecho por una fuerza resultante.

Si ésta es cero, entonces el trabajo resultante también es cero, aun cuando diversas fuerzas individuales puedan estar realizando un trabajo positivo o negativo.

6.2 ENERGÍA

“La energía puede considerarse algo que es posible convertir en trabajo”.

Cuando decimos que un objeto tiene energía, significa que es capaz de ejercer una fuerza sobre otro objeto para realizar un trabajo sobre él. Por el contrario, si realizamos un trabajo sobre un objeto, le hemos proporcionado a éste una cantidad de energía igual al trabajo realizado. Las unidades de energía son las mismas que la del trabajo: *joule* y *libra-pie.”* ***Tippens (2011).***

La energía es la capacidad que tienen los cuerpos para producir transformaciones, como por ejemplo, la de realizar un trabajo. Cuando un cuerpo realiza un trabajo, pierde energía, que es ganado por el cuerpo sobre el que se realiza el trabajo. La variación de Energía cinética K, que es la energía que tiene un cuerpo en virtud de su movimiento.

Energía potencial U, que es la energía que tiene un sistema en virtud de su posición o condición.

6.3 TRABAJO Y ENERGIA CINETICA

De acuerdo con la segunda ley de Newton del movimiento, habrá una aceleración resultado de la razón

$$a = \frac{f}{m}$$

Para proseguir con este ejemplo, se expresa en términos de *a* como sigue:

$$a = \frac{V^2\ f - V^2\ 0}{2x}$$

Si sustituimos esta expresión en la ecuación 8.34 queda

$$\frac{F}{m} = \frac{V^2\, f - V^2\, 0}{2x}$$

Es la capacidad de realizar trabajo como resultado del movimiento de un cuerpo. Para analizar la relación entre movimiento y trabajo, consideremos una fuerza **F** que actúa sobre un automóvil. Supondremos que esta fuerza es la *fuerza resultante* sobre el carrito y su carga tiene una masa combinada m y que tiene una velocidad inicial y final V_0 y V_f, respectivamente.

$$Fx = \frac{1}{2} m \boldsymbol{v}_f^2 - \frac{1}{2} m \boldsymbol{v}_0^2$$

Este resultado muestra que el miembro izquierdo de la ecuación representa el *trabajo resultante* hecho por una fuerza constante ejercida a lo largo del desplazamiento *x.* Los términos del miembro derecho son los valores inicial y final de una cantidad importante ($\frac{1}{2}mv^2$). Denominaremos a esta cantidad la energía cinética y escribiremos la formula

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

6.4. ENERGIA POTENCIAL

La energía que posee el sistema en virtud de sus posiciones o condiciones se llama energía masa **m** por una fuerza constante **F** ejercida a lo largo de una distancia **x** es igual al cambio de energía cinética $\boldsymbol{\Delta K}$**.** Esta es la definición de lo que designaremos **teorema del trabajo-energía.**

6.3.1. Teorema del trabajo-energía: El trabajo de una fuerza externa resultante ejercida sobre un cuerpo es igual al cambio de la energía cinética de ese cuerpo.

$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Como la energía se expresa a sí misma en forma de trabajo, la energía potencial implica que debe haber un potencial para realizar trabajo.

U= $Wh = mgh$ **Energia Potencial**

La energía potencial depende de la elección de un nivel de referencia especifico. La energía potencial gravitacional en el caso de un avión es muy diferente cuando se mide respecto a la cima de una montaña, un rascacielos o el nivel del mar. La capacidad de realizar trabajo es mucho mayor si el avión cae al nivel del mar. La energía potencial tiene un significado físico únicamente cuando se establece un nivel de referencia.

6.4.1 Conservación de la energía

Con mucha frecuencia, a rapideces relativamente bajas tiene lugar un intercambio entre las energías potencial y cinética. Supongamos que se levanta una masa *m* hasta una altura *h* y luego se la deja caer. Una fuerza externa ha incrementado la energía del sistema, dándole una energía potencial **U**=mgh en el punto más alto. Ésta es la energía total disponible para el sistema y no puede modificarse a menos que se enfrente a una fuerza de resistencia externa. En medida en que la masa cae, su energía potencial disminuye debido a que se reduce la altura sobre el piso. La pérdida de energía potencial reaparece en forma de energía cinética de movimiento. En la ausencia de la resistencia del aire, la energía total (U+K) permanece igual. La energía potencial sigue transformándose en energía cinética hasta que la masa llega al piso (h=0).

En esta posición final, la energía cinética es igual a la energía total, y la energía potencial es cero. Es importante señalar que la suma de U y K es la misma en cualquier punto durante la caída. Si denotamos la energía total de un sistema con E, entonces podemos escribir

Energía total=energía cinética+energía potencial=constante

$$\mathbf{E=K+}\boldsymbol{U}\mathbf{l}= constante$$

6.4.2 Conservación de la energía mecánica: en ausencia de resistencia del aire o de otras fuerzas disipadores, la suma de la energía potencial y cinética es una constante, siempre que no se añada ninguna otra energía al sistema.

Energía total en el punto inicial=energía total en el punto final

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f$$

6.4.3 Energía y fuerzas de fricción

La energía total E_f es menor que la energía total inicial E_0. Hay que considerar que el calor y otras perdidas disipadoras en el proceso.

Energía total inicial=energía total final+ pérdida debida a la fricción

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f \,|trabajo\ contra\ la\ friccion|$$

El trabajo realizado por las fuerzas de fricción siempre es negativo, de modo que se emplean las rayas verticales de valor absoluto para indicar que estamos considerando el valor positivo de la perdida de energía.

Conservación de la energía: la energía total de un sistema es siempre constante, aun cuando se trasforme la energía de una forma a otra dentro del sistema. Reescribiendo la ecuación en términos de los valores iniciales y final de la altura y la velocidad:

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + |f_k\, x|$$

Se ha sustituido el término que denota la perdida de energía por el valor absoluto del trabajo realizado por una fuerza cinética de fricción ejercida a lo largo de las distancia x.

Si un objeto parte de reposo ($v_0 = 0$) a partir de una altura h_0 sobre su posición final, la ecuación se simplifica a

$$mgh_0 \; = \frac{1}{2}mv_f^2 = +|f_k\, x\,|$$

Al resolver problemas, es útil establecer la suma de las energías potencial y cinética en algún punto inicial. Luego se determina la energía total en el punto final y se suma el valor absoluto de cualquier pérdida de energía.

La conservación de la energía precisa que estas dos ecuaciones sean equivalentes. Con base en tal postulado, se puede determinar entonces el parámetro incognito.

6.5. POTENCIA

Fig 4. Se observa la potencia ejercida para realizar un trabajo.

"En la definición de trabajo. El *tiempo* no participo en forma alguna. La misma cantidad

de trabajo de realiza si la tarea dura una hora o un año. Si se le da tiempo suficiente, aun el motor menos potente llega a levantar una carga enorme. Sin embargo, si deseamos realizar una tarea con eficacia, la razón de *cambio* con la que se efectúa el trabajo se vuelve una cantidad importante de ingeniería." ***Tippens (2011)***

La potencia es la que nos indica la rapidez con la que se realiza un trabajo. Un aparato que permite realizar y aprovechar trabajo, es mas potente que otra si tarda menos tiempo en realizar un mismo trabajo.

Potencia es la razón de cambio con la que se realiza el trabajo.

$$P= \frac{trabajo}{tiempo}$$

La unidad del SI para la potencia es el *joule por segundo,* y se denomina **watt (W)**

Puesto que el trabajo se realiza de manera continua, es útil disponer de una expresión para la potencia que incluya la velocidad. Así,

$$P= \frac{trabajo}{t} = \frac{Fx}{t}$$

$$P= F\frac{x}{t} = Fv$$

Donde *v* es la velocidad del cuerpo sobre la que se aplica la fuerza paralela F.

Formulario Nº6: Trabajo, Energía y Potencia

FORMULARIO	
$a = \frac{f}{m}$	**Formula De La Aceleración**
$a = K = \frac{1}{2}mv^2$	**Formula De La Energía Cinética**
$aFx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$	**Formula De Teorema Trabajo - Energía**
U= $Wh = mgh$	**Formula De La Energía Potencial**
E=K+U 1	**Formula De La Energía**
$U_0 + K_0 = U_f + K_f$	**Formula De La Conservación De La Energía Mecánica**
$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + \lvert f_k x$	**Formula De La Conservación De La Energía**
P= $\frac{trabajo}{t} = \frac{Fx}{t}$	**Formula De La Potencia**

Ejercicios Resueltos N°6: Trabajo, Energía y Potencia.

Ejercicio N° 1

Transformar 250 kgf.m a Joul y kW.h.

Desarrollo

$$1kgf.m \rightarrow 9.807\,J$$

$250\; kg\,.m \rightarrow \times = 250\; kgf.m\; x\; 9.807\;\frac{J}{1}\;\; kgf.m$

$\boldsymbol{x = 2451.75\,J}$

1 W = 1 J/s
1kW = 1.000 J/s
1kW.h = 1.000 J.3.600 s/s
1kW.h = 3.600.000 J s/s
1 J = 1kW.h/3.600.000

$1\; kgf.m \rightarrow 9.807\;\frac{J}{3}\;.600.000$

$250 \quad x = 250\; kgf.m\; x\; 9.807\;\frac{J}{3}\;600.000$

$kgf\;.m \rightarrow kgf\;.m$

$\times = \mathbf{6.81.10^{-4}\; kW.h}$

Ejercicio N° 2

¿Cuántos kgf.m y Joul representan 25 kW.h?

Desarrollo

$1\ kW\ .h\ \rightarrow 3.600.000\ J$

$25\ kW\ .h\ \rightarrow \times = 25\ kW\ x\ 3.600.000\ \frac{J}{1}\ kW.h$

$\times = \mathbf{9.10^7\ J}$

$\mathbf{1\ kW.h\ \rightarrow 3.600.000\ kgf\ .\frac{m}{9.807}}$

$\times = 25\ kW\ .h\ \times 9.807 * 3.600.000\ \frac{J}{1}$

$kW\ .h\ \rightarrow kW\ .h$

x = **9.177.118 kgf.m**

Ejercicio N° 3

Indicar el trabajo necesario para deslizar un cuerpo a 2 m de su posición inicial mediante una fuerza de 10 N.

$L\ = F \times d$

$L\ = F\ \times d$

$L\ \ = 20\ \ J$

Cuando se levanta un objeto desde el suelo hasta la superficie de una mesa, por ejemplo, se realiza trabajo al tener que vencer la fuerza de la gravedad, dirigida hacia abajo; la energía comunicada al cuerpo por este trabajo aumenta la energía potencial del objeto. Si se realiza trabajo para elevar un objeto a una altura superior, se almacena energía en forma de energía potencial gravitatoria.

Cuando un cuerpo varía su altura desarrolla energía potencial.

$\boldsymbol{E_p \quad = m.g.h}$

$$\mathbf{L\ = F\ .\ d}$$

En éste caso la distancia es la altura "h".

$$\mathbf{L\ = F.d\ = F.h}$$

Como se trata de la fuerza peso:

$$\boldsymbol{L\ = F\ .d\ = F.h\ \ = P.h\ = m.g.h}$$

$$\mathbf{L\ =\ E_p\ = m.g.h}$$

E_p: Energía potencial.

El trabajo realizado por la fuerza peso es igual a la variación de la energía potencial.

$$L\ = \Delta\ E_p =\ E_{p2}\ -\ E_{p1}$$

$$L\ =\ \Delta\, E_p\ = m.g.(h_2\ \ -\ h_1\ )$$

Δ E_p: Variación de la energía potencial.

Ejercicio N° 4

Calcula la energía potencial de un saltador de trampolín si su masa es de 50 kg y está sobre un trampolín de 12 m de altura sobre la superficie del agua.

Solución: Se extraen los datos del enunciado. Son los siguientes:

m = 50 kg

h = 12 m

Ep =?

Todos los datos se encuentran en unidades del SI; por tanto, sustituimos en la fórmula:

Ep = m g h = 50 9,8 12 = 5880 J 3.

Ejercicio N° 5

Calcula la energía potencial elástica de un muelle que se ha estirado 0,25 m desde su posición inicial. La constante elástica del muelle es de 50 N/m.

Solución: Se extraen los datos del enunciado.

x = 0,25 m

k = 50 N/m

Ee= ?

Todos los datos se encuentran en unidades del SI; por tanto, sustituimos en la fórmula:

Ee = 0,5 k x2 = 0,5 50 (0,25)2 = 1,56 J

Ejercicio N° 6

Una fuerza de 100 N actúa sobre un cuerpo que se desplaza a lo largo de un plano horizontal en la misma dirección del movimiento. Si el cuerpo se desplaza 20 m. ¿Cuál es el trabajo realizado por dicha fuerza?

Solución: Se extraen los datos del enunciado. Son los siguientes:

F = 100 N

α = 0º Δx = 20 m

W = ?

Todos los datos se encuentran en unidades del SI; por tanto, sustituimos en la fórmula:

W = F cosα Δx = 100 1 20 = 2000 J 7.

Ejercicio N° 7

Un escalador con una masa de 60 kg invierte 30 s en escalar una pared de 10 m de altura. Calcula:

a) El peso del escalador

b) El trabajo realizado en la escalada

c) La potencia real del escalador

Solución: Se extraen los datos del enunciado

m = 60 kg

t = 30 s

h = 10 m

a) El peso se calcula mediante la 2ª Ley de Newton P = m g = 60 9,8 = 588 N

b) En la escalada, la fuerza que debe hacer el escalador debe ser igual a su peso y con sentido hacia arriba; por tanto, fuerza y desplazamiento tienen igual dirección y sentido, el ángulo entre ellos es 0º. W = F cos α Δx = 588 1 10 = 5880 J

c) La potencia se calcula realizando el cociente entre el trabajo realizado y el tiempo empleado $P = \frac{W}{t} = \frac{5880}{30;\, \mathrm{P}} = 196\, W$

Ejercicio N° 8

La potencia desarrollada por una fuerza aplicada a un cuerpo es el trabajo realizado por ésta fuerza durante el tiempo de aplicación. La potencia se expresa en watt (W).

$$P = \frac{L}{t}$$

$$P = F \cdot \frac{d}{t}$$

$$V = \frac{d}{t}$$

$$P = F.v$$

P: potencia

También podemos expresarla a partir del teorema de la energía mecánica:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{(\Delta\, Ec + \Delta\, Ep + HO)}{t}$$

Si no hay fuerzas no conservativas:

$$P = \frac{(\Delta \mathrm{Ec} + \Delta \mathrm{Ep})}{t}$$

Si no hay cambio de altura:

$$P = \frac{(\Delta \mathrm{Ec})}{t}$$

Si sólo hay cambio de altura (trabajo de la "fuerza peso"):

$$P = \frac{(\Delta \mathrm{Ep})}{t}$$

Desarrollando la última ecuación:

$$P = \frac{[\mathrm{m.g.(h2 - h1)}]}{t}$$

$$P = \frac{[\mathrm{P'.(h2 - h1)}]}{t}$$

LP = P´.(h2 - h1) → trabajo de la fuerza peso

Ejercicio N° 9

Un joven ejerce una fuerza horizontal constante de 200 N sobre un objeto que avanza 4 m. El trabajo realizado por el joven es de 400 J. El ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento es:

$$WF = F \,.\, \Delta x \,.\, \cos \alpha$$

Esa expresión sólo es válida para fuerzas constantes... por suerte éste es el caso.

$$\cos \propto = \frac{\mathbf{WF}}{F \,.\, \mathbf{\Delta x}}$$

$$\cos \propto = \frac{400\, J}{200\, N \,.\, 4\, m}$$

$$\cos \alpha = \mathbf{0,5}$$

Datos:

T = 70 Newton

d = 5 metros

μ = 0,3

m = 15 kg.

a) Trabajo efectuado por la fuerza aplicada de 70 Newton

FX = F cos 20

FX =70 * cos 20

FX = 70 * 0,9396

FX = 65,77 Newton

W = FX (cos 0) * d = 65,77 * 5 = 328,85 Newton * metro

W = 328,85 julios

b) Trabajo efectuado por la fuerza normal

Σ FY = 0

N – mg +TY = 0

Pero:

TY = T sen 20

TY = 70 sen 20

TY = 70 sen 20

TY = 70 * 0,342

TY = 23,94 Newton

N – mg +TY = 0

N = mg -TY

N = 15 * 9,8 – 23,94

N = 147 – 23,94

N = 123,06 Newton

Ejercicio N° 10

Un coche compacto, tiene una masa de 800 kg. y su eficiencia está cercana al 18%. (Esto es 18% de la energía del combustible se entrega a las ruedas). Encuentre la cantidad de gasolina empleada para acelerarlo desde el reposo hasta 27 m/sg. Use el hecho de que la energía equivalente a 1 galón de gasolina es $1.34 * 10^8$ julios. Si demora 10 sg en alcanzar la velocidad, que distancia se desplaza?

SOLUCION: La energía necesaria para acelerar el coche desde el reposo a una rapidez **v** es igual a su energía cinética final

K= Energía Cinética

$$K=\frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2}(800\text{kg})\left[27\,\frac{m}{sg}\right]^2$$

$$K= (400\text{kg})\ 729\tfrac{m}{sg}2 * m$$

$$K= 291600\ \text{Newton} * m$$

K= 291600 Julios

Ejercicio N° 11

Un remolcador ejerce una fuerza constante de 5000 Newton sobre un barco que se mueve con rapidez constante a través de una bahía. Cuanto trabajo hace el remolcador sobre el barco en una distancia de 3km.

W= F$*$ d= 5000$*$3= 15000 Newton$*$metro

W= 15000 Julios

Ejercicio N° 12

Carly en un supermercado empuja un carrito con una fuerza de 35 Newton dirigida a un ángulo de 25° hacia abajo desde la horizontal. Encuentre el trabajo que realiza Carly conforme se mueve por un pasillo de 50 m. de longitud

Fx= F cos 25

Fx= $35 * cos 25$

Fx= $35 * 0.9063$

Fx= 31,72 Newton

W= Fx$*$ d =31,72$*$50 = 1586,03 Newton$*$metro

W= 1586,03 Julios

Ejercicios Propuestos N°6: Trabajo, Energía y Potencia.

1. Una chica de 40 kg. de masa trepa por una cuerda hasta 8 m de altura con velocidad constante en 15 sg. ¿Qué potencia desarrolla durante la ascensión? P=209 W
2. Cuando un coche sube por una pendiente, se necesita suministrarle cierta potencia adicional además de la necesaria para mantener una velocidad constante en terreno llano. Para el coche del problema 6.95, a 65 km.h^{-1}, ¿Qué ángulo forma la carretera con la horizontal si la potencia total necesaria es el doble que en terreno llano? a= 1.46°
3. Un nadador salta desde la palanca a la piscina, nada hasta el borde y se encarama de nuevo a la palanca. Identificar y analizar los tipos de fuerzas presentes y el trabajo que realizan.

Cuestionario Nº 6. Trabajo, Energía y Potencia.

1. ¿Cuál es la razón principal para aplicar una fuerza resultante?
2. ¿Cuáles son los requisitos para que se realice un trabajo?
3. ¿Cuál es la definición de trabajo?
4. Defina el concepto de energía
5. ¿Cuáles son las dos importantes tipos de energía?
6. Escriba la fórmula de energía cinética
7. Defina el concepto de teorema del trabajo-energía y escriba su fórmula.
8. ¿De qué depende la energía potencial?
9. Defina el concepto de potencia y escriba su fórmula.

7 ENERGIA CINETICA, GRAVITACIONAL, TRABAJO

7.1 TRABAJO.

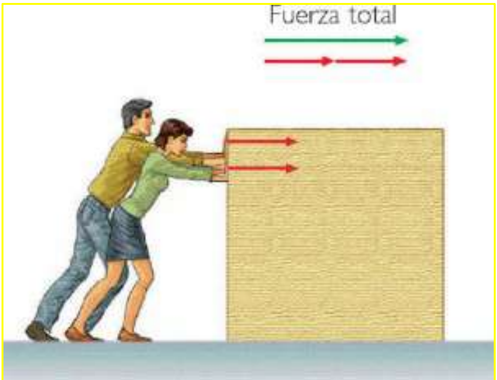


Fig. 7.2 Ejemplo de cómo se efectúa el Trabajo

Cuando hablamos de trabajo, pensamos en un sin número de actividades que nos lleva al agotamiento físico e inclusive mental, así, mencionamos que trabajamos en la construcción, en el escritorio, en la casa, en la computadora o simplemente cuando realizamos nuestra tarea escolar. **(Alvarenga, 1979, p.279)**.

En la actualidad, la ciencia y la tecnología han puesto al servicio de la humanidad una increíble cantidad de máquinas que disminuyen el esfuerzo que debemos realizar.

En física, el termino trabajo tiene otra interpretación, es la magnitud que relaciona la fuerza y el desplazamiento que le provoca si la fuerza aplicada es constante, entonces podemos definir el trabajo realizado por una fuerza constante.

También, se entiende por trabajo a la cantidad de fuerza multiplicada por la distancia que recorre dicha fuerza. Esta puede ser aplicada a un punto imaginario o a un cuerpo para moverlo. Pero hay que tener en cuenta también, que la dirección de la fuerza puede o no coincidir con la dirección sobre la que se está moviendo el cuerpo. En caso de no coincidir, hay que tener en cuenta el ángulo que separa estas dos direcciones. Por lo tanto. El trabajo es igual al producto de la fuerza por la distancia y por el coseno del ángulo que existe entre la dirección de la fuerza y la dirección que recorre el punto o el objeto que se mueve. Sabemos que en Física se usan muchas unidades dependiendo de los sistemas utilizados. La magnitud Trabajo no es la excepción. Cuando la fuerza se mide en Newton (Sistema MKS) o Internacional, y la distancia en metros, el trabajo es medido en Joule (J). Otra unidad es el Kilográmetro (Kgm) que surge de medir la fuerza en Kgs f

(Kilogramos fuerza) y distancia en metros. Otro mucho menos usado es el Ergio usado cuando se mide la distancia en centímetros y la fuerza en gramos fuerza.

7.2 ENERGÍA CINÉTICA Y EL TEOREMA TRABAJO- ENERGÍA.

La energía cinética se representa a través de la siguiente fórmula: $Ec= ½\ mv^2$. La energía cinética se mide en Julios (J), la masa en kilogramos (kg) y la velocidad en metros sobre segundos (m/s).

Como tal, la energía cinética está ligada a otros conceptos de la física como: trabajo, fuerza y energía. La energía solo puede llamarse cinética cuando el objeto se pone en movimiento y, al chocar con otro pueda moverlo originando un trabajo y, la fuerza puede referirse como la posibilidad que tiene un cuerpo de producir daños a otro. **(Alvarenga, 1979, p.287).**

Una vez lograda la activación del cuerpo, el mismo puede mantener su energía cinética excepto si aplica al cuerpo un trabajo negativo o contrario de la magnitud de la energía cinética para que regrese a su estado inicial o de reposo.

La energía cinética puede originarse a partir de otras energías o convertirse en otras formas de energías. En el caso de los carros de una montaña rusa alcanzan energía cinética cuando están en el fondo de su trayectoria pero esta se transforma en energía potencial gravitacional cuando comienza a elevarse. Otro ejemplo es a través de la energía cinética que permite los movimientos de las hélices se puede obtener electricidad o, energía hídrica a través del movimiento de agua.

La energía cinética se debe a William Thomson más conocido como Lord Kelvin en 1849. La energía cinética no es propia de nuestros días ya que antiguamente existía los molinos de viento que se utilizaba para muchas actividades, como tarea principal la

de moler trigo, este tipo de instrumentos hace uso de la energía cinética.

El trabajo, por sus unidades, es una forma de transferencia o cambio en la energía: cambia la posición de una partícula (la partícula se mueve).

Éste cambio en la energía se mide a partir de todos los efectos que la partícula sufre, para el trabajo, los efectos son todas las fuerzas que se aplican sobre ella (trabajo neto o trabajo total Wt).

El teorema del trabajo y la energía relaciona éstos dos conceptos:

El trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula:

$$w = \Delta k = k(2) - k(1)$$

Éste teorema facilita muchos cálculos de problemas que involucran éstas propiedades.

7.3 ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL.

La expresión general para la energía potencial gravitacional, surge de la ley de la gravedad, y es igual al trabajo realizado contra la gravedad, para llevar una masa a un punto determinado del espacio. Como consecuencia de la naturaleza de la fuerza de gravedad dependiente del inverso del cuadrado, la fuerza se acerca a cero para grandes distancias, y por tanto cobra sentido elegir el cero de energía potencial gravitacional a una distancia exterior infinita. Entonces, la energía potencial gravitacional cerca de un planeta es negativa, puesto que la gravedad realiza un trabajo positivo cuando se acerca la masa. **(Alvarenga, 1979, p.292)**.

Este potencial negativo es indicativo de un "estado ligado"; una vez que la masa está cerca de un cuerpo grande, es atrapada hasta que algo pueda suministrarle energía suficiente que le permita escapar.

Del trabajo realizado contra la fuerza de la gravedad, para llevar una masa hasta el infinito, donde la energía potencial, se le asigna el valor de cero, la expresión para la energía potencial gravitacional es:

$$U = \frac{-GMm}{\mathrm{r}}$$

Esta expresión es útil para el cálculo de la velocidad de escape, la energía para sacarla de una órbita. etc. Sin embargo, para objetos cercanos a la Tierra la aceleración de la gravedad g, se puede considerar que sea aproximadamente constante, y la expresión de la energía potencial en relación con la superficie de la Tierra se convierte en.

$$U = Mgh$$

7.3.1 Energía potencial elástica.

La energía potencial elástica es energía potencial almacenada como consecuencia de la deformación de un objeto elástico, tal como el estiramiento de un muelle. Es igual al trabajo realizado para estirar el muelle, que depende de la constante del muelle k así como la distancia estirada. De acuerdo con laley de Hooke, la fuerza requerida para estirar el muelle es directamente proporcional a la cantidad de estiramiento. **(Alvarenga, 1979, p.295)**. Puesto que la fuerza tiene la forma:

$$F = -Kx$$

Entonces, el trabajo realizado para estirar el muelle, a una distancia x es:

$$Trabajo = \Delta Ep = \frac{1}{2} Kx^2$$

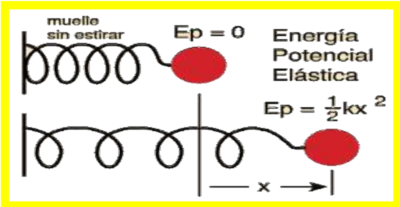


Fig. 7. 3 como se da la Energía Potencial Elástica.

7.3.2 Energía Potencial del Muelle

Puesto que el cambio en la energía potencial de un objeto entre dos posiciones, es igual al trabajo que se debe realizar para mover el objeto de un punto a otro, el cálculo de la energía potencial, es equivalente al cálculo del trabajo.

$$w = \int_0^x kx\,dx = k\frac{x^2}{2}$$

El trabajo se puede visualizar también como el área bajo la curva de la fuerzas

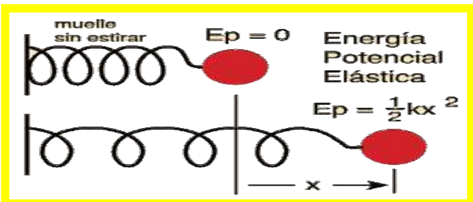


Fig.7.4 la Energía Potencial Elástica en una curva.

7.4 SISTEMA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

La ley de la conservación de la energía afirma que la cantidad total de energía en cualquier sistema físico aislado(sin interacción con ningún otro sistema) permanece invariable con el tiempo, aunque dicha energía puede transformarse en otra forma de energía. En resumen, la ley de la conservación de la energía afirma que la energía no puede crearse ni destruirse, sólo se puede cambiar de una forma a otra, por ejemplo, cuando la energía eléctrica se transforma en energía calorífica en un calefactor.**(Alvarenga, 1979, p.300)**. En termodinámica, constituye el primer principio termodinámica (la primera ley de la termodinámica).

En mecánica analítica, puede demostrarse que el principio de conservación de la energía es una consecuencia de que la dinámica de evolución de los sistemas está regida por las mismas características en cada instante del tiempo. Eso conduce a que la "traslación" temporal sea una simetría que deja invariante las ecuaciones de evolución del sistema, por lo que el teorema de Noether lleva a que existe una magnitud conservada, la energía.

7.5 POTENCIA.

La potencia es la cantidad de trabajo que se realiza por unidad de tiempo. Puede asociarse a la velocidad de un cambio de energía dentro de un sistema, o al tiempo que demora la concreción de un trabajo. Por lo tanto, es posible afirmar que la potencia resulta igual a la energía total dividida por el tiempo. **(Alvarenga, 1979, p.284)**. Se conoce como potencia mecánica al trabajo que realiza un individuo o una máquina en un cierto periodo de tiempo. Es decir que se trata de la potencia que se transmite a través del accionar de una fuerza física de contacto o de algunos elementos mecánicos relacionados, como un engranaje o un juego de palancas.

Otro tipo de potencia que puede mencionarse es la potencia eléctrica, que es el resultado de multiplicar la diferencia de potencial entre los extremos de una carga y la corriente que circula allí.

También podemos hacer referencia a la potencia del sonido, que se calcula en función de la intensidad y la superficie, y a la potencia de un punto.

En cuanto a las unidades de potencia, pueden reconocerse cuatro grandes sistemas. El sistema internacional de unidades, cuya unidad más frecuente es el vatio o watt y sus múltiplos(kilovatio, megavatio, etc.), aunque también puede utilizar combinaciones equivalentes como el voltamperio; el sistema inglés, que mide por caballo de fuerza métrico; el técnico de unidades, que se basa en la caloría internacional por segundo; y el cegesimal, que calcula ergio por segundo.

Asimismo tampoco podemos olvidar que en el ámbito de las Matemáticas es frecuente el uso del término potencia y es que con él se viene a definir a una operación mediante la cual se determina el resultado de que un número en cuestión se halla multiplicado por sí mismo en varias ocasiones.

7.5TRABAJO HECHO POR UNA VARIABLE.

Es aquella fuerza que tiende a cambiar ya sea su magnitud, ángulo, posición. El resorte posee un material que denominamos elástico, o sea, puede ser deformado pero una vez que la fuerza deformadora cesa, recupera sus dimensiones originales. Teorema de Trabajo y Energía.

Trabajo Realizado por una fuerza Variable

Ejemplo de una fuerza variable:

La acción de un resorte que actúa sobre una partícula de masa “m”. La partícula se mueve en la dirección horizontal, la cual llamamos dirección “x”, con el origen en x=0, la cual corresponde al punto en el cual el resorte esta relajado, o sea, no actúa ninguna fuerza deformadora.

Sobre la partícula actúa una fuerza externa “Fext” en sentido opuesto al sentido de la fuerza del resorte.

Suponemos que a medida que la fuerza externa actúa sobre la partícula, esta es aproximadamente igual a la fuerza del resorte, por lo que la partícula está en equilibrio en todo momento. Sea desplazada la partícula desde su posición original x=0.

Si el agente externo ejerce una fuerza sobre la partícula, el resorte ejercerá una fuerza igual y opuesta.

El signo menos indica que el resorte está efectuando una fuerza opuesta a la dirección del desplazamiento cuando se estira o se comprime. Para calcular el trabajo que se realiza por las fuerzas variables se requiere de un cierto cálculo.

Formulario Nº7: Energía Cinética, Gravitatoria y Trabajo

	FÓRMULAS
Trabajo	$w = F \,.\, D . \cos a$
Teorema del trabajo y la energía cinética	$W = \Delta Ec = Ec - E_{\circ}$ $W = F \,.\, d \,.\cos a$ $W = \Delta Ec = Ec - E_{\circ}$
Energía mecánica cinética y potencial gravitatoria y elástica.	$E = Ec + \mathrm{Ep}$ $Ep_{gravitatoria} = m \,.\, g \,.\, h$ $Ec = \frac{1}{2} m \,.\, v^2$ $Ep_{elastica} = \frac{1}{2} k \,.\, x^2$
Conservación de la energía mecánica:	$E_{INICIAL} = E_{FINAL}$ $(Ec + Ep)_{INICIAL}(Ec + Ep)_{final}$
Trabajo de una fuerza constante:	$\boldsymbol{w = F\, \Delta x \cos a}$
Fuerza paralela al desplazamiento:	$\boldsymbol{W = F\, \Delta x}$
Trabajo de la fuerza de razonamiento:	$\boldsymbol{W = -F_{ROZ} \Delta x}$
Energía potencial elástica:	$\boldsymbol{Ec = \frac{1}{2} m \,.\, v^2}$

Experimento Nº7: Energía Cinética, Gravitatoria y Trabajo

Determinar si el trabajo mecánico es proporcional a la fuerza aplicada por medio de la deformación de una liga.

MATERIALES:

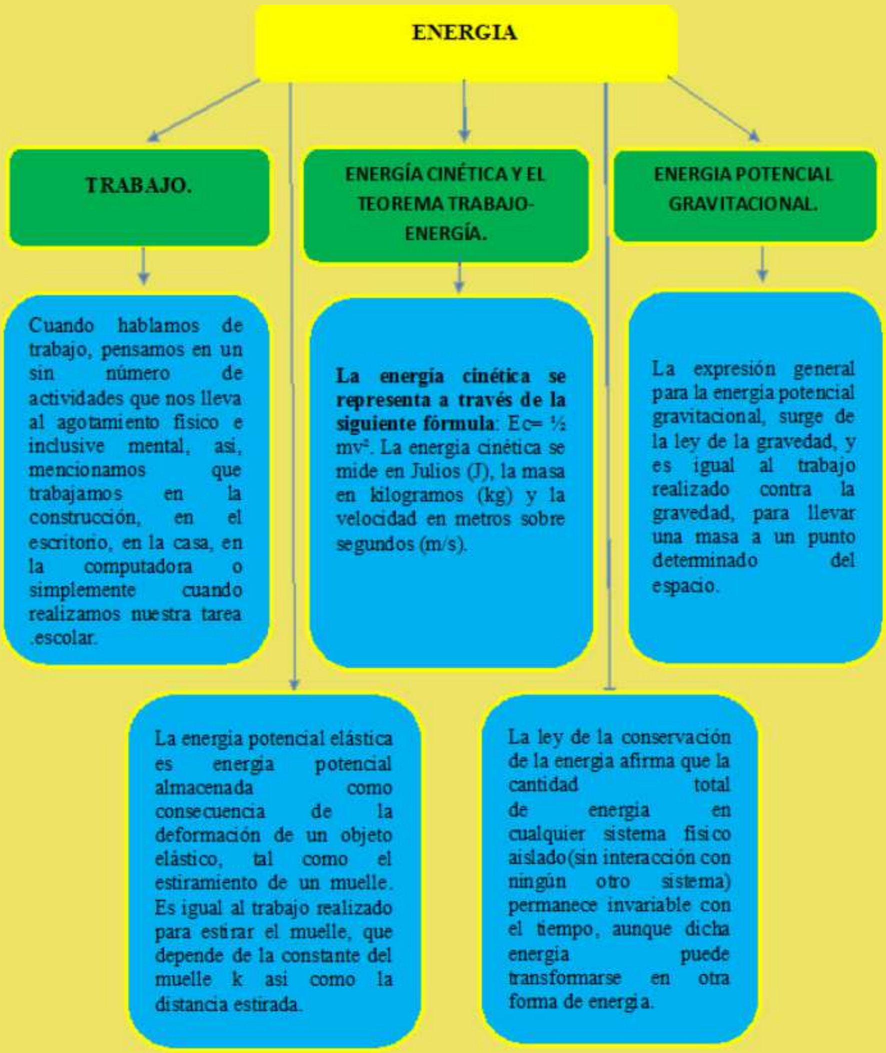
- Un me[illegible] resistente.

- Cuatro ligas.
- Una cinta métrica o flexómetro.
- Unas tijeras.
- Cuatro revistas delgadas de la misma forma y tamaño.

PROCEDIMIENTO.

1.	Corte una liga por un extremo con las tijeras.
2.	Amarre una revista con el estambre y amarre el extremo libre del estambre a uno de los extremos de la liga, como se ve en la figura.
3.	Mida la longitud de la liga sin estirar (L_0).
4.	Jale la liga por el otro extremo hasta que la revista se levante un centímetro de la superficie de trabajo. Pida a su ayudante que mida la liga (L) y registre el dato en la hoja de respuestas.
5	Repita el experimento con 2, 3 y 4 revistas atadas con el estambre. Utilice una liga sin deformar en cada ocasión, ya que las usadas no se recuperan completamente y habría errores en su determinación.

Organizador Gráfico Nº 7. Energía Cinética, Gravitacional y Trabajo.



Ejercicios Resueltos N°7: Energía Cinética, Gravitacional y Trabajo.

Ejercicio Nº1.

Una bala de 20 g choca contra un banco de fango, como se muestra en la figura, y penetra una distancia de 6 cm antes de detenerse. Calcule la fuerza de frenado F, si la velocidad de entrada fue de 80 m/s.

Se tienen como datos la rapidez inicial y la rapidez final, además de la masa de la bala como la cantidad desplazada mientras se le aplica la fuerza. Por el teorema del trabajo y la energía se puede encontrar el valor de esa fuerza:

ΔK = k2 – k1 = ½ mv22 – ½ mv12 = m (v22 – v12)

La rapidez V (2) es el estado final (0 m/s), y la rapidez V (1) es el estado inicial antes de entrar al banco de fango (80 m/s). La masa de la bala es 20 g = 0.02 Kg. Entonces:

ΔK = ½(0.02 kg) ((0m/s)2(80m/s)2= -64 J

Esto es igual al trabajo neto efectuado por todas las fuerzas. En éste caso, la única fuerza que actúa es la que detiene a la bala (la fricción del fluido viscoso):

$$\mathbf{W = F * d = \Delta K = -64\,J}$$

Con d = 6 cm = 0.06 m:

F = - 64 J / 0.06 m = - 1066.67 N

Con d = 6 cm = 0.06 m:

F = - 64 J / 0.06 m = - 1066.67 N

Ejercicio Nº 2.

Calcula el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento y por la fuerza peso en el caso de que desplacemos a lo largo de dos metros un bloque de 200 Kg sobre una superficie con μ = 0.15 en los siguientes casos

El bloque se encuentra en una superficie horizontal

Solución

Datos

μ = 0.15;

m = 200 Kg

1.- Partimos de la situación de la figura, en la que hemos hecho una representación de las fuerzas que intervienen en el problema y hemos supuesto un sentido para el movimiento.

Ejercicio Nº 3.

Calcula el trabajo que realiza un caballo que arrastra un carro a 5 km de distancia con una fuerza media de 500 N.

d=5 km=5·1.000 m=5.000m F=500 N

¿W? W =F ·d=500 N ·5.000 m=2.500.000 J

Ejercicio Nº 4.

Un coche de masa 1000 Kg tiene una velocidad de 30 m/s. ¿Cuál sería su energía cinética? frena y su velocidad se reduce a la mitad, ¿cuál es ahora su energía cinética? Calcular el trabajo realizado por los frenos.

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

$$Ec_o = \frac{1}{2}(1000)(30)^2 = 450.000\,J$$

$$Frena\ V = \frac{30}{2} = 15\frac{m}{s}$$

$$Ec_f = \frac{1}{2}(1000)(15)^2 = 112.500\,J$$

$$W = Ec_f - Ec_o$$

$$W = 112.500 - 450.000 = -3375005\ R//$$

<u>Ejercicio Nº 5.</u>

Un coche de masa 1000 Kg tiene una velocidad de 30 m/s. ¿Cuál sería su energía cinética? frena y su velocidad se reduce a la mitad, ¿cuál es ahora su energía cinética? Calcular el trabajo realizado por los frenos.

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

$$Ec_o = \frac{1}{2}(1000)(30)^2 = 450.000\,J$$

$$Frena\ V = \frac{30}{2} = 15\frac{m}{s}$$

$$Ec_f = \frac{1}{2}(1000)(15)^2 = 112.500\,J$$

$$W = Ec_f - Ec_o$$

$$W = 112.500 - 450.000 = -3375005\ R//$$

2.-Calcular la energía cinética de una vehículo de 1000kg de masa que circula a una velocidad de 120km/h.

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

$$120\frac{km}{h}x\frac{1000m}{1km}x\frac{1h}{3600s} = 33.33\ m/s$$

$$Ec = \frac{1}{2}(1000kg)(33.33m/s)^2 =$$

$$Ec = \frac{1}{2}(1000kg)(1110.89m2/s2)^2 = 555445\,J\ \ R//$$

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

$$120\frac{km}{h}x\frac{1000m}{1km}x\frac{1h}{3600s} = 33.33\ m/s$$

$$Ec = \frac{1}{2}(1000kg)(33.33m/s)^2 =$$

$$Ec = \frac{1}{2}(1000kg)(1110.89m2/s2)^2 = 555445\,J\ \ R//$$

Ejercicio Nº 6.

Calcular el trabajo que realice el motor de una ascensor en una atracción para subir 1417 kg que es la masa del ascensor más los pasajeros, hasta una altura de 30m ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor si tarda en subir 24s?

$$F = m.g$$

$$F = (1417kg)(9.8m/s^2) = 13886.6N$$

$$W = F.d.Cos\theta$$

$$W = (13886.6N)(30m)(1) = 416598\,J\ R//$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{416598\,J}{24J} = 17358.25\,w\ R//$$

Ejercicio Nº 7.

Una fuerza de 100 N actúa sobre un cuerpo de masa 20 Kg que se desplaza a los largo de un plano horizontal en la misma dirección del movimiento. Si el cuerpo se desplaza 20m y u=0,2 Calcular:

a.- El trabajo realizado por dicha fuerza

b.- El trabajo realizado por la normal

c.- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

d.- El trabajo realizado por el peso

e.- El trabajo total

$$P = m.g$$
$$P = (20kg)(9.8m/s^2) = 196\,N$$
$$Fr = \mu.N$$

$$Fr = (0{,}2)(196) = 39{,}2\,N$$

A:El trabajo realizado por dicha fuerza

$$W = F.d.Cos\theta$$

$$W = (100N)(20m)(Cos0) = 2000\,J$$

B:El trabajo realizado por la normal

$$W_N = N.d.Cos\alpha$$

$$W_N = (196N)(20)(Cos90^0) = \ 0\,J$$

C: El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

$$W_{Fr} = Fr.d.Cos\varphi$$

$$W_{Fr} = (39{,}2N)(20m)(Cos\ 180^0) = \ -784\,J$$

D: El trabajo realizado por el peso

$$W_P = P.d.Cos\varphi$$

$$W_P = (196N)(20m)Cos\ 270^0) = 0\,J$$

E: El trabajo total

$$W_t = \ W_f + W_N + W_{Fr} + W_P$$

Ejercicio Nº 8.

Un motor de 35hp se pone a funcionar durante ¼ hora ¿Qué cantidad de trabajo produce?

Datos:

P=35 hp
T=0,25 h

$$30hp\ x\ \frac{745.7\,J/s}{1hp} = 26099.5\,J/s$$

$$0{,}25\ h\ x\ \frac{3.600s}{1h} = 900\ s$$

$$W = P.\Delta t$$

$$W = \left(26099.5\frac{J}{s}\right)(900\ s\ ) = 2{,}3489550{\times}10^7\ J\ R//$$

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

$$W = P.\Delta t$$

$$W = \left(26099.5\frac{J}{s}\right)(900\ s\ ) = 2{,}3489550\times10^7\ J\ R//$$

Ejercicio Nº 9.

Calcular la energía cinética de una moto de 200 *Kg* de masa que circula a una velocidad de 25 *m/s*

Ec=?
m= 200 Kg
v= 25 m/s

$$Ec = \frac{1}{2}.m.v^2$$

$$Ec = \frac{1}{2}(200\ Kg)(25\ m/s)^2$$

$$Ec = \frac{1}{2}(200\ Kg)(625\ m^2\ /s^2)$$

$$Ec = \frac{125.000}{2}.Kg.m^2\ /s^2$$

$$Ec = 62.500.Kg.m^2\ /s^2$$

$$Ec = 62.500\ J$$

Ejercicio Nº 10.

Calcular el trabajo que realice el motor de un ascensor en una atracción para subir 1417 Kg qué es la masa del ascensor más los pasajeros, hasta una altura de 30m ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor si tarda en subir 24s?

Datos:
m= 1417 Kg

h= 30m

t= 24s

a).

$F = m.g$

$F = 1417\ Kg(9.8\ m/s^2)$

$F = 13886.6\ N$

$W = F.d.cos\theta$

$W = (13886.6N)(30m)cos0°$

$W = (13886.6N)(30m)(1)$

$W = 416598\ J$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{416598\ J}{24s}$$

$$P = 17358.25\ w$$

<u>Ejercicio Nº 11.</u>

El conductor de un coche de 650 kg que va a 90 km/h frena y reduce su velocidad a 50 km/h. Calcula:

a).- La energía cinética inicial.

b).- La energía cinética final.

$$90\ km/h\ son\ 25\ m/s\ y\ 50\ km/h\ son\ 13{,}9\ m/s.$$

a) $Ec = \frac{1}{2}.m.vo^2$

$$Ec = \frac{1}{2}(650)(25)^2$$

$$Ec = 203125\ J$$

b)

$$Ec = \frac{1}{2}.m.v^2$$

$$Ec = \frac{1}{2}(650)(13.9)^2$$

$$Ec = 62793.3\ J$$

Ejercicio Nº 12.

Claudia pesa 60 kgf, y viaja en un ascensor desde el piso 4° hasta planta baja. Hallar el trabajo que realiza la fuerza que hace el piso del ascensor («normal») sobre ella, en los siguientes tramos de 4 m de longitud cada uno:

a- Arranque con aceleración constante, de 0,5 m/s²

b- Descenso con velocidad constante de 2 m/s

c- Frenado con aceleración constante, de 0,5 m/s².

Caso a) Si arranca y se mueve caca vez más rápido la aceleración debe apuntar hacia abajo. (En nuestro SR será negativa, *a = — 0,5 m/s²*)

$$N = m.a + P$$

$$N = 60\ Kg(-0.5\ m/s^2)$$

$$N = \ -30N + 600N$$

$$N = 570N$$

Ahora el trabajo:

$$Wa = 570\ N(4m)(-1)$$

$$Wa = \ -2.280\ J$$

Caso b) cuando baja a velocidad constante, si lo hace a 2 m/s o a 200 m/s es lo mismo a los fines de lo que estamos calculando. El dato ese es simplemente una trampa caza-bobos. La aceleración vale cero.

$$N = P$$

$$N = 600N$$

Caso c) Cuando baja frenando la aceleración apunta hacia arriba y en nuestro SR es positiva.

$\mathrm{N} = \mathrm{m.a} + \mathrm{P}$

$\mathrm{N} = 630\mathrm{N}$

$\mathrm{Wc} = 630\mathrm{N}\ (4\mathrm{m})(-1)$

$\mathrm{Wc} = -2.520\ \mathrm{J}$

10. Una maceta se cae de un balcón a una velocidad de 9,81 m/s adquiriendo una energía cinética de 324 ¿cuál es su masa?

$$Ec = \frac{1}{2}.m.vo^2$$

$$324 = \frac{1}{2}.m.(9.81)^2$$

Cuestionario Nº 7.Energía Cinética, Gravitacional y Trabajo.

1.- Concepto de trabajo.

2.- ¿Que es la energía cinética?

3.- ¿Qué es la energía gravitacional?

4.- Concepto de potencia.

5.-Fórmulas de energía gravitacional.

6.- Formula de energía potencial elástica.

7.- Diferencias entre energía cinética y gravitacional.

8.- Cuando se realiza un trabajo.

9.- Concepto de trabajo hecho por una variable.

8

LEY DE LA GRAVEDAD

Fig. 8.1 Ley de la Gravedad

Los cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. **(Witten Robert, 2013)**.Todo cae; las hojas de los árboles, un ladrillo, un lápiz y nos parece obvio. Pero fue Isaac Newton, allá por el siglo XVII que, probablemente observando cómo caía un objeto, propuso por primera vez una explicación para el fenómeno de la caída de los cuerpos

¿Qué es lo que causa que los objetos caigan sobre la tierra? ¿Por qué lo planetas giran alrededor del sol? ¿Qué mantiene a las galaxias juntas? Si viajases a otro lugar fuera de nuestro planeta ¿cambiaría tu peso? ¿Por qué?

Estas y muchas más preguntas que quizás empiece a generar tu cerebro, están todas relacionadas con un aspecto muy importante dentro de la física: la gravedad. A pesar de toda su influencia en nuestras vidas, de todo su control sobre el cosmos, sobre todo a nuestro alrededor es complejo entender los mecanismos de fuerza gravitacional.

A pesar de la inmensa pared que nos separa del conocimiento exacto de esta fuerza, los físicos han podido describir ampliamente el comportamiento de los objetos bajo la influencia de la gravedad. Isaac Newton, fue la primera persona en proponer un modelo matemático que describe la atracción gravitacional entre los objetos. Albert Einstein se basó en este modelo en el siglo XX y posteriormente desarrolló una descripción más minuciosa sobre la gravedad en su Teoría General de la Relatividad.

8.1 LAS FUERZAS GRAVITACIONALES

Newton llegó finalmente a la conclusión de que, de hecho, la manzana y la luna se ven influidas por la misma fuerza. La llamó fuerza de gravitación (o gravedad) ya que esta palabra se traduce significa en latín “pesadez” o “peso”.

> *“Cada partícula de materia en el universo atrae a otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de las masas de las partículas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.”*

En Principia, Newton definió la fuerza de la gravedad de la siguiente forma (traducido del latín):

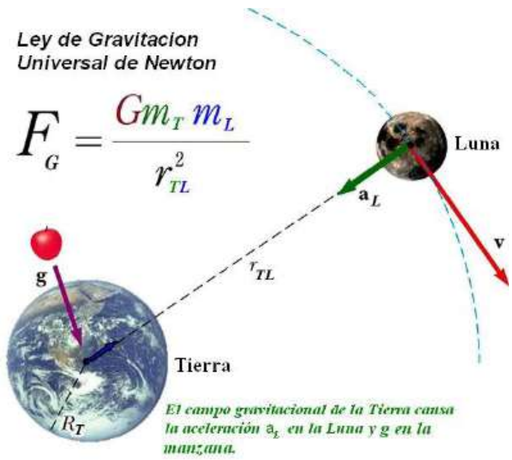


Fig.8.1El campo gravitacional de la tierra causa la aceleración $a_L$en la Luna y g en la manzana

8.2 LA LEY DE GRAVEDAD UNIVERSAL DE NEWTON

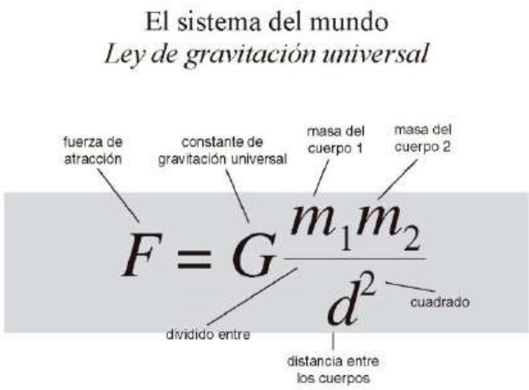


Fig.8.2 Fórmula de Ley de gravitación

La característica esencial de la Ley de Gravedad Universal de Newton es que la fuerza de la gravedad entre dos objetos, es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la distancia que los separa. Esta relación es conocida como la relación de la "raíz cuadrada invertida. Newton derivó esta relación de la afirmación de Kepler de que los planetas se mueven en órbitas elípticas. Para entender esto, considere la luz que irradia desde la superficie del sol. Esta luz tiene alguna intensidad en la superficie del sol. A medida que la luz se aleja del sol, su intensidad disminuye. La intensidad de la luz a cualquier distancia del sol es igual a la fuerza de su fuente, dividida por el área de la superficie de la esfera que rodea el sol en ese radio.

A medida que la distancia del sol (r) se duplica, el área de la esfera alrededor del sol se cuadruplica. De esta manera, la intensidad de la luz del sol depende de manera invertida de la raíz cuadrada de la distancia del sol. Newton creía que la fuerza gravitacional radiaba igualmente en todas las direcciones del cuerpo central, tal como la luz solar en el ejemplo previo. Newton reconocía que este modelo gravitacional debía tomar la forma de una relación de raíz cuadrada invertida. Este modelo predice que las órbitas de objetos que rodean un cuerpo central son secciones cónicas. **(Witten Robert, 2013).** Muchos años de observaciones astronómicas han sostenido esta tesis. A pesar de que esta idea es comúnmente atribuida a Isaac Newton, el matemático Inglés Robert Hooke argumentó que el inventó la idea de la relación de la raíz cuadrada invertida. Sin embargo, fue Newton el que finalmente publicó su teoría de la gravedad y se hizo famoso.

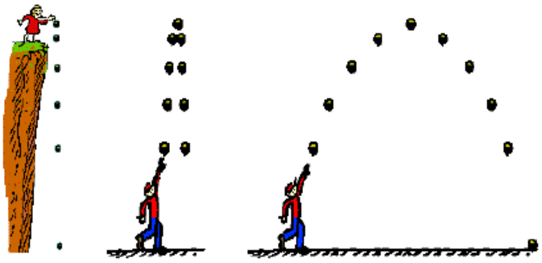


Fig.8.3 Atracción de los cuerpos

8.3 CENTRO DE GRAVEDAD

En un objeto compuesto de muchas partículas, cada partícula interactúa con cada partícula del objeto. Ya que sabemos que las fuerzas (incluyendo la gravedad) son cantidades vectoriales, podemos ver estas fuerzas que tienen componentes en las direcciones paralelas y perpendiculares de los dos objetos. En algunos objetos, tales como esferas de densidad uniforme, las componentes de la fuerza perpendicular se anulan entre sí, de esta forma podemos tratar a los objetos como si fueran partículas puntuales y solo considerar la fuerza neta entre ellos. El centro de gravedad de un objeto (que generalmente es idéntico a su centro de masa) es útil en estas situaciones. Consideramos como si toda la masa del objeto se concentra en el centro de gravedad. En las formas simples (esferas, discos circulares, placas rectangulares, cubos, etc.) este punto es en el centro geométrico del objeto.

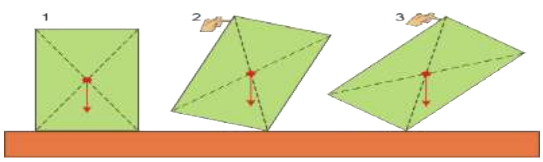


Fig.8.4 Centro de gravedad de un objeto

La ley de Newton puede ser reformulada mediante un campo gravitatorio, lo que puede llegar a ser útil para estudiar distintas situaciones. En lugar de calcular las fuerzas entre dos objetos, podemos definir que un objeto con masa genera un campo gravitatorio a su alrededor. El campo gravitatorio se define como la fuerza de gravedad en un punto determinado, dividido por la masa de un objeto de prueba en ese punto.

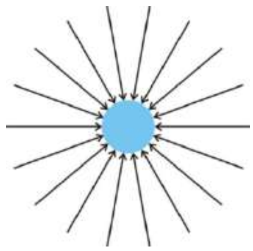


Fig. 8.5 Campo gravitatorio

Tabla N°8: Ley de la Gravedad.

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
Fg	La fuerza de gravedad (por lo general en newtons)
G	La constante gravitacional, que añade el nivel apropiado de proporcionalidad en la ecuación. El valor de G es 6.67259 x 10-11 N * m2 / kg2, aunque el valor va a cambiar si otras unidades (diferentes al sistema internacional) están siendo utilizados.
m1 y m2	Las masas de las dos partículas (normalmente en kilogramos)
r	la distancia en línea recta entre las dos partículas (normalmente en metros)

Experimento N°8: Ley de la Gravedad.

Caída libre de cuerpos y aceleración de la gravedad

Si alguien pregunta qué caerá más rápido desde una terraza, si un piano o un trozo de papel, responderán que lo hará el piano. Y si preguntan porque, dirán que porque es más pesado ¿no? Bueno, con los siguientes experimentos veremos que esto no es así.

Materiales:

* Trozo de papel

* Moneda

Procedimiento:

Toma un trozo de papel, no importa si es de periódico o de mayor calidad, y tampoco importa su tamaño, aunque el experimento funciona mejor con un trozo no mayor a 20cm x 20cm aproximadamente. También toma una moneda; tampoco importa el material ni el tamaño.

Ahora toma el trozo de papel y con fuerza transfórmalo en un bollo muy pequeño y compacto. Nuevamente, deja caer ambos y observa que sucede.

Seguramente y a primera impresión parece que el rollo de papel es más pesado al compactarlo, pero si piensas un poco esto no es así, ya que la cantidad de papel que hay antes y después de compactarlo, es la misma.

Todos los cuerpos son acelerados hacia el centro de la tierra con la misma intensidad. La diferencia entre ambos experimentos (antes y después de hacer el rollo) es que el rozamiento del aire "frena" más al papel que a la moneda en el primero, y al disminuir el área del papel en el segundo, caen prácticamente al mismo tiempo.

De hecho, el astronauta Dave Scott, uno de los hombres en llegar a la luna, realizó el mismo experimento al dejar caer un martillo y una pluma en la luna. Como en dicho lugar no hay atmósfera, ambos llegaron al piso al mismo tiempo.

Ejercicios Resueltos N°8:Ley de la Gravedad.

Ejercicio Nº 1.

Calcular la fuerza con que se atraen dos masas de 100 y 1000 kg. Situadas a una distancia de 20 m.

Solución:F= G$mMd2$=6,67x10−11$Nm2kg2$= 100kg 1000kg202$m2$

=1,67x10−8N

Como se puede observar debido a la pequeñez de la constante de gravitación, la fuerza de atracción es muy débil, prácticamente inapreciable.

Ejercicio Nº 2.

Calcular la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de 50 kg. Situado en su superficie.

Solución: F= G$mMR2$=6,67x10−11$Nm2kg2$= 50kg 6x1024 (6,4x106)2$m2$

=488,5 N

En este caso, y debido a que la masa de la Tierra es muy grande, la fuerza de atracción es considerable observar que, en realidad, la ecuación que da el valor de la fuerza de gravedad se puede escribir separando la masa del cuerpo de los datos propios del planeta (en este caso la Tierra) de esta manera:

$F = m\ (GMR2) = 50\ kg\ (6{,}67x10 - 11Nm2kg2 = 6x1024(6{,}4x106)2m2\ )$

$= = 488{,}5\ N$

El término encerrado entre paréntesis, tiene un valor fijo e igual a 9,8 m/s2, que es el valor de la aceleración de la gravedad o, también llamado, valor del campo gravitatorio.

Ejercicio Nº 3.

Una masa de 800 kg y otra de 500 kg se encuentran separadas por 3m, ¿Cuál es la fuerza de atracción que experimenta la masa?

Solución: La situación del problema es muy sencilla de resolver, ya que basta en tomar los datos y reemplazar en la fórmula, como podemos ver las masas se encuentran en kilogramos, y la distancia en metros, por lo que no habría necesidad de convertir a otras unidades, ahora veamos el uso de la fórmula.

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Reemplazando datos

$$F = [6.67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}]\frac{(800kg)(500kg)}{(3m)^2}$$

Por lo que: $F = 2.964x10^{-6}N$

Ejercicio Nº 4.

Calcular la fuerza con que se atraen dos masas de 100 y 1000 kg. situadas a una distancia de 20 m.

Solución:

$$F = GmMd2 = 6{,}67x10 - 11\ N.m^2kg2 = 100kg\ 1000kg202m2$$
$$= 1{,}67x10 - 8N$$

Como se puede observar debido a la pequeñez de la constante de gravitación, la fuerza de atracción es muy débil, prácticamente inapreciable.

Ejercicio Nº 5.

Calcular la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de 50 kg. situado en su superficie.

Solución:

$$F = GmMR2 = 6{,}67x10 - 11Nm2kg2 = 50kg\ 6x1024(6{,}4x106)2m2$$
$$= 488{,}5\ N$$

En este caso, y debido a que la masa de la Tierra es muy grande, la fuerza de atracción es considerable observar que, en realidad, la ecuación que da el valor de la fuerza de gravedad se puede escribir separando la masa del cuerpo de los datos propios del planeta (en este caso la Tierra) de esta manera:

$$F = m\ (GMR2) = 50\ kg\ (6{,}67x10 - 11\ N.m^2kg2$$
$$= 6x1024\ (6{,}4x106)2m2) = 488{,}5\ N$$

El término encerrado entre paréntesis, tiene un valor fijo e igual a 9,8 m/s^2, que es el valor de la aceleración de la gravedad o, también llamado, valor del campo gravitatorio.

Ejercicio Nº 6.

Una masa de 800 kg y otra de 500 kg se encuentran separadas por 3m, ¿Cuál es la fuerza de atracción que experimenta la masa?

Solución: La situación del problema es muy sencilla de resolver, ya que basta en tomar los datos y reemplazar en la fórmula, como podemos ver las masas se encuentran en kilogramos, y la distancia en metros, por lo que no habría necesidad de convertir a otras unidades, ahora veamos el uso de la fórmula.

$$F = G\frac{m_1.m_2}{d^2}$$

Reemplazando datos

$$\boldsymbol{F} = \left[6.67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right]\frac{(800kg)(500kg)}{(3m)^2}$$

Por lo que: $\boldsymbol{F} = 2.964x10^{-6}N$

Qué sería la fuerza de atracción entre las masas,

Ahora veamos un ejemplo, tipo algebraico para ver cómo se relacionan los problemas de la ley de la gravitación universal.

Ejercicio Nº 7.

El radio promedio de la Tierra es R= 6.37×10^6m. Si se conoce que la tierra tiene una masa m=5.98×10^{24}Kg. Determine la aceleración de la gravedad que experimenta un cuerpo de masa m que se encuentra sobre la superficie de la misma.

SOLUCIÓN:

La magnitud de la aceleración de la gravedad que experimenta un cuerpo sobre la superficie de la Tierra es:

$$g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, G = 6.67\times10^{-11}$$

Por lo tanto reemplazando los valores se obtiene la aceleración:

$$g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, = (6.67\times10^{-11})\frac{N.m^2}{kg^2(6.37\times10^6 m)^2} = 9.8\frac{m}{s^2}$$

Ejercicio Nº 8.

La aceleración de la gravedad sobre la superficie lunar es $1.67m/s^2$. Si se conoce que el radio promedio de la Luna es R= 1738×10^3m. Determinar la masa de la Luna.

SOLUCIÓN:

Despejando la ecuación la masa de la Luna se tiene:

$$M_{Luna} = \frac{gR^2}{G} = \frac{\left(1.67\frac{m}{s^2}\right)(1738\times10^3)^2}{(6.67\times10^{-11}\frac{N.m^2}{Kg^2})} = 7.56\times10^{22}Kg$$

Ejercicio Nº 9.

Una avioneta que vuela a una altura de 12500m sobre la superficie terrestre deja caer un cuerpo de masa m. Conociendo el radio de la Tierra $R = 1738\times10^3$m. Determinar la masa de la Luna.

SOLUCIÓN:

La distancia del centro de la Tierra hasta el cuerpo es r= R+ H.

$$g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = g = 6.67\times10^{-11}\frac{N.m^2}{Kg^2}\frac{5.98\times10^{24}Kg}{(6.37\times10^6 m + 12500m)^2} = 9.79\frac{m}{s}$$

SOLUCIÓN:

La aceleración sobre el planeta X está dada por la siguiente expresión:

$$g_{x} = G\frac{M}{R^2}$$

La aceleración sobre el planeta Y está dada por la siguiente expresión:

$$g_{y} = G\frac{4M}{(8R)^2} = G\frac{4M}{64R^2} = G\frac{M}{16R^2}$$

Dividiendo las dos expresiones, se tiene:

$$\frac{g_y}{g_x} = G\frac{M}{16R^2}\times\frac{R^2}{GM} = \frac{1}{16}$$

La gravedad del planeta Y es la décima sexta parte de la gravedad en el planeta X

$$g_{y} = \frac{1}{16}g_{x}$$

Ejercicio Nº 10.

Si la masa de un planeta es M, y su radio R y su aceleración de la gravedad sobre la superficie es g. Determine la aceleración de la gravedad en el centro del planeta.

La masa encerrada a una distancia r del centro de la tierra es: $m_{1=\frac{r^3}{R^3 M}}$

La fuerza gravitacional de un cuerpo sobre la superficie de la masa encerrada está dada por:

$$mg_r = G\frac{m \times m_1}{r^2} = G\frac{m}{r^2} \times \frac{r^3}{R^3}M = G\frac{mM}{R^3}r$$

Simplificando la masa m, se tiene que la $g_r = G\frac{M}{R^3}r$

Debido que la gravedad g_r varia linealmente con r, la gravedad toma un valor cero en el centro del planeta hasta un valor g en la superficie del mismo a un radio R.

Ejercicio Nº 11.

Un planeta X tiene una masa M, radio R y una gravedad g. Determine la gravedad en un planeta Y, de masa 2M y de radio 6R en términos de la gravedad del planeta X.

SOLUCIÓN:

La aceleración sobre el planeta sobre el planeta X está dada por la siguiente expresión:

$$g_x = G\frac{M}{R^2}$$

La aceleración sobre el planeta Y está dada por la siguiente expresión:

$$g_y = G\frac{2M}{(6R)^2} = G\frac{2M}{36R^2} = G\frac{M}{18R^2}$$

Dividiendo las dos expresiones, se tiene:

$$\frac{g_y}{g_x} = G\frac{M}{18R^2} \times \frac{R^2}{GM} = \frac{1}{18}$$

La gravedad del planeta Y es la décima octava parte de la gravedad en el planeta X.

$$g_y = \frac{1}{18}g_x$$

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{6.67\times10^{-11}\frac{N.m^2}{Kg^2}\frac{5.98\times10^{24}Kg}{2(6.37\times10^6 m)}} = 5595.4\frac{m}{s}$$

Ejercicio Nº 13.

Un satélite orbita un planeta X de masa M, a una distancia r y con una velocidad v. Si el mismo satélite orbita otro planeta Y, de masa 3M y radio 6R, determinar la velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta Y.

SOLUCIÓN:

La velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta X está dada por la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

La velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta Y está dada por la siguiente expresión:

$$v_y = \sqrt{G\frac{3M}{6r}}$$

Dividiendo la velocidad del satélite en Y sobre la velocidad del satélite en X se tiene:

$$\frac{v_y}{v} = \frac{\sqrt{G3M}}{\sqrt{6r}} \times \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{GM}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Por lo tanto la velocidad en Y es:

$$v_y = \frac{1}{\sqrt{2}}v$$

Ejercicio Nº 14.

El radio promedio de la Tierra es $R = 6.37\times10^6 m$. Si se conoce que la tierra tiene una masa de $M = 5.98\times10^{24}Kg$. Determine la velocidad de escape de un satélite desde la superficie de la Tierra.

SOLUCIÓN:

Datos:

R= $6.37 \times 10^{6} m$

M= $5.98 \times 10^{24} Kg$

La velocidad de escape de un satélite de un planeta está dada por la ecuación

$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Reemplazando los datos en la ecuación se tiene:

$$v = \sqrt{\frac{2(6.67\times10^{-11}\frac{N.m^2}{Kg^2})(5.98\times10^{24}\,Kg)}{6.37\times10^{6}}} = 11191\ \frac{m}{s}$$

Ejercicio Nº 15.

Un satélite orbita un planeta X de masa m, a un radio r y con una velocidad v. Si el mismo satélite orbita otro planeta Y, de masa 2M y radio 8r, determinar la velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta Y.

SOLUCIÓN:

La velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta X está dada por la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

La velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta Y está dada por la siguiente expresión:

$$v_y = \sqrt{G\frac{2M}{8r}}$$

Dividiendo la velocidad del satélite Y sobre la velocidad del satélite en X se tiene:

$$\frac{v_y}{v} = \frac{\sqrt{G2M}}{\sqrt{8r}} \times \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{GM}} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto la velocidad en Y es: $v_y = \frac{1}{2}$ V

EQUILIBRIO Y DINAMICA DE ROTACION

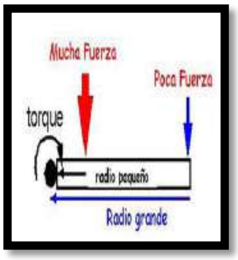


Fig. 9.1 Vista superior de una puerta con bisagra en el punto 0, con una fuerza aplicada e dirección perpendicular a la puerta.

En el estudio del movimiento lineal, los objetos fueron tratados como partículas sin estructura. No importa dónde se aplica una fuerza, sino si se aplica o no. La realidad es que el punto donde se aplica una fuerza sí importa. En fútbol americano, por ejemplo, si el corredor que lleva el balón es golpeado cerca de su diafragma, es posible que continúe corriendo varias yardas antes de caer. Sin embargo, si es golpeado debajo de la línea de la cintura, su centro de masa rotará hacia el suelo y puede caer inmediatamente. El tenis proporciona otro buen ejemplo: si una pelota de tenis se impulsa con una gran fuerza horizontal que actúa a través de su centro de masa, puede viajar una gran distancia antes de caer al suelo, lejos de los límites de la cancha.

Por otro lado, la misma fuerza aplicada hacia arriba dando a la bola un efecto de giro puede hacer que ésta caiga en la zona del oponente.

Los conceptos de equilibrio rotatorio y dinámica rotatoria son también muy importantes en otras disciplinas. Por ejemplo, los estudiantes de arquitectura requieren el entendimiento de las fuerzas que actúan en la construcción de edificios, y los estudiantes de biología, de la comprensión de cómo trabajan las fuerzas entre los huesos, músculos y articulaciones. Estas fuerzas crean torques que nos dicen cómo se afecta el equilibrio de los objetos y su rotación.

Veremos que un objeto permanece en un estado de movimiento rotatorio uniforme bajo la acción de un torque neto. Este principio es equivalente a la primera ley de Newton. Además, la aceleración angular de un objeto es proporcional al torque neto que actúa sobre él, cosa análoga a la segunda ley de Newton. Un torque neto actuando sobre un objeto provoca un cambio de su energía rotatoria.

Finalmente, un torque aplicado a un objeto en un tiempo dado puede cambiar su momento angular. En la ausencia de torques externos, se conserva el momento angular, lo que es una propiedad que explica algunas de las misteriosas y formidables propiedades de los pulsares remanentes de explosiones de supernovas que rotan con una rapidez ecuatorial muy próxima a la de la luz.

9.1 TORQUE

Las fuerzas causan aceleraciones; las torques provocan aceleraciones angulares. Sin embargo, hay una definitiva relación entre ambos conceptos.

La figura 9.1 muestra una perta, vista desde arriba, con una bisagra en el punto O.

Desde esta perspectiva, la puerta gira libremente alrededor de un eje perpendicular a la página y que pasa por el punto O. Si se aplica una fuerza $\vec{F}$, hay tre s factores que determinan la efectividad de la fuerza en ola apertura de la puerta: la magnitud de la fuerza; la posición de la Por simplicidad, restringiremos nuestra discusión a posición y fuerzas en el plano.

Cuando la fuerza$\vec{F}$ es perpendicular al borde exterior de la puerta, figura 1, la puerta ira en sentido contrario a las manecillas del reloj con aceleración angular constante.

La misma fuerza perpendicular aplicada en un punto cercano a la bisagra aporta una aceleración angular más pequeña. En general, una gran distancia radial r, entre la fuerza aplicada y el eje de rotación resulta en una gran aceleración angular. Estas condiciones motivan la definición de torque para los casos especiales de fuerzas perpendiculares al vector de posición: Sea$\vec{F}$ una fuerza que actua sobre un objeto y $\vec{r}$ un vector de posición de un punto elegido O al punto de aplicación de la fuerza, con F perpendicular a $\vec{r}$. la magnitd del torque$\vec{r}$ ejercido por la fuerza $\vec{F}$ esta dad por:

$$\boldsymbol{r} = rF$$

$$[\mathbf{9.1}]$$

Donde r es la longitud del vector de posición y F es la magnitud de la fuerza.

Unidades SI: Newton-metro $(N * m)$

Los vectores $\vec{r}$ y $\vec{F}$ esta en el plano. La figura activa 2 muestra como el punto de aplicación de la fuerza afecta la magnitud del torque. Como se analiza, el torque $\vec{r}$ es entonce perpendicular a este plano. El punto O es usualmente elegido de manera que coincida con el eje alrededor del cual el objetivo esta rotando, como la bisagra de la puerta o del tubo alrededor del que gira un carrusel (aunque son posibles otras elecciones). En resumen, consideremos solo fuerzas que actúan en el plano perpendicular del eje de rotación. Este criterio excluye, por ejemplo, una fuerza con componente ascendentes en el sentido de unos pasamanos radial de un carrusel, que no puede afectar la rotación de este.

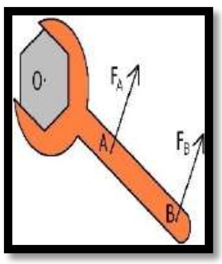


Fig.9. 5 conforme la fuerza se aplica más hacia afuera de la llave, la magnitud del torque aumenta.

Bajo estas condiciones, un objeto puede rotar alrededor de un eje elegido en una de las dos direcciones. Por convención, el sentido contrario del giro de las manecillas del reloj se toma como dirección positivas, y negativas en el sentido del giro de las manecillas del reloj.

Cuando una fuerza aplicada causa un efecto de rotación en el sentido del giro de las manecillas del reloj, el torque sobre el objeto es negativo. Cuando una fuerza aplacada provoca que un objeto gire en sentido contrario a las mancillas del reloj, el torque sobre el objeto gire en sentido contrario a las manecillas del reloj, el torque sobre el objeto es positivo. Cuando la fuerza causa que el objeto gire en sentido horario, el torque sobre el objeto es negativo. Cuadro dos o más torques actúan sobre un objeto en reposo, suman los torques. Si el torque neto no es cero, el objeto empieza a rotar a una razón cada vez mayor. Si el torque neto es cero, la razón de rotación del objeto no tiene cambio. Estas consideraciones conducen a las rotaciones hacia una analogía con la primera ley: la razón de rotaciones de un objeto no cambia, a menos que sobre el objeto actúe con toques neto.

La fuerza aplicada no es siempre perpendicular al ventor de posición $\vec{r}$. Suponga que la fuerza $\vec{F}$ es ejercida sobre una puerta lejos del eje, como se ve en la figura 9.2, digamos, por alguien que agarra la perilla de la puerta y que jala a la derecha. Ejerciendo la fuerza en esta dirección, es imposible abrir la puerta. Sin embargo, si la fuerza aplicada actúa formando un ángulo con la puerta, la componente de la fuerza perpendicular a la puerta causara la rotación. Esta figura muestra que la componente de la fuerza perpendicular a la puerta es F $\sin\theta$, donde θ es le angulo entre el vector de posicion $\vec{r}$ y la fuerza $\vec{F}$, cuando la fuerza es dirigida a lo largo del eje, $\theta = 0^{\circ}$, $\sin(0^{\circ}) = 0$ y F $\sin(0^{\circ}) = 0$, cuadno una fuerza es dirigida alo largo del eje, $\theta = 180°$ y F $\sin(180°) = 0$. El maximo valor absoluto de F $\sin\theta$es atributivo solo cuando $\vec{F}$ es perpenducular a $\vec{r}$—esto es, cuando $\theta = 90°\ o\theta = 270°$. Estas consideraciones motivan a una definición más general de torque.

9.2 TORQUE Y LAS DOS CONDICIONES DE EQUILIBRIO.

Un objeto en equilibrio mecánico debe satisfacer las dos siguientes condiciones:

1. **La fuerza estrena neta debe ser cero** $\sum \vec{F} = 0$
2. **El torque externo neto debe ser cero** $\sum \vec{r} = 0$

La primera condición es una consecuencia del equilibrio de traslación: la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto debe ser cero, por lo que el objeto no tiene aceleración de traslación $\vec{a} = 0$. La segunda condición es una afirmación del equilibrio rotatorio: la suma de todas las torques sobre el objeto debe ser cero, por lo que es objeto no tiene aceleración angular $\vec{\alpha} = 0$. Para que un objeto este en equilibrio, debe moverse a través del espacio con una rapidez lineal y rapidez angular constante.

Debido a que debemos elegir cualquier ubicación para calcular aquellas torques, generalmente es mejor seleccionar un eje que haga por lo menos un torque igual a cero, a fin de simplificar la ecuación de torque neto.

9.3 CENTRO DE GRAVEDAD

En el ejemplo del balancín de la sección anterior, conjeturábamos que el torque, debido a la fuerza de la gravedad en el tablón, era igual a que si el peso de todo el tablón estuviera concentrado en su centro. Esto es una consideración general: para calcular el torque en un cuerpo rígido debido a la fuerza de la gravedad, el peso entero del cuerpo se puede pensar como si estuviera concentrado en un solo punto. El problema entonces se reduce a localizar ese punto. Si el cuerpo es homogéneo (su masa se distribuye de manera uniforme) y simétrico, es generalmente posible conjeturar la localización de ese punto. De otro modo, es necesario calcular la localización del punto, como se explica en esta sección. Considere un objeto de forma arbitraria en el plano xy, como el de la figura 9.3.

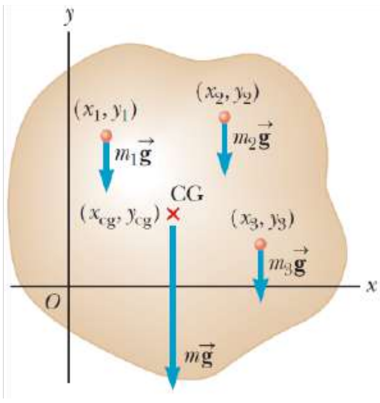


Fig. 9.3 el torque gravitatorio neto en un objeto es cero si se calcula alrededor del centro de gravedad. Rl objeto estará balanceándose si está apoyado en ese punto (o en cualquier punto a los largo de ese primo.

El objeto se divide en una gran cantidad de partículas muy pequeñas de peso m1g, m2g, m3g, . . . con coordenadas (x1, y1), (x2, y2), (x3, y3), . . . Si el objeto rota libremente alrededor del origen, cada partícula contribuye con un torque sobre el origen que es igual a su peso multiplicado por su brazo de palanca. Por ejemplo, el torque debido al peso m1g es m1gx1, y así sucesivamente. Deseamos localizar el punto de aplicación de una sola fuerza de magnitud w 5 Fg 5 Mg (el peso total del objeto), donde el efecto de rotación del objeto es el mismo que el de las partículas individuales Este punto se llama el centro de gravedad del objeto. Igualando el torque ejercido por w en el centro de gravedad con la suma de las torques que actúan sobre cada una de las partículas individuales, se obtiene:

$$(\boldsymbol{m_1 g\ {}_1 m_2 g\ +\ m_3 g_3})\ \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{cg}} = \boldsymbol{m_1 g x_1\ +\ m_2 g x_2\ +\ m_3 g x_3\ + \cdots}.$$

Suponemos que g es igual en todas partes del objeto (lo cual es cierto para todos los objetos que encontraremos). Entonces en la ecuación siguiente g se cancela, quebrando.

$$\boldsymbol{X_{cg}} = \frac{\boldsymbol{m_1 + m_2 x_2 + m_3 + \cdots}}{\boldsymbol{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots.}} = \frac{\boldsymbol{\sum m_i x_i}}{\boldsymbol{\sum m_i}}$$

$$[\boldsymbol{9.2}]$$

Donde X_{cg}es la componente x del centro de gravedad. Del mismo modo, las coordenadas xyz del centro de gravedad están dadas por

$$[\boldsymbol{8.4}]$$

$$\boldsymbol{Y_{cg}} = \frac{\boldsymbol{\sum m_i x_i}}{\boldsymbol{\sum m_i}}$$

$$[\boldsymbol{9.5}]$$

$$Z_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

Estas tres ecuaciones son idénticas a las ecuaciones para un concepto similar llamado centro de más. El centro de masa y el centro de gravedad de un objeto son exactamente iguales cuando g no varía en forma significativa sobre el objeto.

A menudo es posible conjeturar la localización del centro de gravedad. El centro de gravedad de un cuerpo homogéneo y simétrico de estar en el eje de simetría. Por ejemplo, el centro de grave3dad de una barra homogénea está situada a mitad del camino entre los extremos de la barra, y el centro de gravedad de una esfera homogenica o de un cubo objeto de forma irregular, tal como una llave, puede ser determinado experimentalmente suspendiendo la llave a partir de dos diversos puntos arbitrarios

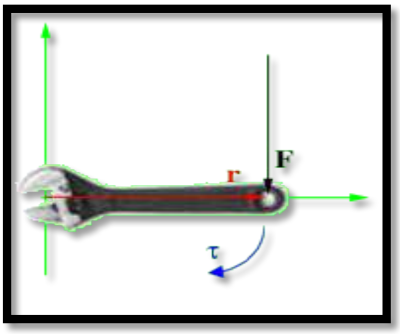


Fig. 9.6 Una técnica experimental para determinar el centro de gravedad de una llave.

La llave primero se cuelga del punto A y se dibuja una línea vertical AB (que se puede establecer colgándola en forma vertical) cuando la llave está en equilibrio. Después, la llave se cuelga coincide con la intersección de estas dos rectas. De hecho, si la llave se cuelga libremente de cualquier punto. El centro de estas dos rectas. De hecho, si la llave se cuelga libremente de cualquier punto, el centro de gravedad esta siempre justo debajo del punto de apoyo; la línea vertical a través de ese punto debe pasar por el centro de gravedad.

9.4 RELACIÓN ENTRE EL TORQUE Y LA ACELERACIÓN ANGULAR

Cuando un objeto rígido está sujeto a un torque neto, experimenta una aceleración angular directamente proporcional al torque neto. Este resultado, que es análogo a la segunda ley de Newton, se obtiene como sigue. El sistema de la figura 5 consiste en un objeto de masa *m* unido a una barra muy ligera de longitud *r*. La barra gira alrededor del punto *O*, y su movimiento de rotación se confina a una tabla *horizontal* sin fricción. Suponga que una fuerza *Ft* actúa perpendicularmente a la barra y, por lo tanto, es tangente a la trayectoria circular del objeto. Debido a que no hay fuerza opuesta a la fuerza tangencial, el objeto experimenta una aceleración tangencial *at* de acuerdo con la segunda ley del Newton:

$$\boldsymbol{F_t} = ma_t$$

Multiplicando ambos lados de esta ecuación por *r*:

$$\boldsymbol{F_t r} = mra_t$$

Sustituyendo la ecuación *at* =*r* a que relaciona las aceleraciones angular y tangencial en la anterior ecuación, se obtiene:

$$\boldsymbol{F_t\, r} = mr^2\alpha \qquad [\mathbf{8.6}]$$

El lado izquierdo de la ecuación 8.5 es el torque que actúa sobre el objeto en relación con su eje de rotación, así que se puede rescribir como: t 5 *mr*2a La ecuación 8.6 demuestra que el torque sobre el objeto es proporcional a la aceleración angular de éste, donde la constante de proporcionalidad *mr*2 se reconoce como el momento de inercia del objeto de masa *m*. (Debido a que la barra es muy ligera, su momento de inercia puede despreciarse.)

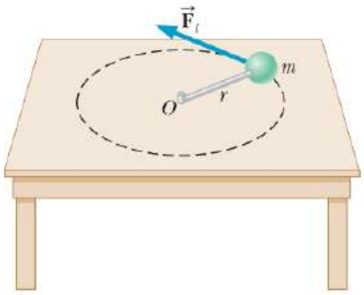


Fig. 9.7 Un objeto de masa m unido a una barra ligera de longitud se mueve en una trayectoria circula en una superficie horizontal sin fracción mientras una fuerza tangencial $\vec{F}$ actúa sobre el.

9.4.1 Torque sobre un objeto en rotación

Considere un disco sólido que rota sobre su eje como se ve en la figura 6a. El disco consiste en muchas partículas a varias distancias del eje de la rotación. (Véase la figura 9.6b.).

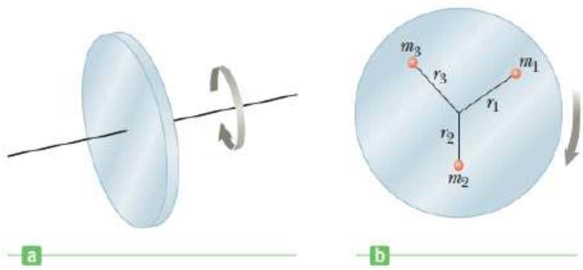


Fig. 9. 8a) Un disco solido que rota alrededor de su eje. B) el disco consiste en muchas partículas, todas con la misma aceleración.

El torque en cada una de estas partículas está dado por la ecuación 9.6. El torque neto sobreel disco está dado por la suma de los torques individuales en todas las partículas:

$$\sum r = \left(\sum m\, r^2\right) \propto$$

[9.7]

Debido a que el disco es rígido, todas sus partículas tienen la misma aceleración angular,así que a no está involucrada en la suma. Si las masas y las distancias de las

partículas se etiquetan con subíndices como en la figura 6 b, entonces

$$\sum m\, r^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots.$$

[9.8]

Esta cantidad es el momento de inercia, *I*, de todo el cuerpo:

$$I = \sum m\, r^2$$

$[\mathbf{9.8}]$

El momento de inercia tiene unidades SI de kg ? m2. Utilizando este resultado en la ecuación 9.8, vemos que el torque neto sobre un cuerpo rígido en rotación alrededor de un eje fijo está dado por:

$$\sum r == I \propto$$

$[\mathbf{8.9}]$

La ecuación 9.9 indica que **la aceleración angular de un objeto rígido extendido es proporcional al torque neto que actúa sobre él**. Esta ecuación es el análogo rotatorio de la segunda ley de Newton del movimiento, con el torque sustituyendo a la fuerza, el momento de inercia que sustituye a la masa y la aceleración angular, a la aceleración lineal. Aunque el momento de inercia de un objeto se relaciona con su masa, hay una importante diferencia entre ellos. La masa *m* depende solamente de la cantidad de materia en un objeto, el momento de la inercia, *I*, depende de la cantidad de materia partiendo reposo, la cadena está unida al engrane más grande.

Debido a que tiene el radio más grande, este engrane proporciona el torque más grande alrodillo impulsor. Inicialmente se requiere un gran torque, porque la bicicleta parte del reposo. A medida que la bicicleta se desplaza más rápidamente, la velocidad tangencial de la cadena aumenta llegando a ser demasiado rápida para el ciclista, lo que le dificulta controlar los pedales. La cadena entonces se mueve a un engrane con un radio más pequeño, así que la cadena tiene una velocidad tangencial más pequeña que el ciclista puede mantener más fácilmente. Este engrane no proporciona tanto torque como el primero, así que el ciclista necesita acelerar a una rapidez algo más alta. Este proceso continúa mientras la bicicleta se mueva más y más rápido y el ciclista cambie de posición cada uno de los cinco engranes.

El quinto engrane provee el torque más bajo, pero ahora la función principal de ese torque es contrarrestar el torquefriccional debido al rodamiento de los neumáticos, que tiende a reducir la rapidez de la bicicleta. El pequeño radio del quinto engrane permite que el ciclista continúe con el movimiento de la cadena empujando los pedales.

Una bicicleta de 15 velocidades tiene la misma estructura de engranaje en el rodillo impulsor, pero tiene tres engranes en el piñón conectado con los pedales. Combinando diversas posiciones de la cadena en los engranes de la parte posterior con los engranes del piñón, se tienen disponibles 15 diversos torques.

Más sobre el momento de inercia

Como hemos visto, un pequeño objeto (o una partícula) tiene un momento de inercia igual a mr^2 en relación con un cierto eje. El momento de inercia de un objeto *compuesto* sobre un cierto eje es justo la suma de los momentos de inercia de los componentes del objeto. Por ejemplo, suponga los giros sucesivos de un bastón de mando. Suponga que el bastón se puede modelar como una barra muy ligera de longitud 2, con un objeto pesado en cada extremo. (La barra de un bastón de mando verdadero tiene una masa significativa en sus extremos.) Debido a que despreciamos la masa de la barra, el momento de inercia del bastón de mando sobre un eje a través de su centro y perpendicular a su longitud está dado por la ecuación 9.8:

$$I = \sum m\, r^2$$

Debido a que este sistema consiste en dos objetos con igual masa, equidistantes del eje de rotación, $r = \ell$, para cada objeto, la suma es

$$I = \sum m\, r^2 = m\ell^2 + m\ell^2 = 2m\ell^2$$

Si la masa de la varilla no se desprecia, tendríamos que incluir su momento de inercia para encontrar el momento de inercia total del bastón.

Precisamos anteriormente que I es la contraparte rotatoria de m. Sin embargo, hay distinciones importantes entre los dos. Por ejemplo, la masa es una característica intrínseca del objeto y que no cambia, mientras que el momento de inercia de un sistema depende de cómo la masa se distribuye y de la ubicación del eje de rotación.

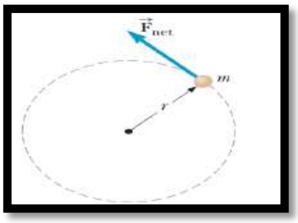


Fig. 9.9 un objeto de masa m rotando en una trayectoria circular, bajo la acción de un ataque.

9.5 MOMENTO ANGULAR

En la figura 9.7, un objeto de masa m rota en una trayectoria circular de radio r, debido a una fuerza neta **F**neta. El torque neto resultante sobre el objeto aumenta su rapidez angularde un valor v_0 a un valor v en un intervalo de tiempo Δt.

Por lo tanto, podemos escribir

$$\sum \mathbf{T} = \boldsymbol{I} \propto = \boldsymbol{I}\frac{\Delta\boldsymbol{\omega}}{\Delta\boldsymbol{t}} = \boldsymbol{I}\left(\frac{\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_0}{\Delta\boldsymbol{t}}\right) = \frac{\boldsymbol{I\omega} - \boldsymbol{I\omega}_0}{\Delta\boldsymbol{t}}$$

Si definimos el producto

$$\boldsymbol{L} = I\omega$$

$$[\mathbf{9.10}]$$

Como el **momento angular** del objeto, entonces podemos escribir

$$\sum \mathbf{T} = \frac{\textit{\textbf{cambio del momento angular}}}{\textit{\textbf{intervalo de tiempo}}} = \frac{\boldsymbol{\Delta L}}{\boldsymbol{\Delta}\mathbf{t}}$$

$$[\mathbf{9.12}\ ]$$

La ecuación 9.12 es el rotatorio análogo a la segunda ley de Newton, la cual puede ser escrita en la forma F 5 $\Delta p/\Delta t$y establece que el torque neto que actúa un objeto esigual a la razón de cambio del momento angular del objeto en un intervalo. Recordemos que esta ecuación es paralela al teorema del impulso-cantidad de movimiento. Cuando el torque neto externo ($\sum r$) que actúa sobre un sistema es cero, de la ecuación 9.12 se obtiene que $\Delta L/\Delta t\ =\ 0$, que señala que la razón de cambio, al transcurrir el tiempo del momento angular del sistema es cero. Entonces se tiene el siguiente importante resultado:

Sean Li y Lf los momentos angulares de un sistema en dos diferentes tiempos y suponga que no hay torque externo neto, por lo que $\sum r = 0$. Entonces

$$Li\ =\ Lf \qquad [\mathbf{9.13}]$$

y el momento angular se *conserva.* La ecuación 9.13 agrega una tercera ley de la conservación a nuestra lista: **la conservación del momento angular**. Podemos ahora establecer que **la energía mecánica, el momento lineal y el momento angular de un sistema aislado permanecen constantes**.Si el momento de inercia de un sistema aislado en rotación cambia, la rapidez angulardel sistema también cambiará.

La conservación del momento angular requiere entoncesque:

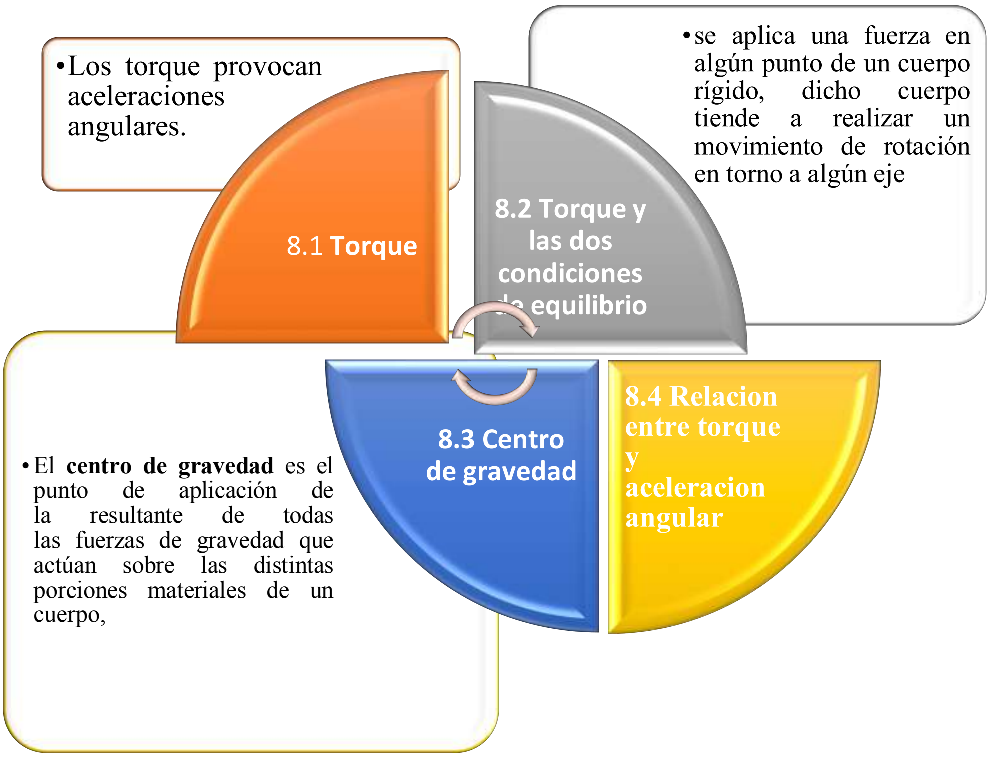
$$I_i\omega_i =\ I_i\omega_i \boldsymbol{si} \sum r = 0. \qquad [\mathbf{9.14}]$$

Observe que la conservación del momento angular se aplica a objetos macroscópicos, como planetas y personas, así como a átomos y moléculas. Hay muchos ejemplos de conservación del momento angular; uno de los más espectaculares son los giros que ejecuta una patinadora artística al final de su acto. En la figura 8.30a la patinadora pone los brazos y las piernas cerca de su cuerpo, reduciendo la distancia al eje de rotación y, por lo tanto, también reduciendo su momento de inercia. En la conservación del momento angular, una reducción de su momento de inercia debe aumentar su velocidad angular. Saliendo de la vuelta en la figura 8.30b, ella necesita reducir su velocidad angular, así que extiende sus brazos y las piernas otra vez, aumentando su momento de inercia, y de ese modo retardar su rotación.

De modo semejante, cuando una clavadista desea hacer varios saltos mortales, jala sus manos y pies hacia el tronco de su cuerpo para rotar a una mayor rapidez angular. En este caso, la fuerza externa debido a la gravedad actúa a través de su centro de gravedad y, por lo tanto, no ejerce ningún torque sobre su eje de rotación, así que el momento angular sobre su centro de gravedad se conserva. Por ejemplo, cuando una clavadista desea doblar su rapidez angular, debe reducir su momento de inercia a la mitad de su valor inicial.

Formulario N°9: Equilibrio Y dinámica de Rotación

FORMULAS	DESCRIPCIÓN
$Li = Lf$	conservación del momento angular
$\sum r = \frac{cambiodelmomentoangular}{intervalodetiempo} = \frac{\Delta L}{\Box \Delta t}$	rotatorio análogo a la segunda ley de Newton
$\sum r == I \propto$	la aceleración angular de un objeto rígido extendido es proporcional al torque neto que actúa sobre él
$F_t r = mr^2 \alpha$	el torque que actúa sobre el objeto en relación con su eje de rotación
$\sum T_i = T_i + T_n + T_{grav} + T_p = 0$	coeficiente de fricción estática



Organizador Gráfico N°9: Equilibrio y Dinámica de Rotación

<u>Ejercicios Resueltos N° 9: Equilibrio y Dinámica de rotación.</u>

<u>Ejercicio Nº1.</u>

Dos bloques con masa $m_1 = 5.00\, kg\; y\; m_2 = 7.00\, kg$ están atadas con una cuerda como se muestra 8.28, sobre una polea de masa M= 2.00 KG. La polea que gira en un eje sin fricción, es un cilindro hueco con radio 0.0500 m sobre el cual la cuerdas mueve sin deslizarse. La superficie horizontal tiene un coeficiente de fricción cinética iguala 0.350. Encuentre la rapidez del sistema cuando el bloque de masa m_2 tiene caída de 2.00 m.

Solución:

$$W_{nc} = \Delta \mathrm{E}C_t \; + \; \Delta EC_r + \Delta EP_g$$

$$-\mu_\kappa n\Delta x = \; -\mu_\kappa(m_1 g)\Delta \mathrm{x} = \left(\frac{1}{2}m_1 v^2 - 0\right) + \left(\frac{1}{2}m_2 v^2 - 0\right)$$

$$+\left(\frac{1}{2}I\omega^2 - 0\right) + (0 - m_2 gh)$$

$$-\mu_\kappa(m_1 g)h = \frac{1}{2}m_2 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 + \frac{1}{2}Mv^2 - m_2 gh$$

$$m_2 gh - \mu_\kappa(m_1 g)h = \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$= \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + Mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{3gh\,(m_2 - \mu_\kappa m_1}{m_1 + m_2 + M}}$$

$$v = 3.83\frac{m}{s}$$

Ejercicio Nº 2.

Una escalera uniforme de 10.0 m de largo y que pesa 5.0 N descansa contra pared vertical lisa. Si la escalera está a punto de deslizarse cuando forma una ángulo de 50.0º con el suelo, encuentre el coeficiente de fricción estática, entre la escalera y el suelo aplicada en el inciso a) no abra la puerta?

$$T_F = fFsen\theta = /2.00m)(3.00\ x\ 10^2 N)\ en\ 60.0°$$

$$= (2.00m)(2.60\ x10^2\ N) = 5.20\ x10^2\ N\ .m$$

$$T_{bisagra} + T_{cuña} + T_F = 0$$

$$0 + F_{cuña}(1.50m)sen(-90.0°) + 5.2010^2\ N\ .m = 0$$

$$F_{cuña} = 347\ N$$

1. Un estudiante se sienta en un taburete giratorio mientras levanta un par de pesas. El taburete rota libremente alrededor de un eje vertical con fricción despreciable. El momento de inercia del estudiante, las pesas y el taburete es $2.25\ \mathrm{Kg{\times}m^2}$. El estudiante está en rotación con los brazos extendidos, dando una vuelta completa cada 1.26s. a) ¿Cuál es la rapidez angular inicial del sistema?, b) Mientras el rota jala las pesas hacia su pecho de modo que el nuevo de inercia del sistema (estudiante, pesas y taburete) se convierta en $1.80\ \mathrm{Kg{\times}m^2}$. ¿Cuál es la nueva rapidez angular del sistema?

momento de inercia del sistema (estudiante, pesas y taburete) se convierta en 1.80 $Kg\times m^2$. ¿Cuál es la nueva rapidez angular del sistema?

Solución:

a) Encuentre la rapidez angular inicial del sistema

Invierta el periodo para obtener la frecuencia y multiplique por 2π:

$$\boldsymbol{\omega_i} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = 4.99\, rad/s$$

b) Iguale los momentos angulares inicial y final del sistema: sustituya el despeje la rapidez angular final ω_f:

$$L_i = L_f \rightarrow I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$(2.5\ \mathrm{Kg}\times\mathrm{m}^2)\left(4.99\frac{rad}{s}\right) = (1.80\ \mathrm{Kg}\times\mathrm{m}^2)\omega_f$$

$$\omega_f = 6.24\frac{rad}{s}$$

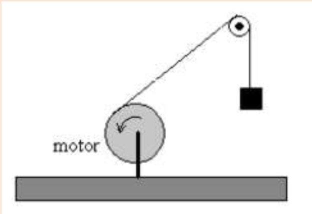
Ejercicio Nº4.

Un bloque de 2000 kg está suspendido en el aire por un cable de acero que pasa por una polea y acaba en un torno motorizado. El bloque asciende con velocidad constante de 8 cm/s. El radio del tambor del torno es de 30 cm y la masa de la polea es despreciable.

¿Cuánto vale el momento que ejerce el cable sobre el tambor del torno?

¿Cuánto vale la velocidad angular del tambor del torno?

¿Qué potencia tiene que desarrollar el motor? Calcular el trabajo realizado durante 10 s



Velocidad constante del bloque $v = 0.08\ m/s$

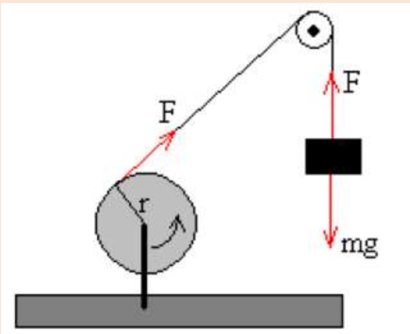
Tensión de la cuerda, es el peso del bloque, $F = 2000 \cdot 9.8 = 19600\ kg$

Momento, $M = F \cdot r = 19600 \cdot 0.3 = 5880\ N \cdot m$

Velocidad angular, $\omega = v/r = 0.08/0.3 = 4/15\ rad/s$

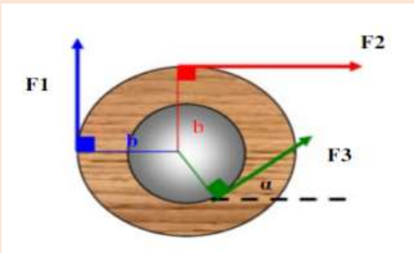
Potencia, $P = M \cdot \omega = 5880 \cdot 4/15 = 1568\ W$

Trabajo, $W = M \cdot \theta = P \cdot t = 1568 \cdot 10 = 15680\ J$



Ejercicio Nº5.

Calcular el torque neto sobre la rueda producido por las fuerzas F1=8n, F2=10N, F3=15N, que se indican en la figura, alrededor de un eje que pase por su centro, si a=10cm, b=20cm y α=30º.



$$\tau R = \tau 1 + \tau 2 + \tau 3$$

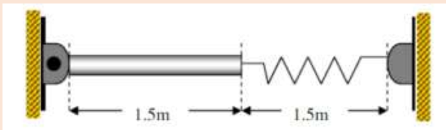
$$\tau R = (-F1 * b) + (-F2 * b) + (F3 * a)$$

$$\tau R = (-8 * 0.2) + (-10 * 0.2) + (15 * 0.1)$$

$$\tau R = -12{,}1\, Nm.$$

Ejercicio Nº6.

Cuando la borra delgada AB de 10Kg está horizontal, se encuentra en reposo y el resorte no está estirado. Determine la rigidez K del resorte de modo que el movimiento de la barra se detenga momentáneamente cuando a girado hacia abajo 90º.



Energia Inicial = Energia Final

$$E_0 = E$$

$$U_{resorte} = U_{gravitacional}$$

$$\frac{1}{2} K x^2 = mgh$$

$$K = \frac{2mg(l/2)}{x^2}$$

$$K = \frac{(10)(0.8)(1.5)}{(1.854)^2}$$

$$K = 32.8 Nm$$

Hallamos d

$$d = \sqrt{(1.5)^2 + (3)^2}$$

$$d = \sqrt{11.25}$$

$$d = 3.35m$$

Cuanto se elongo resorte (x)

$$d = 1.5 + x$$

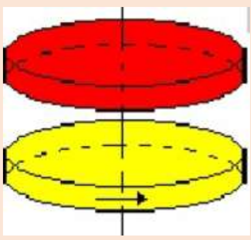
$$x = d - 1.5$$

$$x = 3.35 - 1.5$$

$$x = 1.85m$$

Ejercicio Nº7.

Disco de 2 Kg de masa y 10 cm de radio gira alrededor de su eje a 180 r.p.m.. Encima, pero sin que exista contacto, se encuentra otro disco de 1 Kg de masa, del mismo radio y en reposo. Cuando el disco superior se deja caer, ambos se mueven solidariamente. Calcular la velocidad angular final.



$$(I.w)_{antes} = (I.w)_{después}$$

$$I_1.w_i = (I_1 + I_2).w_f \quad □ \quad w_f = I_1.w_i/(I_1+I_2)$$

Como el Momento de inercia de un disco es $½.m.R^2$ se obtiene:

$$w_f = ½.m_1.R^2 \; w_i/(\,½.m_1.R^2 + ½.m_2.R^2\,) = m_1.w_i/(m_1+m_2)$$

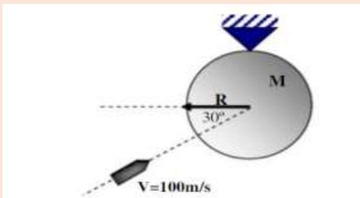
En este caso particular:

$$w_f = 2\text{ Kg} \,.\, 180\text{ rpm} / (2\text{ kg} + 1\text{ Kg})$$

$$\mathbf{w_f = 120\ r.p.m.}$$

Ejercicio Nº8.

Una bala de masa m=10g que lleva una velocidad de 100m/s dirigida como se muestra en la fig. Choca contra un disco sólido uniforme de masa M=1kg y radio R=20cm que puede girar libremente sobre un pivote sin fricción que pasa por un punto de su borde. Después del choque la bala se queda incrustada en el centro del disco. Determine a) la velocidad angular del sistema después del choque. b) La energía perdida en la colisión



$$L_o = L$$

$$Rmv\cos 30° + \frac{3}{2}MR^2\omega_0 = \left(mR^2 + \frac{3}{2}MR^2\right)\omega$$

$$\omega = \frac{Rmv\cos 30°}{\left(mR^2 + \frac{3}{2}MR^2\right)}$$

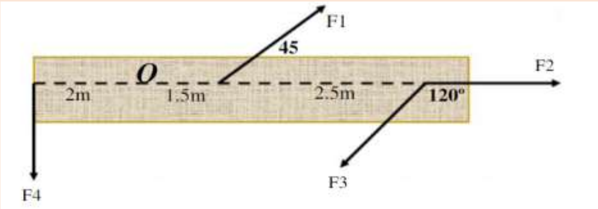
$$\omega = \frac{mv\cos 30°}{\left(m + \frac{3}{2}M\right)R}$$

$$\omega = \frac{0.1*10\cos 30°}{(0.1 + \frac{3}{2}(1))0.2}$$

$$\omega = 2.87\ rad/s$$

Ejercicio Nº9.

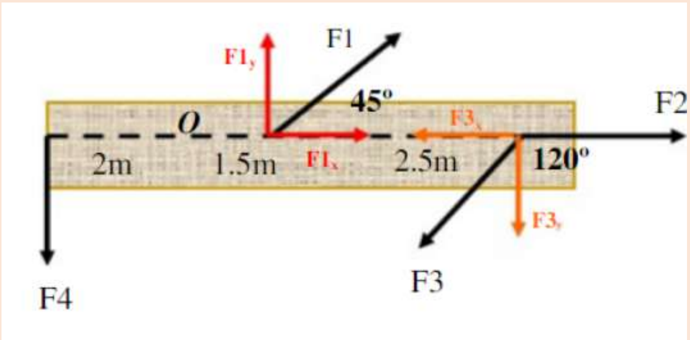
La figura muestra F1=40N, F2=30N, F3=50N, F4=60N aplicadas a un cuerpo rígido que puede girar en torno de un eje que pasa por O. Calcular el torque resultante.



$\tau R = \tau 1 + \tau 2 + \tau 3 + \tau 4$

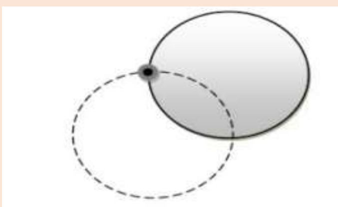
$\tau R = (F1Sen45º)(1.5) + (F2sen0º)(4) + (-F3sen60(4)) + (F4\ (4))$

$\tau R = -10.8Nm$



Ejercicio Nº10.

Un sólido uniforme de radio R y masa M puede girar libremente sobre un pivote sin fricción que pasa por un punto sobre su borde (figura). Si el disco se libera desde el reposo en la posición mostrada por el círculo. a) cual es la rapidez de su centro de masa cuando el disco alcanza la posición indicada en el circulo punteado? b)cual es la rapidez del punto más bajo sobre el disco en la posición de la posición de la circunferencia punteada.



Ejercicios Propuestos Nº 9. Equilibrio y Dinámica de Rotación

1. Un cilindro de 10.0 kg rueda sin resbalarse sobre una superficie rugosa. En un instante cuando su centro de gravedad tiene una rapidez de 10.0 m/s, determine **a)**la energía cinética detranslación de su centro de gravedad, b) la energía cinética rotatoria alrededor de su centro de gravedad y **b)** su energía cinética total.

2. Una esfera de radio 0.20 m y 240 N rueda cuesta abajo 6.0 m sin resbalar por una rampa que está inclinada a 37° con la horizontal.

¿Cuál es la velocidad angular de la esfera en la parte inferior de la pendiente si parte del reposo

Cuestionario Nº 9. Equilibrio y Dinámica de Rotación

1. ¡Por que no puede usted poner sus talones firmemente contra una pared y después doblarse sin caer?

2. Las estrellas se originan de grandes cuerpos de gas que giran lentamente. Debido a la gravedad, estos gases se contraen con lentitud. ¿Qué sucede con la rapidez angular de una estrella mientras esta se contrae? Explique.

3. Si usted ve un objetivo en rotación, ¿hay necesariamente un torqueneto que actúa sobre el?.

4. En algunas carreras de motocicletas, los conductores manejan sobre pequeñas colinas donde las motocicletas llegan a volar por un corto tiempo. Si el conductor de la motocicleta acelera mientras abandona la colina y entra al aire, la nariz de la motocicleta tiende a levantarse. ¿Por qué sucede esto?.

5. Si un competidor de salto de altura coloca correctamente su cuerpo al pasar la barra, el centro de gravedad del atleta puede pasar realmente debajo de la barra. Explique cómo es posible esto.

5. Si un competidor de salto de altura coloca correctamente su cuerpo al pasar la barra, el centro de gravedad del atleta puede pasar realmente debajo de la barra. Explique cómo es posible esto.

6. Una escalera se apoya inclinada contra una pared. ¿Usted se sentaría más seguro al subir por la escalera si le dijeran que el piso no tiene fricción, pero la pared es áspera, o que la pared no tiene fricción, pero que el piso es áspero? Justifique su respuesta.

7. Un torque constante neto distinto de cero se ejerce sobre un objeto. ¿Cuáles de las siguientes cantidades no pueden ser constantes para este objeto? Más de una respuesta puede ser correcta

10 SOLIDOS Y FLUIDOS

10.1 ESTADOS DE LA MATERIA.

La materia se clasifica normalmente por encontrarse en uno de tres estados: solido, líquido o gaseoso. El cuarto estado de la materia es llamado plasma, el cual consiste en un sistema neutral de partículas cargadas que interactúan electromagnéticamente.

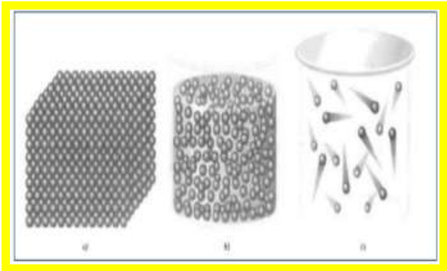


Figura 10.1 Estado Gaseoso

10.1.1 Estado gaseoso:

Los gases, no tienen forma ni volumen fijo.

- Las fuerzas que mantienen unidas las partículas son muy pequeñas.
- El número de partículas por unidad de volumen es muy pequeño.
- Se mueven de forma desordenada, con choques entre ellas y con las paredes del recipiente que los contiene.
- Esto explica las propiedades de expansibilidad y compresibilidad que presentan los gases: sus partículas se mueven libremente, de modo que ocupan todo el espacio disponible.

10.1.2 Estado sólido:

Los sólidos se clasifican en:

1. Sólidos cristalinos:

- Poseen un ordenamiento estricto y regular de sus átomos, moléculas o iones. λ Es decir, que los mismos ocupan posiciones fijas. λ Gracias a esta distribución, las fuerzas de atracción son máximas.
- Los enlaces pueden ser iónicos, covalentes, fuerzas intermoleculares.

2. Sólidos amorfos:

- Carece de un orden bien definido y repetido.

10.1.3 Estado líquido:

1. Tensión superficial:

- Es una medida de la fuerza elástica que existe en la superficie de un líquido.
- Se define como la energía necesaria por unidad de área. Para aumentar la superficie de un líquido.

2. Viscosidad

- Es una medida de la resistencia de los líquidos a fluir

10.2 DEFORMACIÓN EN SOLIDOS

Las propiedades elásticas de los sólidos pueden ser descritas, utilizando los conceptos de tensión y deformación. La tensión está relacionada a la fuerza por unidad de área que produce un cambio de forma; la deformación es una medida de la cantidad de este cambio. La tensión es proporcional a la deformación y la constante de proporcionalidad es el modulo elástico: Tensión = módulo de elasticidad x deformación

Los tres tipos de deformación son:

1. La resistencia de un sólido o alargamiento, caracterizado por el módulo de Young
2. La resistencia al desplazamiento de las caras de un sólido que se deslizan en direcciones contrarias caracterizado por el modulo constante S

3. La resistencia de un sólido o un líquido a un cambio en su volumen, caracterizado por el modulo volumétrico B.

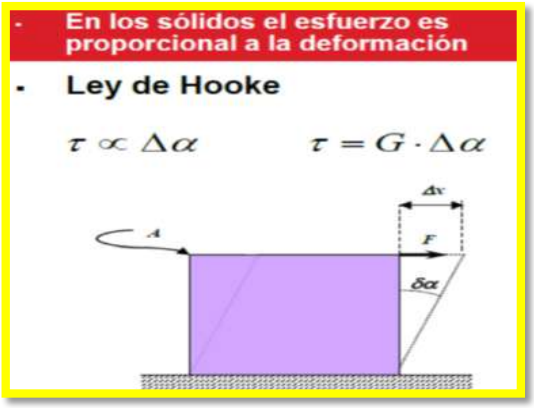


Figura 10.2. Esfuerzo igual a deformación

10.3 DENSIDAD Y PRESIÓN

La densidad ρ de una sustancia de composición uniforme es su masa por unidad de volumen – kilogramos por metro cubico (Kg / m^{3}) en el sistema internacional:

$$\boldsymbol{d} = \frac{\textbf{masa}}{\textbf{volumen}} = \frac{m}{v}$$

La presión P en un fluido, medida en pascales (Pa), es la fuerza por unidad de área que el fluido ejerce sobre un objeto inmerso en el:

$$\mathrm{P} = \frac{\mathrm{Fuerza}}{\mathrm{Superficie}} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{S}}$$

10.4 VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA PROFUNDIDAD

Cuando un fluido se encuentra en reposo en un contenedor, todas las partes del fluido deben permanecer en equilibrio estático, en reposo con respecto al observador. Aún más, todos los puntos a la misma profundidad deben estar a la misma presión. Si éste no fuera el caso, un fluido podría fluir de una región de mayor presión a una de menor presión. La presión es un fluido incomprensible varia con la profundidad h de acuerdo con la expresión

$$P = P0 + pgh$$

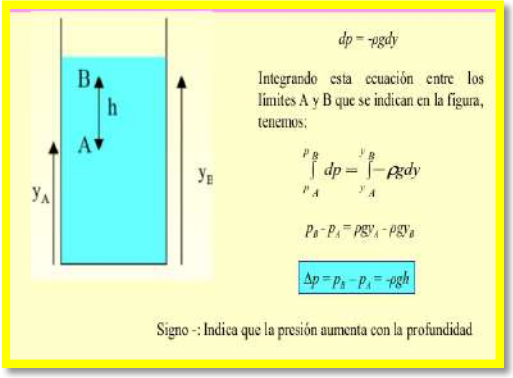


Fig. 10.3 Variación de la presión con la profundidad

Donde P_0 es la presión atmosférica (1.013×10^5 Pa) y ρ es la densidad del fluido.

El principio de Pascal establece que cuando se aplica presión a un fluido encerrado, la presión se transmite sin perdida a cada punto del fluido y a las paredes del envase contenedor.

10.5 MEDICIONES DE LA PRESIÓN

La presión queda determinada por el cociente entre una fuerza y el área sobre la que actúa esa fuerza. Así, si una fuerza F actúa sobre una superficie A, la presión P queda estrictamente definida por la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{P = \frac{F}{A}}$$

Los sensores de presión pueden agruparse en:

- Basados en principios mecánicos, como deformación por fuerza.
- Basados en principios eléctricos, por conversión de una deformación o fuerza a una propiedad eléctrica.

Clases de presión que miden los instrumentos

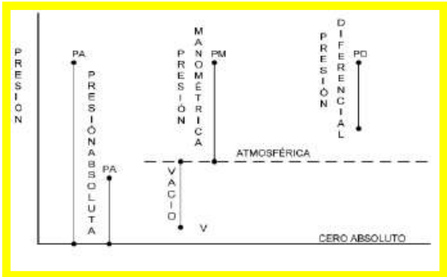


Fig. 10.4 Diferentes clases de la presión

10.6 FUERZAS DE EMPUJE Y PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

Cuando un objeto esta parcial o totalmente sumergido en fluido, este ejerce una fuerza hacia arriba sobre el objeto, llamada fuerza de empuje. Esta fuerza es, de hecho, solo la diferencia total en presión entre la parte superior y la parte inferior del objeto. Puede demostrarse que la magnitud de la fuerza de empuje B es igual al peso del fluido desplazado por el objeto

$$B = Pfluido\, Vfluido\; g$$

La ecuación se conoce como principio de Arquímedes.

l principio de Arquímedes afirma que todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de fluido desalojado.

La explicación del principio de Arquímedes consta de dos partes como se indica en las figuras:

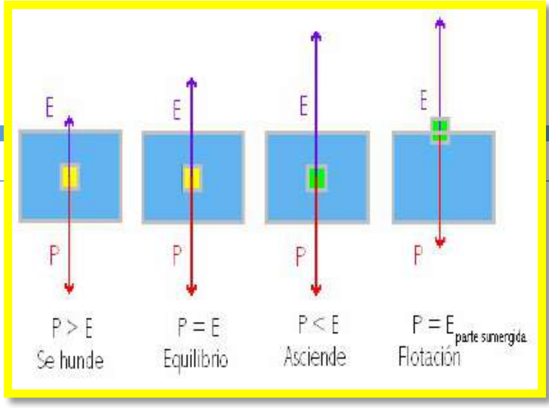


Fig.10.5 Demostración acerca del principio de Arquímedes

1. El estudio de las fuerzas sobre una porción de fluido en equilibrio con el resto del fluido.
2. La sustitución de dicha porción de fluido por un cuerpo sólido de la misma forma y dimensiones

10.7 FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Ciertos aspectos de un fluido en movimiento pueden ser entendidos suponiendo que el fluido es no viscoso e incomprensible y que su movimiento se encuentra en estado estable sin turbulencias:

1. La tasa de flujo a través del tubo es una constante, lo cual es equivalente a establecer que el producto del área de sección transversal A y la velocidad v en
2. cualquier punto es constante. En cualquier par de puntos, por lo tanto, se tiene

$$A_1v_1 = A_2v_2$$

Esta relación es referida como la ecuación de continuidad.

3. La suma de la presión, la energía cinética por unidad de volumen y la energía potencial por unidad de volumen es la misma en cualquier par de puntos a lo largo de una línea de corriente:

$$P_1 + \frac{1}{2}pv_1{}^2 + pgy_1 = P_2 + \frac{1}{2}pv_2{}^2 + pgy_2$$

La ecuación se conoce como ecuación de Bernoulli. Resolver problemas con la ecuación de Bernoulli es similar a hacerlo con el

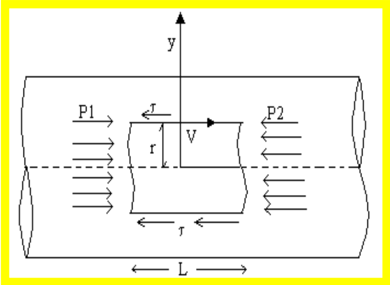


Fig.10.6 Fluidos en movimiento. Presión

10.8 OTRAS APLICACIONES DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS

La mecánica de fluidos es ampliamente utilizada en actividades cotidianas y en el diseño de sistemas modernos de ingeniería, desde aspiradoras hasta aviones supersónicos. Por lo tanto, resulta importante desarrollar una comprensión adecuada de sus principios básicos. Para empezar, la mecánica de fluidos tiene un papel vital en el cuerpo humano. El corazón bombea constantemente sangre a todas las partes del cuerpo a través de las arterias y venas, y los pulmones son las regiones de flujo de aire en direcciones alternadas. Es innecesario decir que los corazones artificiales, las máquinas de respiración y los sistemas de diálisis están diseñados con base en la aplicación de la mecánica de fluidos. Una casa común es, en algunos aspectos, una sala de exhibición llena con aplicaciones de la mecánica de fluidos. Los sistemas de tubos para el agua fría, el gas natural y las aguas de desecho para cada una de las casas y toda una ciudad están diseñados en forma fundamental sobre la base de la mecánica de fluidos. Lo mismo también es cierto para la red de tuberías y ductos de los sistemas de cale-facción y acondicionamiento del aire. **(Barreiro, J; Zaruma; G. 2014)**. Un refrigerador contiene tubos por los que fluye el refrigerante, un compresor que eleva la presión de éste y dos intercambia-dores de calor en donde el refrigerante absorbe y rechaza el calor. La mecánica de fluidos desempeña un papel importante en el diseño de todos estos componentes. Incluso la operación de los grifos ordinarios se basa en esta mecánica. También se pueden ver numerosas aplicaciones de la mecánica de fluidos en un automóvil. Todos los componentes asociados con el transporte del combustible del tanque de éste hacia los cilindros la línea de suministro del combustible la bomba, los inyectores o el carburador así como la mezcla del combustible con el aire en los cilindros y el purgado de los gases de combustión en los tubos de escape se analizan aplicando la mecánica de fluidos. Ésta también se aplica en el diseño del sistema de calefacción y acondicionamiento del aire, de los frenos hidráulicos, de la dirección hidráulica, de la transmisión automática y los sistemas de lubricación, del sistema de enfriamiento del monobloque que incluye el radiador y la bomba de agua, además de los neumáticos. **(Barreiro, J; Zaruma; G. 2014)**. La suave forma aerodinámica de automóviles de modelo reciente es resultado de los esfuerzos por minimizar la fuerza de arrastre mediante la aplicación de un ex-tenso análisis del flujo sobre superficies. A una escala más amplia, la mecánica de fluidos desempeña una parte importante en el diseño y análisis de aviones, barcos, submarinos, cohetes, motores de propulsión a chorro, turbinas de viento, aparatos biomédicos, sistemas de enfriamiento de componentes electrónicos y ductos de transporte de agua, petróleo crudo y gas natural. También se considera para el diseño de edificios, puentes e incluso de vallas publicitarias para asegurar que las estructuras puedan soportarla intensidad del viento. Numerosos fenómenos naturales como el ciclo de lluvias, los patrones meteorológicos, la elevación del agua del suelo hasta la punta de los árboles, los vientos, las olas del océano y las corrientes en las grandes masas de agua también son regidos por los principios de la mecánica de fluidos. **(Barreiro, J; Zaruma; G. 2014)**.

Fig. 10.7 Diferentes aplicaciones de la mecánica de Fluidos

10.9 TENSIÓN SUPERFICIAL, ACCIÓN CAPILAR Y FLUIDOS VISCOSOS.

La tensión superficial puede pensarse como el contenido de energía del fluido en su superficie por unidad de área. Las unidades SI de la tensión superficial son newton por metro.

Para cuantificar esta fuerza de cohesión consideremos una estructura de alambre con un lado deslizante, en la que se coloca una capa de líquido.

El líquido tratará de minimizar la superficie S ejerciendo una fuerza F sobre el lado deslizante, que podemos medir. Se observa que:

$F = 2\gamma L$ Donde γ es el la tensión superficial.

- Y Es una propiedad del líquido.
- F depende de l (longitud del cable deslizante) pero no de la superficie S (a diferencia de una membrana elástica).
- Se introduce un factor 2 porque hay dos superficies (por ejemplo un líquido en un plato tiene sólo una).

La tensión superficial γ es la fuerza por unidad de longitud que ejerce una superficie de un líquido sobre una línea cualquiera situada sobre ella (borde de sujeción).

10.10 FENÓMENOS DE TRANSPORTE

El dominio de los fenómenos de transporte comprende tres temas estrechamente relacionados: dinámica de fluidos, transmisión de calor y transferencia de materia. La dinámica de fluidos se refiere al transporte de cantidad de movimiento, la transmisión de calor trata sobre el transporte de energía, y la transferencia de materia estudia el transporte de materia de varias especies químicas.

Tres niveles en los que es posible estudiar los fenómenos de transporte

En la figura se muestra el diagrama de un sistema grande; por ejemplo, una pieza de equipo grande a través de la cual fluye una mezcla de fluido. El transporte de materia, cantidad de movimiento, energía y cantidad de movimiento angular se pueden describir en tres niveles distintos. Nivel macroscópico. En este nivel se anota un conjunto de ecuaciones denominadas "balances macroscópicos", que describen cómo cambian la materia, la cantidad de movimiento, la energía y la cantidad de movimiento angular en el sistema debido a la introducción y eliminación de estas entidades por las corrientes que entran y salen, y también debido a otras entradas al sistema provenientes del entorno. No se hace ningún intento por comprender todos los detalles del sistema. A1 estudiar un sistema de ingeniería o uno biológico es conveniente empezar con esta descripción rnacroscópica a fin de hacer una valoración global del problema; en algunos casos todo lo que se requiere es esta visión general. Nivel microscópico. En este nivel se analiza lo que está ocurriendo a la mezcla de fluido en una pequeña región dentro del equipo. Se anota un conjunto de ecuaciones denominadas "ecuaciones de variación", que describen cómo la materia, la cantidad de movimiento, la energía y la cantidad de movimiento angular cambian dentro de esta pequeña región. El objetivo aquí consiste en obtener información acerca de la velocidad, la temperatura, la presión y los perfiles de concentración dentro del sistema. Esta información más detallada puede ser necesaria para comprender algunos procesos.

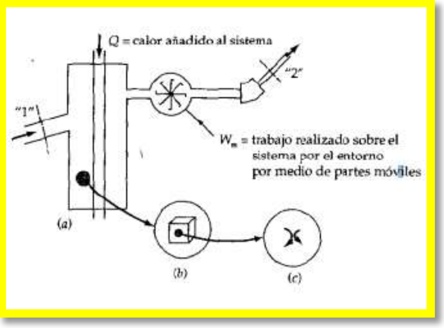
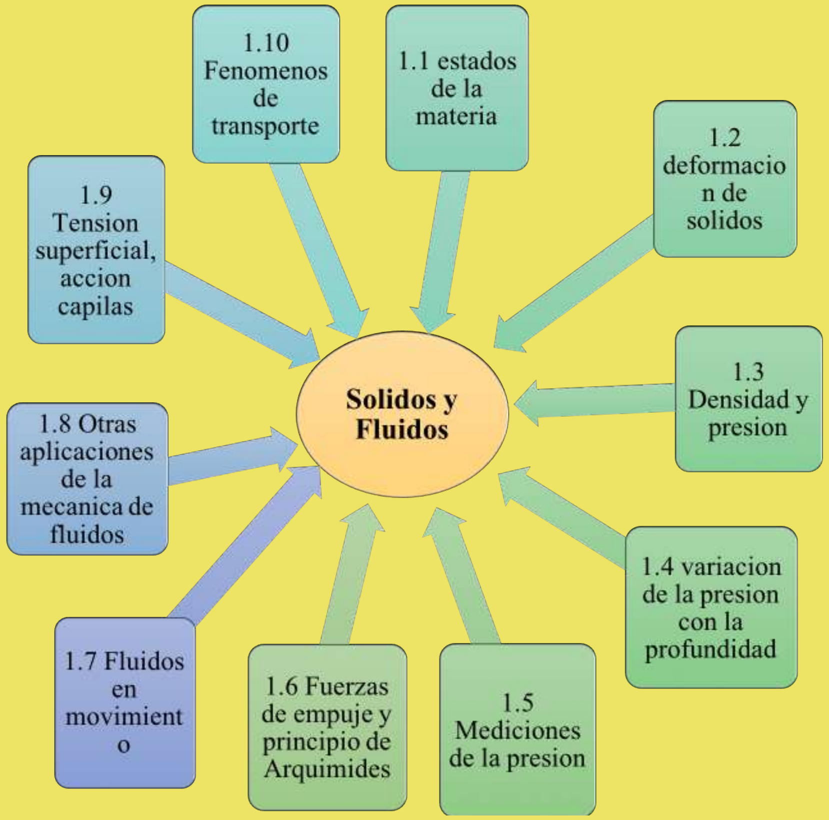


Fig. 10.8 sistemas de flujo macroscópico que contiene N2 y O2

Tabla N°10: Solidos y Fluidos.

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
F	Fuerza
P	Presión
d	Densidad
S	Superficie
m	Masa
V	Volumen
B	Magnitud fuerza de empuje

Organizador Gráfico N°10: Sólidos y Fluidos.



Ejercicios Resueltos Nº 10. Sólidos y Fluidos.

Ejercicio Nº 1

Consideremos el movimiento de un objeto de volumen V y masa m que cae a través de un fluido con viscosidad cero (sin rozamiento).

- Calcula su aceleración a de caída.

Solución

ma=peso - empuje

$$p_s V a = \; p_s \, V g - pfVg$$

$$a = \mathrm{g} \, (1 \frac{Pf}{Ps})$$

La aceleración a no depende ni de la masa m del cuerpo ni de su volumen V, solamente de las densidades del cuerpo ρ_s y del fluido ρ_f.

Ejercicio Nº 2

Disponemos de una plancha de corcho de 10 cm de espesor. Calcular la superficie mínima S que se debe emplear para que flote en agua, sosteniendo a un náufrago de 70 kg. La densidad del corcho es de 0.24 g/cm^2.

Nota: entendemos por superficie mínima la que permite mantener al hombre completamente fuera del agua aunque la tabla esté totalmente inmersa en ella.

Solución

Peso del náufrago + peso del corcho = empuje

La plancha de corcho de volumen es (S·0.1) está sumergida en agua.

(70+240·0.1·S) g=1000(0.1·S) g

S=0.92 m2

Ejercicio Nº 3

Un cable anclado en el fondo de un lago sostiene una esfera hueca de plástico bajo su superficie. El volumen de la esfera es de 0.3 m3 y la tensión del cable 900 N.

¿Qué masa tiene la esfera?

El cable se rompe y la esfera sube a la superficie.

Cuando está en equilibrio, ¿qué fracción del volumen de la esfera estará sumergida?

Densidad del agua de mar 1.03 g/cm3

Solución

- En la figura de la izquierda, la esfera hueca está sujeta al fondo
- E=mg+T

  1030·0.3·9.8=m·9.8+900, m=217.2 kg
- Dato, el momento de inercia de la esfera es 2/5 mr2

Solución

Movimiento del bloque con aclaración a

$6 \cdot 9.8 - T_2 = 6^{a}$

Movimiento de rotación de la polea con aceleración angular α'

$T2r - T1r = (\frac{1}{2} 2r^2)\ \alpha'$

Movimiento de la esfera:

T1−10·9.8·sin30−Fr=10acm

$FrR = (\frac{2}{5} 10r^2)\ \alpha$

acm=αR

Relación entre las aceleraciones del bloque a, la esfera a_{cm}, y la angular α' de la polea

- En la figura de la derecha, la esfera hueca flota en la superficie del agua

E'=mg

1030·V·9.8=m·9.8, V=0.21 m3

Fracción de la esfera sumergida, 0.21/0.3=0.7=70%

Ejercicio Nº 4

Un bloque de 6 kg y una esfera de 10 kg están unidos por un hilo inextensible y sin peso que pasa a través de una polea en forma de disco de 2 kg de masa. La esfera rueda sin deslizar a lo largo de un plano inclinado 30º. Hallar

- La(s) tensión(es) de la cuerda.
- La aceleración del sistema
- La velocidad de la esfera y del bloque cuando se han desplazado 1.5 m partiendo del reposo (emplear dos procedimientos para el cálculo de este apartado).

$a=a_{cm}=\alpha' r$

Resolvemos el sistema de ecuaciones

T1−49=14a

T2−T1=a $\qquad$ a=715 m/s2

58.8−T2=6a

Cuando el bloque desciende 1.5 m partiendo del reposo, su velocidad calculada por cinemática es

v=at

$1.5=\frac{1}{2}at^2 \qquad v=\sqrt{\frac{7}{5}}\,m/s$

Ejercicio Nº 5

Un bloque de 2000 kg está suspendido en el aire por un cable de acero que pasa por una polea y acaba en un torno motorizado. El bloque asciende con velocidad constante de 8 cm/s. El radio del tambor del torno es de 30 cm y la masa de la polea es despreciable.

- ¿Cuánto vale el momento que ejerce el cable sobre el tambor del torno?
- Cuánto vale la velocidad angular del tambor del torno?
- ¿Qué potencia tiene que desarrollar el motor? Calcular el trabajo realizado durante 10 s

Solución

Velocidad constante del bloque v=0.08 m/s

Tensión de la cuerda, es el peso del bloque, F=2000·9.8=19600 kg

Momento, $M=F\cdot r$=19600·0.3=5880 N·m

Velocidad angular, $\omega=v/r$=0.08/0.3=4/15 rad/s

Potencia, $P=M\cdot\omega$=5880·4/15=1568 W

Trabajo, $W=M\cdot\theta=P\cdot t$=1568·10=15680 J

Ejercicio Nº 6

Calcular el peso mínimo P que se debe colocar en el extremo de la mesa de la figura para que vuelque.

La masa del tablero es de 50 kg y de cada pata de 5 kg. Las dimensiones quedan expresadas en la figura. El centro de gravedad del tablero está en el centro del tablero. Tomar g=10 m/s^2.

Solución

Equilibrio

$N_A+N_B=50\cdot 10+10\cdot 10+10\cdot 10+P$

Momentos respecto al extremo de la pata B

$(100-N_A)\cdot 2+500\cdot 1-P\cdot 0.5=0$

La mesa vuelca cuando N_A=0

P=140 kg

Ejercicio Nº 7

El péndulo de un reloj está formado por una varilla de 500 g y 40 cm de longitud y una lenteja de forma esférica de 200 g de masa y 5 cm de radio, tal como se indica en la figura. El punto de suspensión O está a 10 cm del extremo de la varilla. Calcular:

- La distancia al centro de masas medida desde O.
- El momento de inercia respecto de un eje perpendicular a la varilla y que pasa por O.
- El péndulo se desvía 60º de la posición de equilibrio. Calcular la velocidad angular de rotación cuando pasa por la posición de equilibrio.

Calcular el ángulo máximo que gira el péndulo como consecuencia del choque y la energía perdida en el mismo

Solución

Momento de inercia del péndulo respecto de un eje que pasa por el extremo de la varilla.

I_o= $(\frac{1}{12}0.2\cdot 0.2^2+0.2\cdot 0.1^2)+(\frac{1}{5}0.5\cdot 0.05^2+0.5\cdot 0.25^2)$=0.034 kg$m^2$

Principio de conservación del momento angular

$0.1\cdot 50\cdot 0.25=I_O\omega+0.1\cdot 40\cdot 0.25$, ω=7.24 rad/s

Posición del centro de masa respecto del extremo O de la varilla

$x_c=\frac{0.2\ .0.1+0.5\ .0.25}{0.2+0.5}$=0.21 m

Solución

b=$\frac{0.5\ .0.1+0.2\ .0.35}{0.5+0.2}$=0.17 m

I= $(\frac{1}{12}0.5\cdot 0.4^2+0.5\cdot 0.1^2)+(\frac{2}{5}0.2\cdot 0.05^2+0.2\cdot 0.35^2)$=0.036 kg$\cdot m^2$

Principio de conservación de la energía

$0.7\cdot 9.8\cdot (b-b\cos 60)=\frac{1}{2}I\omega 2$ ω=5.69 rad/s

Ejercicio Nº 8

Una bala de 100 g que lleva una velocidad horizontal de 50 m/s choca con el centro del cilindro de un péndulo. Después del choque la bala se mueve con una velocidad de 40 m/s. El péndulo gira alrededor de O y está formado por una varilla delgada de 200 g de masa y 20 cm de longitud, y un cilindro de 500 g de masa y 5 cm de radio.

Principio de conservación de la energía. La energía cinética de rotación del péndulo se transforma en energía potencial de su cm.

$0.7 \cdot 9.8 \cdot (X_C - X_c \mathrm{COS}\theta) = \frac{1}{2} I_o \omega 2$ θ=68.7º

Energía perdida en el choque

$\Delta E = \frac{1}{2} I_O \omega 2 + \frac{1}{2} 0.1 \cdot 40^2 - \frac{1}{2} 0.1 \cdot 50^2 = -44.09$

Ejercicio Nº 9

El colchón de una cama de agua mide 2 m de largo por 2 m de ancho y 30 cm de profundidad. A) Encuentre el peso del agua en el colchón.

- Hallar el volumen del agua que llena el colchón.

Solución

V = largo x ancho x profundidad V = 2 x 2 x 0,3 = 1,2 m3

$$P = \frac{11,76\times10^3\text{Newton}}{4\text{m}^2} = 2,94\times10^3\frac{\text{Newton}}{\text{m}^2}$$

- Que presión ejerce esta cama sobre el suelo?

At = suma del área de las cuatro patas

r = radio de la pata de la cama = 2 cm = 0,02 m

$\text{At} = 4 \text{ x } (\pi r^2)$

$\text{At} = 4 \text{ x } 3,14159 \text{ x } (0,02)^2$

$\text{At} = 3,14159 \text{ x } 4 \text{ x } 10^{\cdot 4}$

$\mathbf{At = 5,0265 \text{ x } 10 \cdot 3m^2}$

Ejercicio Nº 10

Calcule la masa de una esfera de hierro sólido que tiene un diámetro de 3 cm.

DATOS:

ρ = densidad del agua pura = 1x103 kg /m3

v = volumen del colchón

m = masa del agua en el colchón

$\text{m} = \text{P}\times\text{V}$

$\text{m} = 1\times10^3\text{kg}/m^3\times1,2m^3$

m = 1,2 x10^3 kg

W = peso del agua en el colchón = m x g

W = 1,2 x10^3 kg x 9,8 m / seg2

W = 1,2 x10^3 kg x 9,8 m / seg2

- Encuentre la presión que ejerce el agua sobre el suelo cuando la cama de agua descansa en su posición normal.

  A = 2 X 2 = $4m^2$

  $p = \frac{F}{A}$

W = 50 kg x 9,8 m / seg2

W = 490 Newton

r = 0,5 cm = 0,05 m

A = área del tacón circular

A = πr^2

A = 3,1415 x $(0{,}05)^2$

A = 3,1415 x 2,5 x 10^{-3}

A = 7,8539 x $10^{-3} m^2$

P=$\frac{F}{A}$

$$P = \frac{490 Newton}{7{,}8539 \times 10^{-3} m^2} = 62{,}389 \times 10^3 \frac{Newton}{m^2}$$

P = 6,2389 Newton /m^2

Solución

DATOS: P=$\frac{m}{v}$

m = ρ x v ρ = densidad del hierro = 7860 kg /m3

v = volumen de la esfera

d = diámetro de la esfera

r = radio de la esfera

d=2r

$$r = \frac{d}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5cm$$

r= 0,015metros

v=$\frac{4}{3}\pi r^3$

v=$\frac{4}{3}\times 3{,}14159\times 3{,}375\times 10^6$

v=$1{,}4136\times 10^5 m^3$

Solución

At = suma del área de las cuatro llantas

At = 4 x (área de llanta)

At = 4 x 0,024 At = 0,096m^2

P = 200000 Pa = 200000 Newton /m^2

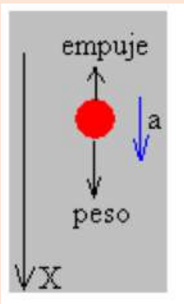
F = P * At

F = 200000 Newton /m2 x 0,096m^2

F = 19200 Newton

Cuestionario

1. ¿Cuáles son los Estados de la materia?
2. Los sensores de presión pueden agruparse en:
3. ¿Cuáles son las dos partes que consta la explicación del principio de Arquímedes?
4. ¿Cuál es el papel importante que desempeña la mecánica de fluidos?
5. ¿Cuáles son los temas que comprende los fenómenos de transporte?
6. ¿Qué sucede cuando un objeto esta parcial o totalmente sumergido en fluido?
7. ¿Qué establece el principio de Pascal?
8. ¿A que es proporcional la tensión y a que está relacionada?
9. ¿Qué afirma el principio de Arquímedes?
10. Dibuja las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
11. Calcula su aceleración *a* de caída.



Ma=peso-empuje

$p_s V a = p_s V g - P f V g$

a= $g\left(1 - \frac{Pf}{Ps}\right)$

La aceleración a no depende ni de la masa m del cuerpo ni de su volumen V, solamente de las densidades del cuerpo ρ_s y del fluido ρ_f.

11

FISICA TERMICA

11.1 TÉRMICA.

Rama de la física encargada de los fenómenos de la naturaleza relacionadas con el calor, sus efectos y transformaciones con otros tipos de energía.

11.2 EQUILIBRIO TÉRMICO.

Se dice que los cuerpos en contacto térmico se encuentran en equilibrio térmico cuando no existe flujo de calor de uno hacia el otro. Esta definición requiere además que las propiedades físicas del sistema, que varían con la temperatura, no cambian con el tiempo. **(J. Wilson, 1996)**.

11.3 TEMPERATURA.

Es una magnitud física descriptiva de un sistema que caracteriza la transferencia de energía térmica o calor entre ese sistema y otros. Desde un punto de vista microscópico, es una medida de la energía cinética asociada al movimiento aleatorio de las partículas que componen el sistema.

La sensación de calor o frío al tocar una sustancia depende de su temperatura, de la capacidad de la sustancia para conducir el calor y de otros factores.

La temperatura es una propiedad física de la materia que mide el grado de calor que un cuerpo posee.

11.3.1 Medida de la temperatura.

Una de las primeras escalas de temperatura, todavía empleada en los países anglosajones, fue diseñada por el físico alemán Gabriel Daniel Fahrenheit. Según esta escala, a la presión atmosférica normal, el punto de solidificación del agua (y de fusión del hielo) es de 32 °F, y su punto de ebullición es de 212 °F.

La escala centígrada o Celsius, ideada por el astrónomo sueco Anders Celsius y utilizada en casi todo el mundo, asigna un valor de 0 °C al punto de congelación del agua y de 100 °C a su punto de ebullición.

En ciencia, la escala más empleada es la escala absoluta o Kelvin, inventada por elmatemático y físico británico William Thomson, lord Kelvin. **(Conocimientos Web. 2011)**.

En esta escala, el cero absoluto, que está situado en -273,15 °C, corresponde a 0 K, y una diferencia de un kelvin equivale a una diferencia de un grado en la escala centígrada.

Las ecuaciones para transformar de una escala a otra son las siguientes:}

- T(ºF) = 1,8 T(ºC) + 32
- T(K) = T(ºC) + 273,16

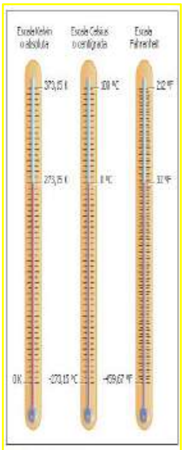


Fig. 11. 1. Escala de temperatura.

11.4 ESTADOS DE AGREGACIÓN DE LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES.

En la naturaleza existen tres estados usuales de la materia (además del plasma): sólido, líquido y gaseoso. Al aplicarle calor a una sustancia (o presión), ésta puede cambiar de un estado a otro. Los posibles cambios de estado son:

- de estado sólido a líquido, llamado fusión,
- de estado líquido a sólido, llamado solidificación,

- de estado líquido a gaseoso, llamado evaporación o vaporización,
- de estado gaseoso a líquido, llamado condensación,
- de estado sólido a gaseoso, llamado sublimación progresiva, y de estado gaseoso a sólido, llamado sublimación regresiva.

11.5 CALOR.

Transferencia de energía de una parte a otra de un cuerpo, o entre diferentes cuerpos, en virtud de una diferencia de temperatura. El calor es energía en tránsito; siempre fluye de una zona de mayor temperatura a una zona de menor temperatura, con lo que eleva la temperatura de la segunda y reduce la de la primera, siempre que el volumen de los cuerpos se mantenga constante. La energía no fluye desde un objeto de temperatura baja a un objeto de temperatura alta si no se realiza trabajo. **(Kittel, C. 1973)**.

11.5.1 Unidades de medida del calor.

Tradicionalmente, la cantidad de energía térmica intercambiada se mide en calorías, que es la cantidad de energía que hay que suministrar a un gramo de agua para elevar su temperatura de 14.5 a 15.5 grados celsius. El múltiplo más utilizado es la kilocaloría (kcal):

Joule, tras múltiples experimentaciones en las que el movimiento de unas palas, impulsadas, por un juego de pesas, se movían en el interior de un recipiente con agua, estableció el equivalente mecánico del calor, determinando el incremento de temperatura que se producía en el fluido como El joule (J) es la unidad de energía en el Sistema Internacional de Unidades, (S.I.), tal que 1 caloría equivale a 4186 Joules

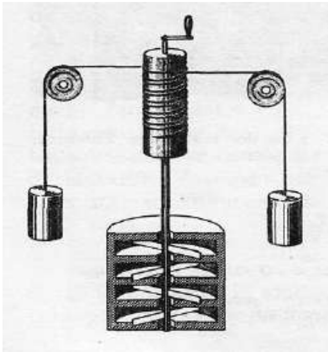


Fig. 11 .2. Montaje experimental para la determinación del equivalente mecánico del calor

El BTU, (o unidad térmica británica) es una medida para el calor muy usada en Estados Unidos y en muchos otros países de América.

Se define como la cantidad de calor que se debe agregar a una libra de agua para aumentar su temperatura en un grado

Fahrenheit (o la escala del Gabriel), y equivale a 252 calorías.

11.5.2 Calor específico.

En la vida cotidiana se puede observar que, si se le entrega calor a dos cuerpos de la misma masa y la misma temperatura inicial, la temperatura final será distinta. Este factor que es característico de cada sistema, depende de la naturaleza del cuerpo, se llama calor específico, denotado por c y se define como la cantidad de calor que se le debe entregar a 1 gramo de sustancia para aumentar su temperatura en 1 grado Celsius.

Matemáticamente, la definición de calor específico se expresa como:

$$c = \frac{Q}{m\Delta t}$$

- Unidades: J/Kg-ºK y cal/g-ºC.

- Calor específico del agua: 1 cal/g-ºC.

11.5.3 Propagación del calor.

El calor se puede transmitir por el medio de tres formas distintas:

- Conducción térmica.
- Convección térmica.
- Radiación térmica.

Conducción: es el proceso que se produce por contacto térmico entre dos cuerpos, debido al contacto directo entre las partículas individuales de los cuerpos que están a diferentes temperaturas, lo que produce que las partículas lleguen al equilibrio térmico.

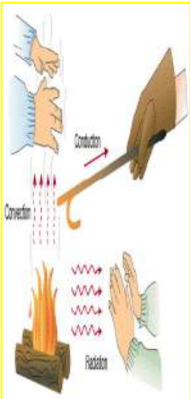


Fig. 11. 3 Formas de propagación del calor.

La conducción pura se presenta sólo en materiales sólidos. Ej: cuchara metálica en la taza de té.

Convección: sólo se produce en fluidos (líquidos o gases), ya que implica movimiento de volúmenes de fluido de regiones que están a una temperatura, a regiones que están a otra temperatura. El transporte de calor está inseparablemente ligado al movimiento del propio medio. La convección siempre está acompañada de la conducción, debido al contacto directo entre partículas de distinta temperatura en un líquido o gas en movimiento. Ej: los calefactores dentro de la casa.

Radiación: es el proceso por el cual se transmite a través de ondas electromagnéticas. Implica doble transformación de la energía para llegar al cuerpo al que se va a propagar: primero de energía térmica a radiante y luego viceversa. **Ej.:** La energía solar.

(Halliday, R. Resnik & J. Walker, 1993)

11.5.4 Conducción de calor.

En el caso de la conducción, la temperatura de calentamiento depende del tipo de material, de la sección del cuerpo y del largo del cuerpo. Esto explica por qué algunos cuerpos se calientan más rápido que otros a pesar de tener exactamente la misma forma, y que se les entregue la misma cantidad de calor. La conductividad térmica de un cuerpo está dado por:

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{kA\Delta T}{L}$$

Dónde:

- Q es el calor entregado,

Δt es el intervalo de tiempo durante el cual se entregó calor,

- A es la sección del cuerpo,
- L es el largo, y
- ΔT es el incremento en la temperatura.

11.6 DILATACIÓN TÉRMICA

Se denomina dilatación al cambio de longitud, volumen o alguna otra dimensión métrica que sufre un cuerpo físico debido al cambio de temperatura que se provoca en ella por cualquier medio.

- Dilatación lineal: $Lf = Lo\,(1 + \alpha\,(Tf - To))$
- Dilatación superficial: $Sf = So\,(1 + 2\alpha\,(Tf - To))$
- Dilatación volumétrica: $Vf = Vo\,(1 + 3\alpha\,(Tf - To))$

Líquidos y gases:

- Dilatación volumétrica: $Vf = Vo\left(1 + \beta\left(Tf - To\right)\right)$

Donde

- α = coeficiente de dilatación lineal [1/C°]
- β = coeficiente de dilatación volumétrico (3α) $[1/C°]$
- Lo = Longitud inicial del cuerpo.
  - Lf = Longitud final del cuerpo.
  - So = Superficie inicial del cuerpo.
  - Sf = Superficie final del cuerpo.
  - Vo = Volumen inicial del cuerpo.
  - Vf = Volumen final del cuerpo.

To = Temperatura inicial del cuerpo.

  - Tf = Temperatura final del cuerpo.

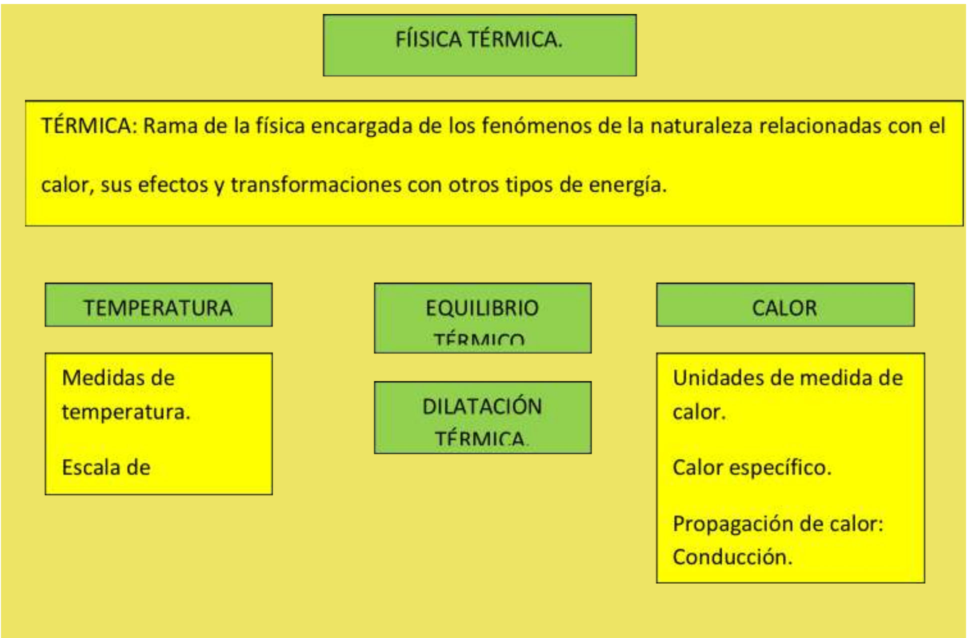
Tabla N°11: Física Térmica.

PALABRA.	SIGNIFICADO.
KILOCALORÍA (KCAL)	Medida de energía térmica, equivalente a 1000 calorías.
BTU	unidad térmica británica
CONDUCTIVIDAD TÉRMICA	Propiedad física que mide la capacidad de conducción de calor.
DILATACIÓN LINEAL	Variación en una única dimensión (ancho, largo y altura del cuerpo).
DILATACIÓN SUPERFICIAL	Variación en dos dimensiones, (variación del área del cuerpo).

Formulario N°11: Física Térmica.

NOMBRE.	FORMULA.
Calor específico.	$c = \dfrac{Q}{m\Delta t}$
Conducción de calor.	$\dfrac{Q}{\Delta t} = \dfrac{kA\Delta T}{L}$
Dilatación lineal.	Lf = Lo (1 + α (Tf – To))
Dilatación superficial.	Sf = So (1 + 2α (Tf – To))
Dilatación volumétrica.	Vf = Vo (1 + 3α (Tf – To))
Dilatación volumétrica.	Vf = Vo (1 + β (Tf – To))

Organizador Gráfico N°11: Física Térmica.



Experimento Nº 11: Física Térmica.

Materiales.

- Un huevo cocido sin cáscara.
- Un frasco con un diámetro un poco menor que el huevo.
- Dos recipientes resistentes al calor.
- Dos litros de agua y hielo.

Procedimiento.

1. Hervir un litro de agua.
2. Ponemos hielo en uno de los recipientes y luego ponemos agua.
3. Ponemos el huevo en la entrada del frasco.
4. Una vez que observamos que el huevo no se cae, ponemos el frasco en el recipiente con agua y hielo.
5. Colocamos el frasco en el recipiente con agua caliente.

Observaciones.

El huevo se hunde al momento de poner el frasco en el recipiente con agua y hielo.

Cuando colocamos en el recipiente con agua caliente observamos que el huevo asciende del frasco.

Conclusión.

La presión de una cantidad fija de un gas es inversamente proporcional al volumen que ocupa siempre y cuando se mantenga la temperatura constante. Tenemos en claro que: a volumen constante, con un aumento de temperatura de

Ejercicios Resueltos Nº 11. Física Térmica.

Ejercicio Nº 1

Se tiene un tanque que contiene 20.000 gr. de agua a 10 ºC. Cuantas Kilocalorías absorbe cuando se calienta hasta 40 ºC.

Agua:

$$m1 = 20.000\ gr.$$

$$T1 = 10\ ºC$$

$$Tf = 40\ ºC$$

$$Ce = 1\ Cal/gr.ºC$$

$$Q1 = m1 * Ce * (Tf - T1)$$

$$Q1 = 20.000\ gr.* 1\ Cal/gr.ºC * (40\ ºC - 10$$

$$ºC)\ ml = 20.000\ gr$$

$$Q1 = 20.000 * (30)\ calorías$$

$$Q1 = 600.000\ calorías = 600\ Kilocalorías.$$

Ejercicio Nº 2

Calcular la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura a 10 Kg. De cobre de 25 ºC a 125 ºC.

$$m = 10$$

$$Kg. = 10000$$

$$gr.T1 = 25\ ºC$$

$$Ce = 0.09Cal/gr.ºC$$

$$Q = m * Ce * (T2 - T1)$$

$$Q = 10000\, gr.* \ 0.09\, Cal/gr.ºC * (125\, ºC - 25\, ºC)$$

$$Q = 900 * 100 = 90000\, calorías$$

$$Q = 90.000\, calorías$$

Ejercicio Nº 3

Un día de verano se registra una temperatura mínima de 10º C y una máxima de 32ºC. Determine el intervalo de temperatura (variación térmica) de ese día en: a) grados Celsius, b) Kelvin, c) grados Fahrenheit.

Datos:

Tmin = 10 ºC

Tmax = 32 ºC

a) $\Delta T = Tmax - Tmin = 32\, ºC - 10\, ºC = 22\, ºC$

b) $TminK = 10 + 273 = 283\, K$

Ejercicio Nº 4

La longitud de la arista de un cubo de aluminio es 5 cm, medida a0°C , si se calienta a 280°C, calcular:

a) La longitud de la arista a esa temperatura

b) El incremento de volumen del bloque metálico.

c) El coeficiente de dilatación lineal del aluminio es:

$$\lambda = 2{,}30.10^{-5}K^{-1}$$

La longitud de la arista a la temperatura dada será:

$$L = L_0(1 + \lambda\Delta T) = 0{,}05 \cdot (1 + 2{,}30.10^{-5} \cdot 280) = 0{,}05032\ \mathrm{m} \rightarrow L = 5{,}032\ \mathrm{cm}$$

El coeficiente de dilatación cubica del aluminio es:

$$\delta = 3\lambda = 6{,}90 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$$

El incremento del volumen del bloque es:

$$\Delta V = V - V_0 = V_0(1 + \delta\Delta T) - V_0 = V_0\delta\Delta T = 0{,}05^3 \cdot 6{,}90 \cdot 10^{-5} \cdot 280 = 2{,}4 \cdot 10^{-6} m^3$$

Ejercicio Nº 5

Calcular que cantidad de energía hay que suministrar a 200 g de hielo a -18°C para convertirlos completamente en agua líquida a 0°C.

Se necesita energía para calentar el hielo desde -18°C hasta 0°C y para fundir luego el hielo completamente:

$$Q_1 = mc_{e,hielo}\Delta t = 0{,}2 \cdot 2100 \cdot \big(0 - (-18)\big)$$

$Q_2 = mL_{hielo} = 0{,}2 \cdot 3{,}35 \cdot 10^5$ $\qquad$ $Q = Q_1 + Q_2 = 74560$ J

Ejercicio Nº 6

Una maquina térmica funciona entre las temperaturas $T_1 = 670$ K y $T_2 = 290$ K y absorbe del foco caliente 5000 J cada minuto. Calcula:

a) El rendimiento de la maquina

b) El trabajo útil que suministra en una hora

c) La potencia útil de la maquina

$$\eta = \frac{T_{1-T_2}}{T_1} = \frac{670 - 290}{670} = 0{,}57.$$ El rendimiento de la maquina seria el 57%.

Energía que absorbe la máquina del foco caliente en una hora:

$$Q_1 = 5000 \cdot 60 = 3{,}0 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Trabajo útil que suministra en una hora: $\eta = \frac{W}{Q_1} \rightarrow w = \eta Q_1 = 0{,}57 \cdot 3{,}0 \cdot 10^5 = 1{,}71 \cdot 10^5 \text{J}$

Potencia útil: $P = \frac{W}{t} = \frac{1{,}71 \cdot 10^5}{60} = 2{,}85 \cdot 10^3 \text{ W} = 2{,}85 \text{ kW}$

$$Q_1 = 5000 \cdot 60 = 3{,}0 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Ejercicio Nº 7

Las temperaturas mínimas y máximas de un día de verano son 14°C y 37°C, respectivamente. Exprese estas temperaturas en la escala Fahrenheit y en la escala absoluta.

En la escala Fahrenheit: $\frac{t(°C)}{100} = \frac{F-32}{180}$

Para T = 14°C; $F = 32 + \frac{180}{100} t(°C) = 32 + \frac{180}{100} 14 = 57°F$

Para T =37°C; $F = 32 + \frac{180}{100} t(°C) = 32 + \frac{180}{100} 37 = 99°F$

En la escala absoluta:

$$K = t(°C) + 273 = 14 + 273 = 287 \text{ K}$$

$$K = 37 + 273 = 310\ K$$

Ejercicio Nº 8

El punto de fusión del cloro es -101°C y su punto de ebullición, -34°C. Exprese estos puntos de cambio de estado en grados Fahrenheit y en Kelvin.

En grados Fahrenheit:

Punto de fusión:

$$\frac{t(°C)}{100} = \frac{F-32}{180} \rightarrow F = 32 + \frac{180}{100}t(°C) = 32 + \frac{180}{100} \cdot (-101) = -150°F$$

punto de ebullicion :

$$F = 32 + \frac{180}{100}t(°C) = 32 + \frac{180}{100} \cdot (-34) = -29°F$$

En Kelvin:

$$K = t(°C) + 273 = -101 + 273 = 172\ K$$

$$K = -34 + 273 = 239\ K$$

Ejercicio Nº 9

Calcule la energía cinética media de traslación, por molécula, del oxígeno en una habitación a 21°C.

$$\bar{E}_c = \frac{3}{2}kT = 1{,}5 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot (21 + 273) = 6{,}09 \cdot 10^{-21}\ J$$

Ejercicio Nº 10

Determinar la cantidad de energía necesaria para elevar la temperatura de 60 litros de agua desde 21°C hasta 54°C.

La masa de 60 litros es aproximadamente 60

$$Q = mc_e(T_1 - T_0) = 60 \cdot 4180 \cdot (54 - 21) = 8{,}3 \cdot 10^6 J$$

Ejercicio Nº 11

Una maquina térmica levanta, a una velocidad constante, una caja de 100 kg a una altura de 30 m. si la eficiencia de la maquina es del 20% ¿Cuánto calor consume dicha maquina?

Al elevar la carga a velocidad constante, el trabajo que realiza es igual a la variación de la

$$W = 100\text{kg} \cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30\text{m} = 29\,400\ \text{J}$$

Aplicando la definición de eficiencia o rendimiento y despejando:

$$r = \frac{W_u}{E_s} \cdot 100 \rightarrow E_s = \frac{W_u}{r} \cdot 100 = \frac{29\,400\ \text{J}}{20} \cdot 100 = 1{,}47 \cdot 10^5\text{J}$$

Ejercicio Nº 12

Calcule que cantidad de agua a 50°C se necesita añadir a 20 litros de aguaAplicando la ecuación calorimétrica y teniendo en cuenta que el calor específico de los dos cuerpos que se mezclan es el mismo:

a 20°C para elevar su temperatura a 37°C.

Aplicando la ecuación calorimétrica y teniendo en cuenta que el calor específico de los dos cuerpos que se mezclan es el mismo:

$$m_1 c_{e_1}(T_e - T_1) = m_2 c_{e_2}(T_e - T_2) \rightarrow 20 \cdot (37 - 20) = -m_2(37 - 50) \rightarrow m_2 = 26{,}2\text{kg}$$

La cantidad de agua necesaria es aproximadamente 26,2 litros

Ejercicio Nº 13

Calcula qué cantidad de agua a 45℃ es necesario añadir a 2 L de agua a 22℃ para disponer de agua a 32℃

Aplicando la ecuación calorimétrica y teniendo en cuenta que el calor específico de los dos cuerpos que se mezclan es el mismo:

$$m_1 c_{e_1}(T_e - T_1) = -m_2 c_{e_2}(T_e - T_2)$$

$$2 \cdot (32 - 22) = -m_2(32 - 45) \rightarrow m_2 = 1{,}54\text{kg}$$

Ejercicio Nº 14

Se calienta un bloque de aluminio de 150g a 70℃ y a continuación se sumerge en un litro de agua a 20℃. Calcula la temperatura final del sistema.

Aplicando la ecuación calorimétrica

$$m_1 c_{e_1}(T_e - T_1) = -m_2 c_{e_2}(T_e - T_2)$$

$$1 \cdot 4180 \cdot (T_e - 20) = -0{,}150 \cdot 896 \cdot (T_2 - 70) \rightarrow T_e = 21{,}6℃$$

Ejercicios Propuestos N°11: Física Térmica.

1. Se mezclan 8 Kg. de agua a 80 ºC con 24 Kg. de agua a 40 ºC. La temperatura de la mezcla resulto 50 ºC. Cuál es la cantidad de calor entregada y recibida por cada una?
2. Un recipiente de aluminio de 2,5 Kg. contiene 5 Kg. de agua a la temperatura de 28 ºC. Que cantidad de calor se requiere para elevarles la temperatura hasta 80 ºC.
3. Cuál será la temperatura de una mezcla de 50 gramos de agua a 20 grados Celsius y 50 gramos de agua a 40 grados Celsius.

Cuestionario Nº 11. Física Térmica.

1. Definición de temperatura.
2. Escriba los estados de agregación de la materia y sus transformaciones.
3. Enumere las formas de propagación del calor.
4. Escriba las ecuaciones de medida de temperatura para transformar de una escala a otra.
5. ¿Cuáles son las unidades utilizadas para medir el calor?
6. Escriba la fórmula de calor especifico.
7. Escriba la fórmula de conducción de calor.
8. Escriba el significado de Lo, Lf, So, Sf.

12

ENERGIA Y PROCESOS TERMICOS

En 1850 Las materias de la termodinámica de la mecánica eran consideradas ramas de la ciencia, y el principio de la conservación de la energía describía ciertos tipos y sistemas mecánicos. James Joule en 1818 – 1889, realizo varios experimentos y demostró que la disminución en energía mecánica (Cinética más la potencial) de un sistema aislado, era igual al incremento de la energía interna del sistema. La energía interna es tratada como una forma de energía que puede ser transformada en mecánica y viceversa. "La ley de la conservación de la energía emergió como una ley universal de la Naturaleza." (Raymond A, Serway).

12.1 CALOR Y ENERGÍA INTERNA

Calor: Involucra una transferencia de energía interna de un lugar a otro, también es considerado como cantidad de energía que contiene una sustancia o un material.

Energía Interna: Es la energía asociada con los átomos y las moléculas del sistema, incluyen la energía cinética y la potencial asociadas con movimientos de translación, rotación y vibratorio que se presentan de manera aleatoria por partículas que forman el sistema.

- Energía cinética: es la energía asociada al movimiento de las
- partículas del sistema, a mayor velocidad > Ec.
- Energía potencial: Es la debida a fuerzas de interacción (atracción y repulsión) entre partículas, a menor distancia > |Ep| de interacción.

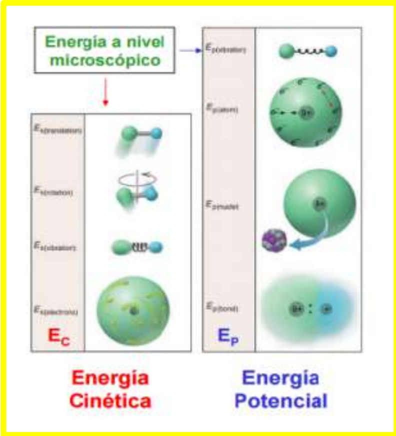


Fig.12. 1 Energía Cinética y Energía Potencial

12.2 UNIDADES DE CALOR

El calor era definido en términos de los cambios de temperatura generados en un objeto, y una unidad separada de energía fue utilizada para el calor.

La caloría (cal) se define como la energía necesaria para elevar la temperatura de un gramo de agua de : $14.5 \ a \ 15.5\ °C$

La caloría ahora está definida como: $4.186\ J$:

$$1\ cal = 4.186\ J$$

12.3 CALOR ESPECÍFICO

La capacidad calorífica de un cuerpo es proporcional a su masa. Por esto es conveniente definir la capacidad calorífica por unidad de masa, c, llamada calor específico.

$$c = \frac{Q}{\mathrm{m}\,\Delta\,\mathrm{T}}$$

12.3.1 Calor Latente y Cambio de Fase

Una sustancia experimenta a veces un cambio de temperatura cuando se transfiere energía entre ella y su entorno; cuando las características físicas de la sustancia cambian de una forma a otra, se lo conoce como cambio de fase.

Cambios comunes son:

- Solido a líquido (Fusión).
- Líquido a gas (Ebullición)

Sustancia	T Fusión °C	$Lf \times 10$ ^ 3 (J/kg)	T Ebullición °C	$Lv \times 10$ ^ 3 (J/kg)
Helio (Agua)	0	334	100	2260
Alcohol Etílico	- 114	105	78. 3	846
Acetona	- 94.3	96	56.2	524
Benceno	5.5	127	80.2	396
Aluminio	658.7	322 - 394	2300	9220
Estaño	231.9	59	2270	3020
Hierro	1530	293	3050	6300
Cobre	1083	214	2360	5410
Mercurio	- 38.9	11.73	356.7	285

La energía Q necesaria para cambiar la fase de una sustancia pura es:

$$Q = \pm mL$$

Donde L es llamado calor latente de la sustancia y depende de la naturaleza de la fase de cambio así como de la sustancia.

El calor latente de fusión Lf se utiliza cuando un cambio de fase ocurre durante una fusión o un congelamiento, mientras que el calor latente de la evaporación se utiliza cuando un cambio de fase ocurre durante la ebullición o la condensación.

Ejemplo:

El calor latente de fusión de agua a presión atmosférica es de $3.33 \times 10^{5} J/kg$ y el calor latente de la evaporación para el agua es $2.26 \times 10^{6} J/kg$.

12.4 Transferencia de Energía

Escalas de temperatura. Como cualquier otra magnitud, la temperatura se puede medir utilizando diferentes tipos de unidades y escalas. La escala más utilizada en España y otros países europeos es la Celsius y la unidad, el grado Celsius. La escala del Sistema Internacional es la escala absoluta o Kelvin y la unidad el Kelvin. En los países anglosajones se emplea habitualmente la escala Fahrenheit, y su unidad es el grado Fahrenheit. Otra escala es la Réaumur (casi en desuso) y su unidad el grado Réaumur.

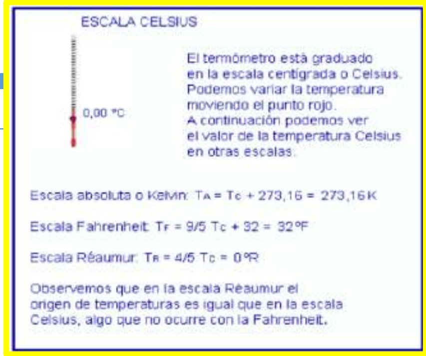


Fig.12. 2 Transferencia de Energía – Escala Celsius.

La temperatura más baja alcanzable es 0 K, es decir, 273,16 ºC.

12.5 EFECTOS DEL CALOR EN LOS CUERPOS

12.5.1 Equilibrio térmico:

Equilibrio térmico es la igualación de la temperatura de dos cuerpos al transferir calor el de mayor, al de menor temperatura.

12.5.2 Cambios de estados:

Cambio de estado. Efecto del calor sobre un cuerpo en el que se rompen o se forman enlaces entre las partículas que lo componen. La temperatura no varía durante el proceso.

12.6.3 Cambios de dimensiones:

Cambio de dimensiones es el cambio en el tamaño de un cuerpo debido a que absorbe calor (dilatación) o a que cede calor (contracción).

12.5.4 Otros efectos:

El calor puede provocar cambios en las propiedades físicas y químicas de los cuerpos.

12.6 PROPAGACIÓN DEL CALOR

12.6.1 Conducción Térmica

Proceso de transferencia de energía que está relacionado con la diferencia de temperatura, la transferencia puede considerarse como un intercambio de energía cinética entre partículas microscópicas, moléculas, átomos y electrones, donde las partículas menos energéticas ganan energía en colisiones con partículas más energéticas. **(León, H. 2012)**.

12.6.2 Convección

La transferencia de energía por el m0ovimeinto de sustancias, una forma de transmitirse el calor en los líquidos y gases. El fluido caliente asciende y el frío, baja.

Fig. 12.3 Propagación de Calor

12.6.3 Radiación Es la forma de transmitirse el calor en forma de luz a través de cualquier medio o del vacío.

12.8 CALENTAMIENTO GLOBAL Y GAS DEL EFECTO INVERNADERO

La vida en la Tierra depende de la energía que recibe del Sol, cerca de la mitad de la luz que llega a la atmósfera terrestre pasa a través delsuperficie donde se absorbe y luego es irradiadonuevamente en forma de calor (ondas infrarojas). De este calor el 90% es absorbido por los gases de efecto invernadero y devuelta hacia la superficie que la ayuda a calentar hasta una temperatura promedio de 15 grados Celcius perfecto para la vida, es conocido como el Efecto Invernadero. **(Foussats, 2003).** Los gases de efecto invernadero principales son:

El vapor de agua: El más abundante y funciona como un gas que actúa en retroalimentación con el clima, a mayor temperatura de la atmósfera, más vapor, más nubes y más precipitaciones.

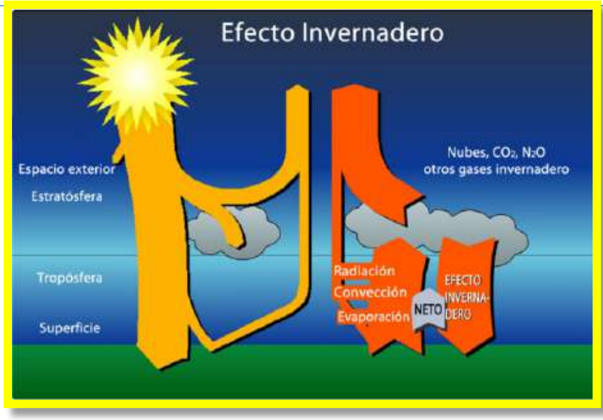


Fig.12. 4 Efecto Invernadero.

Dióxido de carbono (CO2): Un componente menor, pero muy importante de la atmósfera. Se libera en procesos naturales como la respiración y en erupciones volcánicas y a través de actividades humanas como la deforestación, cambio en el uso de suelos y la quema de combustibles fósiles.

Metano: Un gas hidrocarburo que tiene origen natural y resultado de actividades humanas, que incluyen la descomposición de rellenos sanitarios, la agricultura (en especial el cultivo de arroz), la digestión de rumiantes y el manejo de desechos de ganado y animales de producción. Es un gas más activo que el dióxido de carbono, aunque menos abundante

Óxido nitroso: Gas invernadero muy poderoso que se produce principalmente a través del uso de fertilizantes comerciales y orgánicos, la quema de combustibles fósiles, la producción de ácido nítrico y la quema de biomasa.

Los Clorofluorocarbones (CFCs): Son compuestos sintéticos de origen industrial que fueron utilizados en varias aplicaciones, ahora ampliamente regulados en su producción y liberación a la atmósfera para evitar la destrucción de la capa de ozono.

Formulario Nº12. Energía y Procesos Térmicos

FORMULAS	DESCRIPCIÓN
Ta	Escala absoluta
Tr	Escala Reaumur
J	Jouls
$c = \frac{Q}{m\,\Delta\,T}$	Cantidad de calor que se gana o se pierde, en el proceso de transferencia de calor
$Q = \pm mL$	Calor latente
1 cal	1 caloría
° C	Grado Celsius
° F	Grado Fahrenheit
Q = mc(Te- T1A)	Primera Ley de la termodinámica

Organizador Gráfico Nº12. Energía, y procesos Térmicos

Energia: La energía es la capacidad de los cuerpos para realizar un trabajo y producir cambios en ellos mismos o en otros cuerpos. Es decir, la energía es la capacidad de hacer funcionar las cosas.

La unidad de medida que utilizamos para cuantificar la energía es el Joule (J).

Pocesos termodinamicos:

Evolución de determinadas magnitudes propia mente termodinámicas relativas a un determinado sistema termodinámico.

Transferencia de energía

- Trabajo: Cuando se realiza un trabajo se pasa energía a un cuerpo que cambia de una posición a otra.
- Calor: Tipo de energía que se manifiesta cuando se transfiere energía de un cuerpo caliente a otro cuerpo más frío.

- Ondas: Son la propagación de perturbaciones de ciertas características, como: campo eléctrico, el magnetismoo la presión, y que se propagan a través del espacio transmitiendo energía.

Experimento Nº12. Energía, y procesos

Térmicos

Transferencia de Energía

Materiales:

- Una Pelota de Baloncesto.
- Una Pelota de Tenis

Cuando colocamos la pelota de tenis encima de la de baloncesto y la dejamos caer a la vez. El balón de baloncesto, toca antes el suelo, invirtiendo el sentido y colisionando frontalmente con la pelota de tenis que descendía a la misma velocidad, transfiriendo de esta forma la energía potencial del balón a la pelota de tenis y convirtiéndola en energía cinética.De esta forma, aumentamos 3 veces aproximadamente la velocidad con la que caía la pelota. Este es el motivo por el cual la pelota de tenis alcanza unas 9 veces la altura inicial, que es la altura de la que la hemos soltado.

Ejercicios Resueltos Nº 12. Energía, y procesos térmicos

1. Aplicando las ecuaciones de conversión obtendremos:

TEMPERATURA CELSIUS	TEMPERATURA FAHRENHEIT
50 °C	112°F
62,5 °C	144.5 °F
10°C	50 °F

2. Mezclamos 800 g de un líquido A de 0,80 cal/gºC de calor específico y temperatura inicial de 72ºC con 600 g de agua a 57ºC. ¿Cuánto vale la temperatura de equilibrio?

$$Q = mc(Te - T1A) = 8000{,}80(Te - 72)$$

$$Q' = 6001(Te - 57)$$

$$6001(Te - 57) = 8000{,}80(Te - 72)$$

$$Te = 64{,}74ºC$$

Ejercicios Resueltos Nº 12. Energía y Procesos Térmicos

Ejercicios Nº 1

Considère en un aparato de Joule. Las dos masas son de 1.50 kg cada una y el tanque se llena con 200 g de agua ¿Cuál es el aumento de la temperatura del agua después de que las masas descienden una distancia de 3.00 m?

$$\Delta T = \frac{2mgh}{MaguaC} = 2\,(1.5kg)\left(\frac{9.81m}{s^2}\right)(3m)(0.2\,kg)\left(1480\,\frac{J}{kg}\,°C\right) = 0.29\,°C$$

Ejercicios Nº 2

Una persona de 80 kg que intenta bajar de peso desea subir una montaña para quemar el equivalente a una gran rebana de pastel de chocolate tasada en 700 calorías ¿Cuánto debe ascender la persona?

$$mgh = Q = 700 \times 10^{3}\,J$$

$$h = \frac{Q}{mg} = \frac{(1036 \times 10^{3}\,J)}{(80\,kg)(9.81m\,/s^2)} = 1{,}320\,m$$

Ejercicio Nº 3.

El agua en la parte superior de las cataratas del Niagara tiene una temperatura de 10°C. Si esta cae una distancia total de 50m y toda su energía potencial se emplea para calentar agua, calcule la temperatura del agua al fondo de la catarata

$$\Delta T = \frac{gh}{C} = \frac{\left(\frac{9.1m}{s^2}\right)(50\,m)}{4186\,\frac{J}{kg}\,°C}$$

$$Tf - t1 = 0.117$$

$$Tf = tI + 0.117 = 10.117\ °C$$

<u>Ejercicio Nº 4</u>.

Una muestra de gas ideal se expande al doble de su volumen original de 1.0 m ³ en u proceso cuasi estático para el cual $p = aV^2$, con $a = 5.0\ atm/m^6$ ¿Cuál trabajo fiu hecho por el gas de expansión?

$$pV = nRT$$

$$T = \frac{PV}{nR}$$

$$T = (1atm)(25L)/(1mol\ )(\frac{8.3145J}{mol}k\ )$$

$$T = (1.01325\ \times 10^5 Pa)(25\ \times 10^3 m^3)(1\ mol\ )(8.3145\ \mathrm{J/mol\ k}\ )$$

<u>Ejercicio Nº 5</u>.

Un sistema termodinámico experimenta un proceso en el cual su energía interna disminuye 500 J si al mismo tiempo se hacen 220 J de trabajo sobre el sistema, encuentre la energía térmica transferida a o desde el.

$$\Delta U = Q - W$$

$$Q = \Delta U + W$$

$$W = \ -500J + 220J = \ -280\ J$$

<u>Ejercicio Nº6</u>.

Halla la cantidad de calor que se requiere elevar la temperatura de 1 L de agua de 10 °C a 47 °C.$Pagua = 1kg \times L^{-1}; Ce(H_2O) = 4{,}18 \times Kg^{-1}/°C^{-1}$

$$Q = 1\ LH_2O \times 1kg\ /1L \times \frac{4{,}18kj}{kg \times °C} \times (47 - 10)°C\ = 1{,}5466KJ$$

Ejercicio Nº7.

La temperatura de una barra de plata aumenta 10 ºC cuando absorbe1, 23 kJ de calor. La masa de la barra es 525 g. Determine el calor específico de la barra.

$$C_e = \frac{1.23kJ}{0.525\ kg\ .\ 10°C} = \frac{0.234kJ}{kg\ .\ °C}$$

Ejercicio Nº8.

Se utilizan 8360 J para calentar 600 g de una sustancia desconocida de15°C a 40°C. ¿Cuál es el calor específico de la sustancia?

$$T(t_0 - t_f) = 40°C - 15°C = 25°C$$

$$C_e = \frac{8360kJ}{0,6\ kg\ .\ 25°C} = \frac{557.3\ kJ}{kg\ .\ °C}$$

Ejercicio Nº9.

Una herradura de hierro de 1.5 kg inicialmente a 600°C se deja caer en una cubeta que contiene 20kg de agua a 25°C. ¿Cuál es la temperatura final? (Pase por alto la capacidad calorífica del recipiente, y suponga que la insignificante cantidad de agua se hierve)

$$Qcold = Qhot$$

$$(mc\Delta T)water = -(mc\Delta T)iron$$

$$20kg\left(\frac{4186J}{kg}°C\right)(Tf - 25°C) = -(1.50kg)(\frac{448J}{kg}°C)(Tf - 600°C)$$

$$Tf = 29.6°C$$

Ejercicio Nº10.

Un calentador de agua se opera con energía solar. Si el colector solar tiene un área de $6m^2$ y la intensidad entregada por la luz solar es de 550 W/m^2, ¿Cuánto tarda en aumentar la temperatura de $1m^3$de agua de 20°C a 60°C?

$$P = 550\frac{W}{m^2}\times 6m^2 = 3300W$$

$$P\Delta T = 1.67\times10^{8} J$$

$$\Delta T = \frac{1.67\times10^{8} J}{3300\ W} = 50.7\ ks = 14.1\ h.$$

Cuestionario

1.- ¿Cuáles son los mecanismos de transferencia de calor?

2.- ¿Qué es la Caloría?

3.- ¿Qué energías se encuentran asociadas con la energía interna?

4.- ¿Qué es la Calor latente y cambio de fase?

5.- ¿Cuáles son los principales gases del efecto invernadero?

6.- ¿En que se relaciona la conducción con la convección?

7.- ¿Qué es un Equilibrio térmico?

8.- ¿Defina energía Cinética y Potencial?

9.- ¿Mediante un gráfico explique el proceso de radiación?

13

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Las leyes de la electricidad y del magnetismo desempeñan un papel muy importante en el funcionamiento de dispositivos como reproductores de MP3, televisiones, motores eléctricos, computadoras, aceleradores de alta energía y otros aparatos electrónicos. Incluso, en su forma más básica, las fuerzas interatómicas e intermoleculares responsables de la formación de sólidos y líquidos son, en su origen, eléctricas. Evidencia encontrada en documentos de la antigua China sugiere que desde el año 2000 a.C., el magnetismo ya había sido observado. Los antiguos griegos observaron fenómenos eléctricos y magnéticos desde el año 700 a.C. Conocían las fuerzas magnéticas al observar la magnetita ($Fe3O4$), piedra de origen natural, que es atraída por el hierro. (La palabra eléctrico viene de electrón, palabra griega para designar el “ámbar”. La palabra magnético proviene de Magnesia, nombre de la provincia griega donde se encontró magnetita por primera vez.) No fue sino hasta principios del siglo XIX que los científicos llegaron a la conclusión de que la electricidad y el magnetismo son fenómenos relacionados. En 1819, Hans Oersted descubrió que la aguja de la brújula se desvía si se coloca cerca de uncircuito por el que se conduce una corriente eléctrica. En 1831, Michael Faraday y, en forma simultánea, Joseph Henry, demostraron que cuando se pone en movimiento un alambre cerca de un imán (o, de manera equivalente, cuando un imán se mueve cerca de un alambre), se establece una corriente eléctrica en dicho alambre. En 1873, James Clerk Maxwell aprovechó estas observaciones junto con otros experimentos para sustentar las leyes del electromagnetismo tal como se conocen hoy día. (Electromagnetismo es el nombre que se le da al estudio conjunto de la electricidad y del magnetismo.) La contribución de Maxwell en el campo del electromagnetismo fue de especial relevancia, porque las leyes que formuló son fundamentales para explicar todas las formas de fenómenos electromagnéticos. Su trabajo tiene tanta importancia como las leyes del movimiento y la teoría de la gravitación universal. **(Serway-Jewett. Vol. 2)**.

13.1. CAMPOS ELÉCTRICOS

Una de las fuerzas fundamentales de la naturaleza es la electromagnética, la cual se da entre partículas con carga. El capítulo inicia con una descripción de las propiedades básicas dela fuerza eléctrica, una de las manifestaciones de la fuerza electromagnética. En seguida seexplica la fundamental ley de Coulomb que gobierna las fuerzas eléctricas presentes entredos partículas con carga. A continuación se introduce el concepto de un campo eléctricoasociado a una distribución de carga y se describe su efecto sobre otras partículas con carga.Después se muestra cómo utilizar la ley de Coulomb para calcular el campo eléctrico en unadistribución de cargas conocida. El capítulo concluye con la explicación del movimiento deuna partícula con carga en un campo eléctrico uniforme. **(Serway-Jewett. Vol. 2)**.

13.2 PROPIEDADES DE LAS CARGAS ELÉCTRICAS

A partir de una serie de experimentos sencillos, Benjamín Franklin (1706-1790) determinó que existen dos tipos de cargas eléctricas, a las que dio el nombre de positiva y negativa. Los electrones tienen carga negativa y los protones positiva. Para comprobar la existencia de ambos tipos de carga, imagine una varilla rígida de hule que ha sido frotada contra un trozo de piel y que está suspendida de un hilo. Cuando acerca una varilla de vidrio que ha sido frotada con seda a una varilla de hule, ambas se atraen. Por otra parte, si acerca dos varillas de hule con carga (o dos varillas de vidrio con carga), ambas serepelen. Esta observación demuestra que el hule y el vidrio tienen dos tipos diferentes de carga. Con base en estas observaciones, se puede concluir que cargas de un mismo signo se repelen y cargas de signos opuestos se atraen.

Si aplica la regla establecida por Franklin, a la carga eléctrica en la varilla de vidrio se le denomina positiva y a la varilla de hule, negativa. Por lo tanto, cualquier objeto con carga que sea atraído por una varilla de hule con carga (o repelido por una varilla de vidrio con carga), deberá tener una carga positiva, y cualquier objeto con carga repelido por una varilla de hule con carga (o atraído por una varilla de vidrio con carga), deberá tener una carga negativa.

La carga eléctrica se conserva:

Fig. 13.1 Cuando una varilla de vidrio es frotada con seda, se transfieren electrones del vidrio a la seda. Debido a la conservación de la carga, cada electrón añade carga negativa a la seda, y una cantidad igual de carga positiva queda atrás en la varilla. También, ya que las cargas se transfieren en paquetes discretos, las cargas en ambos objetos son iguales a e o 2e o 3e, y así en forma sucesiva.

13.3 OBJETOS DE CARGA MEDIANTE INDUCCIÓN

Es conveniente clasificar los materiales en función de la capacidad con que los electrones se mueven a través del material: Los conductores eléctricos son aquellos materiales en los cuales algunos de los electrones son libres, no están unidos a átomos y pueden moverse con libertad a través del material. Los aislantes eléctricos son aquellos materiales en los cuales todos los electrones están unidos a átomos y no pueden moverse libremente a través del material .Materiales como el vidrio, el hule y la madera se incluyen en la categoría de aislantes eléctricos. Cuando estos materiales son frotados sólo la zona frotada se carga, y las partículas con carga no pueden moverse hacia otras zonas del material. En contraste, materiales como el cobre, el aluminio y la plata son buenos conductores eléctricos. Cuando están con carga en alguna pequeña zona, la carga se distribuye de inmediato en toda la superficie del material.

Una tercera clase de materiales son los semiconductores, cuyas propiedades eléctricas se ubican entre las correspondientes a los aislantes y a los conductores. El silicio y el germanio son ejemplos muy conocidos de materiales semiconductores de uso común en la fabricación de una gran diversidad de chips electrónicos utilizados en computadoras, teléfonoscelulares y estéreos. Las propiedades eléctricas de los semiconductores cambian, envarios órdenes de magnitud, a partir de la adición de cantidades controladas de ciertosátomos.

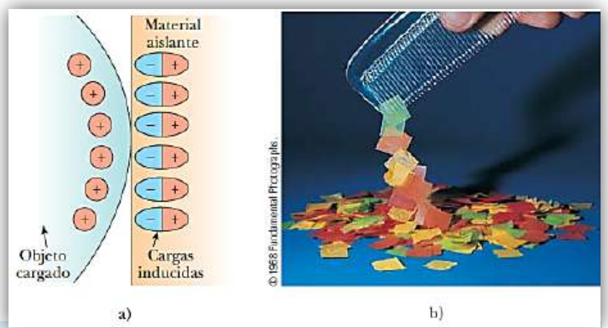


Fig. 13.2 a) El objeto con carga de la izquierda induce una distribución de carga sobre la superficie de un material aislante debido a la realineación de las cargas en las moléculas. b) Un peine con carga atrae fragmentos de papel debido a que las cargas en las moléculas del papel se realinean.

13.4 LEY DE COULOMB

Charles Coulomb (1736-1806) midió las magnitudes de las fuerzas eléctricas entre objetos con carga; para hacerlo usó la balanza de torsión, que él mismo inventó. El principio de operación de la balanza de torsión es el mismo que el del aparato usado por Cavendish para medir la constante de la gravedad, con esferas eléctricamente neutras reemplazadas por esferas con carga. La fuerza eléctrica entre las esferas A y B de la figura 23.5 provoca que se atraigan o se repelan, y el movimiento resultante provoca que la fibra suspendida se tuerza. Gracias a que el momento de torsión de recuperación de la fibra torcida es proporcional al ángulo de rotación de la fibra, una lectura de este ángulo da una medida cuantitativa de la fuerza eléctrica de atracción o de repulsión. Una vez cargadas las esferas por frotación, la fuerza eléctrica entre ambas se vuelve muy grande en comparación con la atracción de la gravedad y, por lo tanto, esta última fuerza se puede ignorar.

A partir de los experimentos de Coulomb, se generalizan las propiedades de la fuerza eléctrica entre dos partículas inmóviles con carga. Para ello se usa el término carga puntual que hace referencia a una partícula con carga de tamaño cero. El comportamiento eléctrico de electrones y protones queda muy bien descrito si se representan como cargas puntuales. Debido a observaciones experimentales es posible encontrar la magnitud de una fuerza eléctrica (a veces llamada fuerza de Coulomb) entre dos cargas puntuales establecidas por la ley de Coulomb:

$$\textit{Ley de Coulomb} \quad F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Donde k e es una constante conocida como constante de Coulomb. En sus experimentos, Coulomb demostró que el valor del exponente de r era 2, con una incertidumbre de unos cuantos puntos porcentuales. Experimentos recientes han comprobado que el exponente es 2, con una incertidumbre de unas cuantas partes en 1016. Los experimentos también muestran que la fuerza eléctrica, como la fuerza de gravedad, es conservativa. El valor de la constante de Coulomb depende de la elección de las unidades. La unidad de carga del SI es el coulomb (C). La constante de Coulomb k e en unidades del SI tiene el valor

$$\textit{Constantede ke} = 8.9876\, X\, 10^9\, N * m^2/C^2$$

Además esta constante se expresa como:

$$\epsilon_0 = 8.8542\ X\ 10^{-12} C^2/N * m^2$$

La unidad de carga más pequeña e conocida en la naturaleza,2 es la carga de un electrón(+e) o de un protón (-e), con una magnitud de

$$E = 160218\ X\ 10 - 19C$$

Fig.13. 3 Balanza de torsión de Coulomb, utilizada para determinar la ley del cuadrado inverso para una fuerza eléctrica entre dos cargas.

$$k_e = \frac{1}{4\pi\ \mathcal{E}_0}$$

Donde la constante$\mathcal{E}_0$ (griega minúscula épsilon) se conoce como la permisividad del vacío.

13.5 EL CAMPO ELÉCTRICO

Como se dijo antes, las fuerzas de campo actúan a través del espacio y producen algún efecto, aun cuando no exista contacto físico entre los objetos que interactúan. El campo gravitacional Gs como un punto en el espacio debido a una fuente particular fue definido en la sección 13.4, como igual a la fuerza gravitacional F S 3*g* que actúa sobre una partícula de prueba de masa *m* dividida entre esa masa: gS_ F S 3*g*/*m*. El concepto de campo fue desarrollado por Michael Faraday (1791-1867) en relación con las fuerzas eléctricas, y es de un valor tan práctico que en los siguientes capítulos recibe mucha atención. En este planteamiento, existe un campo eléctrico en la región del espacio que rodea a un objeto con carga: la carga fuente. Cuando otro objeto con carga —la carga de prueba— entra en este campo eléctrico, una fuerza eléctrica actúa sobre él. Para ejemplificar, que muestra una pequeña carga de prueba positiva $q0$ colocada cerca de un segundo objeto con una carga positiva Q mucho mayor. El campo eléctrico provocado por la carga fuente en la carga de prueba se define como la fuerza eléctrica sobre la carga de prueba *por carga unitaria*, o, para mayor claridad, el vector E S del campo eléctrico en un punto en el espacio se define como la fuerza eléctrica F S 3*e*, que actúa sobre una carga de prueba positiva $q0$ colocada en ese punto, dividida entre la carga de prueba.

Fig. 4 Esta fotografía dramática captura la caída de un rayo sobre un árbol cerca de algunas casas en una zona rural. Los relámpagos están asociados con campos eléctricos muy intensos que se generan en la atmósfera.

13.6 CAMPO ELÉCTRICO DE UNA DISTRIBUCIÓN DE CARGA CONTINUA

Con mucha frecuencia, en un grupo de cargas, la distancia existente entre ellas es mucho más reducida que la distancia entre el grupo y el punto donde se desea calcular el campo eléctrico. En esta situación, el sistema de cargas se modela como si fuera continuo. Es decir, el sistema de cargas espaciadas en forma compacta es equivalente a una carga total que es distribuida de forma continua a lo largo de alguna línea, sobre alguna superficie, o por todo el volumen.

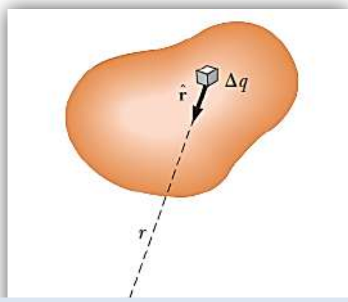


Fig. 5 El campo eléctrico en P debido a una distribución continua de carga es el vector suma de los campos Δ E debidos a todos los elementos Δq de la distribución de carga.

13.7 LEY DE GAUSS

En esta sección se describe una correspondencia de tipo general entre el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada (con frecuencia considerada como superficie gaussiana) y la carga encerrada en la superficie. Esta correspondencia, conocida como ley de Gauss, es de importancia fundamental en el estudio de los campos eléctricos. Suponga de nuevo una carga puntual positiva q ubicada en el centro de una esfera de radio *r*, como se observa en la figura 24.6. De la ecuación 23.9, sabe que la magnitud del campo eléctrico en todos los puntos de la superficie de la esfera es *E* _ *keq*/*r* 2. Las líneas de campo están dirigidas radialmente hacia afuera y por tanto son perpendiculares a la superficie en todos sus puntos. Es decir, en cada punto de la superficie, **E** → es paralelo al vector **A** →*i* que representa un elemento de área local *Ai* que rodea al punto en la superficie.

13.2CORRIENTE Y RESISTENCIA

Ahora se considerarán situaciones que involucran cargas eléctricas que están en movimiento a través de cierta región del espacio. Se usa el término corriente eléctrica, o simplemente corriente, para describir la relación de flujo de carga. Las aplicaciones más prácticas de la electricidad se relacionan con corrientes eléctricas. Por ejemplo, la batería en una lámpara de mano produce una corriente en el fi lamento del foco cuando se activa el interruptor. Muchos electrodomésticos funcionan con corriente alterna. En estas situaciones comunes, existe corriente en un conductor tal como en un alambre de cobre. Además las corrientes pueden existir afuera de un conductor. Por ejemplo, un haz de electrones en el cinescopio de un televisor constituye una corriente.

13.2 CORRIENTE ELÉCTRICA

En esta sección verá cómo se da el flujo de las cargas eléctricas a través de un material. La cantidad de flujo depende del material a través del cual pasan las cargas y de la diferencia de potencial que existe de un extremo al otro del material. Siempre que hay un flujo netode carga a través de alguna región, se dice que existe una corriente eléctrica. Resulta instructivo hacer una analogía entre el flujo de agua y la corriente: en muchos sitios se instalan salidas de regadera de bajo flujo para ahorrar agua y se cuantifica el flujo de agua de éste y otros dispositivos al especificar la cantidad de agua que sale durante un cierto intervalo de tiempo, y con frecuencia se mide en litros por minuto. En una escala mayor, es posible definir la corriente de un río al dar la cantidad a la cual pasa el agua por una determinada ubicación; por ejemplo, el flujo sobre el borde en las cataratas del Niágara se mantiene entre 1400 y 2800 m3/s.

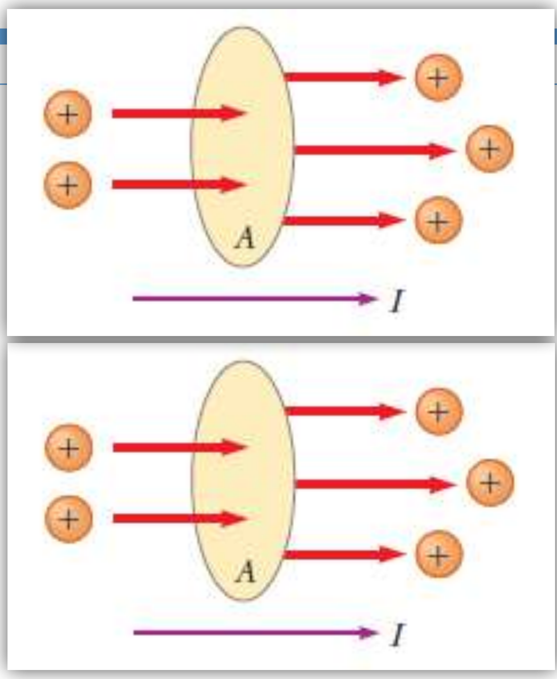


Fig.13. 6 Cargas en movimiento a través de un área A. La rapidez a la cual fluye la carga a través del área se define como corriente I. La dirección de

caso existe un campo eléctrico en el conductor. Piense en un conductor de área de sección transversal *A* que transporta una corriente

$$\textbf{Densidad de Corriente } \mathbf{J} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{A}} = \mathbf{nqv_d}$$

Donde *J* tiene unidades en el SI de amperes por cada metro cuadrado. Esta expresiónes válida sólo si la densidad de corriente es uniforme y sólo si la superficie del área desección transversal *A* es perpendicular a la dirección de la corriente.

Tan pronto como se mantiene una diferencia de potencial a través del conductor se establece una densidad de corriente y un campo eléctrico. En algunos materiales, la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico:

$$\boldsymbol{J = \delta E}$$

Donde la constante de proporcionalidad s se conoce como conductividad del conductor. Los materiales que obedecen la ecuación 27.6, siguen la ley de Ohm, en honor a Georg Simón Ohm. De una manera más específica, la ley de Ohm afirma que:

En muchos materiales (inclusive la mayor parte de los metales) la relación de la densidad de corriente al campo eléctrico es una constante s que es independiente del campo eléctrico que produce la corriente.

13.10 CAMPOS MAGNÉTICOS

13.10.1 Campos Y Fuerzas Magnéticas

Cuando se estudió la electricidad, se describieron las interacciones entre objetos con carga en función de campos eléctricos. Recuerde que cualquier carga eléctrica está rodeada por un campo eléctrico. Además de contener un campo eléctrico, el espacio que rodea a cualquier carga eléctrica en movimiento, también contiene un campo magnético. También cualquier sustancia magnética que forma parte de un imán permanente está rodeada de un campo magnético. Históricamente el símbolo BS ha sido utilizado para representar el campo magnético, y ésta es la notación utilizada en este libro. La dirección del campo magnético BS en cualquier sitio es la dirección a la cual apunta la aguja de una brújula colocada en dicha posición. Igual que en el caso del campo eléctrico, es posible representar el campo magnético gráficamente utilizando líneas de campo magnético.

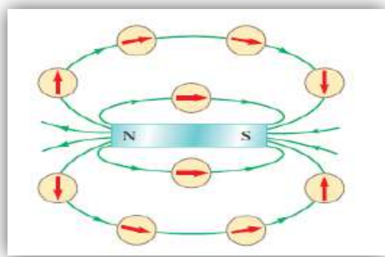


Fig. 13.7 Con la aguja de la brújula pueden trazarse las líneas de campo magnético en la región externa de un imán de barra.

13.11 EL EFECTO HALL

Cuando se coloca un conductor de corriente en un campo magnético, se genera una diferencia de potencial en una dirección perpendicular tanto a la corriente como al campo magnético. Este fenómeno, que fue observado por primera vez por Edwin Hall (1855- 1938) en 1879, se conoce como efecto Hall. El arreglo utilizado para observar el efecto Hall está constituido por un conductor plano que transporta una corriente I en la dirección x, En la dirección y se aplica un campo magnético uniforme $B^{->}$.

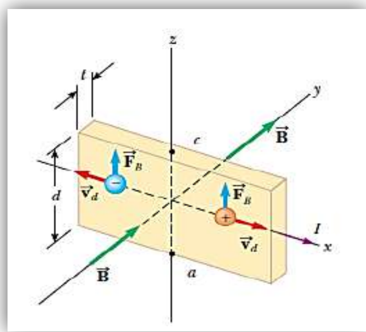


Fig. 13. 8 Para observar el efecto Hall, se aplica un campo magnético a un conductor que transporta corriente. Cuando I tiene la dirección x y $B^{->}$ la dirección y, los portadores de cargas tanto positivas como negativas se desvían hacia arriba en el campo magnético. El voltaje Hall se mide entre los puntos a y c.

13.12 ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

La propagación de perturbaciones mecánicas como ondas de sonido, ondas en el agua y ondas sobre una cuerda requieren la presencia de un medio. Este capítulo está interesado con las propiedades de las ondas electromagnéticas, las cuales (a diferencia de las ondas mecánicas) pueden propagarse a través de un espacio vacío. Primero se consideran las aportaciones de Maxwell al modificar la ley de Ampère, que se estudió en el capítulo 30. Después se explican las ecuaciones de Maxwell, que forman la base teórica de todos los fenómenos electromagnéticos. Estas ecuaciones predicen la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan en el espacio con la rapidez de la luz *c*. Heinrich Hertz confirmó la predicción de Maxwell cuando generó y detectó ondas electromagnéticas en 1887. Este descubrimiento condujo a muchos sistemas de comunicación prácticos, incluidos radio, televisión, radar y optoelectrónica. Aprenderá cómo las cargas eléctricas oscilantes generan ondas electromagnéticas. Las ondas radiadas por cargas oscilantes pueden detectarse a grandes distancias. Además, porque las ondas electromagnéticas transportan energía y cantidad de movimiento, pueden ejercer presión sobre una superficie. Este capítulo concluye con un vistazo a la amplia gama de frecuencias cubiertas por las ondas electromagnéticas.

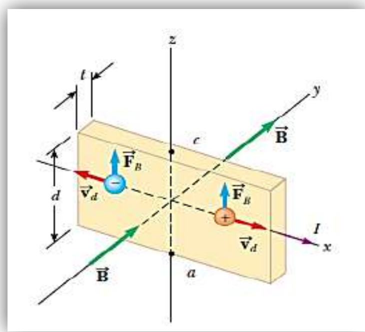
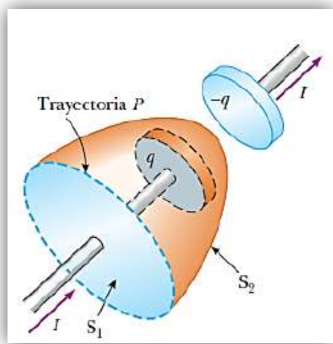
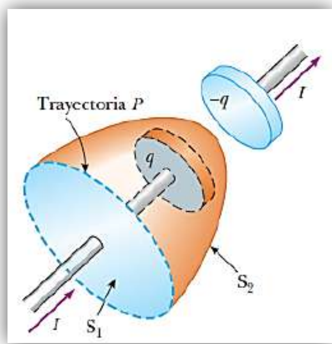


Fig.13. 9 Dos superficies S1 y S2 cerca de la placa de un capacitor están limitadas por la misma trayectoria P. La corriente de conducción en el alambre pasa solamente a través de S1, lo que conduce a una contradicción en la ley de Ampère que sólo se resuelve si uno postula una corriente de





Pb	**7.18**
Hg	4.15
Sn	3.72
Al	1.19
Zn	0.88

Tabla N° 13.1 Electricidad y Magnetismo

TEMPERATURAS CRÍTICAS DE VARIOS SUPERCONDUCTORES	
MATERIAL	**T_e (K)**
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$	134
Tl-Ba-Ca-Cu-O	125
Bi-Sr-Ca-Cu-O	105
$YBa_2Cu_3O_7$	92
Nb_3Ge	23.2
Nb_3Sn	18.05
Nb	9.46
Pb	7.18
Hg	4.15
Sn	3.72
Al	1.19
Zn	0.88

CONSTANTES DIELÉCTRICAS Y RESISTENCIAS DIELÉCTRICAS APROXIMADAS DE DIVERSOS MATERIALES A TEMPERATURA AMBIENTE		
MATERIAL	**CONSTANTE DIELÉCTRICA K**	**INTENSIDAD DIELÉCTRICA**
Aceite de silicón	2.5	15
Agua	80	-
Aire (seco)	1.00059	3
Baquelita	4.9	24
Cloruro de polivinilo	3.4	40
Cuarzo fundido	3.78	8
Hule de neopreno	6.7	12
Mylar	3.2	7

Formulario Nº 13. Electricidad y Magnetismo

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
$F_e = k_e \frac{\lvert q_1 \rvert \lvert q_2 \rvert}{r^2}$	Ley de Coulomb
$ke = 8.9876 \text{ X } 10^9 \text{ N} * \text{m}^2/\text{C}^2$	Constante de Coulomb
$k_e = \frac{1}{4\pi\, \varepsilon_0}$	Otra expresión de la constante de Coulomb
$J = \frac{I}{A} = nqv_d$	Densidad de corriente

EXPERIMENTO DE MAGNETISMO DEL IMÁN Y LA VELA

Materiales:

- 1 vela
- 1 imán
- 1 encendedor

Procedimiento:

Primero enciende la vela. Observa la llama unos segundos y registra lo que sucede. Luego toma el imán y lentamente, acércalo una y otra vez a la llama. Observa qué sucede ahora y verás que la llama modifica su forma de acuerdo a cómo se acerca el imán. También podrás hacer que la llama se estire hacia arriba si colocas dos imanes en lugares opuestos de la llama.

Explicación:

Toda materia tiene propiedades magnéticas, aunque en muchos casos el efecto del magnetismo es muy débil como para poderlo observar a simple vista. Hasta el fuego de una vela encendida o, mejor dicho, el gas que produce una vela encendida, tiene un efecto magnético. Lo que ocurre aquí es que el oxígeno en el aire es atraído por el imán mientras que el oxígeno es eliminado por la reacción química que enciende la llama.

*EXPERIMENTO DE BATERÍA DE ELECTRICIDAD CON LIMONES

Materiales:

- Limones.
- Tornillos.
- Monedas con alto contenido en cobre.
- Cable de cobre
- Tijera

OPCIONAL:

- Multímetro.
- Luz LED.

Procedimiento:

Conseguir nuestra pila de limones es muy sencillo. Con la tijera practicamos dos cortes en los dos extremos del limón. Por uno introducimos un tornillo y por el otro la moneda de cobre. De esta manera tenemos la pila de limones.

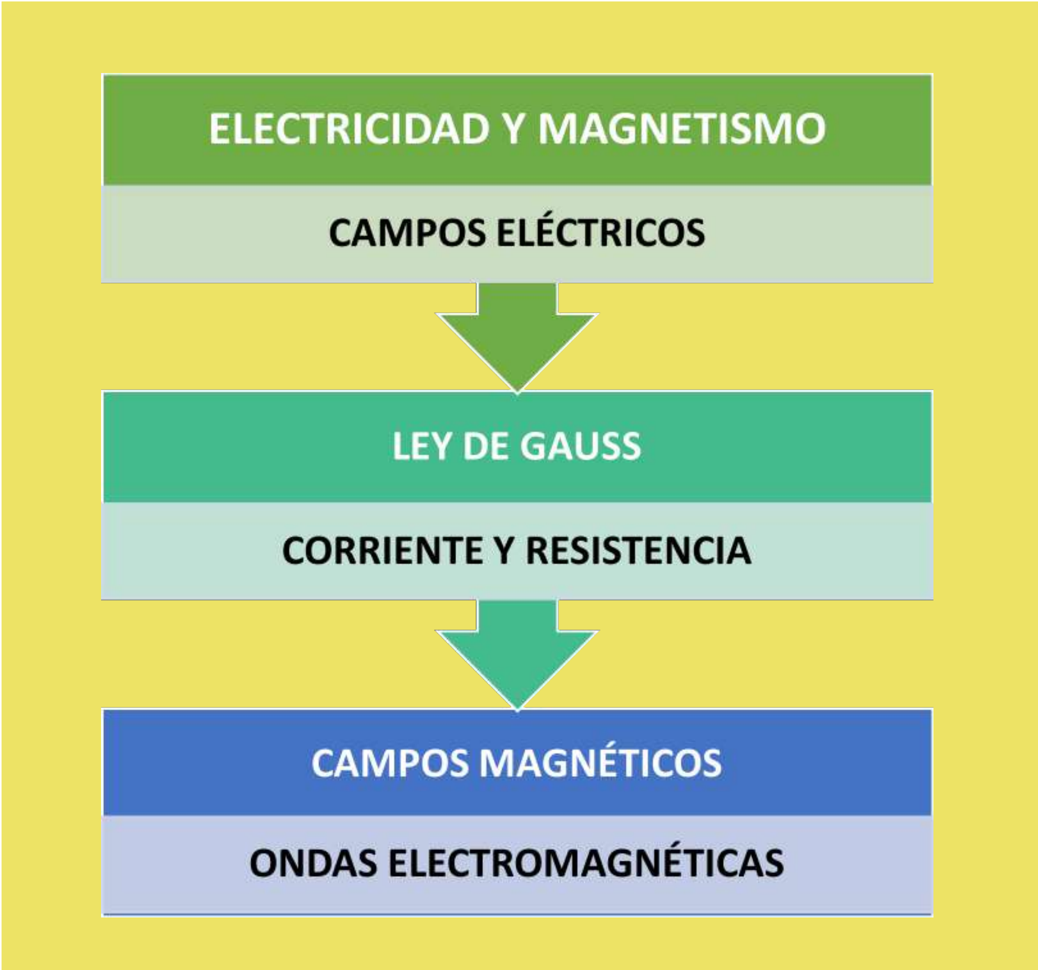
Esta pila alcanza más o menos siempre 1v por lo que será necesario por lo menos unas 3 pilas para poder iluminar un led.

Explicación:

El funcionamiento es muy similar a la pila de monedas, pero en este caso introducimos un metal galvanizado (tornillo), que no es más que un metal que recubre a otro (zinc sobre hierro), y una moneda con alto contenido en cobre en el jugo de limón, actuando de electrolito, favoreciendo una transmisión de electrones.

En esta reacción redox, el tornillo cede electrones (siendo este el reductor) a la moneda de cobre (que es el oxidante) generando así una pequeña corriente eléctrica. Esta reacción durará hasta que se haya disuelto todo el zinc.

OrganizadorGráfico Nº 13. Electricidad y Magnetismo



Ejercicios Resueltos Nº 13. Electricidad y Magnetismo

Ejercicio Nº 1

Una tira de cobre rectangular de 1.5 cm de ancho y 0.10 cm de grosor porta una corriente de 5.0 A. Encuentre el voltaje Hall para un campo magnético de 1.2 T aplicado en una dirección perpendicular a la tira.

$$\Delta V_h = \frac{IB}{nqt} = \frac{(5.0\ A)\ (1.2\ T)}{(8.46\ X\ 10^{28} m^{-3})(1.6\ X\ 10^{-19} C)(0.0010m)}$$

$$\Delta V_h = 0.44\ \mu\text{V}$$

Ejercicio Nº 2

Una bobina rectangular con dimensiones de 5.40 cm x 8.50 cm consiste en 25 vueltas de alambre y conduce una corriente de 15.0 mA. Se aplica un campo magnético de 0.350 T paralelo al plano de la bobina. Calcule la magnitud del momento dipolar magnético de la bobina.

$$\mu_{bobina} = NI\ = (25)(15.0\ x\ 10^{-3}\ A)(0.054o\ m)(0.0850\ m)$$

$$= 1.72\ x10^{-3}\ A * m^2$$

Ejercicio Nº 3

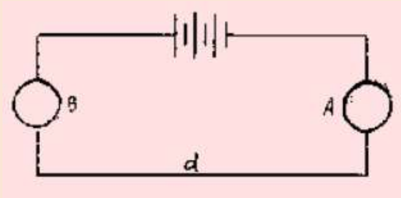
Una bobina rectangular con dimensiones de 5.40 cm x 8.50 cm consiste en 25 vueltas de alambre y conduce una corriente de 15.0 mA. Se aplica un campo magnético de 0.350 T paralelo al plano de la bobina. ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión que actúa sobre la espira?

$$T = \ \mu_{bobina} B = (1.72\ x\ 10^{-3}\ A * m^2)(0.350T)$$

$$= 6.02\ x10^{-4}\ N * m$$

Ejercicio Nº 4

Dos esferas conductoras de radio r, situadas a una distancia d >> r, se conectan a una batería de ε V. Calcular la carga que adquieren.



$$Vb = K \cdot qBr - K \cdot qBd = K \cdot qB(\frac{1}{r} - \frac{1}{d})$$

$$VA = -K \cdot qA(\frac{1}{r} - \frac{1}{d})$$

$$qA = qB \Rightarrow VB - VA = 2K \cdot q(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}) = \varepsilon$$

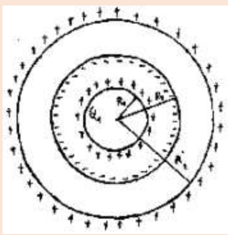
$$q = \frac{\varepsilon}{2K} \times 1(\frac{1}{r} - \frac{1}{d})$$

$$q = \varepsilon \cdot \frac{r}{2K}$$

Ejercicio Nº 5

Una esfera conductora de radio R1 tiene una carga Q1. Se rodea de otra de radios R2 y R'2. Calcular los potenciales de las dos esferas respecto del infinito y los nuevos potenciales si la esfera exterior se une a tierra.

Calcular el trabajo del campo electrostático durante la formación de la esfera hueca a partir de los dos hemisferios situados a gran distancia.



$$V1 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon 0} + (\frac{Q1}{R1} - \frac{Q1}{R2} + \frac{Q1}{R'2})$$

$$V2 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon 0} \cdot \frac{Q1}{R'2}; \; V'2 = 0$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot V$$

$$W=\frac{1}{2}\cdot Q1(V1-V2)=\frac{Q1}{8\cdot\pi\cdot\varepsilon0}\left(\frac{Q1}{R1}-\frac{Q1}{R2}+\frac{Q1}{R'2}\right)-$$

$$-\frac{Q1}{8\cdot\pi\cdot\varepsilon0}\cdot\frac{Q1}{R'2}=\frac{Q1}{8\cdot\pi\cdot\varepsilon0}\left(\frac{Q1}{R1}-\frac{Q1}{R2}\right)$$

Ejercicio Nº 6

¿Qué tensión puede soportar y que carga admite un condensador plano, si la superficie de sus placas es de 0,1 m² y la distancia 2 mm y el espacio entre las armaduras está ocupado por una lámina de mica de rigidez 108 V/m y permisividad relativa 7?

$$C=\frac{Q}{V}=\varepsilon0\varepsilon r\cdot\frac{S}{d}$$

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon0}=\frac{Q}{S\cdot\varepsilon0}$$

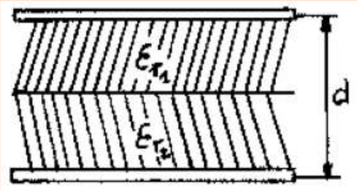
$$108\left(\frac{V}{m}\right)=\frac{Q}{S}\cdot\varepsilon0=\frac{Q}{0{,}1m2\times 8{,}85\times 10^{-12}Far/m}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q=8{,}85\times 10^{-5}Cul$$

$$C=\frac{Q}{V}=\varepsilon0\varepsilon r\cdot\frac{S}{d}\Rightarrow V=Q\cdot\frac{d}{S\cdot\varepsilon0\varepsilon r}=2{,}85\times 10^{4}\ Voltios$$

Ejercicio Nº 7

Calcular la capacidad de los condensadores representados en las figuras adjuntas.



El primer sistema equivale a dos condensadores en serie; por lo tanto, tendremos:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C1}+1C2=\frac{\frac{d}{2}}{S\cdot\varepsilon0\cdot\varepsilon r1}+\frac{\frac{d}{2}}{s\cdot\varepsilon0\cdot\varepsilon r2}+=\frac{d(\varepsilon r1+\varepsilon r2)}{2\cdot S\cdot\varepsilon0\varepsilon r1\varepsilon r2}$$

Y la capacidad del condensador será:

$$C = \frac{2 \cdot S\ \varepsilon 0 \varepsilon r1 \varepsilon r2}{d(\varepsilon r1 + \varepsilon r2)}$$

El segundo sistema equivale a una asociación en paralelo y, por tanto:

$$C = C1 + C2 = \varepsilon 0 \cdot \varepsilon r1 \cdot \left(\frac{S}{2}\right) d + \varepsilon 0 \cdot \varepsilon r2 \cdot \left(\frac{S}{2}\right) d = \frac{\varepsilon 0 S(\varepsilon r1 + \varepsilon r2)}{2d}$$

Ejercicio Nº 8

Las armaduras de un condensador plano distan 1 cm y su capacidad es de 1 nF. Si se coloca a una tensión de 200 KV, calcular el trabajo para separar las armaduras hasta una distancia de 2 cm, en los casos:

a) Si las armaduras están aisladas

b) Si las armaduras están unidas a la fuente de tensión.

En cada una de las posiciones el condensador tendrá una capacidad distinta pues esta depende de la distancia entre las placas. Así pues, el trabajo para separar las armaduras en el primer caso es:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q2}{C2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{Q2}{C1} = \frac{1}{2} \cdot Q2(\frac{1}{C2} - \frac{1}{C1})$$

$$C1 = \varepsilon \frac{S}{d1}; C2 = \varepsilon \frac{S}{d2} \Rightarrow \varepsilon S = C1d1 = C2d2 \Rightarrow C2 = (\frac{d1}{d2})C1$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q2\left(\frac{1}{C2} - \frac{1}{C1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q2}{C1}(\frac{d2}{d1} - 1)$$

$$C = 1nF = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{200KV} = 10^{-9}F \Rightarrow Q = 2\times 10^{-4} cul$$

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q2}{C1} + +\left(\frac{d2}{d1} - 1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2\times 10^{-4} cul)^2}{10^{-9}\ F}\right)(\frac{2}{1} - 1) = 20J$$

Para calcular el trabajo a realizar en el segundo caso, debemos considerar que la batería desarrolla trabajo sobre el condensador y, por lo tanto, tendremos:

δL = trabajo mecánico

δW = trabajo transferido de la batería al condensador = - V.dq

δU = variación de energía electrostática

$$\delta U = \delta L - \delta W \Rightarrow \delta L = \delta U + \delta W \Rightarrow dL = dU + dW$$

La diferencial de energía electrostática como función de la capacidad, la podemos obtener por la relación:

$$U = \frac{1}{2} \cdot CV2 \Rightarrow dU = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC$$

$$W = -V \cdot q \Rightarrow dW = -V \cdot dq$$

$$q = C \cdot V \Rightarrow dq = V \cdot dC$$

$$dW = -V2 \cdot dC$$

$$dL = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC - V2 \cdot dC = -\frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC$$

$$\triangle\, L = \int (L1L2) dL = \int (C1C2) - \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC \Rightarrow$$

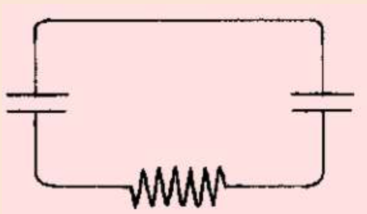
$$\Rightarrow \triangle\, L = -\frac{1}{2} V2(C2 - C1) = \frac{1}{2} V2(C1 - C2)$$

$$\triangle\, L = \frac{1}{2} V2(C1 - C2) = \frac{1}{2} V2(C1 - \frac{d1}{d2} \cdot C1) =$$

$$= \frac{1}{2} V2C1(1 - \frac{d1}{d2}) = 10\, J.$$

<u>Ejercicio Nº 9</u>

Dos condensadores de capacidades C_1 y C_2 y cargas Q_1 y Q_2 se ponen en contacto a través de una resistencia de valor r. Comparar la tensión final con las iniciales V_1 y V_2, así como la energía final, W', y la inicial, W. Determinar la carga que atraviesa la resistencia.



Antes de conectar los condensadores entre sí, podemos establecer las relaciones:

$$Q1 = V1 \cdot C1\,; Q2 = V2 \cdot C2$$

Cuando se conectan y se alcanza el equilibrio, la carga total no varía y la diferencia de potencial entre las placas es la misma para ambos condensadores:

$$Q'1 + Q'2 = Q1 + Q2; Q'1 = V \cdot C1; Q'2 = V \cdot C2$$

Podemos poner entonces, al estar los condensadores en paralelo:

$$V = \frac{Q'1}{C1} = \frac{Q'2}{C2} = \frac{Q'1 + Q'2}{C1 + C2} = \frac{Q1 + Q2}{C1 + C2} += \frac{C1V1 + C2V2}{C1 + C2}$$

De esas mismas relaciones podemos obtener:

$$Q'1 = \frac{C1}{C1 + C2}(Q1 + Q2); \qquad Q'2 = \frac{C2}{C1 + C2} + (Q1 + Q2)$$

La energía electrostática del sistema valdrá en cada caso:

$$W = \frac{1}{2}(C1 \cdot V21 + C2 \cdot V22); \qquad W' = \frac{1}{2}(C1 + C2) \cdot V2$$

Y, según eso, la variación de energía del sistema será:

$$\vartriangle W = W' - W = \frac{1}{2}(C1 + C2)V2 - \frac{1}{2}(C1V21 + C2V22)$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{C1C2}{C1 + C2}$$

La carga que atraviesa la resistencia vendrá dada por:

$$\vartriangle Q1 = - \vartriangle Q2 = C1V - C1V1 =$$

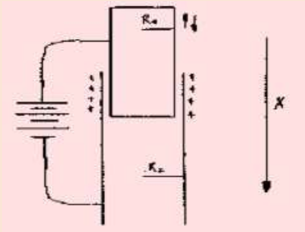
$$C1 \cdot \frac{C1V1 + C2V2}{C1 + C2} - C1V1 = \frac{C1 \cdot C2}{C1 + C2}(V2 - V1)$$

Ejercicio Nº 10

Los dos cilindros coaxiales de un condensador tienen radios R_1 y R_2 y están conectados a los polos de un generador de tensión V y resistencia interna despreciable. Calcular:

a) La fuerza con que se atraen las armaduras

b) La corriente que circula por el generador, si un dispositivo mecánico provoca un movimiento sinusoidal de la armadura interna con una frecuencia w y una amplitud a.



Hasta que se alcance el equilibrio, la diferencia de potencial entre las placas es constante pero varía la capacidad y, por consiguiente, la carga del condensador.

En un instante determinado, cuando la carga almacenada por el condensador es Q y su capacidad C, la energía del sistema vale:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q2}{C} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot V = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V2$$

$$dW = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC$$

$$Q = C \cdot V \Rightarrow dQ = V \cdot dC; W' = Q \cdot V \Rightarrow dW' = V2 \cdot dC$$

$$dL = -(dW - dW') = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC$$

dL=Fx·dx

$$dL = Fx \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC \Rightarrow Fx = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot \frac{dC}{dx}$$

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot x}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)} \Rightarrow dC = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot dx}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)} + \Rightarrow \frac{dC}{dx} += \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)}$$

$$Fx = 12 \cdot V2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)} \cdot V2$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dC}{dt} \cdot V = \frac{dC}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot V$$

$$x = x_0 + a \cdot sin(\omega t + \phi) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = a \cdot \omega \cdot cos(\omega t + \phi)$$

$$I = V \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot a \cdot \omega \cdot cos(\omega t + \phi) = I_0 \cdot cos(\omega t + \phi)$$

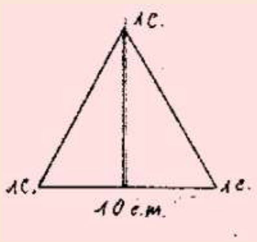
Ejercicio Nº 11

Se tienen tres cargas eléctricas iguales de 1 culombio cada una y se colocan en los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado. Calcular:

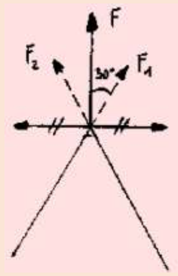
a) La fuerza sobre cada carga y la energía potencial de cada una de ellas como resultado de las interacciones con las otras.

b) El campo y el potencial eléctrico resultante en el centro del triángulo

c) La energía potencial interna del sistema



Puesto que todas las cargas son iguales, podemos ver que la fuerza sobre cada carga llevará la dirección de la bisectriz que parte del vértice en que se encuentra la carga.



Cada una de estas fuerzas será debida a dos componentes que llevarán las direcciones de los lados que concurren en el vértice en que se encuentra la carga. Cada componente vale:

$$F = K(\frac{Q}{r})^2 = 9\times10^9\times\frac{(1)}{(0,1)^2} = 9\times10^{11}Nw$$

$$Ft = F1cos30 + F2cos30 = 2\cdot F\cdot cos30 = 2\times9\times1011\times\frac{\sqrt{3}}{2}Nw$$

$$Ep = V \cdot q = (1{,}8\times10^{11}\ Voltios)\times1\ Culombio = 1{,}8\times10^{11}J.$$

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow E \cdot q = F = 0 \Rightarrow E = 0$$

$$V = \sum(i = 1)\frac{1}{4 \cdot \pi\varepsilon} + \times\frac{qi}{ri} = 4{,}5\times10^{11}\ Voltios$$

$$\frac{1}{2}\sum(i = 1)\ qjVj = 2{,}7\times10^{11}\ Julios$$

<u>Ejercicio Nº 12</u>

Determinar el campo eléctrico generado por un dipolo, en un punto lo suficientemente alejado del mismo.

Un dipolo eléctrico está constituido por dos cargas eléctricas de igual magnitud y signo contrario, situadas a pequeña distancia.

Sabiendo que en cualquier punto del campo, la componente del campo en cierta dirección es igual al gradiente, cambiado de signo, del potencial en dicho punto, vamos a calcular primero el potencial en un punto P, para determinar después el campo.

Sea r la distancia del punto P al centro del eje del dipolo y θ el ángulo que forma r con dicho eje.

Cada una de estas fuerzas será debida a dos componentes que llevarán las direcciones de los lados que concurren en el vértice en que se encuentra la carga. Cada componente vale:

$$= K(\frac{Q}{r})^2 = 9\times10^9\times\frac{(1)}{(0{,}1)^2} = 9\times10^{11}Nw$$

$$Ft = F1cos30 + F2cos30 = 2 \cdot F \cdot cos30 = 2\times9\times1011\times\frac{\sqrt{3}}{2}Nw$$

$$V = \frac{\sum(i = 1)(1)}{4 \cdot \pi\varepsilon0}\times\frac{qi}{ri} = 2\times9\times10^9\times\frac{1}{0{,}1} = 1{,}8\times10^{11}V.$$

$$Ep = V \cdot q = (1{,}8\times10^{11}\ Voltios)\times1\ Culombio = 1{,}8\times10^{11}J.$$

$$FE = \frac{F}{q} \Rightarrow E \cdot q = F = 0 \Rightarrow E = 0$$

$$V = \sum(i = 1) \frac{1}{4 \cdot \pi\varepsilon} + \times \frac{qi}{ri} = 4{,}5 \times 10^{11}\ Voltios$$

$$\frac{1}{2} \sum(i = 1)\ qjVj = 2{,}7 \times 10^{11}\ Julios$$

Ejercicio Nº 12

Determinar el campo eléctrico generado por un dipolo, en un punto lo suficientemente alejado del mismo.

Un dipolo eléctrico está constituido por dos cargas eléctricas de igual magnitud y signo contrario, situadas a pequeña distancia.

Sabiendo que en cualquier punto del campo, la componente del campo en cierta dirección es igual al gradiente, cambiado de signo, del potencial en dicho punto, vamos a calcular primero el potencial en un punto P, para determinar después el campo.

Sea r la distancia del punto P al centro del eje del dipolo y θ el ángulo que forma r con dicho eje.

$$E = \sqrt{E2r} + E2\theta = \frac{k.p}{r3} + \sqrt{4} \cdot cos2\theta + sin2\theta$$

$$tan\phi = \frac{E\theta}{Er} = \frac{k \cdot p \cdot \frac{sin\theta}{r3}}{2 \cdot k \cdot p \cdot \frac{cos\theta}{r3}} = \frac{sin\theta}{2 \cdot cos\theta} = \frac{1}{2} \cdot tan\theta$$

Ejercicio Nº 13

Calcula la intensidad de la corriente que alimenta a una lavadora de juguete que tiene una resistencia de 10 ohmios y funciona con una batería con una diferencia de potencial de 30 V.

Para darle solución a este problema, basta con retomar los datos del problema que en este caso sería la resistencia de 10 Ohmios, y una tensión de 30 Volts, por lo que tendríamos.

$$R = 10\Omega$$

$$V = 10V$$

$$i =$$

El problema nos pide la corriente, por lo que tendremos que aplicar la ley del ohm, para hallarla.

$$i = \frac{V}{R} = \frac{30V}{10\Omega} = 3A$$

Ejercicios Propuestos Nº 13. Electricidad y Magnetismo

- Considere un electrón cerca del ecuador de la Tierra. ¿En qué dirección tiende a desviarse si su velocidad está dirigida haciaa) abajo, b) el norte, c) el oeste o d) el sureste?

- Un electrón se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético constante de magnitud 1.00 mT. El momentum angular del electrón en relación con el centro del círculo es 4.00 10^{-25} kg * m^2/s. Determine a) el radio de la trayectoria circular y b) la rapidez delelectrón.

- Un electrón choca en forma elástica con unsegundo electrón que está inicialmente en reposo. Después de lacolisión, los radios de sus trayectorias son 1.00 cm y 2.40 cm. Lastrayectorias son perpendiculares a un campo magnético uniformede magnitud 0.044 0 T. Determine la energía (en keV) del electrónincidente.

Cuestionario Nº 13. Electricidad y Magnetismo

Señala la respuesta correcta

¿Quién fue el que determinó que existen dos tipos de cargas eléctricas

a) Benjamín Franklin

b) Albert Einstein

c) Isaac Newton

d) Stephen Hacking

¿Qué son los conductos eléctricos?

a) El sistema de cargas espaciadas en forma compacta es equivalente a una carga total que es distribuida de forma continua a lo largo de alguna línea

b) Los conductores eléctricos son aquellos materiales en los cuales algunos de los electrones son libres, no están unidos a átomos y pueden moverse con libertad a través del material.

c) La propagación de perturbaciones mecánicas.

d) Cargas en movimiento a través de un área.

Responde correctamente cada una de las siguientes preguntas

1. ¿Qué papel desempeñan las leyes de la electricidad y del magnetismo?
2. ¿Qué hizo Charles Coulomb para establecer la ley de Coulomb?
3. ¿Qué son los conductos eléctricos?
4. ¿Cuándo se produce el efecto de Hall?
5. ¿Qué se puede hacer con las agujas de la brújula?
6. ¿Cuáles podrían ser ejemplos de semiconductores eléctricos?
7. ¿Qué son las ondas electromagnéticas?

Bibliografía

1. Alonso, M. & Acosta, V. (1983). Introducción a la física: mecánica - calor (tomo 1). Bogotá [Colombia]: Publicaciones cultural. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
2. Alonso, M. & Acosta, V. (1983). Introducción a la física: óptica, acústica, electromagnetismo (tomo 2). Bogotá [Colombia]: Publicaciones cultural. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
3. Alonso, M. & Onofre, O. (1987). Física: Campos y ondas. México D.F. [México]: Addison-Wesley Iberoamericana. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
4. Alvarenga, 1979. Fisica General, Disponible en la biblioteca de la facultad de Inngenieria civil.
5. Riberio A. - Alvarenga B., (1998) Física general, Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
6. Becerril Albarrán, J. (1994). Introducción a la física y a la química (3ra. ed.). Estados Unidos: Oxford University press. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
7. Blatt, F. J. (1991) *Fundamentos de Física.* Tercera edición. México: Prentice Hall Hispanoamérica S.A. Disponible en: Casa de la Cultura Núcleo de El Oro.
8. Bueche, F. (1991). Física general. Madrid [España]: McGraw-Hill/Interamericana. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
9. García C y Diettes de GarcíaM., (1985), Física I, 1ra edición. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
10. García C y Diettes de GarcíaM., (1985) Física II, 1ra edición-. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.

11. Douglas C. Giancoli, (1988) Física General V. I, 4ta edición. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
12. Douglas C.Giancoli, (2009) Física para ciencias e ingeniería con física moderna V. II, 4ta edición. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
13. Douglas, G. (1994). Física: principios con aplicaciones (3ra. ed.). México D.F [México]: Prentice-Hall Hispanoamericana. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
14. Eisberg, R. (1988). Física: biblioteca científica y tecnológica (1ra. ed. Vol. 1). México D.F. [México]: Limusa. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
15. Eisberg, R. (1988). Física: biblioteca científica y tecnológica (1ra. ed. Vol. 2). México D.F. [México]: Limusa. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
16. Eisberg, R. (1988). Física: biblioteca científica y tecnológica (1ra. ed. Vol. 3). México D.F. [México]: Limusa. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
17. Eisberg, R. (1988). Física: biblioteca científica y tecnológica (1ra. ed. Vol. 4). México D.F. [México]: Limusa. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
18. Falder, J., Yuste, F. & Ramos, J. (1979). Física y química: rama agraria (2da. ed.). Madrid [España]: Paraninfo. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
19. Gamón, G y Mcleveland J., (1975). Física, 1ra edición, Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
20. Giancoli, GiancoliD. C., (2009) Física 2 Principios con aplicaciones, 6ta edición-. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
21. Hanzen Wayne, E. & Pidd, R. (1969). Física. Bogotá [Colombia]: Norma. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.

22. MckelveyJohn P. (1817), Física para Ciencias e Ingeniería V.II, 1ra edición-. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil
23. Maiztegui A.; Sabato, J.(1977)*Introducción a la Física.* Argentina: Kapelusz S.A. Disponible en: Casa de la Cultura Núcleo de El Oro.
24. Moncada Piedra, G. (1995). Física: Conceptos básicos. México: McGraw - Hill. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
25. Resnick, R., Halliday, D., & Kenneth, K. (1995). Física 1 (4ta. ed., Vol.1). México: Compañía editorial continental. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
26. Sears, F. (1974). Física general. Madrid [España]: Aguilar. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
27. Sears, Zemansky – Física Universitaria – 12edicion – Vol.2 Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil
28. Sears-Zemansky-Young, (1952) Física, 12va edición. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
29. Serway, R. (1993). Física (3ra. ed., tomo1). México: McGraw – Hill. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
30. Serway, R. (1993). Física (3ra. ed., tomo2). México: McGraw – Hill. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
31. Serway, R.; Faughtn, J. (2010) .*Fundamentos de Física.* Volumen 2. Disponible en: Casa de la Cultura Núcleo de El Oro.
32. Serway-JewEtt – FÍSICA para ciencias e ingeniería con Física Moderna Volumen 2-7ma edición-. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil

33. Shaum, D. (1970). Física general: Teoría y problemas (1ra. ed.). Madrid [España]: McGraw-Hill/Interamericana. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
34. Tippens, P. (1988). Física: Conceptos y aplicaciones (3ra. ed.). México: McGraw - Hill. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
35. Young H. D., Roger A. Freedman, (2013) Física Universitaria V I- 12ava edición publicada en el 2013. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
36. Young, H. & Roger, A. (2013). Física universitaria (13va. ed.). México D.F. [México]: Pearson Educación. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.

ISBN: 978-9942-760-66-1

FREDDY ALBERTO PEREIRA GUANUCHE

QUÍMICO INDUSTRIAL; DOCTOR EN QUÍMICA INDUSTRIAL; DIPLOMA SUPERIOR EN DOCENCIA UNIVERSITARIA UTMACH. MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LA FÍSICA ESCUELA POLITÉCNICA DEL LITORAL ESPOL. DOCENTE TITULAR EN LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA UTMACH

FREDIS FRANCO PESANTEZ

QUÍMICO INDUSTRIAL; DOCTOR EN QUÍMICA INDUSTRIAL; DIPLOMA SUPERIOR EN DOCENCIA UNIVERSITARIA UTMACH. MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LA FÍSICA ESCUELA POLITÉCNICA DEL LITORAL ESPOL DOCENTE TITULAR EN LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA UTMACH

KENNYA SELENE RUIZ VEINTIMILLA

BIOQUÍMICA FARMACEUTICA; DOCTORA EN BIOQUÍMICA Y FARMACIA; DOCENTE EN EL DEPARTAMENTO DE NIVELACIÓN Y ADMISIÓN DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA UTMACH

KENNYA MARÍA PEREIRA RUIZ

BIOQUÍMICA FARMACEUTICA; DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA UTMACH

ÍNDICE

PREFACIO

Principios de Física se realiza para los estudiantes que deseen introducirse en el mundo maravilloso del estudio de la física, y en especial para los estudiantes del primer semestre de Bioquímica y Farmacia de las instituciones de educación superior, que se especializan en Biología, profesiones de la salud y otras disciplinas que incluyen ciencias ambientales, de la tierra y sociales, y campos técnicos como la arquitectura. Las técnicas matemáticas que se aplican en este libro incluyen algebra, trigonometría y geometría.
Este libro cubre temas estándar de la física clásica y la física del siglo XX.

OBJETIVOS

Los principales objetivos de este libro introductorio son:

1. Proporcionar al estudiante una presentación clara y lógica de los conceptos y principios básicos de la física y fortalecer su comprensión mediante un amplio rango de interesantes aplicaciones con el mundo real.
2. Enfatizar firmes argumentos físicos y una metodología para resolver problemas. Al mismo tiempo intentamos motivar al estudiante a través de ejemplos prácticos que demuestran el papel de la física en otras disciplinas.

REVICIÓN A FONDO DE LAS ILUSTRACIONES

Cada ilustración en esta edición ha sido revisada en un estilo nuevo y moderno que ayuda a expresar los principios de la física en el trabajo de una manera más clara y precisa.

También se ha revisado cada grafica para asegurarse de que las situaciones físicas que se presentaban correspondieran exactamente a la discusión del texto en cuestión.

CONTENIDO

El texto se editó cuidadosamente para mejorar la claridad de la presentación y la precisión del lenguaje. Esperemos que el resultado sea un libro tanto preciso como agradable de leer.

AGRADECIMIENTO

Este libro no hubiera sido posible sin el interés y ánimo de mi esposa Kennya Selene, mis hijos Freddy Alberto y Kennya María, Mia Valentina mi hermosa nieta, amigos, a todos los estudiantes del Primer semestre de Bioquímica y Farmacia y a todos los estudiantes, compañeros Docentes y Autoridades de la Unidad Académica de Ciencias Químicas y de la Salud de la Universidad Técnica de Machala.

Dr. Quím. Ind. Freddy Alberto Pereira Guanuche, Mg.Sc.

ACERCA DE:

Pereira Guanuche Freddy Alberto, guía de temple fuerte, actitud positiva, que sabe dirigir a sus estudiantes, aportando en su formación desde el inicio de su carrera a ser profesionales de bien y eficientes para un futuro provechoso.

Docente titular agregado de la Unidad Académica de Ciencias Químicas y de la Salud de la Universidad Técnica de Machala. Entre los Títulos obtenidos, Magister en Enseñanza de la Física estudios que realizó en la Escuela Superior Politécnica del Litoral "ESPOL"; Diplomado en Docencia Superior Universitaria, Doctor en Química Industrial, y Químico Industrial, obtenido en la Universidad Técnica de Machala "UTMACH". Participó como miembro Organizador del I Congreso Latinoamericano de Ciencias Forenses y jurídicas del 25 al 27 de mayo del 2011, Mención de honor por su destacada participación En el concurso de "Reconocimiento a la Investigación CIENTIFICA Universitaria Estudiantil, galardones Nacionales, convocatoria SENECYT 2013 y 2014".

Cursos obtenidos, Docencia como práctica profesional compleja, Introducción a la Norma NTE IMEN ISO/IEC 17020: 2006- Criterios generales para el Funcionamiento de Diversos Tipos de Organismos que Realizan Inspección, Curso Intensivo Internacional de Bioestadística y Diseño de Experimentos, curso de Física en Estadística, Entrenamiento Teórico-Práctico "Principios básicos de Cromatografía de Gases y Uso de Cromatógrafo GCFULI 9790 Aplicada a Análisis de Alcoholes y Biogás", curso Teórico-Práctico "Espectrometría de Masas.

En la parte humana Esposo, Padre de Familia, Tío, y amigo excepcional. En su tiempo libre se dedica a aprender y auto educarse a través de la lectura, para compartir nuevos conocimientos a las nuevas generaciones.

Resolución de problemas y comprensión conceptual

Estrategias para la resolución de problemas, en cada unidad se desarrollara una serie de ejercicios los cuales algunos serán resueltos indicando su procedimiento y otros planteados para soluciones correspondientes.

Características del libro

La mayoría de los profesores de física creen que el libro seleccionado para un curso debe ser el principal guía del estudiante para aprender y entender la materia de estudio, además el libro debe tener un estilo accesible y estar escrito de una manera en la que se facilite la instrucción y el aprendizaje. Destacando estos puntos podremos describir, características pedagógicas, la cual mejorará la utilidad de este libro; tanto para estudiantes como para profesores.

Moldes

Aunque los estudiantes se enfrentan con cientos de problemas durante el curso de física, los instructores se dan cuenta de que un número relativamente pequeño de situaciones físicas forma la base de estos problemas. El físico forma un modelo del problema para resolverlo de manera simple al identificar la situación física común que se presenta en el problema. **(Serway-Jewelt. Vol2. Séptima Edición)**

Problemas

Un extenso conjunto de problemas se incluye al final de cada capítulo, los problemas tienen claves referentes a secciones específicas del capítulo. Los problemas adicionales, no tienen claves a secciones específicas." Cada capítulo incluye varios problemas marcados que requieren que los estudiantes piensen cualitativamente en algunas partes y cuantitativamente en otras. Los instructores pueden asignar tales problemas para guiar a los estudiantes hacia una comprensión más profunda, practicar varias y buenas técnicas de resolución de problemas y prepararse para los exámenes. Problemas para desarrollar razonamiento simbólico; así como muchos problemas piden respuestas numéricas. Para ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades en el razonamiento simbólico, cada capítulo contiene un par de problemas de otra manera idénticos, uno que pide una solución numérica y uno que pide una deducción simbólica. **(Serway-Jewelt. Vol2. Séptima Edición)**

Preguntas

La sección de preguntas al final de cada capítulo se revisó por completo. Se agregaron preguntas de opción múltiple, de clasificación y verdadero-falso. El profesor puede seleccionar entre ellas para asignar como tarea o usar en el salón de clase, posiblemente con métodos de “instrucción de pares” y acaso con sistemas de “compaginador”.

Ejemplos

El primer tipo de ejemplo presenta un problema y respuesta numérica.

El segundo tipo de ejemplo es conceptual en naturaleza. Para dar énfasis a la comprensión de los conceptos físicos, los diversos ejemplos conceptuales se etiquetan como tales, se ponen en recuadros y están diseñados para enfocar a los estudiantes en la situación física del problema.

Preguntas rápidas

Las preguntas rápidas proporcionan a los estudiantes una oportunidad para poner a prueba su comprensión de los conceptos físicos presentados. Las preguntas piden a los estudiantes tomar decisiones de acuerdo a un razonamiento firme, y algunas de las preguntas se escribieron para ayudar a los estudiantes a superar interpretaciones equívocas comunes. Las preguntas rápidas se presentan en un formato objetivo, que incluyen opción múltiple, verdadero–falso y de clasificación.

COMO ESTUDIAR

Con frecuencia los estudiantes preguntan cuál es la mejor forma de estudiar física y prepararse para los exámenes. No hay una respuesta simple a esta pregunta, pero queremos ofrecerles algunas sugerencias con base en nuestra propia experiencia al aprenderla y enseñarla.

Primero y más importante mantenga una actitud positiva hacia la asignatura. Al igual que aprender un idioma, la física toma tiempo. Quienes se aplican en una base diaria pueden esperar alcanzar comprensión y triunfar en el curso. Tenga en mente que la física es la más fundamental de todas las ciencias naturales.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS DE ESTUDIO

Usualmente los estudiantes intentan hacer su tarea sin estudiar primero los conceptos básicos. Es esencial que entienda los conceptos y principios básicos antes de intentar resolver los problemas asignados. Esta meta la puede lograr mejor al leer cuidadosamente el texto antes de asistir a su clase acerca del material tratado. Cuando lea el texto, debe anotar aquellos puntos que no son claros para usted. **(Serway-Jewelt. Vol2. Séptima Edición)**

Su comprensión mejorara a través de una combinación de eficientes hábitos de estudio, discusiones con otros estudiantes y con instructores y su habilidad para resolver los problemas que se presenten en el texto. Plantee preguntas siempre que considere lo necesario para clarificar un concepto.

Es importante que establezca un horario de estudio de preferencia diario. Asegúrese de leer el programa de estudio del curso y apéguese al horario establecido por instructor. Como regla general, debe dedicar alrededor de dos horas de tiempo de estudio por cada hora que este en clases. Si tiene problemas con el curso, busque consejo de instructor u otros estudiantes que tomen el curso con mucha frecuencia los instructores ofrecen sesiones de repaso además de periodos de clases regulares. ***(GONZÁLEZ-2011)***

USO DE LAS CARACTERÍSTICAS

Debe usar todas las características del texto discutidas en el prefacio. Por ejemplo las notas marginales son útiles para localizar y describir ecuaciones y conceptos importantes y las negrillas indican enunciados y definiciones importantes. En los apéndices aparecen muchos enunciados útiles las cuales son más consultadas frecuentemente.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

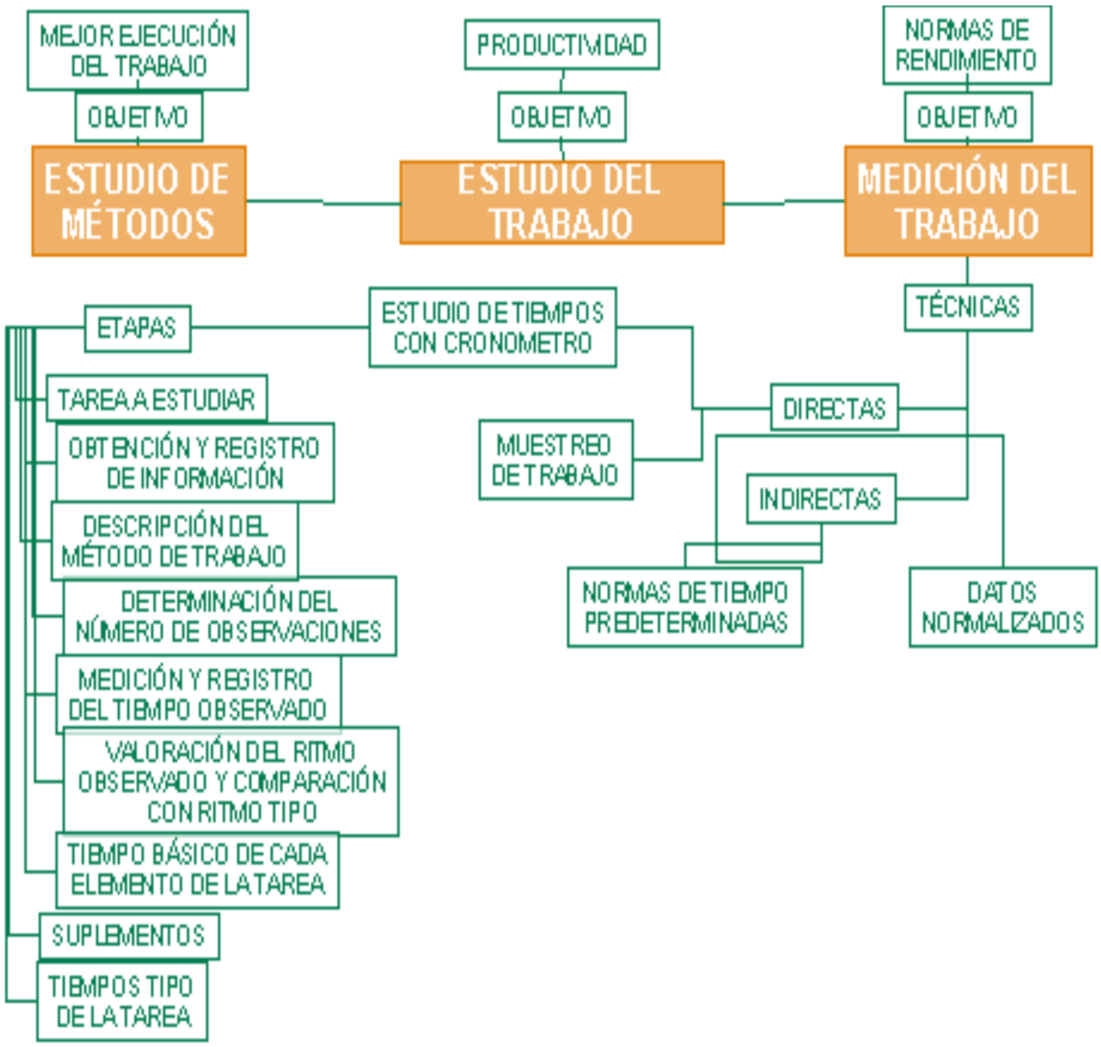
Es esencial que entienda los conceptos y principios básicos ante de intentar encontrar soluciones alternativas al problema muestra.

Cabe destacar que no debe engañarse al pensar que entiende un problema y problema simplemente porque observó cómo se resolvió en clases. Debe resolver problemas y problemas similares por cuenta propia.***(BARAHONA-2010***

ORGANIZADOR GRAFICO.

Bienvenidos a su guía de preparación para el examen

La guía para el examen es una herramienta que será de gran ayuda cuando se vaya a buscar algún tipo de ejercicio o tema y encontrarlo de manera eficiente, será de gran ayuda al momento de estudiar para un examen.



Sonido.

Objetivo: Conocer los parámetros más importantes relacionados con el sonido

Plan de repaso.

Concepto del sonido y características 15, 16, 17, 18, 19, 20,21.

Ejercicios 22, 23,24.

Movimiento en una dimensión.

Objetivo: Establecer la relación entre la posición y la velocidad de un cuerpo en movimiento.

Plan de repaso.

Conceptos básicos 25, 26, 27,28.

Ejercicios propuestos 29,30.

Ejercicios resueltos 31.

Vectores movimiento en dos dimensiones.

Objetivo: Identificar el movimiento en dos dimensiones y la dependencia de sus vectores.

Plan de repaso.

Capítulo, secciones 33, 34, 35, 36, 37,38.

Ejercicios resueltos 39,40.

Cuestionario 41.

1. INTRODUCCIÓN.

La física se sustenta en observaciones experimentales y mediciones cuantitativas. Los objetivos principales de la física son identificar un número limitado de leyes fundamentales que rigen los fenómenos naturales y usarlas para desarrollar teorías capaces de anticipar los resultados experimentales. Las leyes fundamentales que se usan para elaborar teorías se expresan en el lenguaje de las matemáticas, la herramienta que proporciona un puente entre teoría y experimento. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Muchas veces una teoría es satisfactoria solo bajo condiciones limitadas; a veces una teoría general es satisfactoria sin ciertas limitaciones. Por ejemplo, las leyes del movimiento descubiertas por Isaac Newton (1642–1727) describen con precisión el movimiento de los objetos que se mueven con rapideces normales pero no se aplica a objetos que se mueven con rapideces comparables con la velocidad de la luz. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

En contraste, la teoría especial de la relatividad, desarrollada más tarde por Albert Einstein (1879–1955), da los mismos resultados que las leyes de Newton a bajas rapideces pero también hace una descripción correcta del movimiento de los objetos con rapideces que se aproximan a la rapidez de la luz. Por lo tanto, la teoría especial relatividad de Einstein es una teoría de movimiento más general que la formada por las leyes de Newton.

La física clásica incluye los principios de la mecánica clásica, la termodinámica, la óptica y el electromagnetismo desarrollados antes de 1900. Newton realizó importantes contribuciones a la física clásica y también fue uno de los creadores del cálculo como herramienta matemática. Durante el siglo XVIII continuaron los grandes adelantos en la mecánica, los campos de la termodinámica y electromagnetismo se desplegaron al final del siglo XIX.

Una gran revolución en la física, conocida como física moderna, comenzó hacia el final del siglo XIX. La física moderna nació primordialmente porque la física clásica no era capaz de explicar muchos fenómenos físicos. En esta era moderna hubo dos hitos, las teorías de la relatividad y de la mecánica cuántica. La teoría especial de la relatividad de Einstein no solo describe en forma correcta el movimiento de los objetos que se mueven con rapideces comparables con la rapidez de la luz; también modifica por completo los conceptos tradicionales de espacio, tiempo y energía. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Además, la teoría muestra que la rapidez de la luz es el límite superior de la rapidez de un objeto y que la masa y la energía están relacionadas.

La mecánica cuántica la formularon algunos científicos distinguidos para proporcionar descripciones de los fenómenos físicos a nivel atómico. Con los principios de la mecánica cuántica se han construido muchos dispositivos prácticos. Los impactos de dichos desarrollos y descubrimientos en la sociedad han sido colosales, y es muy probable que los futuros descubrimientos y desarrollos serán excitantes, desafiantes y de gran beneficio para la humanidad. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

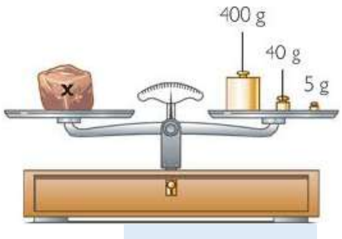
1.1. Estándares de longitud, masa y tiempo.

Longitud. La distancia entre dos puntos en el espacio se identifica como longitud. En 1120 el rey de Inglaterra decretó que el estándar de longitud en su país se llamaría yarda y sería precisamente igual a la distancia desde la punta de su nariz hasta el final de su brazo extendido. El estándar Ingles prevaleció hasta 1799. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Valores aproximados de algunas longitudes medidas	
	Longitud (m)
Distancia de la Tierra al quásar conocido más remoto	1.4×10^{26}
Distancia de la Tierra a las galaxias normales más remotas	9×10^{25}
Distancia de la Tierra a la galaxia más cercana (Andrómeda)	2×10^{22}
Distancia del Sol a la estrella más cercana (Próxima Centauri)	4×10^{16}
Un año luz	9.46×10^{15}
Radio orbital medio de la Tierra entorno al Sol	1.50×10^{11}
Distancia media de la Tierra a la Luna	3.84×10^{8}
Distancia del ecuador al Polo Norte	1.00×10^{7}
Radio medio de la Tierra	6.37×10^{6}
Altitud típica (sobre la superficie) de un satélite que órbita la Tierra	2×10^{5}
Longitud de un campo de futbol	9.1×10^{1}
Longitud de una mosca	5×10^{-3}
Tamaño de las partículas de polvo más pequeñas	$\sim 10^{-4}$
Tamaño de las células de la mayoría de las organismos vivientes	$\sim 10^{-5}$

Masa.

La unidad fundamental del SI de masa, el kilogramo (kg), es definido como la masa de un cilindro de aleación platino-iridio específico que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, Francia. Esta masa estándar fue establecida en 1887 y no ha cambiado desde esa época porque el platino-iridio es una aleación inusualmente estable. **(Serway-Jewelt. Vol1. Séptima Edición)**



Es una propiedad física de las partículas o las partículas que mide su inercia.

Tabla 1.2

Masas aproximadas de varios objetos	
	Masa (kg)
Universo observable	$\sim 10^{52}$
Galaxia Vía Láctea	$\sim 10^{42}$
Sol	1.9×10^{30}
Tierra	5.98×10^{24}
Luna	7.36×10^{22}
Tiburón	$\sim 10^{3}$
Humano	$\sim 10^{2}$
Rana	$\sim 10^{-1}$
Mosquito	$\sim 10^{-5}$
Bacteria	$\sim 1\times10^{-15}$
Átomo de hidrogeno	1.67×10^{-27}
Electrón	9.11×10^{-31}

TIEMPO.

Antes de 1960 el estándar de tiempo fue definido en términos del día solar medio hacia el año 1900. (Un día solar es el intervalo de tiempo entre apariciones sucesivas del Sol en el punto más alto que alcanza en el cielo cada día.) La unidad fundamental de un segundo (s) fue definida como (1/60) (1/60) (1/24) de un día solar medio. Ahora se sabe que la rotación de la Tierra varía ligeramente con el tiempo. Debido a eso, este movimiento no proporciona un tiempo estándar que sea constante. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Tabla 1.3

Valores aproximados de algunos intervalos de tiempo	
	Intervalo de tiempo (s)
Edad del universo	5×10^{17}
Edad de la Tierra	1×10^{17}
Edad promedio del estudiante universitario	6×10^{8}
Un año	3×10^{7}
Un día	9×10^{4}
Tiempo entre pulsos normales del corazón	8×10^{-1}
Periodo de ondas sonoras audibles	1×10^{-3}
Periodo de ondas de radio representativas	1×10^{-6}
Periodo de ondas de vibración del átomo en un solido	1×10^{-13}
Periodo de ondas de luz visible	2×10^{-15}
Duración de una colisión nuclear	1×10^{-22}
Tiempo necesario para que la luz viaje a través de un protón	3×10^{-24}

1.2.MATERIA Y CONSTRUCCIÓN DE MODELOS.

Si los físicos no pueden interactuar directamente con algunos fenómenos, con frecuencia imaginan un modelo para un sistema físico que se relaciona con el fenómeno. Por ejemplo, no existe la capacidad para interactuar con los átomos, porque son demasiado pequeños. Por lo tanto, se construye un modelo mental de un átomo respecto a un sistema de un núcleo y uno o más electrones alrededor del núcleo. Una vez identificados los componentes físicos del modelo, se hacen pronósticos acerca de su comportamiento en función de las interacciones entre los componentes del sistema o la interacción entre el sistema y el ambiente externo al sistema. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Como ejemplo, considere el comportamiento de la materia. Un cubo de 1 kg de oro sólido, tiene una longitud de 3.73 cm por lado. ¿Este cubo no es más que oro de pared a pared, sin espacio vacío? Si el cubo se corta por la mitad, las dos piezas todavía conservan su identidad química como oro sólido. ¿Y si las piezas se cortan de nuevo, una y otra vez, de manera indefinida? ¿Las partes más pequeñas siempre serán oro? Tales preguntas se pueden rastrear hasta los antiguos filósofos griegos. Dos de ellos, Leucipo y su discípulo Demócrito, no podían aceptar la idea de que tales cortes continuaran por siempre. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Elaboraron un modelo para la materia al especular que el proceso a final de cuentas debe terminar cuando produzca una partícula que ya no se pueda cortar. En griego, átomos significa “sin corte”. De este término griego proviene la palabra átomo. El modelo griego de la estructura de la materia fue que toda la materia ordinaria consiste de átomos. Más allá de esto, ninguna estructura adicional se especificó en el modelo; los átomos eran pequeñas partículas que interactuaban unas con otras, pero la estructura interna del átomo no era parte del modelo.

En 1897, J. J. Thomson identificó al electrón como una partícula cargada que es constituyente del átomo. Esto condujo al primer modelo atómico que contenía estructura interna. Después del descubrimiento del núcleo en 1911, se elaboró un modelo atómico en el que cada átomo estaba constituido de electrones que rodean un núcleo central. Sin embargo, este modelo condujo a una nueva pregunta: ¿el núcleo tiene estructura? Esto es: ¿el núcleo es una sola partícula o una colección de partículas? A partir de 1930 evolucionó un modelo que describía dos entidades básicas en el núcleo: protones y neutrones. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

El protón porta una carga eléctrica positiva; y un elemento químico se identifica por el número de protones en su núcleo. Esta cantidad se llamó número atómico del elemento. Por ejemplo, el núcleo de un átomo de hidrógeno contiene un protón (de modo que el número atómico del hidrógeno es 1), el núcleo de un átomo de helio contiene dos protones (número atómico 2) y el núcleo de un átomo de uranio contiene 92 protones (número atómico 92). Además del número atómico, una segunda cantidad, el número de masa, que se define como el número de protones más neutrones en un núcleo, caracteriza a los átomos. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

El número atómico de un elemento específico nunca varía (es decir, el número de protones no cambia) pero el número de masa sí varía (es decir, el número de neutrones cambia). Sin embargo, ¿ahí se detiene el proceso de división? Ahora se sabe que protones, neutrones y un cúmulo de otras partículas exóticas están compuestas de seis diferentes variedades de partículas llamadas quarks, a las que se les ha dado los nombres de arriba, abajo, extraño, encanto, fondo y cima. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

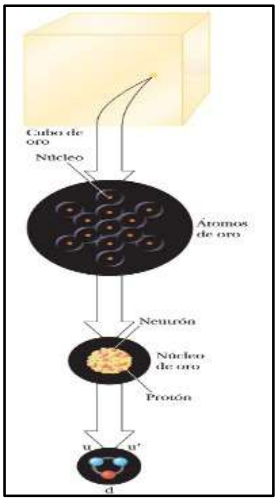


Fig. 1.2 Niveles de organización en la materia. La materia común está constituida de átomos y en el centro de cada átomo esta un núcleo compacto constituido de protones y neutrones. Ellos están compuestos de quarks. Se muestra la composición de quarks de un protón

Los quarks arriba, encanto y cima tienen cargas eléctricas de 2 3 del protón, mientras que los quarks abajo, extraño y fondo tienen cargas eléctricas de 1 3 del protón. El protón consiste de dos quarks arriba y un quark abajo, como se muestra en la parte inferior de la figura 1.2 y etiquetados u y d. Esta estructura predice la carga correcta para el protón. Del mismo modo, el neutrón consiste de dos quarks abajo y un quark arriba, lo que da una carga neta de cero.

Conforme estudie física, debe desarrollar un proceso de construcción de modelos. En este estudio se le retará con muchos problemas matemáticos. Una de las más importantes técnicas para la resolución de problemas es construir un modelo para el problema: identifique un sistema de componentes físicos para el problema y haga predicciones del comportamiento del sistema con base en las interacciones entre sus componentes o la interacción entre el sistema y su ambiente circundante.

1.3. ANÁLISIS DIMENSIONAL.

La palabra dimensión tiene un significado especial en física. Denota la naturaleza física de una cantidad. Ya sea que una distancia se mida en unidades de pies, metros o brazas, todavía es una distancia; se dice que su dimensión es la longitud.

Dimensiones y unidades de cuatro cantidades deducidas				
Cantidad	**Área**	**Volumen**	**Rapidez**	**Aceleración**
Dimensiones	L^2	L^3	L/T	L/T^2
Unidades SI	m^2	M^3	M7s	m/s^2
Sistema usual estadounidense	Ft^2	Ft^3	Ft7s	ft/s^2

Los símbolos que se usan en este libro para especificar las dimensiones de longitud, masa y tiempo son L, M y T, respectivamente.3 Con frecuencia se usaran los corchetes para denotar las dimensiones de una cantidad física. Por ejemplo, el símbolo que se usa para rapidez es *v*, y en esta notación, las dimensiones de rapidez se escriben $[v] = \frac{L}{T}$.

Como otro ejemplo, las dimensiones del área *A* son $[A] = L^2$. Las dimensiones de otras cantidades, como fuerza y energía, se describirán conforme se introduzcan en el texto.

En muchas situaciones es posible que deba verificar una ecuación específica, para ver si satisface sus expectativas. Un procedimiento útil y poderoso llamado análisis dimensional ayuda para esta comprobación porque las dimensiones son tratadas como cantidad es algebraicas. Por ejemplo, las cantidades se suman o restan solo si tienen las mismas dimensiones. Además, los términos en ambos lados de una ecuación deben tener las mismas dimensiones. Al seguir estas simples reglas le será posible usar el análisis dimensional para determinar si una expresión tiene la forma correcta. Cualquier correspondencia es correcta solo si las dimensiones en ambos lados de la ecuación son las mismas. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

Para ilustrar este procedimiento, suponga que está interesado en una ecuación para la posición *x* de un automóvil en un tiempo *t* si el automóvil parte del reposo en $x = 0$ y se mueve con aceleración constante *a*. La expresión correcta para esta situación es $x = \frac{1}{2}at^2$. Aplique el análisis dimensional para cotejar la validez de esta expresión. La cantidad *x* en el lado izquierdo tiene la dimensión de longitud. Para que la ecuación sea correcta en términos dimensionales, la cantidad en el lado derecho también debe tener la dimensión de longitud. Es posible realizar una verificación dimensional al sustituir las dimensiones para aceleración, L/T^2, y tiempo, T, en la ecuación. Esto es, la forma dimensional de la ecuación es: **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

$$L = \frac{L}{T^2} * T^2 = L$$

Las dimensiones de tiempo se cancelan, como se muestra, lo que deja a la dimensión de longitud en el lado derecho para igualar con la de la izquierda. Un procedimiento más general de análisis dimensional es establecer una expresión de la forma:

$$x \propto a^n t^m$$

Donde n y m son exponentes que se deben determinar y el símbolo $\propto$ indica una proporcionalidad. Esta correspondencia es correcta solo si las dimensiones de ambos lados son las mismas. Puesto que la dimensión del lado izquierdo es longitud, la dimensión del lado derecho también debe ser longitud. Esto es:

$$[a^n t^m] = L = L^1 T^0$$

Puesto que las dimensiones de la aceleración son L/T^2 y la dimensión de tiempo es T:

$$\left[\frac{L}{T^2}\right]^n T^m = L^1 T^0 \rightarrow (L^n T^{m-2n}) = L^1 T^0$$

Los exponentes de L y T deben ser los mismos en ambos lados de la ecuación. A partir de los exponentes de L, se ve de inmediato que n=1. De los exponentes de T, m-2n=0, lo que, una vez que se sustituye para n, produce m=2. Al regresar a la expresión original $x \propto a^n t^m$, se concluye $x \propto at^2$.(Serway & Faughtn, 2010)

1.4. Conversión de unidades.

A veces debe convertir unidades de un sistema de medición a otro o convertir dentro de un sistema (por ejemplo, de kilómetros a metros). Las igualdades entre unidades de longitud del SI y las usuales estadounidenses son las siguientes:

$$1\,mil\ =\ 1\,609\,m\ =\ 1.609\,km \qquad 1\,ft\ =\ 0.304\,8\,m\ =\ 30.48\,cm$$

$$1\,m\ =\ 39.37\,pulg\ =\ 3.281\,ft \qquad 1\,pulga\ =\ 0.025\,4\,m\ =\ 2.54\,cm$$

En el apéndice A se encuentra una lista más completa de factores de conversión. Como las dimensiones, las unidades se manipulan como cantidades algebraicas que se cancelan mutuamente. Por ejemplo, suponga que desea convertir 15.0 in a centímetros. Puesto que 1 in se define como exactamente 2.54 cm, encuentre que:

$$15.0\,pulg = 815.0\,pulg)\left(\frac{2.54cm}{1pulg}\right) = 38.1\,cm$$

Donde la relación entre paréntesis es igual a 1. Se debe colocar la unidad “pulgada” en el denominador de modo que se cancele con la unidad en la cantidad original. La unidad restante es el centímetro, el resultado deseado.

1.5. Cálculos aproximados y de orden de magnitud.

Suponga que alguien le pregunta el número de bits de datos en un disco compacto musical común. Su respuesta que por lo general no se espera que proporcione el número exacto, sino más bien una estimación, se debe expresar como notación científica. El orden de magnitud de un número se determina del modo siguiente:

a) Exprese el número en notación científica, con el multiplicador de la potencia de diez entre 1 y 10 y una unidad.

b) Si el multiplicador es menor que 3.162 (la raíz cuadrada de diez), el orden de magnitud del número es la potencia de diez en la notación científica. Si el multiplicador es mayor que

3.162, el orden de magnitud es uno más grande que la potencia de diez en la notación científica.

Se usa el símbolo $\sim$ para "es del orden de". Use el procedimiento anterior para verificar los órdenes de magnitud para las siguientes longitudes:

$$0.008\,6\;m \sim 10^{-2}\;m \qquad 0.002\,1\;m \sim 10^{-3}\;m \qquad 720\;m \sim 10^{3}\;m$$

Por lo general, cuando se hace una estimación del orden de magnitud, los resultados son confiables hasta dentro de un factor aproximado de 10. Si una cantidad aumenta en valor por tres órdenes de magnitud, su valor aumenta por un factor de aproximadamente

$$10^3 = 1000.$$

Las imprecisiones provocadas por suponer muy poco para un número, con frecuencia se cancelan por otras suposiciones que son muy altas. Encontrará que, con práctica, sus estimaciones se vuelven cada vez mejores. Los problemas de estimación pueden ser divertidos de trabajar porque usted escoge con libertad los dígitos, aventura aproximaciones razonables para números desconocidos, hace suposiciones simplificadoras y convierte la pregunta en algo factible de responder, en su cabeza o con una mínima manipulación matemática en el papel. Debido a la simplicidad de este tipo de cálculos, se realizan en un pequeño trozo de papel y con frecuencia se llaman "cálculos de servilleta". **(Club Ensayos. 2015)**

1.6. Cifras significativas.

Cuando se miden ciertas cantidades, los valores medidos se conocen solo dentro de los límites de la incertidumbre experimental. El valor de esta incertidumbre depende de varios factores, como la calidad del aparato, la habilidad del experimentador y el número de mediciones realizadas. El número de cifras significativas en una medición sirve para expresar algo acerca de la incertidumbre.

Como ejemplo de cifras significativas, suponga que se le pide medir el área de un disco compacto usando una regleta como instrumento de medición. Suponga que la precisión a la que puede medir el radio del disco es $\pm 0.1\ cm$. Debido a la incertidumbre de $\pm 0.1\ cm$, si el radio mide $6.0\ cm$, solo es posible afirmar que su radio se encuentra en algún lugar entre$5.9\ y\ 6.1\ cm$. En este caso, el valor medido de 6.0 cm tiene dos cifras significativas. Note que las cifras significativas incluyen el primer dígito estimado. Por lo tanto, el radio se podría escribir como $(6.0\ \pm 0.1)\ cm$.

Ahora encuentre el área del disco usando la ecuación para el área de un círculo. Si afirma que el área es$A = \pi r^2 = \pi(6.0cm)^2 = 113cm^2$, la respuesta seria injustificable porque contiene tres cifras significativas, que es mayor que el número de cifras significativas en el radio. Una buena regla empírica para la determinación del número de cifras significativas que se pueden afirmar en una multiplicación o división es la siguiente:

Cuando se multiplican muchas cantidades, el número de cifras significativas en la respuesta final es el mismo que el número de cifras significativas en la cantidad que tiene el número más pequeño de cifras significativas. La misma regla aplica para la división.

Al aplicar esta regla al área del disco compacto se ve que la respuesta para el área solo tiene dos cifras significativas, porque el radio observado solo tiene dos cifras significativas. En consecuencia, todo lo que es posible afirmar es que el área es de $1.1x102\ cm^2$.

Los ceros pueden o no ser cifras significativas. Los que se usan para la posición del punto decimal en números como $0.03\ y\ 0.0075$ no son significativos. Debido a eso, existen una y dos cifras significativas, respectivamente, en estos dos valores. Sin embargo, cuando los ceros vienen después de otros dígitos, existe la posibilidad de malas interpretaciones.

Por ejemplo, suponga que la masa de un objeto está dada como $1500\ g$. Este valor es ambiguo porque no se sabe si los últimos dos ceros se usan para ubicar el punto decimal o si representan cifras significativas en la medición. Para eliminar dicha ambigüedad, es común usar notación científica para indicar el número de cifras significativas. En este caso, la masa se expresaría como $1.5x10^3$g si hubiese dos cifras significativas en el valor observado, $1.50x10^3$ g si hubiese tres cifras significativas y $1.500x10^3$ g si hubiese cuatro.

La misma regla se sostiene para números menores que 1, de modo que $2.3x10^{-4}t$iene dos cifras significativas (y por lo tanto se podría escribir 0.00023) y $2.30x10^{-4}$tiene tres cifras significativas (también se escribe 0.000230). Para suma y resta debe considerar el número de lugares decimales cuando determine Cuantas cifras significativas ha de reportar: Cuando los números se sumen o resten, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número más pequeño de lugares decimales de cualquier término en la suma.

Por ejemplo, si desea calcular 123+5.35, la respuesta es 128 y no 128.35. Si se calcula la suma 1.000 1 + 0.000 3 = 1.000 4, el resultado tiene cinco cifras significativas aun cuando uno de los términos en la suma, 0.0003, solo tenga una cifra significativa. Del mismo modo, si se realiza la resta 1.002 - 0.998 = 0.004, el resultado solo tiene una cifra significativa, aun cuando un término tenga cuatro cifras significativas y el otro tenga tres. **(Serway-Jewelt. Vol 1. Séptima Edición)**

En este libro la mayoría de los ejemplos numéricos y problemas de fin de capitulo producirán respuestas que tienen tres cifras significativas. Cuando se realicen cálculos del orden de magnitud, por lo general se trabajara con una sola cifra significativa**. (Geovany, s,f)**

Si se debe reducir el número de cifras significativas en el resultado de una suma o resta, hay una regla general para redondear números: el último digito retenido se aumenta en 1 si el último digito eliminado es mayor que 5. Si el último digito eliminado es menor que 5, el ultimo digito permanece como esta. Si el último digito eliminado es igual a 5, el digito restante debe redondearse al número par más cercano. (Esta regla ayuda a evitar la acumulación de errores en procesos aritméticos largos.). **(Club Ensayos. 2015)**

FORMULARIO

FORMULAS	DESCRIPCIÓN
$[v] = \frac{L}{T}$	Dimensiones de rapidez
$[A] = L^2$	Dimensiones de área
$x = \frac{1}{2}at^2$	Ecuación para la posición *x* de un automóvil en un tiempo *t*, si parte del reposo.
$L = \frac{L}{T^2} * T^2 = L$	Dimensión de una ecuación
$x \propto a^n t^m$	Expresión de un análisis dimensional
$[a^n t^m] = L = L^1 T^0$	Expresión de una dimensión cuando ambos lados son los mismos.

PREGUNTAS:

1. Suponga que los tres estándares fundamentales del sistema métrico fuesen longitud, densidad y tiempo en lugar de longitud, masa y tiempo. El estándar de densidad en este sistema se debe definir como el propio del agua. ¿Qué consideraciones acerca del agua necesitaría abordar para asegurar que el estándar de densidad es tan preciso como sea posible?

2. Exprese las siguientes cantidades usando los prefijos dados en la tabla 1.4: a) $3\ x\ 10^{-4}$ m, b) $5\ X\ 10^{-5}\ s$, c) $72\ x\ 10^{2}$ g.

3. Ordene las siguientes cinco cantidades de la más grande a la más pequeña: a) $0.032\ kg$, b) $15\ g$, c) 2.7 x 10^{5} mg, d) $4.1\ x\ 10 - 8\ g$, e) $2.7\ x\ 108\ \mu g$. Si dos de las masas son iguales, deles igual lugar en su lista.

4. Si una ecuación es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación debe ser verdadera? Si una ecuación no es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación no puede ser verdadera?

5. ¿Responda cada pregunta con sí o no. Dos cantidades deben tener las mismas dimensiones a) ¿si las suma?, b) ¿si las multiplica?, c) ¿si las resta?, d) ¿si las divide?, e) ¿si usa una cantidad como exponente al elevar la otra a una potencia?, f) ¿si las iguala?

6. El precio de la gasolina en una estación es de 1.3 euros por litro. Una estudiante usa 41 euros para comprar gasolina. Si sabe que 4 cuartos hacen un galón y que 1 litro es casi 1 cuarto, de inmediato razona que puede comprar (elija una) a) menos de 1 galón de gasolina, b) aproximadamente 5 galones de gasolina, c) cerca de 8 galones de gasolina, d) más de 10 galones de gasolina.

EJERCICIOS:

1) El kilogramo estándar es un cilindro de platino–iridio de $39.0\ mm$ de alto y 39.0 mm de diámetro. ¿Cuál es la densidad del material?

2) Un cargador de mineral mueve $1200\ tons/h$ de una mina a la superficie. Convierta esta relación a libras por segundo $1\ ton\ =\ 2\ 000\ lb$.

3) Un lote rectangular mide 100 ft por 150 ft. Determine el área de este lote en metros cuadrados.

4) Un auditorio mide $40.0\ m\times\ 20.0\ m\times\ 12.0\ m$. La densidad del aire es 1.20 kg/m3. ¿Cuáles son a) el volumen de la habitación en pies cúbicos y b) el peso en libras del aire en la habitación?

5) Una habitación mide $3.8\ m$ por $3.6\ m$ y su techo está a $2.5\ m$ de altura. ¿Es posible empapelar por completo las paredes de esta habitación con las páginas de este libro? Explique su respuesta.

6) Una pieza solida de plomo tiene una masa de $23.94\ g$ y un volumen de $2.10\ cm3$. A partir de estos datos, calcule la densidad del plomo en unidades del SI ($kg/m3$).

7) Una calculadora despliega un resultado como $1.365248\ 0\ x\ 10^7\ kg$. La incertidumbre estimada en el resultado es ±2%. ¿Cuantos dígitos debe incluir como significativos cuando escriba el resultado? Elija una: a) cero, b) uno, c) dos, d) tres, e) cuatro, f) cinco, g) no se puede determinar el número.

1

CINEMÁTICA

La Cinemática es la parte de la Física encargada de analizar el movimiento de las partículas sin atender a las causas de dicho movimiento y lo representa en términos de relaciones fundamentales.

Estudia las leyes del movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan.

1.1. CONCEPTOS BÁSICOS DE CINEMÁTICA.

-Noción de Cinemática: Todas las cosas del mundo físico están en movimiento, ya sea desde las más grandes hasta las más pequeñas.

-Espacio: Espacio Euclidiano en el que se suceden los eventos físicos.

-Tiempo: Instante en el que ocurre un evento; intervalo entre dos eventos.

-Cuerpo: Cualquier objeto macroscópico con masa.

-Partícula: Se considera partícula si sus dimensiones son despreciables en relación con las magnitudes de las distancias analizadas. Geométricamente, una partícula asocia la idea de un punto, por lo que generalmente se le denomina punto material o masa puntual.

-Posición: Lugar del espacio que ocupa una partícula.

-Movimiento: Efecto observado cómo cambio de la posición de una partícula.

-Sistema de referencia: Es un cuerpo (partícula) que, junto a un sistema de coordenadas, permite determinar la ubicación de otro cuerpo, en un instante dado. La descripción del movimiento depende del sistema de referencia se considera fijo.

-Vector desplazamiento (Δr): Es la variación que experimenta el vector posición de una partícula, en un cierto intervalo de tiempo (t).

-Reposo: Una partícula está en reposo durante un cierto intervalo de tiempo, cuando su posición cambia dentro de un mismo sistema de referencia.

Trayectoria: Es la línea que resulta de unir las diferentes posiciones que ocupó una partícula al moverse de un lugar a otro.

-Distancia recorrida (d): Es la longitud medida sobre la trayectoria recorrida por la partícula al moverse de una posición a otra.

A diferencia del desplazamiento, la distancia recorrida depende de la trayectoria.

-Velocidad (v): Es la relación que se establece entre el desplazamiento realizado por una partícula y el intervalo de tiempo en que se efectuó.

-Rapidez: Es la relación que se establece entre la distancia recorrida por la partícula al tiempo en que se realizó.

-Aceleración: Es la relación que se establece entre la variación de la velocidad que experimenta una partícula y el tiempo en que se realizó tal variación.

1.2. MOVIMIENTO RECTILINEO

Son aquellas que cuya trayectoria es una línea recta y el vector velocidad permanece constante en dirección, pero su módulo para variar.

Los movimientos rectilíneos se clasifican, según varíe o no el modulo vector velocidad: si se mantiene constante, el movimiento se denomina rectilíneo uniforme (MRU); si varía, se denomina movimiento rectilíneo variado (MRV). De este último solo se analizara el caso en que la variación sea constante, uniforme; es decir, el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV).

1.2.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU).

Un móvil describe un M.R.U si su trayectoria es una recta que recorre a velocidad constante: recorre distancias iguales en proporcional a la velocidad y al tiempo.

Por lo tanto, la distancia es directamente proporcional a la velocidad y al tiempo.

La velocidad, magnitud vectorial: una magnitud es vectorial cuando para determinar una cantidad no basta con decir su "medida" en una cierta unidad, sino que es necesario determinar también una dirección y un sentido, es decir, como su nombre lo indica, a magnitud vectorial se expresa con un vector, cuyas características son:

1) Punto de aplicación: el que ocupa el móvil en su trayectoria, en el instante considerado.

2) Dirección: tangente a la trayectoria.

3) Sentido: el del movimiento (para dónde va, para la derecha, para arriba, etc)

4) Medida: la que tenga en ese instante (es el módulo del vector, el valor numérico absoluto de la magnitud).

1.2.1.1. Leyes del Movimiento Rectilíneo Uniforme.

1ªLey: La velocidad es constante.

$$v = constante.$$

2ª Ley: El espacio recorrido es proporcional

$$e = v.t$$

1.2.1.2. Ecuación General del MRU.

Esta ecuación representa la posición de un móvil con movimiento rectilíneo uniforme a cualquier tiempo t y es particularmente útil para resolver problemas de encuentro de móviles. **(Física Goretti, 2011)**

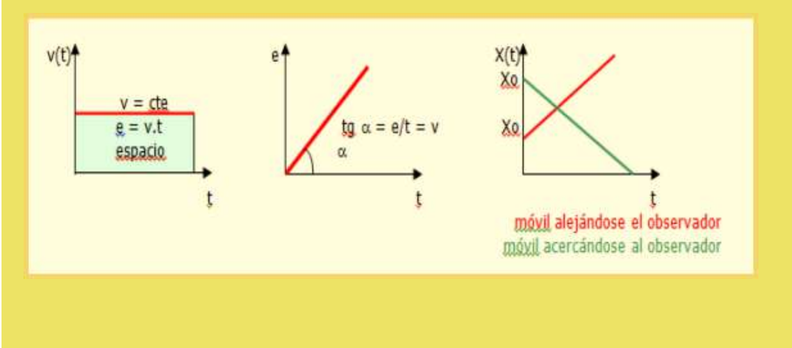


Fig. 1. 1. Representación gráfica del MRU.

Donde X(t) es la posición del móvil al tiempo t, X_o es la posición a tiempo cero (posición inicial),v representa la velocidad. **(Física Goretti, 2011)**

La diferencia entre X(t) y Xo representa el espacio recorrido por el móvil.

1.2.1.3. Representación gráfica del MRU.

Veremos a continuación que tipos de gráficos se obtienen al representar las leyes de este movimiento y la ecuación general:

$$a = \Delta V/\Delta t = (Vel_{final}-Vel_{inicial})/\ (t_{final}-t_{inicial})$$

1.2.2. Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV).

Concepto de aceleración: es la variación de la velocidad en función del tiempo. Cuando la velocidad está cambiando se dice que hay aceleración y el movimiento se llama “variado” (porque varía la velocidad). En un movimiento variado, la aceleración media correspondiente a un intervalo de tiempo se define como el cociente entre la variación de velocidad experimentada por el móvil y el intervalo de tiempo empleado en esa variación. Se llama aceleración al cociente entre una variación de velocidad y el tiempo en que se produce: La aceleración, magnitud vectorial: en el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es un vector que tiene la misma dirección y el mismo sentido que el vector velocidad; en cambio, en el retardado, si bien su dirección coincide con la del vector velocidad, su sentido es el opuesto. Esto se refleja en:

1) La velocidad va disminuyendo (las variaciones de v son negativas)

2) En la fórmula de la velocidad en un instante dado, v=vo-a.t1, el signo de la aceleración, que es el que evidencia su sentido, es contrario del signo de la velocidad inicial. Así que podríamos decir que se llama aceleración al vector que tiene la dirección y el sentido de la variación de la velocidad y cuya medida es el cociente entre la medida de la variación de la velocidad y el tiempo en que se produjo.

1.2.2.1. Fórmulas de MRUV.

$$\boldsymbol{d = \frac{1}{2} \times a \times t^2}$$

Esta fórmula sirve especialmente cuando el móvil parte del reposo aumentando la velocidad uniformemente (uniformemente acelerado)

$$\boldsymbol{d = Vi \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2}$$

Esta fórmula se usa particularmente cuando el movimiento es uniformemente variado

partiendo de cierta velocidad inicial distinta de 0.

En el caso de no tener a como dato, podemos usar:

$$\boldsymbol{d = \frac{1}{2} \times t \times (V_i + V_f)}$$

En el caso de no tener tiempo como dato, usamos:

$$d = (V_f^2 - V_i^2)/2a$$

1.2.2.2. Gráficos de MRUV.

Los gráficos de MRUV tienen la siguiente forma:

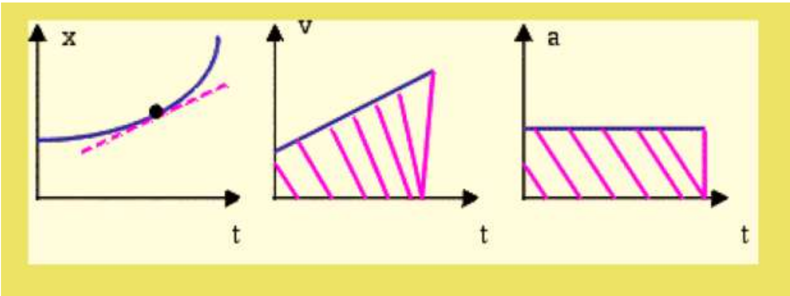


Fig. 1. 2. Representación gráfica de MRUV.

*En el gráfico x-t: La pendiente de la recta tangente en un punto de la parábola es la velocidad instantánea

*En el gráfico v-t: La pendiente de la recta es la aceleración y el área bajo esta recta es el desplazamiento

*En el gráfico a-t: El área bajo la recta es la variación de la velocidad.

1.3. MOVIMIENTO EN UN PLANO.

1.3.1. Movimiento parabólico.

Se trata de un "movimiento rectilíneo uniforme" en su desarrollo horizontal y un "movimiento uniformemente variado" en su desarrollo vertical.

Otro tipo de movimiento sencillo que se observa frecuentemente es el de una pelota que se lanza al aire formando un ángulo con la horizontal. Debido a la gravedad, la pelota experimenta una aceleración constante dirigida hacia abajo que primero reduce la velocidad vertical hacia arriba que tenía al principio y después aumenta su velocidad hacia abajo mientras cae hacia el suelo.

Es un movimiento cuya velocidad inicial tiene componentes en los ejes "x" e "y", en el eje "y" se comporta como tiro vertical, mientras que en el eje "x" como M.R.U.

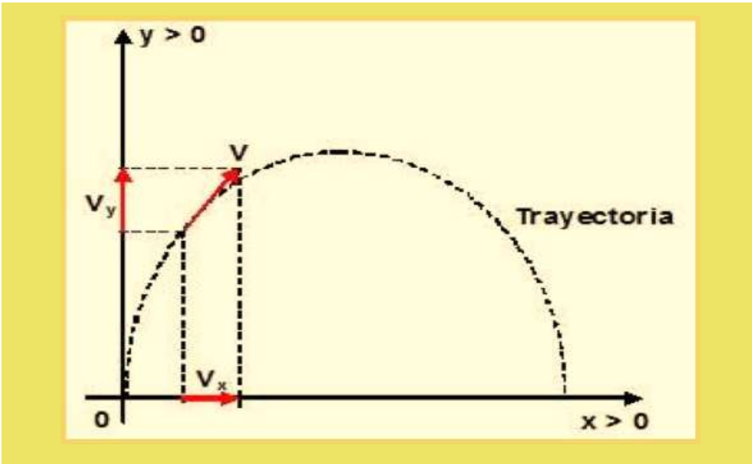


Fig. 1. 3. Representación gráfica del movimiento parabólico.

1.3.2. Movimiento Circular.

Se define movimiento circular como aquél cuya trayectoria es una circunferencia. Una vez situado el origen O de ángulos describimos el movimiento circular mediante las siguientes magnitudes.

1.3.2.1. Movimiento Circular Uniforme (MCU).

Se denomina así al movimiento circular en el cual un móvil recorre arcos de circunferencia iguales en tiempos iguales. Esto significa, en otras palabras, que el móvil tarda siempre el mismo tiempo en recorrer toda la circunferencia completa. Imagínense un automóvil que circula por una pista circular siempre a la misma velocidad. En este caso, dicho automóvil pasará por el punto de partida a intervalos de tiempo regulares.

Dentro de este tipo de movimiento, vamos a definir en primer lugar algunos conceptos importantes:

Vector posición o radio vector (r): Es el vector que une el centro de la circunferencia con el móvil.

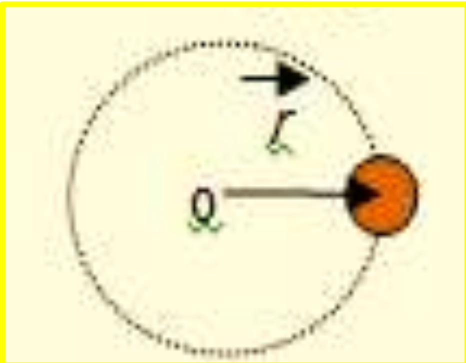


Fig. 1. 4. Representación gráfica del radio vector.

Velocidad angular (ω): Se define como el ángulo barrido por el vector posición en la unidad de tiempo. Velocidad angular

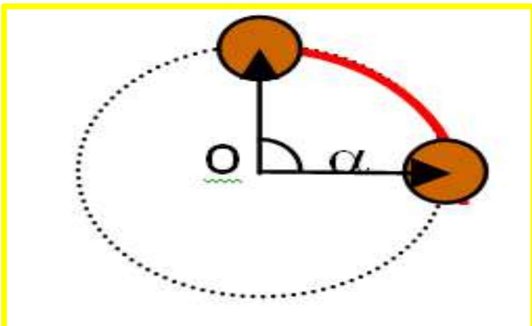


Fig. 1. 5. Representación gráfica de la velocidad angular.

$$\omega = \alpha / t$$

$$[\omega] = radianes / seg.$$

Por convención la velocidad angular es positiva cuando el objeto se mueve en sentido contrario a las agujas del reloj (anti horario) y negativa en sentido horario. **(Física Goretti, 2011)**

Radián: la medida de un ángulo, expresada en radianes, queda definida por el cociente entre la longitud del arco de circunferencia (Δd) y el radio correspondiente (R). **(Física Goretti, 2011)**

Velocidad tangencial (v_t): es el cociente entre el arco de circunferencia (Δd) y el tiempo empleado en recorrer dicho arco. **(Física Goretti, 2011)**

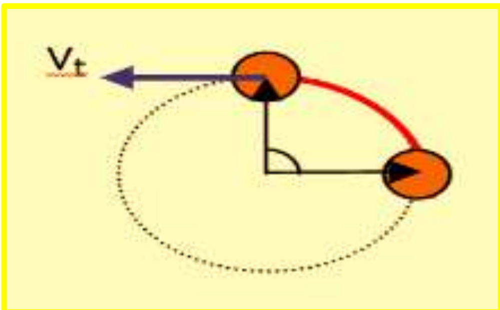


Fig. 1. 6 Representación gráfica de la velocidad tangencial

Se denomina velocidad tangencial pues su dirección es tangente al arco de la circunferencia (flecha azul).

La relación que existe entre la velocidad angular y la tangencial es la siguiente:

$$V_t = \omega \times R$$

Si el radio está expresado en metros y la velocidad angular en rad/seg, la velocidad queda expresada en m/seg. Esta velocidad es constante en el MCU.

Frecuencia (f): se define como el número de revoluciones (o vueltas) que realiza el móvil en la unidad de tiempo. Generalmente se expresa en Revoluciones por minuto (RPM) o vueltas por segundo (1/seg). **(Física Goretti, 2011)**

Período (T): representa el tiempo empleado por el móvil en realizar un giro completo. Es la inversa de la frecuencia expresada en 1/seg. **(Física Goretti, 2011)**

La unidad de T debe estar expresada en unidades de tiempo.

$$T = \frac{1}{f}$$

Aceleración centrípeta (a_c): si bien el módulo del vector que representa la velocidad tangencial es constante durante todo el movimiento, no ocurre lo mismo con su dirección, pues esta cambia continuamente, girando hacia el centro de la circunferencia de modo tal que siempre sea tangente a ésta. La aceleración centrípeta da cuenta de esta variación. **(Física Goretti, 2011)**

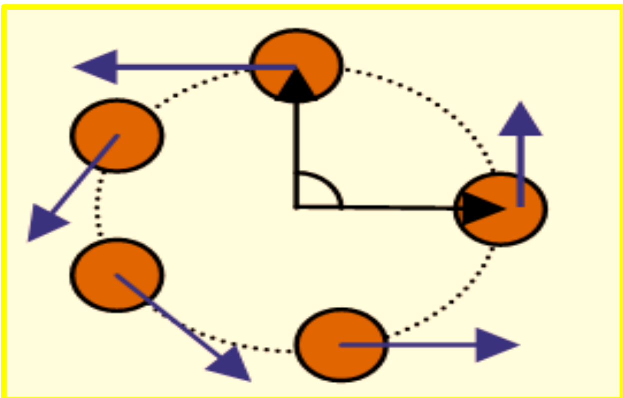


Fig. 1. 7 Representación gráfica de la aceleración centrípeta.

Las flechas azules representan las distintas posiciones y orientaciones del vector v_t.

La aceleración centrípeta se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$a_c = \omega \cdot v = v^2 / R = \omega^2 \cdot R$$

1.3.2.2. Movimiento Circular Uniformemente Variado (MCUV).

En este tipo de movimiento, tanto la velocidad tangencial como la angular no son constantes en el tiempo. Imaginemos un cilindro que puede girar libremente sobre un eje horizontal al cual le enrollamos un hilo del cual colgamos una pesa. Al soltar dicha pesa, el cilindro girará desenrollando el hilo y los puntos de la superficie del cilindro experimentarán un movimiento circular acelerado por la acción de la gravedad sobre la pesa. Otro ejemplo es el de una calesita: inicialmente esta quieta y al cabo de un determinado lapso de tiempo, alcanza una cierta velocidad de rotación.

Aceleración tangencial (a_t): Representa la variación de la velocidad tangencial por unidad de tiempo. **(Física Goretti, 2011)**

$$a_t = (v_f - v_o) / t$$

Esta es la misma aceleración que vimos en el MRUV, por lo tanto su unidad es m/seg^2.

Aceleración Angular (φ): representa la variación de la velocidad angular por unidad de tiempo.

$$\varphi = (\omega_f - \omega_o) / t$$

Esta aceleración se expresa en rad / seg ^{2} o, simplemente, 1 / seg ^{2}.Ambas aceleraciones se pueden relacionar a partir de la relación entre la velocidad angular y la tangencial:

$$a_t = (v_f - v_o) / t = (\omega_f R - \omega_o R) / t = (\omega_f - \omega_o) . R / t = \varphi . R$$

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
t	Tiempo
x	Posición
v_o	Velocidad inicial
v	Velocidad
a	Aceleración
ω	Velocidad angular
ω_0	Velocidad angular inicial

Formulario N°1: Cinemática.

FÓRMULA	NOMBRE
$x = x_o + v \times t$	M.R.U.Movimiento Rectilíneo Uniforme $v = cte,\ a = 0$
$a = \Delta V / \Delta t$	Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)
$d = \frac{1}{2} \times a \times t^2$	
$d = Vi \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$	
$d = (V_f^2 - V_i^2)/2a$	
$\omega = \alpha / t$	Velocidad angular
$\alpha\ (rad) = \Delta d / R$	Radián
$V_t = \omega \times R$	Velocidad tangencial
$T = \frac{1}{f}$	Período
$a_c = \omega \cdot v = v^2 / R = \omega^2 \cdot R$	Aceleración centrípeta

Experimento N°1: Cinemática.

Materiales:

- Tres dados.
- Tres vasos.
- Agua.
- Glicerina.
- Un cronómetro.

Procedimiento

Lo primero que tenemos que hacer es colocar en una mesa los tres vasos. El primero lo dejaremos vacío, el segundo lo llenaremos de agua y el tercero, de glicerina.

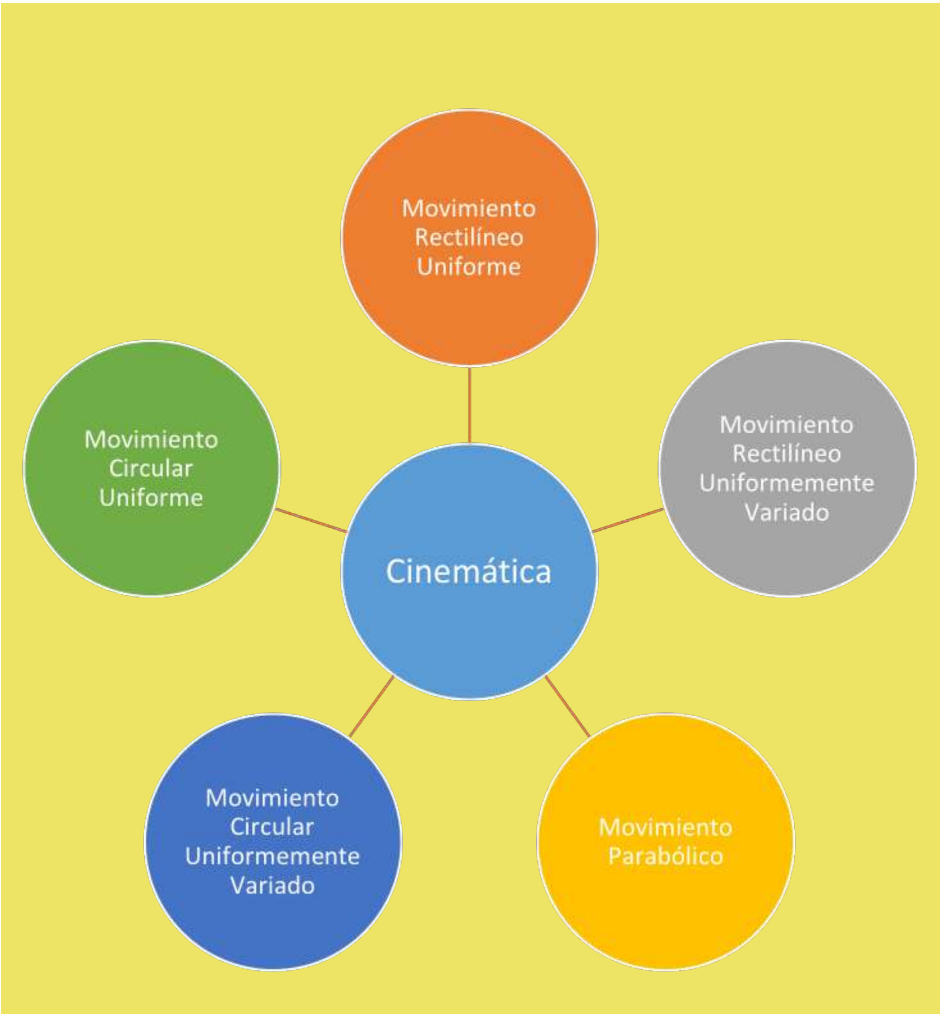
Una vez preparados, procedemos a dejar caer el primer dado en el vaso vacío y cronometramos el tiempo de caída. Hacemos lo mismo con los otros dos y observaremos la abismal diferencia de tiempo entre los dos primeros y el último, en el que además el desplazamiento es un movimiento rectilíneo uniforme.

¿Por qué ocurre esto?

Explicación

La densidad media de un dado de plástico es prácticamente la misma que la de la glicerina. Por eso, gracias a la aceleración inicial (al dejarlo caer), el dado baja a una velocidad constante y mucho más lenta que en el agua.

<u>Organizador Gráfico N°1: Cinemática.</u>



Ejercicios Resueltos N°1: Cinemática.

Ejercicio Nº 1

La velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s. ¿En cuánto tiempo se oirá el disparo de un cañón a 1020 m de distancia?

Datos:

V= 340 Km t= ?

e= 1020 m➔ t= e/v $= \dfrac{1020\ m}{340\ m/s} =$ **3 s**

2.- Una partícula se desplaza al norte a una distancia de 560 m, demorando 8 segundos. Hallar la velocidad

Datos:

E= 560 m t= 8 s ➔ v= e/t 560 m/8 s = **70 m/s**

3.- Un auto recorre con rapidez constante una distancia de 340 Km. en 4 horas. ¿Cuál es el valor de la rapidez?Datos:

e= 340 Km.

t= 4 horas ➔ V= e/t $= \dfrac{340\ Km}{4\ h} =$ **85 Km / h**

Ejercicio Nº 2

Una partícula se mueve a lo largo del eje X, de tal manera que su posición varía con el tiempo según la ecuación X = 2t2 – 1, expresando el espacio en metros y el tiempo en segundos. Halla la velocidad media en los intervalos de tiempo siguientes:

a) entre 2 y 3 segundos.
b) 2 y 2,1 segundos.
c) 2 y 2,01 segundos.
d) 2 y 2,001 segundos.
e) Halla la velocidad instantánea a los 2 segundos.

Solución:

Al tratarse de un movimiento rectilíneo podemos trabajar con escalares:

a) $X_{2s} = 2.2^2 - 1 = 7 \text{ m}$; $X_{3s} = 2.3^2 - 1 = 17 \text{ m}$; $\Delta X = 17 - 7 = 10 \text{ m}$

$\Delta t = 3 - 2 = 1 \text{ s}$; $V_m = \dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{10\ m}{1\ s} = 10\ m/s$

b) $X_{2s} = 2.2^2 - 1 = 7 \text{ m}$; $X_{2,1s} = 2.(2,1)^2 - 1 = 7,82 \text{ m}$;

$\Delta X = 7,82 - 7 = 0,82 \text{ m}$

$\Delta t = 2,1 - 2 = 0,1 \text{ s}$; $V_m = \dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{0,82\ m}{0,1\ s} = 8,2\ m/s$

$\Delta t = 2,1 - 2 = 0,1 \text{ s}$; $V_m = \dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{0,82\ m}{0,1\ s} = 8,2\ m/s$

c) $X_{2s} = 2.2^2 - 1 = 7 \text{ m}$; $X_{2,01s} = 2.(2,01)^2 - 1 = 7,0802 \text{ m}$

$\Delta X = 7,0802 - 7 = 0,0802 \text{ m}$; $\Delta t = 2,01 - 2 = 0,01 \text{ s}$

$$V_m = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{0,0802 \text{ m}}{0,01 \text{ s}} = 8,02 \text{ m/s}$$

d) $X_{2s} = 2.2^2 - 1 = 7 \text{ m}$; $X_{2,001s} = 2.(2,001)^2 - 1 = 7,008002 \text{ m}$

$\Delta X = 7,008002 - 7 = 8,002 \,.\, 10^{-3} \text{m}$; $\Delta t = 2,001 - 2 = 0,001 \text{ s}$

$$V_m = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{8,002.10^{-3} \text{m}}{0,001 \text{ s}} = 8,002 \text{ m/s}$$

e) $V = \dfrac{dX}{dt} = 4t$; $V_{2s} = 8\ m/s$

Ejercicio Nº3

Las posiciones que ocupa un móvil en su movimiento, vienen dadas por las siguientes ecuaciones, en las que x, y, z quedan expresadas en metros y t en segundos:

$X = t^2 + 2t - 5$; $Y = t + 1$; $Z = t^3 + 2t$. Halla para el instante t = 2s:

a) La posición del móvil y la distancia al origen.
b) El vector velocidad y su módulo
c) El vector aceleración y su módulo.
d) El módulo de la aceleración tangencial y normal.
e) El radio de curvatura.

Solución:

a) $\vec{r} = (t^2 + 2t - 5)\vec{i} + (t+1)\vec{j} + (t^3 + 2t)\vec{k}$; $\vec{r}_{2s} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 12\vec{k}$;

$\left|\vec{r}\right| = \sqrt{162}\ m$

b) $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = (2t+2)\vec{i} + \vec{j} + (3t^2 + 2)\vec{k}$;

$\vec{v}_{2s} = 6\vec{i} + \vec{j} + 14\vec{k}$; $\left|\vec{v}\right| = \sqrt{233}\ m/s$

c) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{i} + 6t\vec{k}$; $\vec{a}_{2s} = 2\vec{i} + 12\vec{k}$; $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{148}\ m/s^2$

d) $\left|\vec{a}_t\right| = \dfrac{d\left|\vec{v}\right|}{dt} = \dfrac{2.(2t+2).2 + 2.(3t^2+2).6t}{2\sqrt{(2t+2)^2 + 1 + (3t^2+2)^2}} = \dfrac{360}{2\sqrt{233}} = \dfrac{180}{\sqrt{233}} = 11{,}8\ m/s^2.$

$\left|\vec{a}_n\right|^2 = \left|\vec{a}\right|^2 - \left|\vec{a}_t\right|^2 = 148 - \dfrac{180^2}{233} \approx 9\ m/s^2$; $\left|\vec{a}_n\right| = 3\ m/s^2$

e) $\left|\vec{a}_n\right| = \dfrac{\left|\vec{v}\right|^2}{R}$; $R = \dfrac{\left|\vec{v}\right|^2}{\left|\vec{a}_n\right|} = \dfrac{233}{3} = 77{,}6\ m$

Ejercicio Nº 4

Desde la terraza de un edificio de 50 m de altura se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 20 m/s. La piedra al caer libra el edificio, tal como indica el dibujo. Determina:

a) El tiempo necesario para que alcance la altura máxima.
b) La altura máxima.
c) El tiempo necesario para que la piedra alcance la altura desde la que fue lanzada.
d) La velocidad de la piedra en ese instante.
e) La velocidad y posición de la piedra en 5 s.
f) El tiempo que tarda la piedra en llegar al suelo y velocidad con que impacta.

Solución:

A las posiciones de la piedra durante el recorrido les asignamos las letras A, B, C, D y E

Tomamos como origen de coordenadas el suelo, sentido positivo del eje Y hacia arriba, y como origen de tiempos el instante en el que se lanza la piedra, por lo que:

$V_0 = V_A = 20$ m/s , $a = g = - 9{,}8$ m/s^2 , $t_0 = 0$ s

La velocidad arriba del todo, VB será cero.

$V = V0 + a . \Delta t$; $VB = VA + a . t$

$0 = 20 + (-9{,}8)\ t$; $t = 2{,}04$ s

b) $Y = Y\ 0 + v0 . \Delta t + 1/2\ a . \Delta t2$

$Ymax. = YB = YA + VA . t + \frac{1}{2}\ a . t2$

$YB = 50 + 20 . 2{,}04 + \frac{1}{2} (-9{,}8)\ (2{,}04)2 = 70{,}4$ m

$Yc = YA = 50$ m ; $Yc = YA + VA \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t2$

$$50 = 50 + 20.t - \frac{1}{2} (-9,8)\ t2$$

dos soluciones: t1 = 0 (inicial) ; t2 = 4,08 s (vuelve a pasar)

d) $VC = VA + a \cdot t = 20 + (-9,8).(4,08) = -20$ m/s

e) Será el punto D:

$$V_D = V_A + a \cdot t = 20 + (-9,8)(5) = -29 \text{ m/s}$$

$$Y_D = Y_A + V_A.t + \frac{1}{2} a.t^2 = 50 + 20.5 + \frac{1}{2}(-9,8)\,5^2 = 27,5 \text{ m}$$

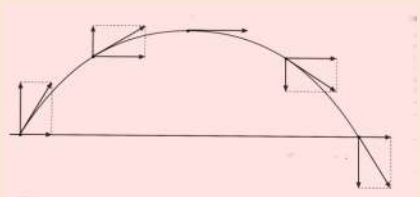
f) Será el punto E:

$$Y_E = Y_A + V_A.t + \frac{1}{2} a.t^2 ; \quad 0 = 50 + 20.5 + \frac{1}{2}(-9,8)\,t^2$$

dos soluciones: $t_1 = 5,83$ s ; $t_2 = -1,75$ s (no válida, antes de lanzar)

$$VE = VA + a.t = 20 + (-9,8).(5,83) = -37,13\ m/s$$

Ejercicio Nº 5



Se dispara un cañón con un ángulo de tiro de 30º y con una velocidad inicial de 500 m/s. Tomando $g = 10$ m/s^2, calcula:

a) El módulo de la velocidad a los 3 s.
b) La posición del proyectil en ese instante.
c) La altura máxima alcanzada.
d) El alcance del tiro.
e) La ecuación de la trayectoria.

Solución:

Tomamos como origen de coordenadas el cañón, sentido positivo del eje Y hacia arriba, sentido positivo del eje X el del avance del proyectil, y como origen de tiempos el instante del disparo (t_0 = 0), por lo que los datos del problema en forma vectorial son:

$$\vec{a} = \vec{g} = -10\,\vec{j} \quad ; \qquad \vec{r}_o = 0\,\vec{i} + 0\,\vec{j} = 0 \quad ;$$

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos 30\,\vec{i} + v_0 \operatorname{sen} 30\,\vec{j} = 500\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + 500\,.\frac{1}{2}\vec{j} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + 250\,\vec{j} \quad \text{a)}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}\,.\,\Delta t \;\; ; \;\; \vec{v} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + 250\,\vec{j} - (10\,\vec{j})\,t \;\; ;$$

$$\boxed{\vec{v} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + (\,250 - 10\,t)\,\vec{j}}$$

$$\vec{v} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + (250 - 10\,.\,3)\,\vec{j} \quad ; \quad \vec{v} = 250\sqrt{3}\,\vec{i} + 220\,\vec{j} \quad ; \quad \left|\vec{v}\right| = 485{,}7\ \text{m/s}$$

b) $$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_0\,.\,\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}\,.\,\Delta t^2 \quad ;$$

$$\vec{r} = 0 + (250\sqrt{3}\,\vec{i} + 250\,\vec{j})\,t + \frac{1}{2}(-10\,\vec{j})\,t^2$$

$$\boxed{\vec{r} = 250\sqrt{3}\,t\,\vec{i} + (250\,t - 5\,t^2)\,\vec{j}} \qquad \vec{r} = 250\sqrt{3}\,.\,3\,\vec{i} + (250\,.\,3 - 5.\,3^2)\,\vec{j}$$

$$\vec{r} = 750\sqrt{3}\,\vec{i} + 705\,\vec{j}$$

c) La altura máxima la alcanza cuando $V_y = 0$; $250 - 10\,t = 0$;
$t = 25$ s

$$y_{max} = 250\,t - 5\,t^2 = 250\,.\,25 - 5\,.\,25^2 \quad ;$$

$$y_{max} = 3125\ m$$

a) Alcance horizontal máximo: Cuando $y = 0$; $250\,t - 5\,t^2 = 0$

dos soluciones: $t_1 = 0$; $t_2 = 50\,s$

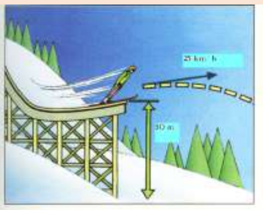
$$x_{max} = 250\sqrt{3}\,t \quad ; \quad x_{max} = 12500\,.\sqrt{3}\ m$$

e) Ecuación de la trayectoria: combinando la ecuación de la posición horizontal con la de la posición vertical y eliminando el tiempo:

$x = 250\sqrt{3}\ t \quad , \quad y = 250\ t - 5\ t^2$ despejando t de la ecuación de x:

$t = \dfrac{x}{250\sqrt{3}}$ y sustituyendo en la de la y resulta: $y = \dfrac{x}{\sqrt{3}} - \dfrac{x^2}{37500}$

<u>Ejercicio Nº 6</u>



Un esquiador baja por una pendiente y se despega del suelo moviéndose en dirección horizontal con una rapidez de 25 m/s. Si la plataforma de salida está a una altura del suelo de 50 m, calcula:

a) El vector de posición antes de saltar.
b) El tiempo que tardará en caer en la nieve.
c) El espacio horizontal recorrido.
d) La velocidad con que llega a la nieve.
e) El vector de posición final.

Solución: **Se toma como origen de coordenadas el punto del suelo, en la nieve, que está justo debajo de la salida de la plataforma del esquiador,sentido positivo del eje Y hacia arriba, sentido positivo del eje X el del avance del esquiador, y como origen de tiempos el instante del salto ($t_0 = 0$).**

<u>Eje X</u>: M.R.U. $X_0 = 0$, $V_{0x} = 25$ m/s

<u>Eje Y</u>: M.R.U.V. $Y_0 = 50$ m , $V_{0y} = 0$, $a = g = -9{,}8$ m/s^2

a) $\vec{r}_0 = x_o\,\vec{i} + y_o\,\vec{j} \quad ; \quad \vec{r}_0 = 50\,\vec{j}$

b) Cuando llegue a la nieve, su altura será $Y_{nieve} = 0$

$$Y_{nieve} = Y_o + V_{oy}t + \frac{1}{2}g.t^2 \quad ; \quad 0 = 50 + 0.t + \frac{1}{2}(-9{,}8)\,t^2 \quad ; \quad t = 3{,}19\ s$$

c) $X = X_0 + V_x t \quad ; \quad X = 0 + 25\ .3{,}19 = 79{,}75\ m$

d) Al llegar al suelo la velocidad horizontal sigue siendo la misma $V_x = 25\ m/s$

y la vertical: $V_y = V_{oy} + g\,.\Delta t = 0 - 9{,}8\ .\ 3{,}19 = -31{,}26\ m/s$;

por tanto, $\vec{v} = 25\,\vec{i} - 31{,}26\,\vec{j}\ m/s \quad ; \quad |\vec{v}| = 40\ m/s$

e) $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \quad ; \quad \vec{r} = 79{,}75\,\vec{i} + 0\,\vec{j} = 79{,}75\,\vec{i}$

Ejercicio Nº 7

Una partícula describe una circunferencia de 5 m de radio con una velocidad constante de 2 m/s. En un instante dado frena con una aceleración constante de 0,5 m/s^2 hasta pararse. Calcula:

a) La velocidad angular en rpm de la partícula antes de empezar a frenar.
b) La aceleración de la partícula antes de empezar a frenar.
c) La aceleración 2s después de empezar a frenar.
d) La aceleración angular mientras frena.
e) El tiempo que tarda en frenar.
f) El número de vueltas que da desde que empieza a frenar hasta que se para.

Solución:

a) La velocidad angular se obtiene de la relación $v = \omega\ .\ R$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2\ m/s}{5\ m} = 0{,}4\ rad/s = \frac{0{,}4\ rad/s\ .\ 60\ s/min}{2\pi\ rad/rev} = 3{,}82\ rpm$$

a) Antes de empezar a frenar, el módulo de la velocidad es constante. Por tanto, la única aceleración que tiene es la aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{2^2}{5} = 0{,}8\ \ m/s^2$$

b) En este instante tiene aceleración tangencial $a_t = -0{,}5\ m/s^2$ y también normal:

$$v = v_0 + a_t.t = 2 - 0{,}5\ .\ 2 = 1\ m/s \quad ; \qquad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{1^2}{5} = 0{,}2\ m/s^2$$

Por tanto. la aceleración de la partícula será:

$$a = \sqrt{a_t{}^2 + a_n{}^2} = \sqrt{(-0{,}5)^2 + (0{,}2)^2} = 0{,}54\ m/s^2$$

c) La aceleración angular se puede obtener de la relación $a_t = \alpha\ .\ R$

$$\alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{-0{,}5\ m/s^2}{5\ m} = -0{,}1\ rad/s^2$$

d) De la ecuación $v = v_0 + a_t.t$, despejamos el tiempo

$$t = \frac{v - v_0}{a_t} = \frac{0-2}{-0{,}5} = 4\ s$$

e) $$\left.\begin{array}{l} y = (V_0 \operatorname{sen} \vartheta) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ x = (V_0 \cos \vartheta) \cdot t \end{array}\right\} \text{Alcance máximo y=0} \qquad \left.\begin{array}{l} 0 = (V_0 \operatorname{sen} \vartheta) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ x_{max} = (V_0 \cos \vartheta) \cdot t \end{array}\right\}$$

Despejando t: $x_{max} = \dfrac{V_0 \operatorname{sen} 2\vartheta}{g}$; $20 = \dfrac{V_0 \operatorname{sen}(2 \cdot 45)}{10}$; $V_0 = 14'1\, m/s$

(repasa teoría)

$$\vec{V}_0 = (14'1 \cdot \cos 45)\vec{i} + (14'1 \cdot \operatorname{sen} 45)\vec{j} = 10\vec{i} + 10\vec{j}\,;\ \vec{P}_0 = m\vec{V}_0 = 0'1 \cdot (10\vec{i} + 10\vec{j}) = \vec{i} + \vec{j}$$

f) $E_{c(A)} = \frac{1}{2} m V_A{}^2 = (V_A = V_{AX}\vec{i} + 0\vec{j})$; $V_{AX} = V_{OX}$ (la componente horizontal de la velocidad se mantiene constante)

y_{max} cuando $V_y = 0$;

$$\left\{\begin{array}{l} V_y = V_0 \operatorname{sen}\vartheta - gt \\ y = (V_0 \operatorname{sen}\vartheta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0 = V_0 \operatorname{sen}\vartheta - gt \\ y_{max} = (V_0 \operatorname{sen}\vartheta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{array}\Bigg\} y_{max} = \frac{V_0^{\,2} \operatorname{sen}^2 \vartheta}{2g}; \; y_{max} = \frac{14'1^2 \cdot 0}{2 \cdot 1}$$

$$E_{p(A)} = mg \cdot y_{max} = 0'1 \cdot 10 \cdot 5 = 5\,J$$

Ejercicio Nº 8

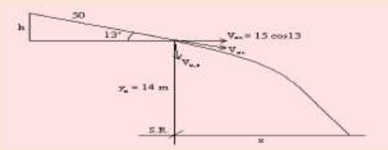
Un esquiador especialista en la modalidad de salto desciende por una rampa, que supondremos un plano inclinado que forma un ángulo de 13º con la horizontal y de 50m de longitud. El extremo inferior de la rampa se encuentra a 14m sobre el suelo horizontal. Ignorando los rozamientos y suponiendo que parte del reposo, calcular

a) La velocidad que tendrá al abandonar la rampa
b) La distancia horizontal que recorrería en el aire antes de llegar al suelo

Solución:

Datos: g =10 m/s^2

Res: a) 15 m/s; b) 20m (*P.A.U. Jun 96*)



a) $h = 50 \operatorname{sen} 13 = 11'25\,m$

Por conservación de la energía:

$$m\,g\,h = \frac{1}{2} m V^2 \,;\; V = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 11'25} = 15\,m/s$$

b) $y = y_0 - V_{oy} t - \frac{1}{2} g\,t^{\,2}$ Condición y = 0 para alcance máximo

$$0 = 14 - 15(\operatorname{sen} 13)\,t - \frac{1}{2} 10\,t^2 \;;\; 5t^2 + 3'37\,t - 14 = 0 \;;\; t = 1'37$$

$$x = V_{ox} \cdot t = 15 \cos 13º \cdot 1'37 = 20\,m$$

Ejercicio Nº 9

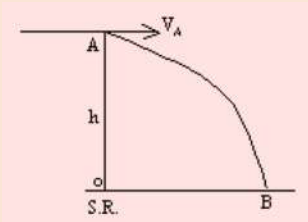
Desde un acantilado se dispara horizontalmente un proyectil de 2 kg con una velocidad inicial de 100 m/s. Si cuando el proyectil choca contra el mar su velocidad es de 108 m/s, calcular

a) La energía mecánica en el punto del disparo
b) El tiempo que el proyectil permanece en el aire

Solución:

Datos: g = 10 m/s^2

Res: a) 11664 J ; b) 4´08 s (*P.A.U. Sep 96*)



Resolvemos por *(P.)* conservación de la energía:

$$E_A = E_B = \frac{1}{2} m V_A{}^2 + m\,g\,h = \frac{1}{2} m V_B{}^2 + 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot 100^2 + m\,g\,h = \frac{1}{2} m \cdot 108^2 + 0;\ h = \frac{V_B{}^2 - V_A{}^2}{2g} = \frac{108^2 - 100^2}{2 \cdot 10} = 83'2\,m$$

Colocando el sistema de referencia en 0

$$h = h_0 + V_{o,y} \cdot t - \frac{1}{2} g\,t^2 ;\ Como\ V_{o,y} = 0;\ 0 = 83'2 - \frac{1}{2} 10\,t^2 ;\ t = 4'08\,s$$

Ejercicio Nº 10

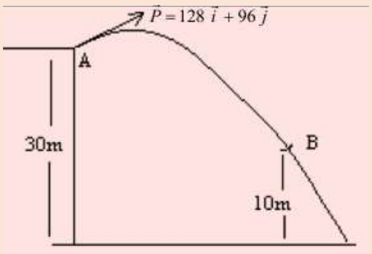
Desde un edificio de 30m de altura se lanza un objeto de 10 kg siendo su momento lineal, en el instante inicial de lanzamiento, P = 128 i + 96 j kg m/s. Despreciando la resistencia del aire, determinar

a) La energía mecánica después del lanzamiento
b) Su velocidad cuando se encuentra a 10m del suelo

Solución:

Datos: g = 10 m/s^2

Resp: a) 4280 J ; b)V=25´6 m/s (*P.A.U. Jun 97*)



a) $\vec{V}_A=\dfrac{\vec{P}_A}{m}=12'8\vec{i}+9'6'\vec{j}$

$V=\sqrt{12'8^2+9'6^2}=16\,m/s$

$E_A=E_{C,A}+E_{P,A}=\dfrac{1}{2}\cdot 10\cdot 16^2+10\cdot 10\cdot 30=4280\,J$

b) $E_A=E_B$ (conservación de la energía mecánica)

$4280=\dfrac{1}{2}mV_B{}^2+m\,g\,h_B=\dfrac{1}{2}10\,V_B{}^2+10\cdot 10\cdot 10\;;\;V_B=25'6\,m/s$

Para hallar el vector $\vec{V}_B$ debemos calcular sus componentes. La componente horizontal de la velocidad en B es igual que en A: $\vec{V}_{X,A}=\vec{V}_{X,B}=12'8\vec{i}$

$V_{y,B}=\sqrt{V_B{}^2-V_{x,B}{}^2}=\sqrt{25'6^2-12'8^2}=22'17$

$\vec{V}_B=12'8\vec{i}+22'17\,\vec{j}$

Ejercicio Nº 11

Un vehículo avanza a 108 km/h. Si la aceleración típica de frenada es de 6 m/s^2, calcular

a) La distancia que recorre antes de parar
b) La altura desde donde debería caer libremente, para que al llegar al suelo tenga la misma energía cinética que al avanzar a 108 km/h.

Solución:

Datos: g = 10 m/s^2

Res: a) d = 75m ; b) h = 45m (*P.A.U. Jun 98*)

$$V_o = 108\ km/h = \frac{108000}{3600} = \frac{108}{3'6} = 30\,m/s$$

a) $V^2 = V_o^{\,2} + 2aX$; $0 = 30^2 - 2\cdot 6\cdot X$; $X = 75\,m$

b) $E_C = E_P$

$$\frac{1}{2}mV^2 = m\,g\,h \ ;\ h = \frac{V^2}{2g} \ ;\ h = \frac{30^2}{2\cdot 10} = 45\,m$$

Ejercicio Nº 12

Mediante una grúa se eleva una carga (considérese puntual) a la velocidad de 5 m/s. Estando la carga a 6m del suelo, se detiene la grúa y es retirada. Calcular

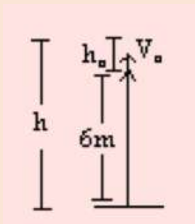
a) La altura máxima que alcanza la carga respecto del suelo

b) El tiempo que tarda en llegar al suelo desde que se retiró la grúa

Solución:

Datos: g = 9´81 m/s2

Res: a) h = 7´27m; b) t = 1´73s (*P.A.U.*)



a) $m\,g\,h_o + \frac{1}{2}mV_o^{\,2} = m\,g\,h$; $h = h_o + \frac{V_o^{\,2}}{2g} = 7'27\,m$

b) $V = V_o - g\,t = 0$; $t_1 = \frac{V_o}{g} = 0'51\,s$

$$h = \frac{1}{2}g\,t_2^2 \ ;\ t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1'22\,s$$

$$t = t_1 + t_2 = 1'73\,s$$

Cuestionario N°1: Cinemática.

1.- ¿Qué es dinámica?

2.- ¿Qué es trayectoria?

3.- Indique los tipos de movimiento.

4.- ¿Qué es partícula?

5.- ¿Qué es la velocidad y la aceleración?

6.- Una locomotora necesita 10 s. para alcanzar su velocidad normal que es 25m/s.Suponiendo que su movimiento es uniformemente acelerado ¿Qué aceleración se le ha comunicado y qué espacio ha recorrido antes de alcanzar la velocidad regular?

7.- Un cuerpo posee una velocidad inicial de 12 m/s y una aceleración de 2 m/s2 ¿Cuánto tiempo tardará en adquirir una velocidad de 144 Km/h?

8.- Dos vehículos salen al encuentro desde dos ciudades separadas por 300 km, con velocidades de 72 km/h y 108 km/h, respectivamente. Si salen a la vez responda a las siguientes preguntas:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.

b) La posición donde se encuentran.

9.- Dos vehículos salen al encuentro desde dos ciudades separadas por 200 km, con velocidades de 72 km/h y 90 km/h, respectivamente. Si el que circula a 90 km/h sale media hora más tarde, responda a las siguientes preguntas:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.

b) La posición donde se encuentran.

2 MOVIMIENTO RECTILINEO

Clasificación de los movimentos: Los parametro en funcion de los cuales se realiza la clasificación de los movimientos pueden ser: la forma de la trayectoria y las características del vector velocidad en función del tiempo.

Se denomina movimiento rectilíneo, aquél cuya trayectoria es una línea recta.

2.1 MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS CONCEPTO

Son aquellos que cuya trayectoria es una línea recta y el vector velocidad permanece constante en dirección, pero su módulo puede variar.

Los movimientos rectilíneos se clasifican, según varíe o no el modulo vector velocidad: si se mantiene constante, el movimiento se denomina rectilíneo uniforme (MRU); si varía, se denomina movimiento rectilíneo variado (MRV). De este último solo se analizara el caso en que la variación sea constante, uniforme; es decir, el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV). **(Alonso & Acosta, 1983)**

2.1.1Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU):

Un móvil describe un M.R.U si su trayectoria es una recta que recorre a velocidad constante: recorre distancias iguales en tiempos iguales. Por lo tanto, la distancia es directamente proporcional a la velocidad y al tiempo. La velocidad, magnitud vectorial: una magnitud es vectorial cuando para determinar una cantidad no basta con decir su “medida” en una cierta unidad, sino que es necesario determinar también una dirección y un sentido, es decir, como su nombre lo indica, una magnitud vectorial se expresa con un vector, cuyas características son:

1) Punto de aplicación: el que ocupa el móvil en su trayectoria, en el instante considerado.

2) Dirección: tangente a la trayectoria.

3) Sentido: el del movimiento (para dónde va, para la derecha, para arriba, etc.)

4) Medida: la que tenga en ese instante (es el módulo del vector, el valor numérico absoluto de la magnitud).

Fórmula: d=vel.t (distancia es igual a velocidad por tiempo) donde d = x_f-x_i (es decir, la distancia recorrida o desplazamiento es la resta de la posición final y la inicial)

2.1.2 Leyes del Movimiento Rectilíneo Uniforme

1^{era} Ley: La velocidad es constante.

$$\boldsymbol{v = cte.}$$

2ª Ley: El espacio recorrido es proporcional al tiempo siendo la constante de proporcionalidad, la velocidad.

$$\boldsymbol{e = v.t}$$

Ecuación General del MRU:

Esta ecuación representa la posición de un móvil con movimiento rectilíneo uniforme a cualquier tiempo t y es particularmente útil para resolver problemas de encuentro de móviles.

$$\boldsymbol{X(t) = Xo + v.t}$$

Donde x (t) es la posición del móvil al tiempo t, x_o es la posición a tiempo cero (posición inicial), v representa la velocidad. La diferencia X (t) - Xo representa el espacio recorrido por el móvil.

Representación gráfica del MRU:

Veremos a continuación que tipos de gráficos se obtienen al representar las leyes de este movimiento y la ecuación general:

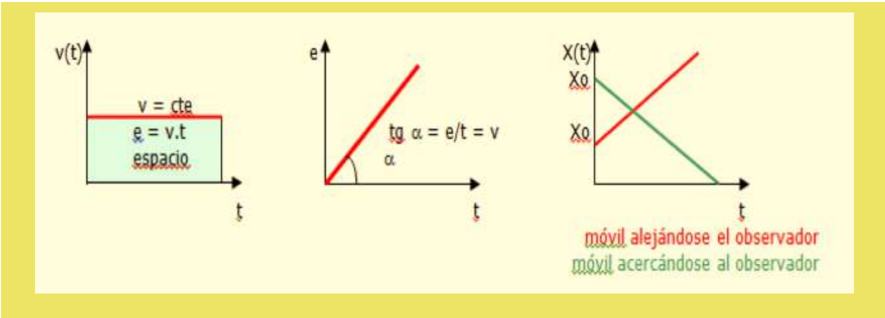


fig. 2. 1 Representación gráfica del MRU

2.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

Concepto de aceleración: es la variación de la velocidad en función del tiempo. Cuando la velocidad está cambiando se dice que hay aceleración y el movimiento se llama “variado” (porque varía la velocidad). En un movimiento variado, la aceleración media correspondiente a un intervalo de tiempo se define como el cociente entre la variación de velocidad experimentada por el móvil y el intervalo de tiempo empleado en esa variación. Se llama aceleración al cociente entre una variación de velocidad y el tiempo en que se produce.(Beatriz, 1998)

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_o V}{t_o - t}$$

Fórmulas de MRUV:

$$d = \frac{1}{2}.a.t2$$

Esta fórmula sirve especialmente cuando el móvil parte del reposo aumentando la velocidad uniformemente (uniformemente acelerado)

$$\boldsymbol{d} = Vi.t + \frac{1}{2}.a.t^2$$

Esta fórmula se usa particularmente cuando el movimiento es uniformemente variado partiendo de cierta velocidad inicial distinta.

En el caso de no tener t como dato, usamos: $\boldsymbol{d} = \frac{Vf^2 - Vi^2}{2a}$

Gráficos de MRUV: Los gráficos de MRUV tienen la siguiente forma:

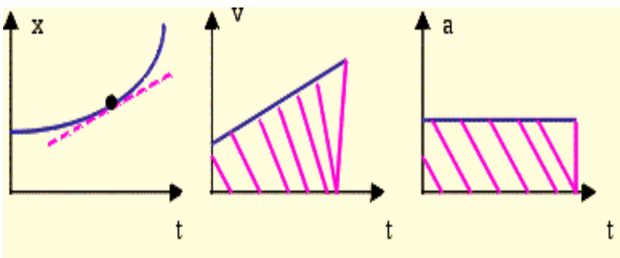


Fig. 2.2 En el gráfico x-t: La pendiente de la recta tangente en un punto de la parábola es la velocidad instantánea

*En el gráfico v-t: La pendiente de la recta es la aceleración y el área bajo esta recta es el desplazamiento

*En el gráfico a-t: El área bajo la recta es la variación de la velocidad

Ejemplo:

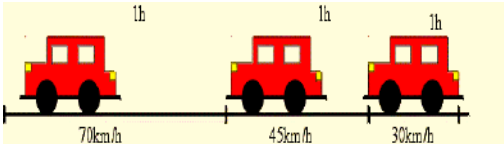


fig. 2. 3 Aceleración de un móvil

Cuando en un problema nos plantean como incógnita la aceleración y el tiempo, como ambas figura en las mismas fórmulas, debemos trabajar con sistemas de fórmulas que, por ejemplo, resolvemos por sustitución. Para eso podemos recurrir a las ecuaciones ya vistas:

$$\boldsymbol{d} = Vi.t + \frac{1}{2}.a.t^2$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{Vf - Vi}{t}$$

Ejemplo numérico: Un auto avanza a 20m/s, comienza a acelerar y luego de 10 segundos alcanza los 80m/s. Calcular qué distancia recorrió en dicho tiempo.

Datos:$\boldsymbol{Vf} = \frac{80m}{s}, t = 10s, Vi = \frac{20m}{s}, d = ?$

$$\boldsymbol{d} = \frac{20m}{s}.10s + \frac{1}{2}.a.(10s)^2$$

(Nos falta a, entonces a continuación lo calculamos a través de la otra fórmula:)

$$\boldsymbol{a} = (V - Vi)/t = (80m/s - 20m/s)/10s = 6m/s\text{^}2\ (y$$

Ahora reemplazamos en la ecuación que nos habías quedado inconclusa:)

$$\boldsymbol{d} = \frac{20m}{s}.10s + \frac{1}{2}.$$

$$\left(\frac{6m}{s^2}\right).100s^2 = 200m + 300m = 500m$$

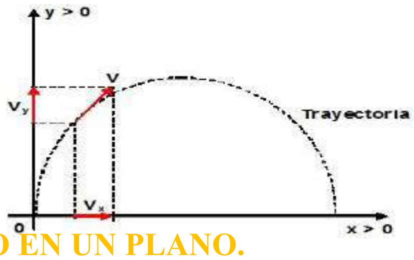


fig. 2. 4 Movimiento parabólico de una partícula

2.3 MOVIMIENTO EN UN PLANO.

2.3.1 Movimiento parabólico: Se trata de un “movimiento rectilíneo uniforme” en su desarrollo horizontal y un “movimiento uniformemente variado” en su desarrollo vertical.

Otro tipo de movimiento sencillo que se observa frecuentemente es el de una pelota que se lanza al aire formando un ángulo con la horizontal. Debido a la gravedad, la pelotaexperimenta una aceleración constante dirigida hacia abajo que primero reduce la velocidad vertical hacia arriba que tenía al principio y después aumenta su velocidad hacia abajo mientras cae hacia el suelo.

Es un movimiento cuya velocidad inicial tiene componentes en los ejes "x" e "y", en el eje "y" se comporta como tiro vertical, mientras que en el eje "x" como M.R.U.

2.3.2 Movimiento Circular: Se define movimiento circular como aquél cuya trayectoria es una circunferencia. Una vez situado el origen O de ángulos describimos el movimiento circular mediante las siguientes magnitudes.

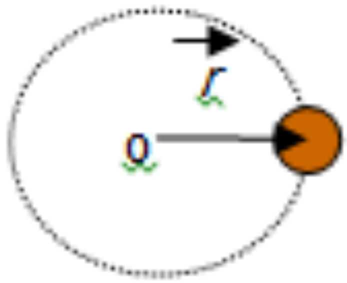
2.3.3 Movimiento Circular Uniforme (MCU)

Se denomina así al movimiento circular en el cual un móvil recorre arcos de circunferencia iguales en tiempos iguales. Esto significa, en otras palabras, que el móvil tarda siempre el mismo tiempo en recorrer toda la circunferencia completa. Imagínense un automóvil que circula por una pista circular siempre a la misma velocidad. En este caso, dicho automóvil pasará por el punto de partida a intervalos de tiempo regulares.

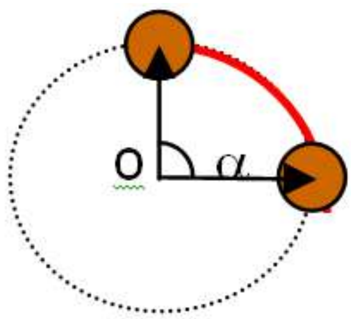
Dentro de este tipo de movimiento, vamos a definir en primer lugar algunos conceptos importantes:

Vector posición o radio vector (*r*): es el vector que une el centro de la circunferencia con el móvil.

Velocidad angular (*ω*): se define como el ángulo barrido por el vector posición en la unidad de tiempo.

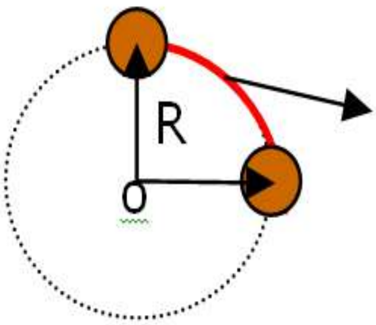


Velocidad angular (*ω*): se define como el ángulo barrido por el vector posición en la unidad de tiempo.



Por convención la velocidad angular es positiva cuando el objeto se mueve en sentido contrario a las agujas del reloj (anti horario) y negativa en sentido horario.

Radián: la medida de un ángulo, expresada en radianes, queda definida por el cociente entre la longitud del arco de circunferencia (d) y el radio correspondiente (R).



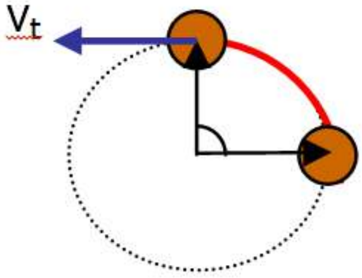
Velocidad tangencial (v_t): es el cociente entre el arco de circunferencia (d) y el tiempo empleado en recorrer dicho arco.

Se denomina velocidad tangencial pues su dirección es tangente al arco de la circunferencia (flecha azul). La relación que existe entre la velocidad angular y la tangencial es la siguiente:

$$vt = \omega . R$$

Si el radio está expresado en metros y la velocidad angular en rad/seg, la velocidad queda expresada en m/seg. Esta velocidad es constante en el MCU.

Frecuencia (f): se define como el número de revoluciones (o vueltas) que realiza el móvil en la unidad de tiempo. Generalmente se expresa en Revoluciones por minuto (RPM) o vueltas por segundo (1/seg).



$$1\,RPM = (2\pi\,/\,60)\,Seg.$$

Período (T): representa el tiempo empleado por el móvil en realizar un giro completo. Es la inversa de la frecuencia expresada en 1/seg. La unidad de T debe estar expresada en unidades de tiempo.

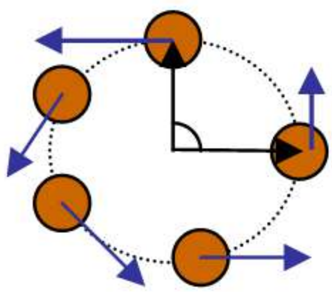
$$T = 1\,/\,f$$

La relación que existe entre la velocidad angular, la frecuencia y el período queda establecida por la siguiente igualdad:

$$\omega = 2\,\pi\,f = 2\pi\,/\,T$$

Esta igualdad surge de considerar que en el tiempo T el móvil realiza una revolución completa, es decir 2π.

Aceleración Centrípeta (a): si bien el módulo del vector que representa la velocidad tangencial es constante durante todo el movimiento, no ocurre lo mismo con su dirección, pues esta cambia continuamente, girando hacia el centro de la circunferencia de modo tal que siempre sea tangente a ésta. La aceleración centrípeta da cuenta de esta variación.



Las flechas azules representan las distintas posiciones y orientaciones del vector v_t.

La aceleración centrípeta se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{ac\ =\ v2\ /\ R\ =\ \omega 2.R}$$

2.4 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV)

En este tipo de movimiento, tanto la velocidad tangencial como la angular no son constantes en el tiempo. Imaginemos un cilindro que puede girar libremente sobre un eje horizontal al cual le enrollamos un hilo del cual colgamos una pesa. Al soltar dicha pesa, el cilindro girará desenrollando el hilo y los puntos de la superficie del cilindro experimentarán un movimiento circular acelerado por la acción de la gravedad sobre la pesa. Otro ejemplo es el de una calesita: inicialmente esta quieta y al cabo de un determinado lapso de tiempo, alcanza una cierta velocidad de rotación.

Podemos pues definir para este movimiento una aceleración tangencial y una aceleración angular:

Aceleración Tangencial (a_t): representa la variación de la velocidad tangencial por unidad de tiempo.

$$\boldsymbol{at\ =\ (vf - Vo)\ /\ t}$$

Esta es la misma aceleración que vimos en el MRUV, por lo tanto su unidad es m/seg^2.

Aceleración Angular (ω): representa la variación de la velocidad angular por unidad de tiempo.

Ecuación de movimiento: $\boldsymbol{r}\ = r_0 +\ v.t\ \ =>\ r = 5000 + 20.t\ (m)$

- **a)** A los dos minutos (t=2 min =120s), la posición del tren es
  R= -5000+20.t = 5000+20.120= -2600 m (falta todavía 2600 para llegar a la estación)
- **b)** La distancia recorrida (desplazamiento) se calcula como la diferencia entre las posiciones final e inicial

$\Delta r = r - r_0 = \ -2600m - (-5000m) = 2400m$(Ha recorrido 2400m en sentido positivo)

c) Cuando pasa por la estación, la posición del tren es r = 0m. Sustituimos ese valor en la ecuación de movimiento.

$r = -500 + 20.t \ \rightarrow t = 250s$ (Tarda en pasar por la estación)

2.5 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

El **movimiento circular uniforme** (**MCU**) es el movimiento que describe una partícula cuando da vueltas sobre un eje estando siempre a la misma distancia (*r*) del mismo y desplazándose a una velocidad constante. (Gallegos, 2015)

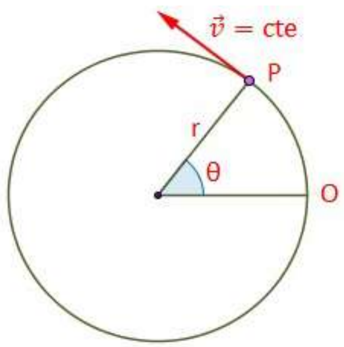


Fig. 2.5 movimiento de una partícula

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Donde ves la rapidez (constante) y R es el radiode la trayectoria circular.

De otro lado, la magnitud de la aceleración centrípeta es:

$$a_c = \ \omega^2 R = \ 4\pi^2 f^2 R$$

Donde ωes la velocidad angular y "ƒ" es la frecuencia

Luego, la fuerza centrípeta se expresa también como:

$$F_c = 4\pi^2 f^2 RM$$

En los movimientos circulares el módulo del vector de posición es constante e igual al radio R de la circunferencia

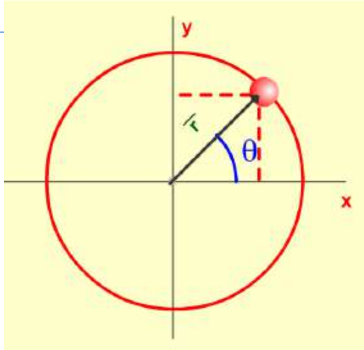


Fig. 1.6 Vector de posición

Desplazamiento Anular.- Se denomina desplazamiento angular ($\Delta\theta$) a la diferencia

$$\theta - \theta_0.$$

El desplazamiento angular se mide en radianes (rad).

Velocidad Angular.- Se define como velocidad angular media $\big((i)m\big)$ al coeficiente $\Delta\theta/\Delta t$.

En el S.I la velocidad media se mide en rad/s (s^{-1}) ya que el radián es dimensional.

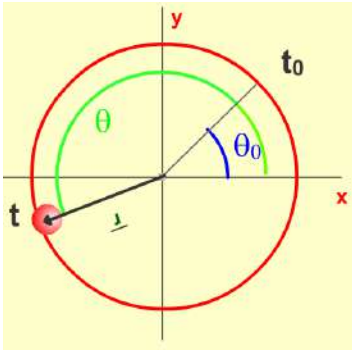


Fig. 2.7 Ejemplo de radián dimensional

En los movimientos circulares uniformes la velocidad angular media coincide con la velocidad angular instantánea (ω)

$$(\omega) = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

Despejando quedaría de la siguiente manera:

$$\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0)$$

Las relaciones que existenentre las magnitudes angulares y las lineales son:

$$\Delta s = \Delta\theta R$$

$$v = \omega R$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

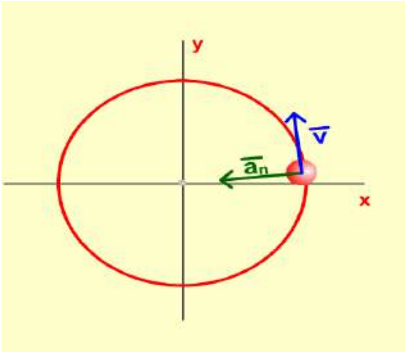


Fig. 2.8 Relación de una magnitud angular

2.6 FÓRMULAS PARA EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U.)

*Periodo y frecuencia son recíprocos:

$T.f = 1$ => puedes ser $T = \frac{1}{f}$ ó $f = \frac{1}{T}$

*Velocidad líneal o tangencial: $V_{T=\frac{2\pi R}{T}=2\pi Rf}$

*Velocidad Angular: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi Rf$

*Aceleración Centrípeta: $a_c = \frac{V_{t2}}{R} = \omega^2 R$

*Relación entre velocidad tangencial y velocidad angular:

$$V_t = \omega R$$

Fórmulas para movimiento circular uniformemente variado (acelerado y desacelerado)

En la siguiente tabla se hace un paralelo entre las fórmulas para movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.) y las fórmulas para movimiento circular uniformemente variado (M.C.U.V.). (Rodríguez, 2010)

2.6.1 Fórmulas para M.R.U.V:

$$a = \frac{V_{f-V_0}}{t}$$

$$d = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$$

$$Vf^2 = V_0 + 2ad$$

$$d = \left(\frac{V_0 + V_f}{2}\right)t$$

Fórmulas para M.C.U.V.

En términos lineales o tangenciales:

$$a_r = \frac{V_{rf-V_{ro}}}{t}$$

$$s = \frac{1}{2}a_r t^2 + v_{ro}{}^{t}$$

$$v_{rf^2 = V_{ro^2} + 2_{ar^2}}$$

$$S = \left(\frac{V_{ro} + V_{rf}}{2}\right)t$$

En terminos angulares:

$$a = \frac{\omega_f - \omega_o}{t}$$

$$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega_f}{2}\right) t$$

Ejercicios Propuestos N° 2 Movimiento Rectilíneo

*Calcula la velocidad lineal de dos puntos que describen circunferencias de 1,5 y 0, 25 m de radio respectivamente.

*Calcula la velocidad lineal, la velocidad angular y la relación que existe entre éstas para dos puntos que describen circunferencias

Ejercicios Resueltos Nº 1. Movimiento Rectilíneo

Ejercicios Nº1

Dos jugadores de canicas se encuentran uno frente a otro con sus canicas en la mano. El juego consiste en lanzarlas al mismo tiempo en línea recta y hacer que ambas se golpeen. Si ambos se encuentran situados a 36 metros uno del otro y el jugador A lanza su canica a 2 m/sg y el jugador B a 4 m/sg en un movimiento rectilíneo uniforme. Calcula a que distancia del jugador B chocarán las canicas.

En un m.r.u. la posición de un cuerpo en movimiento viene dada por la siguiente ecuación:

$$x = x0 + v \cdot t$$

Canica jugador A.

Sustituyendo los valores de este jugador en la ecuación del M.R.U. obtenemos que:

$$xA = 0 + 2 \cdot t\, m \Rightarrow xA = 2 \cdot t\, m$$

Canica jugador B

Sustituyendo nuevamente en la ecuación, pero con los datos del jugador B:

$$xB = 36 - 4 \cdot t\ m$$

Observa que al desplazarse hacia el origen de nuestro sistema de referencia su velocidad es negativa.

Ambas canicas impactarán cuando sus posiciones sean las mismas, es decir XA=XB, por tanto:

$$XA = XB \Rightarrow 2 \cdot t = 36 - 4 \cdot t \Rightarrow t = 366 \Rightarrow t = 6\ sg$$

Es decir, cuando transcurran 6 sg chocarán, pero ¿dónde?. Como sabemos cuándo se produce el impacto, basta sustituir ese tiempo en la ecuación de la posición de cualquiera de las 2 canicas.

$$XA = 2 \cdot t \Rightarrow XA = 2 \cdot 6 \Rightarrow XA = 12\ m$$

Por tanto, el choque se produce a 12 metros del jugador A y a 24 m

(36-12) del jugador B.

Ejercicios Nº 2

Desde el punto *A* parten, con 15 segundos de diferencia, dos cuerpos en la misma dirección y sentido. Sabiendo que la velocidad del primero es de 72 km/h, ¿Cuál debe ser la velocidad del segundo para que lo alcance a los 90 s?

Nota: Puedes suponer que ambos cuerpos se mueven según un movimiento rectilíneo uniforme.

Solución

- Velocidad del primer cuerpo: V_1 = 72 km/h = 20 m/s
- Diferencia de tiempo de salida entre los dos cuerpos $\boldsymbol{\Delta t = 15\ s}$

- Instante en el que se encuentran los cuerpos: $t = 90\ s$

Consideraciones previas

Existen dos cuerpos que inician sus movimientos en instantes de tiempo distintos. La diferencia entre ellos es de 15 s.

Por tanto, cuando el primer cuerpo lleva 90 s en movimiento, el segundo sólo llevará 90 - 15 = 75 s

Para que se encuentren en el instante 90 s, la distancia que recorra el segundocuerpo en esos 75 s debe ser la misma que la que recorre el primero en 90 s.

Ten presente que podemos utilizar el convenio de signos en movimientos rectilíneos que nos permite utilizar magnitudes escalares en lugar de vectoriales para describir el movimiento

Resolución

La expresión que nos permite determinar la posición de cada cuerpo en función de la velocidad y del tiempo es:

x=x0+v·t

Siendo t_1 el tiempo que está en movimiento el primer cuerpo, nos queda para el primer cuerpo:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1$$

Siendo t_2 el tiempo que está en movimiento el segundo cuerpo, nos queda para el segundo cuerpo:

$$x2 = x02 + v2 \cdot t2$$

Ambos cuerpos parten del mismo punto, por tanto $x_{01} = x_{02} = 0$, pero lo hacen en instante de tiempos distintos: $t_2 = t_1$ - 15 s. En el momento en que se encuentran t_1 = 90 s y t_2 = 90 - 15 = 75 s. Además, cuando se encuentran están en la misma posición, es decir, $x_1 = x_2$, quedando:

Ejercicios Nº 3

Dos cuerpos parten del mismo punto, en la misma dirección y sentido, describiendo un movimiento rectilíneo uniforme. Sabiendo que parten con 15 segundos de diferencia, que el primero lo hace a una velocidad de20 m/s y el segundo a una velocidad de 24 m/s, determina en qué instante se encuentran y a que distancia del origen.

Solución

Datos

- Velocidad del primer cuerpo: V_1 = 20 m/s
- Velocidad del segundo cuerpo: V_2 = 24 m/s
- Diferencia de tiempo de salida entre los dos cuerpos Δt = 15s

Consideraciones previas

- Existen dos cuerpos que inician sus movimientos en instantes de tiempo distintos. La diferencia entre ellos es de 15 s.
- Ten presente que podemos utilizar el convenio de signos en movimientos rectilíneos que nos permite utilizar magnitudes escalares en lugar de vectoriales para describir el movimiento

Resolución

La expresión que nos permite determinar la posición de cada cuerpo

Siendo t_1 el tiempo que está en movimiento el primer cuerpo, nos queda para el primer cuerpo:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1$$

en función de la velocidad y del tiempo es:

x=x0+v·t

Siendo t_1 el tiempo que está en movimiento el primer cuerpo, nos queda para el primer cuerpo:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1$$

Siendo t_2 el tiempo que está en movimiento el segundo cuerpo, nos queda para el segundo cuerpo:

$$x2 = x02 + v2 \cdot t2$$

Ambos cuerpos parten del mismo punto, por tanto $x_{01} = x_{02} = 0$, pero lo hacen en instante de tiempos distintos:

$t2 \ = \ t1 \ - \ 15\, s$. Además, cuando se encuentran están en la misma posición, es decir, $x_1 = x_2$, quedando:

$$v1 \cdot t1 = v2 \cdot t2 \Rightarrow v1 \cdot t1 = v2 \cdot (t1 - 15) \Rightarrow v1 \cdot t1 - v2 \cdot t1 = -15 \cdot v2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t1 = -15 \cdot v2v1 - v2 = -15 \cdot 2420 - 24 = 90\, m/s$$

Es decir, se encuentran cuando el primer cuerpo lleva 90 segundos de movimiento y el segundo 90 - 15 = 75 s. Para saber en qué punto se encuentran, simplemente sustituimos el valor del tiempo en la ecuación del primer movimiento:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1 = 0 + 20 \cdot 90 = 1800\, m$$

Observa que en este ejercicio hemos usado los mismos valores que en este otro, pero te

hemos preguntado otras magnitudes. Como cabe esperar, no importa cuales sean las incógnitas, el comportamiento del cuerpo que sigue un m.r.u. debe ser el mismo.

$$v1 \cdot t1 = v2 \cdot t2 \Rightarrow v1 \cdot t1 = v2 \cdot (t1 - 15) \Rightarrow v1 \cdot t1 - v2 \cdot t1 = -15 \cdot v2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t1 = -15 \cdot v2v1 - v2 = -15 \cdot 2420 - 24 = 90\, m/s$$

Es decir, se encuentran cuando el primer cuerpo lleva 90 segundos de movimiento y el segundo 90 - 15 = 75 s. Para saber en qué punto se encuentran, simplemente sustituimos el valor del tiempo en la ecuación del primer movimiento:

$$x1 = x01 + v1 \cdot t1 = 0 + 20 \cdot 90 = 1800\, m$$

Observa que en este ejercicio hemos usado los mismos valores que en este otro, pero te hemos preguntado otras magnitudes. Como cabe esperar, no importa cuales sean las incógnitas, el comportamiento del cuerpo que sigue un m.r.u. debe ser el mismo.

Ejercicios Nº 4

Un ciclista comienza su paseo matutino y al cabo de 10 segundos su velocidad es de 7.2 km/h. En ese instante ve aproximarse un

perro y comienza a frenar durante 6 segundos hasta que la bicicleta se detiene. Calcular:

a) La aceleración hasta que comienza a frenar.
b) La aceleración con la que frena la bicicleta.
c) El espacio total recorrido.

Solución

El movimiento puede descomponerse en 2 fases. Una primera fase en la que la aceleración es positiva (a>0) y otra segunda

donde la aceleración es negativa ya que se frena (a<0)

Cuestión a)

Datos

Velocidad inicial. v0 = 0 m/s
Velocidad a los 10 sg. v = 7.2 km/h.

Transformando la velocidad a unidades del S.I., tenemos que la velocidad a los 10 sg es:

V=7.2 km/h * 1000 m1 km* 1 h3600 s=2 m/s

Resolución

Se nos pide la aceleración en la primera fase del movimiento. Dado que conocemos la velocidad inicial (0 m/s), la velocidad final (2 m/s) y el tiempo que transcurre entre las 2 velocidades (10 s), podemos utilizar la ecuación de la velocidad y despejar la aceleración para resolver esta cuestión directamente:

$$v = v0 + a \cdot t \Rightarrow a = v - v0t \Rightarrow a = 2\, m/s - 0\, m/s10\; s \Rightarrow a = 0.2\, m/s2$$

Cuestión b)

En este caso, se nos pide la aceleración en la segunda fase.

Datos

Velocidad Inicial. Sería la velocidad final de la primera fase, es decir, v0=2m/s. Velocidad a los 6 sg. Como al final se detiene, la velocidad en ese instante será 0: v=0m/s.

Resolución

Aplicando la misma ecuación que en el apartado a, obtenemos:

v=v0+a·t ⇒a=v−v0t⇒a=0 m/s−2 m/s6 s⇒a=−0.33 m/s2

Cuestión c)

El espacio recorrido por el ciclista será el espacio recorrido en la primera fase más el espacio recorrido en la segunda.

Espacio recorrido en la 1º fase

x=x0+v0·t+a·t22⇒x = 0 m + 0 m/s · 10 s + (0.2) m/s2 · (10 s)2 2 ⇒x = 10 m

Espacio recorrido en la 2º fase

x=x0+v0·t+a·t22⇒x = 0 m + 2 m/s · 6 s + (−0.33) m/s2 · (6 s)2 2 ⇒x = 12 m−5.9 4 m ⇒x = 6.06 m

Por tanto el espacio total recorrido es:

$$xtotal = 10\, m\ +\ 6.06\, m\ =\ 16.06\, m$$

<u>Ejercicios Nº 5</u>

Un grifo estropeado deja escapar gotas de agua cada 1/4 de segundo. Si el grifo se encuentra a 3 metros de altura sobre el suelo,

y en este instante sale una, determinar cuál es la posición de las gotas que se encuentran en el aire en este momento.

Solución

Datos

$$H\ =\ 3\, m$$
$$g\ =\ 9.8\, m/s2$$

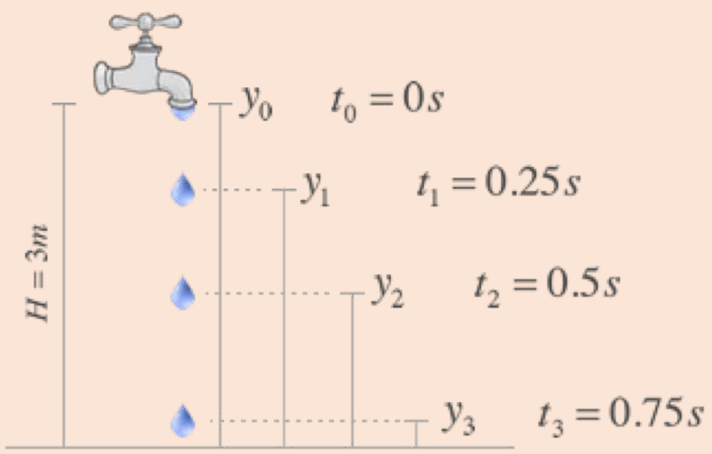
Tiempo que llevan en el aire cada una de las gotas $t0\ =\ 0\ s, t1\ =\ 0.25\ s, t2\ =\ 0.5\ s, t3\ =\ 0.75\ s, t4\ =\ 1\ sg,$ etc...

Y0, Y1, Y2, Y3,...?

Resolución

Tiempo que llevan en el aire cada una de las gotas $t0 = 0\ s, t1 = 0.25\ s, t2 = 0.5\ s, t3 = 0.75\ s, t4 = 1\ sg$, etc...

Y0, Y1, Y2, Y3,...?



Vamos a llamar y0, y1, y2,... a las posiciones de cada una de las gotas en el aire, contando desde la que se encuentra saliendo del grifo, tal y como se muestra la figura. De igual forma, llamaremos t0, t1, t2, etc... a los tiempos que llevan en el aire dichas gotas.

Aplicando la fórmula de la posición en el movimiento de caída libre, para cada una de ellas, obtenemos que:

$$y = H - 12 \cdot g \cdot t2$$

$$y0 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (0)2 \ = \ 3\ m$$

$$y1 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (0.25)2 \ = 2.69\ m$$

$$y2 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (0.5)2 \ = 1.77\ m$$

$$y3 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (0.75)2 \ = 0.24\ m$$

$$y4 = 3 - 12 \cdot 9.8 \cdot (1)2 = -1.9\, m....$$

Como puedes comprobar, la posición de la gota y4 es un número negativo, por tanto si el suelo se encuentra en y=0, dicha gota se estrelló contra el suelo hacía tiempo y por tanto no se encuentra en el aire en este momento. De aquí se deduce que hay tan solo 4 gotas flotando.

Ejercicios Nº 6

Un motorista que circula a 50 Km/h, sigue una trayectoria rectilínea hasta que acciona los frenos de su vehículo y se detiene completamente. Si desde que frena hasta que se para transcurren 6 segundos, calcula:

a) La aceleración durante la frenada.
b) La velocidad con que se movía

transcurridos 3 segundos desde que comenzó a frenar.
c) En que instante, desde que comenzó a frenar su velocidad fué de 1 m/s.

Solución

Dado que el movimiento es rectilíneo y la aceleración es constante nos encontramos ante un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Cuestión a)

Datos

$$Velocidad\ Inicial. v0 = 50\, Km/h = 50 \cdot (1000/3600) = 13.89\, m/s$$

$Velocidad\ Final. vf = 0\ Km/h = 0\ m/s$

$\Delta t = 6\ s$

$a = ?$

Resolución

Dado que conocemos la velocidad en dos instantes (v0 y vf) y el intervalo de tiempo

que transcurre entre ellos (6 s), podemos aplicar la definición de aceleración para calcular como varía la velocidad en ese intervalo.

$a = \Delta v \Delta t = vf - v0 \Delta t \Rightarrow a = -13.89\ ms/6\ s = -2.31\ ms2/$

Cuestión b)

Datos

$v0 = 13.89\ m/s$

$a = 2.31\ m/s2$

$t = 3\ s$

$v = ?$

Resolución

Con los datos que tenemos, sustituimos en la ecuación de la velocidad propia de los m.r.u.a. y resolveremos la cuestión:

$$v = v0 + a \cdot t \Rightarrow v = 13.89\ m/s - 2.31 m/s2 \cdot 3\ s \Rightarrow v = 6.96\ m/s$$

MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

Ejercicios Nº 7

Una partícula que se mueve de acuerdo a un movimiento armónico simple tarda 1 s en llegar de un extremo a otro de su trayectoria a otro. Sabiendo que la distancia que separa ambas posiciones es de 16 cm, y que el

movimiento se inicia en un extremo de la trayectoria, determina:

1. El periodo del movimiento
2. La posición de la partícula a los 1.5 segundos
3. La amplitud máxima de las oscilaciones

Solución

Datos

- Distancia entre extremos de la trayectoria: 16 cm = 16·10-2 m
- Tiempo entre extremos de la trayectoria: 1 s

Resolución

La partícula tarda 1 segundo en ir de un extremo a otro de la trayectoria, es decir, en hacer media oscilación. La oscilación completa se cumple cuando la partícula vuelve al punto de inicio:

$$\boldsymbol{T} = 2 \cdot 1 = 2\, s$$

Dado que la partícula tarda 2 segundos en completar una oscilación, a los 1.5 segundos se habrán completado los 3/4 de la misma y se encontrará en el punto de equilibrio, de vuelta hacia el punto inicial.

La distancia entre los extremos de un m.a.s. es el doble de la amplitud. Por tanto:

$$A = dextremos2 = 16 \cdot 10 - 22 = 8 \cdot 10 - 2m$$

Ejercicios Nº 8

Se cuelga un objeto de 200 g de un muelle sujeto al techo de 35 cm de longitud y su nueva longitud es de 45 cm.

- Determina la constante de elasticidad k del muelle
- Si estiramos el muelle hasta que mida 55 cm y lo soltamos,

determina las fuerzas que actúan sobre el muelle.

Solución

Datos

- Masa del objeto m = 200 $g = 0.2\ kg$
- Longitud del muelle sin peso: L0 = 35 cm = 35·10-2 m
- Longitud del muelle con peso: $L0 + x0 = 45\ cm = 45 \cdot 10 - 2\ m$
- Longitud del muelle estirado: $L0 + x0 + x = 55\ cm = 55 \cdot 10 - 2\ m$

Consideraciones previas

- Sabemos que la fuerza restauradora de un muelle se rige por la Ley de Hooke. $\vec{F}e = -k \cdot \vec{x}$
- Consideramos el valor de la gravedad: $g = 9.8\ m/s2$

Resolución

Sabemos que, cuando se cuelga el objeto del muelle y queda en equilibrio estático, el peso debe ser igual que la fuerza restauradora, pues no hay aceleración

$$\vec{F}t = \vec{F}e + \vec{P} = -k \cdot \vec{x}0 + m \cdot \vec{g} = 0 \Rightarrow k \cdot x0 = m \cdot g \Rightarrow k = m \cdot gx0$$

Donde $x0$ es la distancia a la posición de equilibrio, es decir , $x0 = 45 \cdot 10 - 2 - L0 = 45 \cdot 10 - 2 - 35 \cdot 10 - 2 =$

$10 \cdot 10 - 2m$. Sustituyendo valores nos queda:

k=m·gx0=0.2·9.810·10−2=19.6 N/m

En cuanto a las fuerzas que actúan sobre el muelle una vez estirado vamos a realizar las cuentas considerando el sentido positivo hacia abajo:

- Fuerza peso: $P = m \cdot g = 1.96\ N$. Su dirección es la del eje y y su sentido hacia abajo
- Fuerza restauradora: $Fe = -k \cdot (x + x0) = -19.6 \cdot 20 \cdot 10\text{-}2 = -3.92$ N. Siendo x la distancia a la posición de equilibrio del muelle con el objeto colgado L0 + $x0$ + x = 55·10-2 m => x = 10·10-2 m. Observa que, en este caso, el sentido - indica que la fuerza va hacia arriba.
- Fuerza total: Para calcularla, en lugar de hacer la simple diferencia, vamos a considerar el sentido positivo hacia abajo y que, tal y como hemos visto en la primera parte de este problema, k·x0=m·g ,nos queda:

$$Ft = -k(x0 + x) + m \cdot g = -k \cdot x0 - k \cdot x + m \cdot g = -m \cdot g - k \cdot x + m \cdot g = -k \cdot x$$

Con esto, sustituyendo, tenemos:

$$Ft = -k \cdot x = -19.6 \cdot 10 \cdot 10 - 2 = -1.96\ N$$

Como puedes observar, la diferencia

$Ft = P + Fe = -k \cdot x$,que sería la fuerza restauradora que aparecería en un muelle hipotético cuya posición de equilibrio fuese la de nuestro muelle con el objeto colgado.

Ejercicios Nº 9

Determina cual debe ser la amplitud de las oscilaciones de un péndulo de 70 cm sabiendo que el máximo ángulo que separa el hilo de la vertical es de 6º. ¿Qué fuerzas actúan sobre el cuerpo en esa situación suponiendo una masa de 80 g?

Solución

Datos

- Longitud del péndulo $l = 70\ cm = 0.7\ m$
- Ángulo máximo

  $\alpha = 6º = 0.104\ rad$

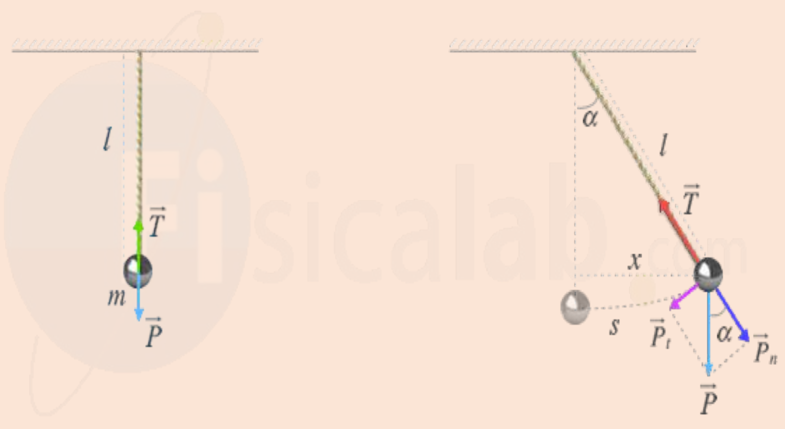
Consideraciones previas

- Longitud del péndulo $l = 70\ cm = 0.7\ m$
- Ángulo máximo

  $\alpha = 6º = 0.104\ rad$

Consideraciones previas

Sabemos que el péndulo se comporta como



Oscilador armónico cuando la amplitud de las oscilaciones es pequeña. Desde un punto de vista matemático, esta aproximación se puede hacer siempre que *sin(α) ≃ α (expresando el ángulo en radianes)* y esto sucede cuando *α < 20º (aproximadamente)*.

Por tanto, el péndulo se comporta como un oscilador armónico.

Resolución

Comenzamos representando la situación:

Aplicando trigonometría obtenemos la amplitud de las oscilaciones:

$$A = x\,;\ sin(\alpha) = xl \Rightarrow \alpha = xl \Rightarrow x = \alpha \cdot l = 0.104 \cdot 0.7 = 0.0728\,m$$

En cuanto a las fuerzas,

- Valor del $peso\ P = m \cdot g = 0.8 \cdot 9.8 = 7.84\ N$
- Valor de la componente normal del peso $Pn = T = P \cdot cos(\alpha) = 7.79\ N$
- Valor de la componente tangencial $Pt = P \cdot sin(\alpha) = 0.81\ N$

Y en cuanto a los sentidos de las mismas, los indicados en la figura en el caso de que el péndulo se desplace hacia la izquierda y los contrarios (en el eje tangencial) en el caso de que se desplace hacia la derecha.

<u>Ejercicios Nº10</u>

La gráfica de la figura corresponde a un cuerpo de 150 g de masa que realiza un movimiento armónico simple (m.a.s.).

Se pide calcular:

La velocidad inicial del cuerpo

1. La aceleración en los instantes *t* = 2 s y *t* = 6 s

2. El valor y sentido que tendrá la fuerza que actúa sobre el cuerpo en los instantes $t = 0.5$ s y $t = 1.5$ s

Solución

Datos

- Masa del cuerpo: $m = 150$ g = 0.15 kg

Consideraciones previas

A partir de las gráficas podemos sacar los siguientes valores:

- Amplitud del cuerpo: $A = 9$ cm = $9 \cdot 10^{-2}$ m
- Periodo: $T = 2\,s$

A partir de las gráficas podemos sacar los siguientes valores:

- Amplitud del cuerpo: $A = 9$ cm = $9 \cdot 10^{-2}$ m
- Periodo: $T = 2\,s$

Resolución

1. Recuerda que la velocidad es la derivada elongación:

$$v = dxdt$$

Para determinar la expresión de la elongación podemos usar un seno o un coseno. En nuestro problema, por la similitud de la gráfica con la función seno, usaremos esta última.

$$x = A \cdot sin(\omega \cdot t + \varphi 0)$$

La frecuencia angular viene dada por:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi T = 2 \cdot \pi 2 = \pi\, rad/s$$

En cuanto a la fase inicial φ0 , la calculamos a partir de los valores de la gráfica

$$0 = 9 \cdot sin(0 + \varphi 0) \Rightarrow \varphi 0 = 0$$

Con todo lo anterior, ya tenemos la expresión general de la elongación:

$$x = 9 \cdot sin(\pi \cdot t)$$

$$v = dxdt = ddt(9 \cdot sin(\pi \cdot t)) = 9 \cdot \pi \cdot cos(\pi \cdot t)$$

La velocidad se calcula haciendo *t* = 0 s en la expresión anterior, quedando

$$vi = 9 \cdot \pi \cdot cos(\pi \cdot 0) = 9 \cdot \pi = 28.27\, m/s$$

Este valor es, además, el valor máxima de la velocidad y corresponde a la velocidad que tiene el cuerpo cuando pasa por su posición de equilibrio ($x = 0$). Por ello también podríamos haber usado la expresión siguiente, con los valores adecuados.

$$v = \pm\omega \cdot A2 - x2 - - - - - - - - \surd$$

2. Podemos obtener la expresión de la aceleración derivando la velocidad respecto al tiempo:

$$a = dvdt = ddt(9 \cdot \pi \cdot cos(\pi \cdot t)) = -9 \cdot \pi 2 \cdot sin(\pi \cdot t)$$

Sustituyendo en los instantes señalados, nos queda:

$$t = 2 \Rightarrow a = -9 \cdot \pi 2 \cdot sin(\pi \cdot 2) = 0$$

$$t = 6 \Rightarrow a = -9 \cdot \pi 2 \cdot sin(\pi \cdot 6) = 0$$

Los resultados anteriores nos muestran que, en valores múltiplos del periodo fundamental del movimiento ($t = 2 = 2 \cdot 1\, s$, $t = 6 = 2 \cdot 3\ s$), el cuerpo pasa por la posición de equilibrio ($x = 0$)

resultando la aceleración (y la fuerza elástica) nula. Por otro lado, también podríamos usar para el cálculo la relación entre la elongación y la aceleración sabiendo que la elongación es nula en

$$t = 2\,s\, y\, t = 6\,s:$$

$$a = -\omega 2 \cdot x$$

3. Finalmente, para el cálculo de la fuerza calculamos previamente la constante del movimiento armónico simple:

$$k = m \cdot \omega 2 = 0.15 \cdot \pi 2\ N/m$$

La fuerza elástica viene determinada por

$$F = -k \cdot x$$

Donde el signo menos simplemente indica que la fuerza tiene sentido contraio a la elongación

Por tanto, para

- $t = 0.5\,s,\ x = +9 \ => \ Fe = -k \cdot x = -0.15 \cdot \pi 2 \ \cdot 9 = -13.32\ N$
- $t = 1.5\,s,\ x = -9 \ => Fe = -k \cdot x = -0.15 \cdot \pi 2 \ \cdot (-9) = 13.32\ N$

Cuestionario Nº 2. Movimiento Rectilíneo

1) ¿Qué diferencia al MUA del Movimiento rectilíneo uniforme?
2) En el Movimiento Rectilíneo Uniforme la velocidad es constante. ¿Qué magnitud es constante en el MUA?

3)¿Qué significa una aceleración de 5 m /s²?

4)¿Qué significa una aceleración de -- 4 m/s²?

5)¿Qué debe haber para que exista una aceleración?

6) ¿Qué es el desplazamiento angular?

7) ¿Qué significa velocidad media?

8) Escriba el nombre de la magnitud de las siguientes fórmulas:

------- $\frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf$ -------- $\frac{2\pi}{T} = 2\pi Rf$

9) ¿Qué es el movimiento circular ondulatorio?

3

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

El estudio del movimiento es considerado como dinámica, la parte de la dinámica que describe el estudio del movimiento sin importar sus causas se lo conoce como cinemática, en este capítulo nos centraremos en lo que es cinemática en una dimensión, esta clase de movimiento abarca los conceptos de desplazamiento, velocidad y aceleración, gracias a estos conceptos podremos estudiar el movimiento de un objeto con una aceleración constante.

3.1 DESPLAZAMIENTO

Fig 3.1 en esta imagen podremos ver como realmente medimos el desplazamiento detallando la trayectoria y su desplazamiento de un objeto

El movimiento involucra el desplazamiento de un objeto de un lugar determinado a otro, un marco de referencia es una elección de ejes coordenados que definen el punto de inicio para medir cualquier cantidad, una primera etapa esencial en la solución implícita de cualquier problema con referencia al movimiento.

El desplazamiento $\triangle$x de un objeto se define como su cambio de posición y está dado por:

$$X1 = Xo + Vo.t + \frac{1}{2}a.t$$

Donde la x_i se marca como posición inicial y la posición final con x_f. Debido que el desplazamiento tiene una magnitud y una dirección, es una cantidad vectorial, como lo son la velocidad y la aceleración. En general una cantidad vectorial se caracteriza por tener una magnitud y una dirección.

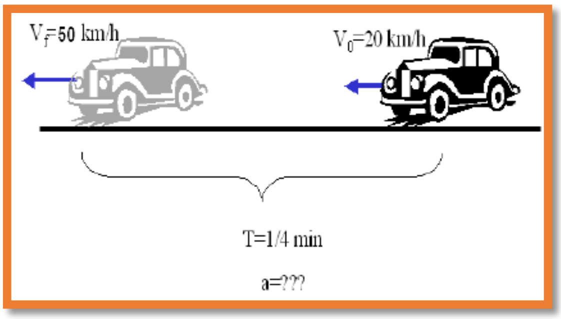


Fig 3.2 en esta figura podemos ver la velocidad en la cual un vehículo tiene tanto desde que parte de un punto hasta donde lleva a otro punto si velocidad inicial y su velocidad final.

3.2 VELOCIDAD

Los términos rapidez y velocidad son intercambiables, sin embargo en la física son dos cosas distintas rapidez es una cantidad escalar, solo tiene magnitud mientras que velocidad es un vector el cual tiene dirección y magnitud.

La rapidez promedio de un objeto en un intervalo de tiempo determinado es la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total transcurrido:

$$V = \frac{d}{t}$$

Unidades están en metros sobre segundos. (M/S^2)

3.3 ACELERACIÓN

Fig. 3.3. en esta imagen podemos ver que los dos primeros ejemplos tiene aceleración con el pasar del desplazamiento pero en el tercer ejemplo la bicicleta tiene una velocidad constante por lo cual no hay

Para poder explicar claramente lo que es aceleración pondremos un ejemplo como es la velocidad de un automóvil se incrementa cuando pisa el pedal de aceleración y disminuye cuando se pisa el pedal del freno, con este ejemplo podremos identificar que el cambio de velocidad de un objeto al transcurrir el tiempo se la conoce como aceleración.

$$A = \frac{Vf - Vi}{T}$$

3.4 DIAGRAMAS DE MOVIMIENTO

El diagrama de movimiento es parecido a las imágenes que resultan de una fotografía estroboscópica de un objeto en movimiento, cada imagen está hecha como el destello de luz de un flash estroboscópico.

Muchas veces se confunde el concepto de velocidad y aceleración pero gracias al diagrama de movimiento se puede explicar, los intervalos de tiempo entre posiciones adyacentes en el diagrama de movimiento son considerados iguales.

3.4.1 Movimiento en una dimensión con aceleración constante

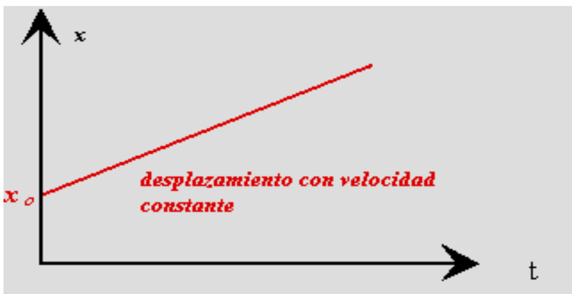


Fig. 3.4 en esta figura podemos ver claramente el desplazamiento con una velocidad constante de un objeto

Muchas aplicaciones en mecánica involucran objetivos móviles con aceleración constante, esta clase de movimiento es importante porque se aplica a numerosos objetivos en la naturaleza, tal como un objetivo en caída libre cerca de la superficie de la tierra.

Cuando un objeto se mueve con aceleración constante, la aceleración instantánea en cualquier punto en un intervalo de tiempo es igual al valor de la aceleración promedio en el intervalo completo de tiempo.

$$A = \frac{vf - vi}{T}$$

3.5 OBJETO EN CAÍDA LIBRE

Figura. 3.5 en esta imagen podemos ver una manzana que cae del árbol sin rozar a ningún otro cuerpo solo con la fuerza de la gravedad.

Cuando se omite la resistencia del aire, todos los objetivos caen bajo la influencia de la gravedad a la superficie de la tierra cayendo hacia ella con la misma aceleración constante.

De acuerdo con galileo el descubrió la ley de caída libre de objetos al observar que dos pesas diferentes se dejaban caer de manera seguida desde la torre inclinada de pisa golpeado la superficie de la tierra aproximadamente en el mismo tiempo aunque es improbable que este experimento se haya llevado acabo.

La expresión caída libre no se refiere específicamente a que un objeto se deje caer desde su punto de reposo, aclarando esto un objeto en caída libre es cualquier objeto moviéndose libremente bajo la influencia solo de la gravedad, independientemente de su movimiento inicial.

$$X = Xo.Vo.T + \frac{1}{2}gt$$

Tabla N°3: Movimiento en una Dimensión.

SÍMBOLO.	SIGNIFICADO.
$\boldsymbol{X0}$	Posición inicial
$\boldsymbol{X1}$	Posición final
$\boldsymbol{V0}$	Velocidad inicial
$\boldsymbol{V1}$	Velocidad final
$\boldsymbol{T}$	Tiempo
$\boldsymbol{g}$	gravedad
$\boldsymbol{a}$	Aceleración
$\boldsymbol{V}$	Velocidad
$\boldsymbol{D}$	Distancia

Formulario N°3: Movimiento en una Dimensión.

FÓRMULA.	NOMBRE.
$X1 = Xo + Vo.t + \frac{1}{2}a.t$	desplazamiento
$V = \frac{d}{t}$	velocidad
$A = \frac{vf - vi}{T}$	Aceleración
$X = Xo.Vo.T + \frac{1}{2}gt$	Caída libre

Ejercicios Propuestos N°3: Movimiento en una Dimensión.

1.- Una motocicleta esta parada en un semáforo que da acceso a una carretera. En el instante en el que el semáforo cambia a luz verde, le sobrepasa un automóvil que circula a una velocidad de 54 km/h. El motorista se entretiene en arrancar y lo hace con una aceleración constante de 3,6 m/s2.

a) ¿Cuánto tarda la motocicleta en alcanzar al coche?

b) ¿Que distancia han recorrido?

c) ¿Comete alguna infracción la moto?

d) ¿Construye los diagramas v-t y s-t para los dos vehículos?

2.- Un conductor circula por una carretera con una velocidad de 90 km/h y ve que se enciende la luz ´ámbar de un semáforo situado a una distancia de 150. Si el semáforo tarda 3 s en cambiar a rojo y el coche frena con una aceleración de 2 m/s2, ¿cometerá una infracción ese conductor?.

3.- Desde un puente se tira hacia arriba una piedra con una velocidad inicial verical de 6 m/s. Calcula:

a) Hasta qué altura se eleva la piedra.

b) Cuanto tiempo tarda en volver a pasar al nivel del puente desde el que fue lanzada y cual será entonces su velocidad.

c) Si la piedra cae en el río 1.94 s después de haber sido lanzada, ¿qué altura hay desde el puente hasta el nivel del agua? ¿Con qué velocidad llega la piedra a la superficie del agua?

4.- Desde una ventana situada a 15 m del suelo, una niña deja caer una pelota. Su amiga que se encuentra en la calle, debajo de la ventana, lanza hacia arriba, 1 segundo más tarde y con una velocidad de 12 m/s otra pelota.

a) ¿A qué altura se cruzan?

b) ¿Qué velocidad tiene cada pelota en ese instante?

c) ¿Dónde se encuentra la segunda pelota cuando la primera llega al suelo?

5.- Un hombre que esta frente a una ventana de 2 m de altura ve pasar un objeto que cae desde arriba, siendo 0,3 s el tiempo que tarda el objeto en recorrer la altura de la ventana.

a) ¿Desde qué altura dejó caer el objeto?

b) ¿qué velocidad tendrá el objeto al caer al suelo

6.- Una persona está a punto de perder un tren. En un desesperado intento, corre a una velocidad constante de 6 m/s. Cuando está a 32 m de la última puerta del vagón de cola, el tren arranca con una aceleración constante de 0,5 m/s2. ¿Lograra nuestro viajero aprovechar su billete o habrá perdido su billete, tiempo y aliento en un infructuoso intento?

7.- A un ladrillo se le imparte una velocidad inicial y regresa a su posición inicial con una velocidad de descenso de 5 m/s. ¿Cuál será su velocidad final después de caer una distancia de 40 m?

<u>Ejercicios Resueltos N°3: Movimiento en una Dimensión.</u>

<u>Ejercicios Nº 1.</u>

FelixBaumgartner saltó desde una altura de 39 km para romper la barrera del sonido en caída libre. Si suponemos que se impulsó inicialmente con una velocidad horizontal de 5 m/s y que cayó en caída libre sin rozamiento casi hasta el suelo, ¿a qué altura rompió la barrera del sonido?

Dato: v(sonido) = 340 m/s.

$$\vec{v} = 5\vec{i} + 9,8t\vec{j}$$

La ecuación de la velocidad del saltador queda como: .

El módulo de la velocidad será entonces:

$$v = \sqrt{25 + 9,8^2t^2}$$

Si tenemos en cuenta la velocidad del sonido y sustituimos:

$$340^2 = 25 + 96,04t^2 \;\; \rightarrow \;\; t = 34,7 \; s$$

Si tenemos en cuenta la velocidad del sonido y sustituimos: $340^2 = 25 + 96,04t^2 \;\; \rightarrow \;\; t = 34,7 \; s$

Tardó 37,4 s en alcanzar la velocidad del sonido y romper esa barrera. ¿En qué posición estaba? Tendremos que calcularla teniendo en cuenta la ecuación de la posición vertical y la altura inicial:

$$y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \;\; \rightarrow \;\; y = 3,9 \cdot 10^4 - 4,9t^2$$

(Debemos tener en cuenta que la aceleración es hacia abajo y eso hace que la altura sea cada vez menor, por lo tanto la aceleración debe tener signo contrario a la altura inicial).

$$y = 3,9 \cdot 10^4 - 4,9\frac{m}{s^2} \cdot 34,7^2 \; s^2 = \mathbf{3,3 \cdot 10^4 \; m}$$

Esto quiere decir que el saltador está a una altura de 33 km cuando rompió la barrera del sonido.

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{5^2\frac{m^2}{s^2} + 2 \cdot 9,8\frac{m}{s^2} \cdot 40 \; m} = \mathbf{28,44\frac{m}{s}}$$

Ejercicios Nº 2.

Nos encontramos tomando el tiempo de traslado de un compañero deestudio en una motocicleta, durante la primera mitad de un tiempo determinado que estuvo en movimiento llevo una velocidad de 80 Km/h, y durante la segunda mitad la velocidad de 40 Km/h., ¿cuál fue la velocidad media de este estudiante?

Solución:

Datos:

$$t_1 = t_2$$

$V = 80\frac{km}{h}$

$V_2 = 40\frac{km}{h}$

Y las formulas a utilizar son:

$\vec{V} = \frac{S_1+S_2}{t_1+t_2} = \frac{S_1+S_2}{t}$**(1)**

$\vec{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta S = \vec{v} \,.\, \Delta t$ espacio = velocidad uniforme por tiempo

Ejercicios Nº 2.

Nos encontramos tomando el tiempo de traslado de un compañero de estudio en una motocicleta, durante la primera mitad de un tiempo determinado que estuvo en movimiento llevo una velocidad de 80 Km/h, y durante la segunda mitad la velocidad de 40 Km/h., ¿cuál fue la velocidad media de este estudiante?

Solución:

Datos:

$$t_1 = t_2$$

$V = 80\frac{km}{h}$

$V_2 = 40\frac{km}{h}$

Y las formulas a utilizar son:

$\vec{V} = \frac{S_1+S_2}{t_1+t_2} = \frac{S_1+S_2}{t}$**(1)**

$\vec{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t}\Delta S = \vec{v}\,.\,\Delta t$espacio = velocidad uniforme por tiempo

Solución:

Datos

$a = 0{,}5\, {}^{m}/_{seg.^2}$

$V_0 = 54\, {}^{km}/_{h}$

Al ser un movimiento acelerado tenemos que recurrir a las fórmulas que se encuentren en este tipo de movimiento, para lo cual tenemos que:

1) $S = S_0 + V_0.t_1 \pm \frac{a.t_2}{2}$de donde S_0 = 0 ., pero aquí tenemos dos incógnitas que son el espacio y el tiempo, por lo que tenemos que recurrir a otras formulas que nos involucren menor cantidad de incógnitas;

2) $Vf^2 = {V_0}^2 \pm 2aS$

3) $Vf = V_0 \pm a.t$ estas dos parecen las más adecuadas para resolver nuestro

problema, y así tomamos para la primera pregunta sobre el tiempo que tardará en depositarse, la 3era., fórmula, y el signo negativo pues la aceleración es negativa ya que está frenando el movimiento, por lo tanto se encuentra en sentido contrario a éste:

la velocidad final será por lo expuesto por el problema, igual a cero, y despejando el tiempo obtenemos:

$t = \frac{V_0}{a}$ $t = \frac{54 \, {}^{km}/_{h}}{0{,}5 \, {}^{m}/_{s^2}}$pero aquí observamos que los valores numéricos se

Corresponden con unidades distintas por lo que tendremos que reducirla a una de los dos, para estos aplicamos lo que se denomina la regla del 1 x 1., y así obtenemos:

$1k \times 1h \times 1000m = 0{,}277 \, {}^{m}/_{s}$o sea que este resultado es equivalente a, 1 ${}^{km}/_{h}$

$1h \quad 3600seg \quad 1km$

Por lo que:

$$t = 0^{54}, 5 \, . \, 0{,}277 = 29{,}91 \, {}^{m}/_{s} \, . \, {}^{s^2}/_{m} = 29{,}9$$

Una vez obtenido el tiempo, ya podemos utilizar las fórmulas 1) o la 2)

Si usamos la 2), obtenemos:

$V f = 0$., por lo tanto V_0^2 ●$2.a.S$ (en este caso también mantenemos la aceleración

Negativa pues tiene un sentido al movimiento y luego realizamos los pasajes de términos correspondiente), y por lo tanto el espacio recorrido es:

$$S = \frac{V_0^{\,2}}{2.a} = \frac{(54 \times 0{,}277)2}{2 \times 0{,}5} = 223{,}74m$$

$$S = \frac{{V_0}^2}{2.a} = \frac{(54\times0{,}277)2}{2\times0{,}5} = 223{,}74m$$

O sea que la distancia que se depositará desde el punto inicial es de 223,74 metros.

Ejercicios Nº 5.

Un estudiante de geología se encuentra frente a un corte vertical enroca, al cual no le es fácil acceder y desea medir la altura de dicho corte, para lo cual provisto de un cronómetro lanza un fragmento rocoso en forma vertical hasta el borde del corte, el fragmento regresa al cabo de 3seg, no tener en cuenta la resistencia del aire y calcular a) la velocidad inicial de lanzamiento, b) ¿cuál es la altura del corte?

Solución:

Como el tiempo total de ida y regreso es:

$t_1 + t_2 = 3s = t_t$ Por lo tanto, tenemos que$t1\ =\ 1{,}5s$.

$V_f\ = V_0 + a.t, = t_t \Rightarrow V_f\ = 0 = V_0\ s\ g.t$

$$V_0 =\ g.t = 9{,}8\,{}^{m}/_{s^2}\,.\,1{,}5s = 14{,}4\,{}^{m}/_{s}$$

para calcular la altura podemos recurrir a dos fórmulas:

$$h = V_0.ts\frac{1}{2}\ g.t \Rightarrow \mathrm{V}f^2 = {V_0}^2\ s\ 2\ g.h$$

Obteniendo: $h = 2\frac{{V_0}^2}{g} = 10{,}57m$

Ejercicios Nº 6.

Un geólogo se encuentra parado sobre una ladera vertical de una altura h = 19,6 m, dejando caer un fragmento rocoso. ¿Qué camino recorrerá este cuerpo? a) [illegible]

Solución:

Datos: $V_o = 0$; $a = g$, $t_1 = 0{,}1seg$, $t_2 = t_t – 0{,}1seg.$, $h = 19{,}6$ m.

., t_t = tiempo total de caída libre

La fórmula a utilizar en un movimiento acelerado, en una caída libre la aceleración actuante es la aceleración de la gravedad, por lo que reemplazamos por g. Así tenemos que, donde

$h = V_0 . t_1 + \frac{g . t_1{}^2}{2}$ Donde el primer termino V_0.t =0 por lo que nos queda

$$h = V_0 . t_1 \pm \frac{g . t_1{}^2}{2}$$

$$h = \frac{g . t_2}{2} = \frac{9{,}8 \, {}^{m}/_{s^2}}{2} . (0{,}1seg)2 = 0{,}045m$$

Luego pasamos a calcular el tiempo total para la caída libre, para poder así saber que camino recorrió el último 0,1seg.

$$h = \frac{g.t^2}{2} \text{., luego } t = \frac{2.h}{g} \text{ para } t_t 0{,}1seg.,\ h = \frac{g(t_t 0{,}1seg)^2}{2}$$

Reemplace en la ecuación algebraica por los valores correspondiente y obtenga el resultado.

<u>Ejercicios Nº 7.</u>

Un estudiante parado en la parte superior de un corte natural vertical, intenta medir el espesor del estrato horizontal superior, para lo cual deja caer un fragmento de roca en caída libre, pero solamente logra cronometrar el último segundo de la caída que recorre la mitad del espesor del estrato, hallar a) ¿Qué espesor tiene el estrato, y b) ¿cuánto dura la caída total del fragmento.

Solución:

Datos: $t21seg., H = h1 + h2., h1 = h2., V0 \ = 0$

Como se trata de un movimiento acelerado, recurrimos a las fórmulas que aporta este movimiento y reemplazamos a la aceleración por la aceleración de la gravedad g.

Partimos que *h*= $V_0.t$+ *g.t/2*(se usa el signo +por que la aceleración de la

$h = \frac{g.t_1{}^2}{2}$para$h_2 = V_2.t + \frac{g.t_2}{2}$ para donde $V_0 2$ se calcula de la expresión

$V_{f1} = V_0 + g.t_1$donde $V_{f1} = V_{02}$ ya que $V_{01} = 0$

Ejercicios Nº 8.

Sea un planeta con una gravedad igual a la mitad de la terrestre (g) ¿cuánto tiempo más necesitaría un cuerpo para caer desde el reposo con respecto a una que cae de la misma altura en la tierra?

Solución:

Datos: $g_p = \frac{1}{2}g$., donde g_p = gravedad del planeta y g = gravedad

Entonces tenemos que:

$$.,\ h_p \quad \frac{g.tp^2}{2.2} = \text{altura de caída en el planeta}$$

$$.,\ h_t \quad \frac{g.t_t^2}{2} = \text{altura de caída en la tierra}$$

como $h \;_{\imath}\, h$ tenemos que: $\frac{g.t_p^2}{4} = \frac{g.t2}{2}$ t y de esta manera

obtenemos luego de las correspondientes simplificaciones:

Las correspondientes simplificaciones:

$$t\,p = tt\,2$$

Ejercicios Nº 9.

Se arroja un fragmento rocoso verticalmente hacia arriba. En su ascenso cruza el punto A, con una rapidez V, y el punto B, que se encuentra 3,0 m más alto que A,

Con una rapidez $V/2$. Calcule:

a) La rapidez V

b) la altura máxima alcanzada por el fragmento rocoso arriba del punto B.

$R = a) V$

$= 8,85m$

$b) \ h = 0,99m.$

h = máxima

3m.

Ejercicios Nº 10.

A un ladrillo se le imparte una velocidad inicial y regresa a su pocisión inicial con una velocidad de descenso de 5 m/s. ¿Cuál será su velocidad final después de caer una distancia de 40 m?

Cuando regresa, su velocidad inicial es de 5 m/s y está sometido a la aceleración de la gravedad en todo momento. Vamos a considerar como instante inicial justo el momento en el que pasa por el punto de lanzamiento y aplicamos la ecuación que relaciona la velocidad con la distancia recorrida:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2gh$$

La velocidad inicial y la aceleración tienen el mismo sentido porque el ladrillo,en el momento que hemos considerado inicial, se mueve hacia abajo:

$$v = \sqrt{{v_0}^2 + 2gh} = \sqrt{5^2 \frac{m^2}{s^2} + 2 \,.\, 9{,}8 \frac{m}{s^2} \,.\, 40m} = \mathbf{28,44 \frac{m}{s}}$$

Ejercicios Nº 11.

FelixBaumgartner saltó desde una altura de 39 km para romper la barrera del sonido en caída libre. Si suponemos que se impulsó inicialmente con una velocidad horizontal de 5 m/s y que cayó en caída libre sin rozamiento casi hasta el suelo, ¿a qué altura rompió la barrera del sonido?

La velocidad inicial del saltador tiene componente horizontal pero no componente vertical, pero la aceleración a la que está sometido sí que tiene componente vertical. La ecuación de la velocidad del saltador queda como:

$$\vec{v} = 5\vec{\imath} + 9{,}8t\vec{\jmath}$$

El módulo de la velocidad será

$$v = \sqrt{25 + 9{,}8^2}t^2$$

Entonces:
Si tenemos en cuenta la velocidad del sonido y sustituimos:

$$340^2 = 25 + 96{,}04t^2 \rightarrow t = 34{,}7s$$

Tardó 37,4 s en alcanzar la velocidad del sonido y romper esa barrera. ¿En qué posición estaba? Tendremos que calcularla teniendo en cuenta la ecuación de la posición vertical y la altura inicial:

$$y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = 3{,}9\,.\,10^4 - 4{,}9t^2$$

(Debemos tener en cuenta que la aceleración es hacia abajo y eso hace que la altura sea cada vez menor, por lo tanto la aceleración debe tener signo contrario a la altura inicial).

$$y = 3{,}9.\,10^4 - 4{,}9\,\frac{m}{s^2}\,.\,34{,}7^2s^2 = \mathbf{3{,}3.\,10^4}$$

Organizador Gráfico N°3: Movimiento en una Dimensión.

DESPLAZAMIENTO

EL DESPLAZMIENTO DE UN OBJETO EN EL EJE X SE DEFINE COMO EL CABIO EN LA POSISICON DEL OBJETO.

VELOCIDAD

Los términos rapidez y velocidad son intercambiables, sin embargo en la física son dos cosas distintas rapidez es una cantidad escalar, solo tiene magnitud mientras que velocidad es un vector el cual tiene dirección y magnitud.

ACELERACION

La aceleracion promedio de un objeto se somete a un cambio en la aceleracion durante un intervalo de tiempo.

4

VECTORES Y MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

En general e1 movimiento de los objetos verdaderos se realiza en el espacio real tridimensional. **(Sears Y Zemansky).** E1 movimiento de una partícula que se realiza en un plano es un movimiento en dos dimensiones, si el movimiento se realiza en el espacio, se produce en tres dimensiones. En este capítulo se estudia la cinemática de una partícula que se mueve sobre un plano. Ejemplos de un movimiento en dos dimensiones son el de un cuerpo que se lanza al aire, tal como una pelota, un disco girando, el salto de un canguro, el movimiento de planetas y satélites, etc. El movimiento de los objetos que giran en una órbita cuya trayectoria es una circunferencia, se conoce como movimiento circunferencial; es un caso de movimiento en dos dimensiones, que también es estudiado en este capítulo. El vuelo de una mosca, el de un avión o el movimiento de las nubes se produce en tres dimensiones.

4.1MOVIMIENTO BIDIMENSIONAL - ECUACIONES GENERALES

Consideremos un movimiento bidimensional en aceleración se mantiene en un

Consideremos un movimiento bidimensional en el que la aceleración se mantiene en un mismo plano y la velocidad ya no es paralela a la aceleración.

El movimiento de una partícula se describe con su vector posición **r**, la velocidad **v** y la aceleración **a**.

El vector posición de una partícula moviéndose en el plano X - Y es

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{x}\,\boldsymbol{i} + \boldsymbol{y}\,\boldsymbol{j}$$

Si se conoce el vector posición la velocidad de la partícula se puede obtener como

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{vx}\,\boldsymbol{i} + \boldsymbol{vy}\,\boldsymbol{j}$$

La aceleración de la partícula en el plano estará definida por las componentes mismo plano y la velocidad ya no es paralela a la aceleración.

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{ax\,i} + \boldsymbol{ay\,j}$$

El movimiento de una partícula se describe con su vector posición **r**, la velocidad **v** y la aceleración **a**.

El vector posición de una partícula moviéndose en el plano X - Y es

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{x\,i} + \boldsymbol{y\,j}$$

Si se conoce el vector posición la velocidad de la partícula se puede obtener como

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{vx\,i} + \boldsymbol{vy\,j}$$

La aceleración de la partícula en el plano estará definida por las componentes encuentra en la posición en que la velocidad y la aceleración son perpendiculares entre si la velocidad inicial v_0y la aceleración **a** determinan el plano del movimiento de la partícula.

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{ax\,i} + \boldsymbol{ay\,j}$$

La aceleración a = ax i + ay j tiene componentes ax constante y ay, constante

La aceleración siempre apunta hacia la parte cóncava de la curva

El eje de la parábola es paralelo a la aceleración

Las ecuaciones de la posición de la partícula serán= $X° + Vx_{0^2} + \frac{1}{2}axt2$

$$\boldsymbol{y} = y° + Vy°t + \frac{1}{2}ayt^2$$

Las ecuaciones de la velocidad de la partícula serán

$$\mathrm{Vx} = Vx° + axt$$

$$Vy = Vy° + ayt$$

Estas ecuaciones indican que las proyecciones sobre los ejes coordenados **X** e **Y** se mueven con **MRUV** y ambas ecuaciones están relacionadas por un parámetro común que es el tiempo

Si una de los ejes coordenados es paralelo a la aceleración de la partícula el otro eje no tendrá componente de la aceleración y el movimiento en ese eje será **MRU**

4.2 MOVIMIENTO DE PROYECTILES

La aceleración solo tiene componente vertical

$$a = 0i - igt$$

En este movimiento la aceleración **a** es la que produce la tierra sobre todos los cuerpos, la aceleración de la gravedad **g**, en dirección vertical y con sentido hacia el centro de la tierra.

La representamos vectorialmente como **g** = 9,81 (-**j**) m/s^2. Para simplificar los cálculos aproximamos su valor a 10 m/s^2.

Al lanzar el proyectil desde la superficie terrestre, o cerca de ésta, con una velocidad inicial que hace un ángulo θ con la horizontal, el proyectil sigue una trayectoria parabólica en el plano determinado por su velocidad inicial $\mathbf{v_0}$y la gravedad **g** como se aprecia en la figura

El vector posición **r** en cada punto de la trayectoria parabólica se representa en el siguiente gráfico. Observe que si no existiera aceleración **g** el recorrido del móvil sería rectilíneo en la dirección de $\mathbf{v_0}$t, el vector ½**gt** es el desplazamiento vertical debido a la aceleración **g** dirigida hacia abajo.

En la figura la expresión vectorial para **r** es:

$$r = Vot + \frac{1}{2}gt^2$$

Para deducir las ecuaciones que describen el movimiento, establecemos un sistema de coordenadas.

Podemos concluir entonces que el movimiento de proyectiles es la superposición de dos movimientos: a) movimiento a velocidad constante en la dirección inicial y b) el movimiento de una partícula que cae libremente en la dirección vertical con aceleración constante

Las componentes del vector velocidad son v_x y v_y para varios puntos de la trayectoria. La componente v_x se mantiene constante e igual a v_{x0}. La componente v_y varía debido a la aceleración de gravedad g de valor constante.

Puntos simétricos de la trayectoria tienen la misma rapidez.

Deduciremos entonces:

- x, el desplazamiento horizontal y v_x, la componente de la velocidad en el eje X
- y, el desplazamiento vertical y v_y, la componente de la velocidad en el eje Y

Aplicaremos las ecuaciones cinemáticas para el movimiento en cada eje:

a) En el eje X el movimiento es uniforme como el MRU

b) En el eje Y el movimiento tiene aceleración constante, emplearemos la ecuación del MRUV

4.3. ECUACIONES PARA EL MOVIMIENTO PARABÓLICO

En cada punto de la trayectoria del proyectil el vector posición **r**, la velocidad **v** y la aceleración **g** del proyectil se expresan en función de sus componentes como:

$$r = xi + yj$$

$$v = vxi + vyj$$

4.3.1. Velocidad inicial

$$v0 = v0xi + v0yj$$

$$vox = V0\ cos\ \theta$$

4.3.2. Posición

En el caso general el origen del sistema de coordenadas no corresponde a la posición inicial, es decir:

$$r0 = x0i + yoj$$

La posición de la partícula

$$r = xi + yj$$

En el eje X

$$x = x0 + Vx0\ t \qquad\qquad Vx = Vx0$$

$$x = x_0 + (V_0\ cos\theta_0)t$$

En el eje Y, la aceleración es constante en el sentido negativo del eje Y, por tanto el movimiento es descrito por las ecuaciones del MRUV.

$$y = y_0 + Vy_0t - (1/2)gt^2$$

4.3.3. Velocidad

El vector velocidad es el movimiento en plano está definido por $v = v_x\ i + v_y j$

La velocidad en el eje X

$$V_X = V_0 \cos\theta_0$$

$$Vx^2 = V0x^2 - 2g(\Delta X)$$

La velocidad en el eje Y

$$V_y = Vy_0 - gt$$

$$V_{y=} V_0 sen\theta_0 t - gt$$

$$Vy^2 - 2g(\Delta y)$$

Por tanto el vector posición **r** del proyectil en cualquier instante t es:

$$r = (x_0 + (V0x^t)i + (yo + V0yt - (^1/_2)gt^2)j$$

4.4. ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA

De la ecuación de x deducimos el tiempo $t = \frac{x}{voCos\theta}$ y remplazamos en la ecuación de y obteniendo la ecuación de la trayectoria de la partícula.

$$y = voSen(\frac{x}{voCos\theta)} + \frac{1}{2}g(\frac{x}{voCos\theta}, ^2$$

4.5. ALTURA MÁXIMA (H_{MAX})

Un proyectil lanzado con un ángulo de elevación, va ganando altura hasta llegar al punto más alto de su trayectoria que corresponde a la altura máxima. Observar que la aceleración de la gravedad g actúa solo sobre la componente vertical de la velocidad inicial, v_{y0}, mientras que vx0 permanece constante. Deduciremos la expresión para la altura máxima si se conoce v0 y θ0, el punto de lanzamiento se considera el origen del sistema de coordenadas (x0 = 0 y0 = 0).

En el punto más alto la componente vertical de la velocidad vy = 0, entonces según la ecuación

$0 = vy0\,t - g$ esto indica que para $t_s = \dfrac{voSen\theta}{g}$

Donde **t** es el tiempo de subida del proyectil.

Se alcanza la altura máxima, reemplazando ts y y0 = 0

$$Hmax = y = Vy0t - \left({}^{1}/_{2}\right)gt^2 = \frac{Vyo\ (Vyo)}{g} - \frac{\left({}^{1}/_{2}\right)g(V^2yo)}{g^2}$$

Si fuera posible variar el ángulo de lanzamiento, manteniendo constante la rapidez, deducimos que para $\theta_0 = 90^\circ$ el proyectil llega a lo más alto que puede alcanzar. En la figura se ilustra que el proyectil alcanza diferentes alturas máximas para diferentes ángulos de lanzamiento, con v_0 fijo.

4.6. ALCANCE (R)

Cuando el proyectil vuelve a su altura inicial ($y = y_0$), se habrá desplazado horizontalmente una distancia que se denomina alcance denotado por R (también se le conoce como rango). Para determinar R recordemos que el movimiento es MRU a lo largo del eje X.

R = vx0 tv

Donde tv es el tiempo que le toma al proyectil volver a la altura inicial, o tiempo de vuelo (tv = 2 ts). Si el proyectil se lanza desde el origen del sistema de coordenadas, y0 = 0. En la ecuación

Si hacemos x= 0 , y = 0, obteniendo tv = (2 vy0)/g, reemplazando tv resulta

$$R\,\frac{2Vx0\quad V0y}{g} = \frac{V0^2sen2\theta_0}{g}$$

Dos proyectiles disparados con ángulos complementarios tienen el mismo alcance. Se puede notar de esta expresión que para θ0 = 45º el proyectil cubre el máximo alcance.

Si se apunta directamente a un blanco que cae a partir del reposo, el proyectil necesariamente al blanco, siempre que el rango sea mayor a Rango/2.

Ejercicios Resueltos Nº 4. Vectores y movimiento en dos dimensiones

Ejercicio Nº 1

Si desde la tierra se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s formando un ángulo de 37º respecto a la horizontal. a) ¿A qué altura en metros se encuentra el proyectil cuando su velocidad sea de $40\,\hat{i} - 20\,\hat{j}$. b) Calcule además la altura máxima

Solución

a) $y = Voyt - gt^2/2$

$y = (V_0 \cos 37°)\, t - gt^2$

Se tiene:

$$V_y = V_{0y} - gt$$

$$-20 = V_0 cos37° - 10t$$

$$-20 = 50\left({}^5/_4\right) - 10t$$

donde: t = 5s.

Ejercicio Nº 2

Se lanza una partícula desde el origen de un sistema de coordenadas con una velocidad de $v = (2\,\hat{i} + \hat{j})\,m/s$. Si la aceleración es $a = +10\frac{m}{s^2}\hat{j}$ determine la ecuación de la trayectoria.

Solución

$\boldsymbol{r = r\,.t + \frac{a}{2}t^2;}$

Despejando t de la primera ecuación $t = \frac{x}{V_{ox}}$ y reemplazando en la segunda.

$$y = \tan\theta\, 0x + \frac{5}{V0^2 cos^2\theta_0}x^2 y \;=\; \frac{1}{2}x + \frac{5}{5cos^2\theta_0}x^2$$

Ejercicio Nº 3

Si desde la tierra se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s formando un ángulo de 37º respecto a la horizontal. a) ¿A qué altura en metros se encuentra el proyectil cuando su velocidad sea de $40\,\hat{i} - 20\,\hat{j}$. b) Calcule además la altura máxima.

Solución

a) $y \;=\; Voyt \;-\; gt2/2$

$y \;=\; (Vo\,Cos37º)\,t - \;gt2/2\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(*)$

Falta conocer t.

Pero la ecuación $\vec{V} = 40\hat{\imath} - 20\hat{\jmath}$Se tiene:

$Vy \;=\; Voy \;-\; gt$

$-20 = V_o Cos37^o - 10t$

$-20 = 50\,(5/4) - 10t$

donde: t = 5s.

Reemplazando en (*)

$y \;=\; h \;=\; 50(4/5)(5) \;-\; g/2(5)2 \;=\; 25m$

b) $hmax \;=\; \frac{V_{oy}^2}{2g} = \frac{30^2}{20} = 45m$

Ejercicio Nº 4

Un proyectil es lanzado con v0= 3,6 m/s y θ0 = 78, 7˚, determine la ecuación de la trayectoria.

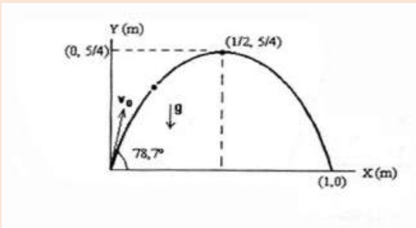
Con estos datos de la ecuación anterior resulta 10.

$$y = (\tan 78,7^\circ)x - \frac{x2}{2\,(3,6)2\,\cos 2\,(78,7^\circ)} = 5x - 5x2$$

Completando cuadrados se obtiene

$$y - 5/4 = -5(x - ½)2$$

que es la ecuación de una parábola con vértice en (h, k) = (1/2, 5/4) y c = -5. La siguiente figura representa esta parábola que viene a ser la trayectoria de una partícula lanzada



con una rapidez de 3,6 m/s y un ángulo de elevación de 78,7˚.

Ejercicio Nº 5

Se lanza una partícula desde el origen de un sistema de coordenadas con una velocidad de $v = (2\hat{i} + \hat{j})\,m/s$. Si la aceleración es $a = +10\frac{m}{s^2}\hat{j}$ determine la ecuación de la trayectoria.

Solución

$\bar{r} = \bar{r} \cdot t + \frac{\vec{a}}{2}t^2$;de donde: $x = Vox\,t$ $\quad y = Voy\,t + 10\left(\frac{t^2}{2}\right)$

Despejando t de la primera ecuación $t = \frac{x}{V_{ox}}$ y reemplazando en la segunda. $y = (tan\,\theta_0)x + \frac{5}{V_{0X^2}}X^2$

$$y = \tan\theta_0\, x + \frac{5}{V^2{}_0 \cos^2\theta_2} x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{5cos^2\theta_0}x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2}x^2$$

Ecuación de la trayectoria $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}x^2$

Ejercicio Nº 6

Desde lo alto de un acantilado de 5 m de alto se lanza horizontalmente una piedra con velocidad inicial de 20 m/s. ¿A qué distancia horizontal de la base del acantilado choca la piedra?

Paso No. 1: Calcular las componentes rectangulares de la velocidad inicial

En el lanzamiento horizontal la velocidad inicial vertical (Voy) es igual a cero, por lo que:

$\mathrm{Vx} = 20\ \mathrm{m/s}$

$\mathrm{Voy} = 0$

Paso No. 2: Anotar los datos para X y para Y. Recuerde que las velocidades y los desplazamientos

Para “X” Para “Y”

$Vx = 20\ m/s$

$t =$

$X = Voy = 0$

$g = -9.81\ m/s2$

$Y = -5\ m$

Paso No. 3: Selección de las ecuaciones a utilizar

Recuerde que "X" que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observe que en "Y" tiene datos suficientes para calcular "t".

Paso 4: Resolver la ecuación considerando que Voy = 0, por lo que el primer término se anula.

Y= gt^2 / 2

Resolviendo para "t ":

t = 1.009637 s

Calculo de "t ":

Recuerde que "X" que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observe que en "Y " tiene datos suficientes para calcular "t". Resolviendo para

$$\text{"}X\text{ ": } X = Vx\,(t)$$

$$X \ = \ (20\, m/s)\,(1.09637s)$$

$$X \ = \ 20\, m$$

Ejercicio Nº 7

Se patea un balón de fútbol con un ángulo de 37° con una velocidad de 20 m/s. Calcule:

a) La altura máxima.
b) El tiempo que permanece en el aire.
c) La distancia a la que llega al suelo.
d) La velocidad en X y Y del proyectil después de 1 seg de haber sido disparado

Datos

$c)\ X\ = ?$

$d)\ Vx\ =?$

Paso 1

$$V_{0x} = V_0 Cosa = 20\frac{m}{s}Cos37° = 15.97\frac{m}{s}$$

$$V_{0x} = Sena = 20\frac{m}{s}Sen37° = 12.03\frac{m}{s}$$

$$Voy\ =\ Vo\ Se\ n\ a\ =\ 20\ m/s\ Sen\ 37°\ =\ 12.03\ m/s$$

Paso 2

Calcular el tiempo de altura máxima, donde Voy = 0

Por lo tanto $:t\ =\ (Vfy\ -\ Voy)\ /\ g\ =\ (0\ -\ 12.03\ m/s)\ /\ 9.8\ =\ 1.22.seg.$

Paso 3

Calcular a) la altura máxima:

Ymax = Voy t + gt^2 / 2= 12.03 m/s (1.22s) + ((-9.8m/s^2)(1.22s)^2) / 2 = 7.38m

Paso 4

Calcular b) el tiempo total. En este caso solo se multiplica el tiempo de altura máxima por 2, porque sabemos que la trayectoria en este caso es simétrica y tarda el doble de tiempo en caer el proyectil de lo que tarda en alcanzar la altura máxima.

T total = Tmax (2) = 1.22s (2) = 2.44 s.

Paso 5

Calcular el alcance máximo, para lo cual usaremos esta formula:

$X\ =\ Vx\ t\ total\ =\ 15.97\ m/s\ (\ 2.44s)\ =\ 38.96\ m.$

Paso 6

Ejercicio Nº 8

Desde lo alto de un acantilado de 5 m de alto se lanza horizontalmente una piedra con velocidad inicial de 20 m/s. ¿A qué distancia horizontal de la base del acantilado choca la piedra?

Paso No. 1: Calcular las componentes rectangulares de la velocidad inicial

En el lanzamiento horizontal la velocidad inicial vertical (Voy) es igual a cero, por lo que:

$$V_x = 20\frac{m}{s}$$

$$V_{0y} = 0$$

Paso No. 2: Anotar los datos para X y para Y. Recuerde que las velocidades y los desplazamientos

Para "X"	Para "Y"
$Vx = 20\frac{m}{s}$	$\mathrm{Voy} = 0$
$t =$	$g = -9.81\frac{m}{s2}$´
$X =$	$Y = -5\,m$

Paso No. 3: Selección de las ecuaciones a utilizar

Recuerde que "X" que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observe que en "Y " tiene datos suficientes para calcular "t".

$$Y = V_{0y}t + \frac{gt^2}{2}$$

Paso 4: Resolver la ecuación considerando que Voy = 0, por lo que el primer término se anula.

Y= gt^2 / 2

Resolviendo para "t ":

t = 1.009637 s

$$t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(-5m)}{\left(-9.81\,\frac{m}{s^2}\right)}}$$

Calculo de "t ":

$$V_x = \frac{X}{t}$$

Paso5: Calcular " X " utilizando la ecuación:

Recuerde que "X" que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observe que en "Y" tiene datos suficientes para calcular "t".

Resolviendo para "X ": $X = Vx\ (t)$

X = (20 m/s)(1.09637s)

X = 20 m

<u>Ejercicio Nº 9</u>

Se patea un balón de fútbol con un ángulo de 37° con una velocidad de 20 m/s. Calcule:

a) La altura máxima.

b) El tiempo que permanece en el aire.

c) La distancia a la que llega al suelo.

d) La velocidad en X y Y del proyectil después de 1 seg de haber sido disparado

Datos

Ángulo = 37°	a) Ymax = ?	d) Vx =?
$Vo = 20m/s$	b) T total = ?	Vy= ?
$g = -9.8\ m/s\hat{}2$	c) X = ?	

Paso 1

$V_{0x} = V_0\ Cos\ \propto$

$$V_{0y} = V_0 = Sen\ \propto$$

$V_{0x} = V_0 Cos\ a = 20\frac{m}{s} Cos\ 37° = 15.97\frac{m}{s}$

$V_{oy} = V_0 Sen\ a = 20\frac{m}{s} Sen\ 37° = 12.03\frac{m}{s}$

Paso 2

Calcular el tiempo de altura máxima , donde Voy = 0

Por lo tanto: t $= (Vfy - Voy)\ /\ g = (0 - 12.03\ m/s)\ /\ 9.8 = 1.22.seg.$

Paso 3

Calcular a) la altura máxima:

Ymax = Voy t + gt^2 / 2= 12.03 m/s (1.22s) + ((-9.8m/s^2) (1.22s) ^2) / 2 = 7.38m

Paso 4

Calcular b) el tiempo total. En este caso solo se multiplica el tiempo de altura máxima por 2, porque sabemos que la trayectoria en este caso es simétrica y tarda el doble de tiempo en caer el proyectil de lo que tarda en alcanzar la altura máxima.

T total = tmax (2) = 1.22s (2) = 2.44 s.

Paso 5

Calcular el alcance máximo, para lo cual usaremos esta fórmula:

X = Vx t total = 15.97 m/s (2.44s) = 38.96 m.

X = Vx t total = 15.97 m/s (2.44s) = 38.96 m.

Paso 6

Vfy = gt + Voy = (- 9.8) (1seg.) + 12.03 m/s = 2.23 m/s

Vfx = 15.97 m/s, ya que esta es constante durante todo el movimiento.

Paul E. Tippens (2001)

Problemas Propuestos Nº 4. Vectores y movimiento en dos dimensiones

1. Una niña se da cuenta que demora 30 segundos en subir una escala mecánica detenida, caminando por los peldaños. En cambio, cuando la escala está en movimiento hacia arriba y además la niña camina hacia arriba por los peldaños, demora sólo 10 segundos en subir. Suponiendo que la niña siempre camina por los peldaños con la misma rapidez: ¿Cuándo demoraría en subir si sólo se queda parada sobre un peldaño de la escala en funciona-miento?
2. Un automóvil viaja por una carretera. Calcule y represente gráficamente el vector cambio de velocidad para cada uno de los siguientes casos:

   a) En un camino recto, el automóvil disminuye su rapidez de 100[km/h] a 40[km/h].

   b) El automóvil toma una curva de 90º con rapidez constante de 30 [km/h].

   c) El automóvil toma una curva de 60º, simultáneamente disminuyendo su rapidez desde 60[km/h] hasta 30[km/h]

3. Un electrón se mueve en presencia de un campo magnético describiendo un círculo de radio R = 25 [cm], con rapidez constante de 104[m/s]. Calcule la aceleración (magnitud y dirección) de este electrón.

Cuestionario Nº 4. Vectores y movimiento en dos dimensiones

- ¿Qué es movimiento de 2 dimensiones?
- ¿Movimiento bidimensional?
- ¿Ecuaciones para el movimiento parabólico?
- ¿Que nos permite calcular el movimiento de 2 dimensiones?
- ¿Qué es movimiento de proyectiles?
- ¿Formula de Alcance?
- ¿Formula de ecuación de una parábola?
- ¿Movimiento en dos dimensiones con aceleración constante?
- ¿Qué es vectores en dos dimensiones?

5

LEYES DE MOVIMIENTO

La mecánica clásica describe la correspondencia entre el movimiento de objetos encontrados en nuestro mundo cotidiano y las fuerzas que actúan en ellos.

En este capítulo también se estudian las tres leyes de movimiento de Newton y de la gravedad, dichas leyes son naturales y razonables. La primera ley establece que debe aplicarse una fuerza a un objeto con la finalidad de cambiar su velocidad, cambiar la velocidad de un objeto significa acelerarlo, lo que da a entender una correspondencia entre fuerza y aceleración.

La segunda ley establece que la fuerza neta sobre un objeto es igual a la masa del objeto por su aceleración, por último la tercera ley funciona que tan pronto como se empuja algo, este impulso regresa con igual fuerza en la dirección opuesta. Las tres leyes de movimiento de Newton, junto con su ley de la gravitación, se consideran entre los logros más grandes de la mente humana.

5.1 FUERZAS.

Las fuerzas correspondientes se conocen como fuerzas de campo, de acuerdo a este planteamiento, un objeto de masa M, tal como el Sol, crea una influencia invisible que se extiende en todo el espacio. Un segundo objeto de masa m, como la Tierra, interactúa con el campo del Sol, no directamente con el Sol mismo. La fuerza de gravedad mantiene

objetos unidos a la Tierra además de originar lo que conocemos como peso de esos objetos.

Las fuerzas ejercidas en un objeto pueden cambiar la forma del mismo. Por ejemplo, el golpear una pelota de tenis con una raqueta deforma la pelota en alguna extensión. Incluso los objetos que por lo general se consideran rígidos e inflexibles se deforman bajo la acción de fuerzas externas. Con frecuencia las deformaciones son permanentes, como el caso de un choque entre automóviles.

5.2 PRIMERA LEY DE NEWTON.

Antes del año 1600, los científicos sentían que el estado natural de la materia era el estado de reposo. No obstante, Galileo concibió experimentos (como un objeto móvil sobre una superficie sin fricción) y concluyó que no es la naturaleza de un objeto detenerse, una vez que se pone en movimiento, sino que continúa en su estado general de movimiento. Este planteamiento después se formalizó como la primera ley de movimiento de Newton:

"Un objeto se mueve con una velocidad que es constante en magnitud y en dirección, a no ser que actúe en él una fuerza resultante diferente de cero".

5.2.1 Masa e inercia.

La tendencia de un objeto a continuar en su estado original de movimiento e conoce como inercia. Aunque la inercia es la tendencia de

un objeto a continuar su movimiento en ausencia de una fuerza, la masa es una medida de la resistencia de un objeto a cambiar en su movimiento debido a una fuerza. A mayor masa de un cuerpo, es menor la aceleración bajo la acción de una fuerza aplicada determinada. La unidad SI de la masa es el kilogramo. La masa es una cantidad escalar.que obedece las reglas de la aritmética ordinaria

5.3 SEGUNDA LEY DE NEWTON.

La segunda ley de Newton responde a la pregunta de qué le sucede a un objeto que tiene una fuerza neta que actúa en él, y afirma que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa en él.

También propone que la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa. Estas observaciones son resumidas de la siguiente manera:

La aceleración de $\vec{a}$ de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa en él e inversamente proporcional a su masa.

La constante de proporcionalidad es igual a uno, de este modo en términos matemáticos el enunciado anterior puede ser reescrito.

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Donde $\vec{a}$ es la aceleración del objeto, m es la masa y $\sum \vec{F}$ es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan en él. Multiplicando por m, se tiene:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Generalmente los físicos se refieren a esta ecuación como F=ma. La segunda ley es una ecuación vectorial, equivalente a las tres ecuaciones por componentes siguientes:

$$\sum Fx = max = \sum Fy = may = \sum Fz = maz$$

5.3.1 Unidades de fuerza y masa.

La unidad SI de la fuerza es el newton. Cuando 1 newton de fuerza actúa sobre un objeto que tiene una masa de 1kg, produce una aceleración de $1 m/s^2$ en el objeto.

A partir de esta definición y la segunda ley de Newton, se ve que el newton se puede expresar en términos de las unidades fundamentales de masa, longitud y tiempo como:

$$1N = 1\ kg.m/s^2$$

En el sistema estandarizado de Estados Unidos, la unidad de fuerza es la libra. La conversión de newtons a libras está dada por:

$$1N = 0.225\ lb$$

Unidades de masa, aceleración y fuerza			
Sistema	**Masa**	**Aceleración**	**Fuerza**
SI	Kg	m/s^2	N = kg · m/s^2
Habitual en los EE.UU	slug	Pie/s^2	Lb = slug · pie/s^2

Las unidades de masa, aceleración y fuerza en el SI y el sistema estandarizado en Estados Unidos es la siguiente:

5.3.2 Fuerza gravitacional.

Es la fuerza de atracción recíproca entre dos objetos cualesquiera en el Universo. Aunque la fuerza gravitacional puede ser muy intensa entre dos objetos muy grandes, es la más débil de las fuerzas fundamentales. Se puede realizar una buena demostración de qué tan débil es con un globo pequeño. Frote el globo en su cabello que le proporciona una carga eléctrica diminuta. A través de las fuerzas eléctricas, en este caso el globo se adhiere a la pared, resistiendo el jaloneo gravitacional de toda la Tierra.

La ley de la gravitación universal de Newton establece que cualquier partícula en el Universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.

Si las partículas tienen masas m_1 y m_2 y están separadas mediante una distancia r, la magnitud de la fuerza gravitacional es:

$$Fg = G\frac{m_1\, m_2}{r^2}$$

Donde G = 6.67 x 10^{-11} N·m²/kg² es la constante de gravitación universal.

5.3.3 Peso.

La magnitud de la fuerza gravitacional que actúa en un objeto de masa m cerca de la superficie de la Tierra se le conoce como peso, w, del objeto dado por:

$$w = mg$$

Donde g es la aceleración de la gravedad. Unidades SI: newton (N).

Otra definición del peso de un objeto con masa m puede ser reescrita como:

$$w = G\frac{M_E m}{r^2}$$

Donde M_E es la masa de la Tierra y r es la distancia desde el objeto al centro de la Tierra. Si el objeto está en reposo sobre la superficie de la Tierra, entonces r es igual al radio de la Tierra R_E. Ya que r está en el denominador está en el denominador el peso disminuye conforme r aumenta. De tal modo que el peso de un objeto en la parte superior de una montaña es menor que el peso del mismo objeto al nivel del mar.

$$g = G\frac{M_E}{r^2}$$

A diferencia de la masa, el peso no es una propiedad inherente de un objeto a causa de puede tomar valores diferentes, dependiendo del valor de g en una ubicación determinada.

5.4 TERCERA LEY DE NEWTON.

Newton se dio cuenta que una sola fuerza aislada no podía existir, más bien las fuerzas en la naturaleza siempre existen en pares. Newton describe tal par de fuerzas con su tercera ley:

"Si interactúan el objeto 1 y el objeto 2, la fuerza F_{12} ejercida por el objeto 1 en el objeto 2 es igual en magnitud pero opuesta en dirección a la F_{21} ejercida por el objeto 2 en el objeto 1.

La fuerza de acción es igual en magnitud a la fuerza de reacción y opuesta en dirección. En todos los casos, las fuerzas de acción y reacción actúan en diferentes objetos.

La tierra ejerce una fuerza F_g sobre cualquier objeto. Si el objeto es una TV en reposo sobre una mesa, la fuerza de reacción a F_g es la fuerza que ejerce la TV sobre la tierra, $F_g{}'$ .La TV no se acelera hacia abajo ya que la sostiene la mesa. Por lo tanto la mesa ejerce una fuerza hacia arriba n, conocida como la fuerza normal, sobre la TV. (Normal, un termino técnico de matemáticas, que en este contexto significa "perpendicular".) La fuerza normal es una fuerza elástica que surge a causa de la cohesión de la materia y es de origen electromagnético.

Equilibra la fuerza de gravitación que actúa sobre la TV, evitando que la TV caiga a través de la mesa y puede tener cualquier valor necesario, hasta el punto de romper la mesa. La reacción a n es la fuerza ejercida por la TV sobre la mesa, n'. Debido a eso,

$$F_g = -F_g{}' \qquad y \qquad n = -n'$$

Las fuerzas n - n' y los dos tienen la misma magnitud que F_g. Observe que las fuerzas de acción sobre la TV son F_g y n, como se muestra en la figura 4.8b. Las dos fuerzas de reacción, F_g'y n', son ejercidas por la TV en objetos diferentes de la TV. Recuerde que las dos fuerzas es un par acción-reacción siempre actúa en dos objetos diferentes.

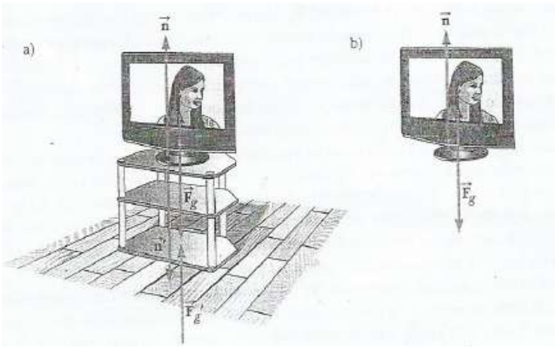


Fig.5.1 Fuerza gravitacional aplicada a un 1

5.5 APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON.

Esta sección aplica las leyes de Newton a objetos en movimiento bajo la influencia de fuerzas externas constantes. Suponemos que los objetos se comportan como partículas, de este modo no es necesario considerar la posibilidad de movimiento rotacional.

Además despreciamos cualquier efecto de la fricción y las masas de cualquier cuerda incluida. Con estas aproximaciones, la magnitud de la fuerza ejercida a lo largo de una cuerda, conocida como tensión, es la misma en todos los puntos en la cuerda. Esto se aclara por la cuerda, que muestra las fuerzas y que actúan en ella. Si la cuerda tiene masa *m*, entonces la segunda ley de Newton aplicada a la cuerda proporciona T – T' = ma. De cualquier modo, si despreciamos la masa *m,* como en los próximos ejemplos, entonces T = T'.

Cuando se aplican las leyes de Newton a un objeto, solo nos interesan aquellas fuerzas que actúan sobre el objeto. Las únicas fuerzas externas que actúan sobre la TV son n y F_g. Las reacciones a estas fuerzas, n y F_g , actúan sobre la mesa y sobre la Tierra, respectivamente y no aparecen aplicadas en la segunda ley de Newton para la TV.

Tome en cuenta una caja que se está jalando a la derecha sobre una superficie horizontal, sin fricción. Suponga que quiere encontrar la aceleración de la caja y la fuerza que ejerce la superficie en ella. La fuerza horizontal ejercida la caja actúa a través de la cuerda. La fuerza que la cuerda ejerce sobre la caja se indica mediante T (debido a que es una fuerza de tensión). La magnitud de T es igual a la tensión en la cuerda. Lo que se intenta mediante las palabras "tensión en la cuerda" es precisamente la fuerza leída en una balanza de resorte cuando la cuerda en el problema ha sido cortada e insertada la balanza entre los extremos que se cortaron.

Se dibuja un círculo discontinuo alrededor de la caja para destacar la importancia de aislar la caja de sus alrededores.

Ya que nos interesa solo el movimiento de la caja, se debe tener la capacidad de identificar todas las fuerzas que actúan sobre ella. Además de la exhibición de la fuerza T, el diagrama de fuerza para la caja incluye la fuerza de gravedad $F_g$ejercida por la Tierra y la fuerza normal ejercida por el piso. Tal diagrama de fuerza se conoce como diagrama de cuerpo libre ya que el medio ambiente se sustituye por una serie de fuerzas relacionadas en un cuerpo libre de otra manera. La construcción correcta de un diagrama de cuerpo libre es una fase esencial en la aplicación de las leyes de Newton. ¡Un diagrama inexacto muy probablemente nos conducirá a respuestas incorrectas!

Las reacciones a las fuerzas que hemos mencionado -específicamente, la fuerza ejercida mediante la cuerda en la mano que está jalando, la fuerza ejercida por la caja sobre la Tierra y la fuerza ejercida por la caja sobre el piso--, no se incluye en el diagrama de cuerpo libre debido a que actúan en otros objetos y no sobre la caja.

En consecuencia, no influyen directamente en el movimiento de la caja. Solo se incluyen las fuerzas que actúan directamente sobre la caja.

Ahora apliquemos la segunda ley de Newton a la caja. Primero elegimos un sistema coordenado adecuado. En este caso es conveniente utilizar, con el eje x horizontal y el eje y vertical. Se puede aplicar la segunda ley de Newton en la dirección x, en la dirección y, o en ambos, dependiendo de lo que se esté pidiendo determinar en el problema. La segunda ley de Newton aplicada a la caja en las direcciones *x* y *y* producen las dos ecuaciones siguientes:

$$ma_x = T \qquad ma_y = n - mg = 0$$

A partir de estas ecuaciones, tenemos que la aceleración en la dirección x es constante, proporcionada por a_x = T/m y que la fuerza normal está dada por n = mg. Ya que la aceleración es constante, las ecuaciones de cinemática pueden ser aplicadas para obtener información adicional acerca de la velocidad y el desplazamiento del objeto.

5.5.1 Estrategias de solución de problemas.

Los problemas que involucran la segunda ley de Newton pueden ser muy complejos. El siguiente protocolo rompe el proceso de solución en objetivos intermedios, más pequeños:

1. Lea el problema esmeradamente por lo menos una vez.
2. Trace una imagen del sistema, identifique el objeto de interés básico e indique las fuerzas con flechas.
3. Etiquete cada fuerza en la imagen de cierta manera que inducirá a pensar lo que las cantidades físicas (digamos, T para la tensión)
4. Trace un diagrama de cuerpo libre del objeto de interés.

5. Aplique la segunda Ley de Newton. Los componentes x y y de la segunda
6. Ley de Newton se toman de la ecuación vectorial y se reescriben individualmente.
7. Resuelva para la cantidad desconocida deseada y sustituya los números.

5.6 FUERZAS DE FRICCIÓN.

Un objeto en movimiento sobre una superficie o bien a través de un medio viscoso encuentra resistencia cuando interactúa con sus alrededores. La fricción hace posible tomar y sostener cosas, conducir un automóvil, caminar y correr.

Piense que ha llenado un bote de plástico con desechos y quiere arrastrar el bote a través de la superficie de su patio de concreto. Si aplica una fuerza horizontal externa **F** al bote, que actué hacia la derecha, como se muestra en la figura, el bote permanece fijo si **F** es pequeña. La fuerza que contrarresta a **F** e impide que el bote se traslade, actúa hacia la izquierda, opuesta a la dirección de F y se le conoce como fuerza de fricción estática **fs.** Mientras el bote no se esté moviendo, **fs=-F**. Si **F**, **fs** también aumenta y viceversa.

Los experimentos demuestran que la fuerza de fricción surge de la naturaleza de las dos superficies. Debido a su rugosidad, el contacto se hace en unos cuanto puntos.

Si se incrementa la magnitud de **F**, el bote finalmente se desliza. Cuando el bote está en el límite del deslizamiento, *fs* es un máximo. Cuando *F* excede, *fsmáx*, el bote se acelera hacia la derecha. Cuando el bote esta en movimiento, la fuerza de fricción es menor que *fsmáx*. A la fuerza de fricción para un objeto en movimiento se le denomina fuerza de fricción cinética, **fk**. La fuerza neta, *F-fk* en la dirección *X* que produce una aceleración a la derecha, de acuerdo a la segunda ley de Newton. Si *F* es igual a *fk* la aceleración es cero y el bote se mueve hacia la derecha con rapidez constante. Si se retira la fuerza aplicada, la fuerza de fricción actúa hacia la izquierda proporcionando una aceleración del bote en la dirección *X*- y por último llega el reposo.

Estas observaciones experimentales pueden resumirse de la siguiente manera:

1. La magnitud de la fuerza de fricción estática entre dos superficies cualesquiera en contacto puede tener dos valores.

$$f_s \leq \mu_s n$$

8. La magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa en dos superficies es:

$$f_k \leq \mu_k n$$

9. Los valores de uk y us dependen de la naturaleza de las superficies, pero uk por lo general es menor que us.
10. La dirección de la fuerza de fricción ejercida por una superficie sobre un objeto es (fricción estática) del objeto relativo a la superficie.
11. Los coeficientes de fricción son casi independientes del área de contacto entre las superficies.

Tabla Nº5 Ejercicios Resueltos N°5: Leyes de Movimiento.

Símbolo	Nombre
a	Aceleración de un objeto
m	Masa
F	Suma vectorial de las fuerzas
N	Newton
Kg	Kilogramo
Slug	Unidad de masa en el sistema FPS (pie-libra-segundo)
Fg	Fuerza gravitacional
G	Constante de la gravitación universal
ME	Masa de la Tierra
T	Tensión

Ejercicios Resueltos N°5: Leyes de Movimiento.

Ejercicio Nº1.

Un bloque sobre una rampa.

Suponga que en un bloque con masa de 2.50kg está en reposo sobre una rampa, si el coeficiente de fricción estática entre el bloque y la rampa es 0.305, ¿Qué ángulo máximo puede hacer la rampa con la horizontal antes que el bloque inicie el desplazamiento hacia abajo?

SOLUCIÓN

Se escriben las leyes de Newton para un sistema en reposo en la forma de componentes.

1) $\sum F\,x = mgsen\theta - \mu_s n = 0$

2) $\sum F\,y = n - mgcos\theta = 0$

Se reordena la ecuación 2 para obtener una expresión para la fuerza normal, *n*.

$$n = mg\cos\theta$$

La ecuación para la componente y resulta n=m1g. Sustituimos este valor para n y fk=ukn en la ecuación para la componente x.Aplicamos la segunda ley de Newton a la pelota.

$$2)\ \sum Fy = -m^2g\ + T = m^2a^2 =\ -m_2a_1$$

Restamos la ecuación2 de la ecuacion1, eliminando T y dejando una ecuación que pueda ser resuelta para a1

$$m^2g - \mu_k m_l g = (m_l\ + m^2)a_l$$

$$a_l = \frac{m^2g - \mu_k m_l g}{m_l\ + m_2}$$

Sustituimos los valores conocidos para obtener la aceleración

$$a_l = \frac{(7.00\ kg)\left(9.80\frac{m}{s^2}\right) - (0.300)(4.00\ kg)(9.8\frac{m}{s^2})}{(4.00\ kg\ + 7.00\ kg)}$$

= 5.17 m/s²

Sustituimos los valores para a1 en la ecuación1 para encontrar la tención **T**

***T** = 32.4* N

Ejercicio Nº 2

Tres fuerza dadas por $F1 = (-2i + 2j)\,N, F2 = (5i - 3j)N, y\,F3 = (-45i)$ N actúan sobre un objeto para producir una aceleración de magnitud 3,75 m/seg2

a) Cual es la dirección de la aceleración?

b) Cual es la masa del objeto?

c) Si el objeto inicialmente esta en reposo. Cuál es su velocidad después de 10 seg?

d) Cuales son las componentes de velocidad del objeto después de 10 seg.

a) Cual es la dirección de la aceleración?

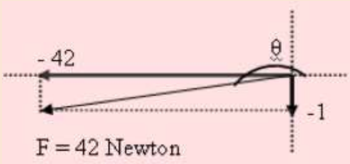
$\sum F = m\,.\,a$

$\sum F = F1 + F2 + F3$

$\sum F = (-2i + 2j) + (5i - 3j) + (-45i) = m * a = m * (3{,}75)\,a$

Donde a representa la dirección de a

$\sum F = (-42i - 1j) = m\,.\,a = m.(3{,}75)\,a$



$$F = \sqrt{(-42)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1765} = 42 \text{ Newton}$$

$$tg\, \theta = \frac{-1}{-42} = 2{,}3809 * 10^{-2}$$

u = arctg 2,3809 * 10-2

u = 181,360

42 = = m . (3,75) a

La aceleración forma un ángulo de 1810 con respecto al eje x.

b) Cual es la masa del objeto?

42 = $m = \frac{42}{3{,}75} = 11{,}2 \text{ Kg}$ m * (3,75)

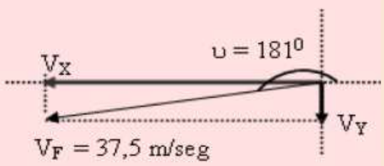
c) Si el objeto inicialmente está en reposo. Cuál es su velocidad después de 10 seg?

$V_F = V_0 + a * t$ pero: $V_0 = 0$

$V_F = a * t$ pero: $a = 3{,}75 \text{ m/seg}^2$

$V_F = a * t = 3{,}75 \text{ m/seg}^2 * 10 \text{ seg}$

$\mathbf{V_F = 37{,}5 \text{ m/seg}}$ $\underline{|\mathbf{181^0}}$



d) Cuales son las componentes de velocidad del objeto después de 10 seg.

$VX = VF * cos\, 181 = -37{,}5\, m/seg$

$VY = VF * sen\, 181 = -0{,}654\, m/seg$

<u>Ejercicio Nº2</u>

Una partícula de 3 kg parte del reposo y se mueve una distancia de 4 metros en 2 seg. Bajo la <u>acción</u> de una fuerza constante única. Encuentre la magnitud de la fuerza?

m = 3 Kg.

X = 4 metros

T = 2 seg.

$$X = V_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$$ pero; V0 = 0

$$X = \frac{1}{2}\, a\, t^2$$

2 X = a t2

$$a = \frac{2\ X}{t^2} = \frac{2*4}{2^2} = \frac{8}{4} = 2\,\frac{m}{seg^2}$$

$F\ =\ m\,.\,a$

$F\ =\ 3\,.\,2\ =\ 6\ Newton.$

<u>Ejercicio Nº 3</u>

Una bala de 5 gr sale del cañón de un rifle con una rapidez de 320 m/seg. Que fuerza ejercen los <u>gases</u> en expansión tras la bala mientras se mueve por el cañón del rifle de 0,82 m de longitud. Suponga aceleración constante y fricción despreciable.

m = 5 gr. V_F = 320 m/seg X = 0,82 m

$$(V_F)^2 = \cancel{(V_0)^2} + 2\, a\, X$$

$$2\, a\, x = (V_F)^2$$

$$a = \frac{(V_F)^2}{2X} = -\ \frac{(320)^2}{2*0{,}82} = -\ \frac{102400}{1{,}64} = 62439{,}02\,\frac{m}{seg^2}$$

$$m = 5gr * \frac{1kg}{1000gr} = 0{,}005\,kg$$

$F\ =\ m\,.\,a$

$F\ =\ 0{,}005\,.\,62439{,}02\ =\ 312{,}91\ Newton.$

Ejercicio Nº4

Un lanzador tira horizontalmente hacia el frente una pelota de béisbol de 1,4 Newton de peso a una velocidad de 32 m/seg. Al acelerar uniformemente su brazo durante 0,09 seg Si la bola parte del reposo.

a. Que distancia se desplaza antes de acelerarse?

b. Que fuerza ejerce el lanzador sobre la pelota.

W = 1,4 Newton t = 0,09 seg. V0 = 0 VF = 32 m/seg

VF = V0 +a * t pero: V0 = 0

VF = a * t

$$a = \frac{V_F}{t} = \frac{32}{0.09} = 355,55 \frac{m}{seg^2}$$

W = m g

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1,4 \text{ Newton}}{9,8 \frac{m}{seg^2}} = 0,142 \text{ kg}$$

$$(V_F)^2 = \cancel{(V_0)^2}^{\,0} - 2 * a * X$$

$$2\,a\,x = (V_F)^2$$

$$(V_F)^2 = \cancel{(V_0)^2}^{\,0} - 2 * a * X$$

$$2\,a\,x = (V_F)^2$$

$$X = \frac{(V_F)^2}{2\,a} = \frac{(32)^2}{2 * 355,55} = \frac{1024}{711,11} = 1,44 \text{ metros}$$

FX $= m\,a = 0,142 * 355,55$

FX $=$ 50,79 Newton.

Ejercicio Nº 5

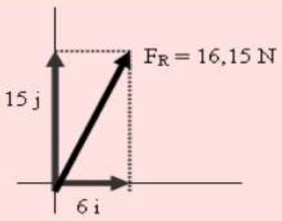
Una masa de 3 kg se somete a una aceleración dada por a = (2 i + 5 j) m/seg2 Determine la fuerza resultante F y su magnitud.

$F = m\,.\,a$

$F = 3\,.\,(2\,i + 5\,j)$

$F = (6\,i + 15\,j)$ Newton

$$F_R = \sqrt{(15)^2 + (6)2} = \sqrt{261} = 16{,}15 \text{ Newton}$$



Ejercicio Nº 6

Un tren de carga tiene una masa de 1,5 * 107 kg. Si la locomotora puede ejercer un jalón constante de 7,5 * 105 Newton. Cuanto tarda en aumentar la velocidad del tren del reposo hasta 80 km/hora.

$m = 1{,}5 * 107\ kg. V0 = 0\ VF = 80\ km/hora. F = 7{,}5 * 105\ Newton.$

$$V_F = 80 \frac{km}{hora} * \frac{1000\, m}{1 km} * \frac{1 hora}{3600\, seg} = 22{,}22 \frac{m}{seg}$$

F = m a

$$a = \frac{F}{m} = \frac{7{,}5 * 10^5 \text{ Newton}}{1{,}5 * 10^7 \text{ kg}} = 5 * 10^{-2} \frac{m}{seg^2}$$

$VF = V0 + a\,.\,t\ pero: V0 = 0$

$VF = a\,.\,t$

$$t = \frac{V_F}{a} = \frac{22{,}22}{5 * 10^{-2}} = 444{,}4 \text{ seg}$$

Ejercicio Nº 7

Una persona pesa 125 lb.

Determine

a) Su peso en Newton.

b) Su masa en kg.

$$W = 125 lb * \frac{4{,}448 \text{ Newton}}{1 lb} = 556 \text{ Newton}$$

W = m g

$$m = \frac{W}{g} = \frac{556\ N}{9,8 \frac{m}{seg^2}} = 56,73\ kg$$

Ejercicio Nº 8

Una bolsa de cemento de 325 Newton de peso cuelgan de 3 alambres como muestra la figura p5 – 24. Dos de los alambres forman ángulos θ1 = 600 θ2 = 250 con la horizontal.

Si el sistema está en equilibrio encuentre las tensiones T1 , T2 y T3

$T1Y = T1 . \text{sen}\ 60\ T2Y = T2. \text{sen}\ 25$

$T1X = T1 . \cos 60\ T2X = T2 . \cos 25$

$S\ FX = 0$

$\mathbf{T1X - T2X = 0\ (ecuación\ 1)}$

$T1X = T2X$

$T2 . \cos 25 = T1 . \cos 60$

$T2 . 0{,}9063 = T1 . 0{,}5$

$T_2 = \frac{0,5}{0,9063} * T_1 = 0,5516\ T_1$ **(Ecuación 1)**

$S\ FY = 0$

$\mathbf{T1Y + T2Y – W = 0}$

$T1Y + T2Y = W$ pero: $W = 325\ N$

$T1Y + T2Y = 325$

$T1 . \text{sen}\ 60 + T2. \text{sen}\ 25 = 325$

$\mathbf{0,866\ T1 + 0,4226\ T2 = 325\ (Ecuación\ 2)}$

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2

$\mathbf{0,866\ T1 + 0,4226\ T2 = 325}$

$\mathbf{0,866\ T1 + 0,4226 * (0,5516\ T1) = 325}$

$0{,}866\ T1 + 0{,}2331\ T1 = 325$

$1{,}099\ T1 = 325$

$1{,}099\ T1 = 325$

$$T_1 = \frac{325}{1{,}099} = 295{,}72 \text{ Newton}$$

$\mathbf{T1 = 295,72\ N.}$

Para hallar TC se reemplaza en la ecuación 1.

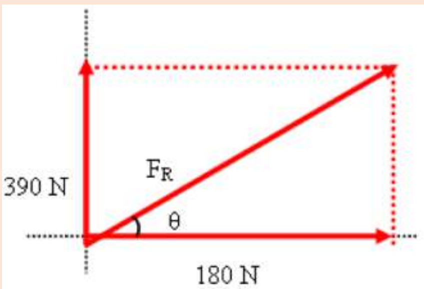
$T2 = 0{,}5516\, T1$

$T2 = 0{,}5516 * (295{,}72)$

$\boldsymbol{T2 = 163,11\ Newton.}$

<u>Ejercicio Nº 9</u>

La fuerza del viento sobre la vela de un velero es de 390 Newton en dirección al Norte. <u>El agua</u> ejerce una fuerza de 180 Newton al este. Si el bote junto con la tripulación tiene una masa de 270 kg. Cuales son la magnitud y dirección de su aceleración?



$$F_R = \sqrt{(390)^2 + (180)^2}$$

$$\text{Tg } \theta = \frac{390}{180} = 2{,}1666$$

$\boldsymbol{\theta} = \text{arc tg } 2{,}1666$

$\boldsymbol{\theta} = 65{,}220$

$\mathbf{FR} = \mathbf{m} * \mathbf{a}$

Pero: $\mathbf{m} = 270$ Kg.

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{430}{270} = 1{,}59 \ \frac{m}{seg^2}$$

Ejercicio Nº 10

Un bloque se desliza hacia abajo por un plano sin fricción que tiene una inclinación de q = 150. Si el bloque parte del reposo en la parte superior y la longitud de la pendiente es 2 metros, encuentre: La magnitud de la aceleración del bloque?

a. Su velocidad cuando alcanza el pie de la pendiente?

$\mathbf{S\,FY} = 0$

$\mathbf{WY} - \text{N} = 0$

$\mathbf{WY} = \text{N Pero: WY} = \text{W cos q}$

$\mathbf{W\,cos\,q} = \text{N}$

Ejercicios Propuestos N°5: Leyes de Movimiento.

1. La masa de un tren de carga es de 1.5 x 10^7 kg. Si la locomotora puede tirar constantemente con fuerza de 7.5 x 10^5 N. ¿cuánto tiempo se require se require para que la rapidez del tren aumente de 0 a 80 km/h?
2. Una bala de 5.0 g sale de la boca de un rifle con una rapidez de 320 m/s. ¿qué fuerza (que se supone constante) se ejerce sobre la bala cuando la misma recorre el cañón de 0.82 m de largo del rifle?
3. Sobre un bote que se desplaza en el agua actúan dos fuerzas. Una es un impulso de avance de 2000 N producido por el motor; la otra es una fuerza resistiva de 1800 N debida al agua. (a) ¿cuál es la aceleración del bote de 1000 kg? (b) Si el bote parte del reposo, ¿qué distancia recorrerá en 10.0 s? (c) ¿cuál será su velocidad al cabo de este tiempo?
4. La fuerza del viento de las velas de un velero es de 390 N hacia el norte. El agua ejerce una fuerza de 180 N hacia el este. Si el bote (con su tripulación) tiene una masa de 270 kg, ¿cuáles son la magnitudes y la dirección de su aceleración?

Cuestionario N°5: Leyes de Movimiento.

1. ¿Qué es fuerza de fricción?
2. ¿En qué consiste la primera ley de Newton?
3. ¿Quéesmasa?
4. ¿Quéesinercia?
5. ¿En qué consiste la segunda ley de Newton?
6. ¿Qué es la fuerza gravitacional?
7. ¿Quées peso?
8. ¿En qué consiste la tercera ley de Newton?
9. ¿Qué son fuerzas de fricción?

6 TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA

Cuando hablamos de trabajo, pensamos en un sin número de actividades que nos lleva al agotamiento físico e inclusive mental, así, mencionamos que trabajamos en la construcción, en el escritorio, en la casa, en la computadora o simplemente cuando realizamos nuestra tarea escolar.

En la actualidad, la ciencia y la tecnología han puesto al servicio de la humanidad una increíble cantidad de máquinas que disminuyen el esfuerzo que debemos realizar.

En física, el termino trabajo tiene otra interpretación, es la magnitud que relaciona la fuerza y el desplazamiento que le provoca si la fuerza aplicada es constante, entonces podemos definir el trabajo realizado por una fuerza constante. También, se entiende por trabajo a la cantidad de fuerza multiplicada por la distancia que recorre dicha fuerza. Esta puede ser aplicada a un punto imaginario o a un cuerpo para moverlo. Pero hay que tener en cuenta también, que la dirección de la fuerza puede o no coincidir con la dirección sobre la que se está moviendo el cuerpo. En caso de no coincidir, hay que tener en cuenta el ángulo que separa estas dos direcciones.

6.1. TRABAJO

El termino *trabajo* tiene una definición operacional, explicita y cuantitativa. Para que se realice un trabajo han de cumplirse tres requisitos:

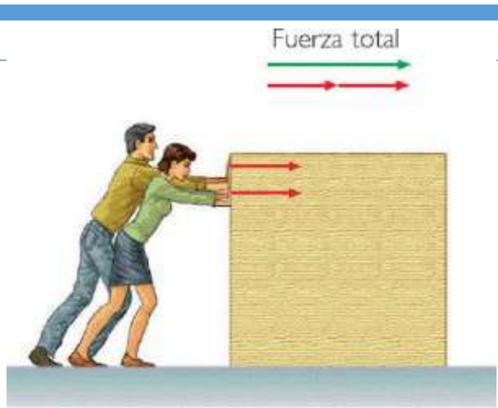


Fig 6.1 Se puede observar la fuerza aplicada para mover un objeto

1. Debe haber una fuerza aplicada
2. La fuerza debe actuar a través de cierta distancia, llamada **desplazamiento**
3. La fuerza debe tener una componente a lo largo del desplazamiento.

Suponiendo que se cumplen esas condiciones, es posible dar una definición formal de trabajo:

Trabajo es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

Trabajo= Componente de la fuerza × desplazamiento.

6.1.1. Trabajo resultante

Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento, el **trabajo resultante** (trabajo total) es la suma algebraica de los trabajos de las fuerzas individuales. Esto también será igual al trabajo de la fuerza resultante.

Es importante distinguir el trabajo *resultante* o *neto* y el trabajo de una fuerza individual. Si nos referimos al trabajo necesario para mover un objeto cierta distancia, el trabajo realizado por la fuerza que tira de él no es necesariamente el trabajo resultante. El trabajo puede haberse realizado por medio de una fuerza de fricción o de otras fuerzas. El trabajo resultante es simplemente el trabajo hecho por una fuerza resultante.

Si ésta es cero, entonces el trabajo resultante también es cero, aun cuando diversas fuerzas individuales puedan estar realizando un trabajo positivo o negativo.

6.2 ENERGÍA

"La energía puede considerarse algo que es posible convertir en trabajo".

Cuando decimos que un objeto tiene energía, significa que es capaz de ejercer una fuerza sobre otro objeto para realizar un trabajo sobre él. Por el contrario, si realizamos un trabajo sobre un objeto, le hemos proporcionado a éste una cantidad de energía igual al trabajo realizado. Las unidades de energía son las mismas que la del trabajo: *joule* y *libra-pie."* ***Tippens (2011).***

La energía es la capacidad que tienen los cuerpos para producir transformaciones, como por ejemplo, la de realizar un trabajo. Cuando un cuerpo realiza un trabajo, pierde energía, que es ganado por el cuerpo sobre el que se realiza el trabajo. La variación de Energía cinética K, que es la energía que tiene un cuerpo en virtud de su movimiento.

Energía potencial U, que es la energía que tiene un sistema en virtud de su posición o condición.

6.3 TRABAJO Y ENERGIA CINETICA

De acuerdo con la segunda ley de Newton del movimiento, habrá una aceleración resultado de la razón

$$a = \frac{f}{m}$$

Para proseguir con este ejemplo, se expresa en términos de *a* como sigue:

$$a = \frac{V^2\, f - V^2\, 0}{2x}$$

Si sustituimos esta expresión en la ecuación 8.34 queda

$$\frac{F}{m} = \frac{V^2 f - V^2 0}{2x}$$

Es la capacidad de realizar trabajo como resultado del movimiento de un cuerpo. Para analizar la relación entre movimiento y trabajo, consideremos una fuerza **F** que actúa sobre un automóvil. Supondremos que esta fuerza es la *fuerza resultante* sobre el carrito y su carga tiene una masa combinada *m* y que tiene una velocidad inicial y final V_0 y V_f, respectivamente.

$$\text{Fx}= \frac{1}{2}\text{m}\boldsymbol{v}_f^2 - \frac{1}{2}\text{m}\boldsymbol{v}_0^2$$

Este resultado muestra que el miembro izquierdo de la ecuación representa el *trabajo resultante* hecho por una fuerza constante ejercida a lo largo del desplazamiento *x*. Los términos del miembro derecho son los valores inicial y final de una cantidad importante ($\frac{1}{2}mv^2$). Denominaremos a esta cantidad la energía cinética y escribiremos la formula

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

6.4. ENERGIA POTENCIAL

La energía que posee el sistema en virtud de sus posiciones o condiciones se llama energía masa **m** por una fuerza constante **F** ejercida a lo largo de una distancia **x** es igual al cambio de energía cinética $\Delta\boldsymbol{K}$**.** Esta es la definición de lo que designaremos **teorema del trabajo-energía.**

6.3.1. Teorema del trabajo-energía: El trabajo de una fuerza externa resultante ejercida sobre un cuerpo es igual al cambio de la energía cinética de ese cuerpo.

$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Como la energía se expresa a sí misma en forma de trabajo, la energía potencial implica que debe haber un potencial para realizar trabajo.

U= $Wh = mgh$ **Energia Potencial**

La energía potencial depende de la elección de un nivel de referencia especifico. La energía potencial gravitacional en el caso de un avión es muy diferente cuando se mide respecto a la cima de una montaña, un rascacielos o el nivel del mar. La capacidad de realizar trabajo es mucho mayor si el avión cae al nivel del mar. La energía potencial tiene un significado físico únicamente cuando se establece un nivel de referencia.

6.4.1 Conservación de la energía

Con mucha frecuencia, a rapideces relativamente bajas tiene lugar un intercambio entre las energías potencial y cinética. Supongamos que se levanta una masa *m* hasta una altura *h* y luego se la deja caer. Una fuerza externa ha incrementado la energía del sistema, dándole una energía potencial **U**=mgh en el punto más alto. Ésta es la energía total disponible para el sistema y no puede modificarse a menos que se enfrente a una fuerza de resistencia externa. En medida en que la masa cae, su energía potencial disminuye debido a que se reduce la altura sobre el piso. La pérdida de energía potencial reaparece en forma de energía cinética de movimiento. En la ausencia de la resistencia del aire, la energía total (U+K) permanece igual. La energía potencial sigue transformándose en energía cinética hasta que la masa llega al piso (h=0).

En esta posición final, la energía cinética es igual a la energía total, y la energía potencial es cero. Es importante señalar que la suma de U y K es la misma en cualquier punto durante la caída. Si denotamos la energía total de un sistema con E, entonces podemos escribir

Energía total=energía cinética+energía potencial=constante

$$\mathbf{E=K+}\boldsymbol{U}\mathbf{l=}\ constante$$

6.4.2 Conservación de la energía mecánica: en ausencia de resistencia del aire o de otras fuerzas disipadores, la suma de la energía potencial y cinética es una constante, siempre que no se añada ninguna otra energía al sistema.

Energía total en el punto inicial=energía total en el punto final

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f$$

6.4.3 Energía y fuerzas de fricción

La energía total E_f es menor que la energía total inicial E_0. Hay que considerar que el calor y otras perdidas disipadoras en el proceso.

Energía total inicial=energía total final+ pérdida debida a la fricción

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f\,|trabajo\ contra\ la\ friccion|$$

El trabajo realizado por las fuerzas de fricción siempre es negativo, de modo que se emplean las rayas verticales de valor absoluto para indicar que estamos considerando el valor positivo de la perdida de energía.

Conservación de la energía: la energía total de un sistema es siempre constante, aun cuando se trasforme la energía de una forma a otra dentro del sistema. Reescribiendo la ecuación en términos de los valores iniciales y final de la altura y la velocidad:

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + |f_k\,x|$$

Se ha sustituido el término que denota la perdida de energía por el valor absoluto del trabajo realizado por una fuerza cinética de fricción ejercida a lo largo de las distancia x.

Si un objeto parte de reposo ($v_0 = 0$) a partir de una altura h_0 sobre su posición final, la ecuación se simplifica a

$$mgh_0 \;= \frac{1}{2}mv_f^2 = +|f_k\, x\,|$$

Al resolver problemas, es útil establecer la suma de las energías potencial y cinética en algún punto inicial. Luego se determina la energía total en el punto final y se suma el valor absoluto de cualquier pérdida de energía.

La conservación de la energía precisa que estas dos ecuaciones sean equivalentes. Con base en tal postulado, se puede determinar entonces el parámetro incognito.

6.5. POTENCIA

Fig 4. Se observa la potencia ejercida para realizar un trabajo.

"En la definición de trabajo. El *tiempo* no participo en forma alguna. La misma cantidad

de trabajo de realiza si la tarea dura una hora o un año. Si se le da tiempo suficiente, aun el motor menos potente llega a levantar una carga enorme. Sin embargo, si deseamos realizar una tarea con eficacia, la razón de *cambio* con la que se efectúa el trabajo se vuelve una cantidad importante de ingeniería." ***Tippens (2011)***

La potencia es la que nos indica la rapidez con la que se realiza un trabajo. Un aparato que permite realizar y aprovechar trabajo, es mas potente que otra si tarda menos tiempo en realizar un mismo trabajo.

Potencia es la razón de cambio con la que se realiza el trabajo.

$$P = \frac{trabajo}{tiempo}$$

La unidad del SI para la potencia es el *joule por segundo,* y se denomina **watt (W)**

Puesto que el trabajo se realiza de manera continua, es útil disponer de una expresión para la potencia que incluya la velocidad. Así,

$$P = \frac{trabajo}{t} = \frac{Fx}{t}$$

$$P = F\frac{x}{t} = Fv$$

Donde *v* es la velocidad del cuerpo sobre la que se aplica la fuerza paralela F.

Formulario Nº6: Trabajo, Energía y Potencia

FORMULARIO	
$a = \frac{f}{m}$	**Formula De La Aceleración**
$a = K = \frac{1}{2}mv^2$	**Formula De La Energía Cinética**
$aFx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$	**Formula De Teorema Trabajo - Energía**
U$= Wh = mgh$	**Formula De La Energía Potencial**
E=K+U l	**Formula De La Energía**
$U_0 + K_0 = U_f + K_f$	**Formula De La Conservación De La Energía Mecánica**
$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + \lvert f_k x$	**Formula De La Conservación De La Energía**
P$= \frac{trabajo}{t} = \frac{Fx}{t}$	**Formula De La Potencia**

Ejercicios Resueltos N°6: Trabajo, Energía y Potencia.

Ejercicio N° 1

Transformar 250 kgf.m a Joul y kW.h.

Desarrollo

$$1kgf.m \rightarrow 9.807\,J$$

$250\,kg\,.m \rightarrow \times = 250\,kgf.m\,x\,9.807\,\frac{J}{1}\;kgf.m$

$\boldsymbol{x = 2451.75\,J}$

1 W = 1 J/s
1kW = 1.000 J/s
1kW.h = 1.000 J.3.600 s/s
1kW.h = 3.600.000 J s/s
1 J = 1kW.h/3.600.000

$1\,kgf.m \rightarrow 9.807\,\frac{J}{3}\,.600.000$

$250 \quad x = 250\,kgf.m\,x\,9.807\,\frac{J}{3}\,600.000$

$kgf\,.m \rightarrow kgf\,.m$

$\times = \mathbf{6.81.10^{-4}\,kW.h}$

Ejercicio N° 2

¿Cuántos kgf.m y Joul representan 25 kW.h?

Desarrollo

$1\ kW\ .h\ \rightarrow 3.600.000\ J$

$25\ kW\ .h\ \rightarrow \times = 25\ kW\ x\ 3.600.000\ \frac{J}{1}\ kW.h$

$\times = \mathbf{9.10^7}\ \mathbf{J}$

$\mathbf{1\ kW.h\ \rightarrow 3.600.000\ kgf\ .\frac{m}{9.807}}$

$\times = 25\ kW\ .h\ \times 9.807 * 3.600.000\ \frac{J}{1}$

$kW\ .h\ \rightarrow kW\ .h$

x = **9.177.118 kgf.m**

Ejercicio N° 3

Indicar el trabajo necesario para deslizar un cuerpo a 2 m de su posición inicial mediante una fuerza de 10 N.

$L\ = F\times d$

$L\ = F\ \times d$

$L\ \ = 20\ J$

Cuando se levanta un objeto desde el suelo hasta la superficie de una mesa, por ejemplo, se realiza trabajo al tener que vencer la fuerza de la gravedad, dirigida hacia abajo; la energía comunicada al cuerpo por este trabajo aumenta la energía potencial del objeto. Si se realiza trabajo para elevar un objeto a una altura superior, se almacena energía en forma de energía potencial gravitatoria.

Cuando un cuerpo varía su altura desarrolla energía potencial.

$\boldsymbol{E_p = m.g.h}$

$$\mathbf{L = F.d}$$

En éste caso la distancia es la altura "h".

$$\mathbf{L = F.d = F.h}$$

Como se trata de la fuerza peso:

$$\boldsymbol{L = F.d = F.h = P.h = m.g.h}$$

$$\mathbf{L = E_p = m.g.h}$$

E_p: Energía potencial.

El trabajo realizado por la fuerza peso es igual a la variación de la energía potencial.

$$L = \Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$$

$$L = \Delta E_p = m.g.(h_2 - h_1)$$

ΔE_p: Variación de la energía potencial.

Ejercicio N° 4

Calcula la energía potencial de un saltador de trampolín si su masa es de 50 kg y está sobre un trampolín de 12 m de altura sobre la superficie del agua.

Solución: Se extraen los datos del enunciado. Son los siguientes:

m = 50 kg

h = 12 m

Ep =?

Todos los datos se encuentran en unidades del SI; por tanto, sustituimos en la fórmula:

Ep = m g h = 50 9,8 12 = 5880 J 3.

Ejercicio N° 5

Calcula la energía potencial elástica de un muelle que se ha estirado 0,25 m desde su posición inicial. La constante elástica del muelle es de 50 N/m.

Solución: Se extraen los datos del enunciado.

x = 0,25 m

k = 50 N/m

Ee= ?

Todos los datos se encuentran en unidades del SI; por tanto, sustituimos en la fórmula:

Ee = 0,5 k x2 = 0,5 50 (0,25)2 = 1,56 J

Ejercicio N° 6

Una fuerza de 100 N actúa sobre un cuerpo que se desplaza a lo largo de un plano horizontal en la misma dirección del movimiento. Si el cuerpo se desplaza 20 m. ¿Cuál es el trabajo realizado por dicha fuerza?

Solución: Se extraen los datos del enunciado. Son los siguientes:

F = 100 N

α = 0º Δx = 20 m

W = ?

Todos los datos se encuentran en unidades del SI; por tanto, sustituimos en la fórmula:

W = F cosα Δx = 100 1 20 = 2000 J 7.

<u>Ejercicio N° 7</u>

Un escalador con una masa de 60 kg invierte 30 s en escalar una pared de 10 m de altura. Calcula:

a) El peso del escalador

b) El trabajo realizado en la escalada

c) La potencia real del escalador

Solución: Se extraen los datos del enunciado

m = 60 kg

t = 30 s

h = 10 m

a) El peso se calcula mediante la 2ª Ley de Newton P = m g = 60 9,8 = 588 N

b) En la escalada, la fuerza que debe hacer el escalador debe ser igual a su peso y con sentido hacia arriba; por tanto, fuerza y desplazamiento tienen igual dirección y sentido, el ángulo entre ellos es 0º. W = F cos α Δx = 588 1 10 = 5880 J

c) La potencia se calcula realizando el cociente entre el trabajo realizado y el tiempo empleado $P = \frac{W}{t} = \frac{5880}{30; \mathrm{P}} = 196\, W$

<u>Ejercicio N° 8</u>

La potencia desarrollada por una fuerza aplicada a un cuerpo es el trabajo realizado por ésta fuerza durante el tiempo de aplicación. La potencia se expresa en watt (W).

$$P = \frac{L}{t}$$

$$P = F \cdot \frac{d}{t}$$

$$V = \frac{d}{t}$$

$$P = F.v$$

P: potencia

También podemos expresarla a partir del teorema de la energía mecánica:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{(\Delta\, Ec + \Delta\, Ep + HO)}{t}$$

Si no hay fuerzas no conservativas:

$$P = \frac{(\Delta \mathrm{Ec} + \Delta \mathrm{Ep})}{t}$$

Si no hay cambio de altura:

$$P = \frac{(\Delta \mathrm{Ec})}{t}$$

Si sólo hay cambio de altura (trabajo de la “fuerza peso”):

$$P = \frac{(\Delta \mathrm{Ep})}{t}$$

Desarrollando la última ecuación:

$$P = \frac{[\mathrm{m.g.(h2 - h1)}]}{t}$$

$$P = \frac{[\mathrm{P´.(h2 - h1)}]}{t}$$

LP = P´.(h2 - h1) → trabajo de la fuerza peso

Ejercicio N° 9

Un joven ejerce una fuerza horizontal constante de 200 N sobre un objeto que avanza 4 m. El trabajo realizado por el joven es de 400 J. El ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento es:

$$WF = F \,.\, \Delta x \,.\, \cos\alpha$$

Esa expresión sólo es válida para fuerzas constantes... por suerte éste es el caso.

$$\cos \propto = \frac{\mathbf{WF}}{F \,.\, \mathbf{\Delta x}}$$

$$\cos \propto = \frac{400\,J}{200\,N\,.\,4\,m}$$

$$\cos\alpha = \mathbf{0,5}$$

Datos:

T = 70 Newton

d = 5 metros

μ = 0,3

m = 15 kg.

a) Trabajo efectuado por la fuerza aplicada de 70 Newton

FX = F cos 20

FX =70 * cos 20

FX = 70 * 0,9396

FX = 65,77 Newton

W = FX (cos 0) * d = 65,77 * 5 = 328,85 Newton * metro

W = 328,85 julios

b) Trabajo efectuado por la fuerza normal

Σ FY = 0

N – mg +TY = 0

Pero:

TY = T sen 20

TY = 70 sen 20

TY = 70 sen 20

TY = 70 * 0,342

TY = 23,94 Newton

N – mg +TY = 0

N = mg -TY

N = 15 * 9,8 – 23,94

N = 147 – 23,94

N = 123,06 Newton

Ejercicio N° 10

Un coche compacto, tiene una masa de 800 kg. y su eficiencia está cercana al 18%. (Esto es 18% de la energía del combustible se entrega a las ruedas). Encuentre la cantidad de gasolina empleada para acelerarlo desde el reposo hasta 27 m/sg. Use el hecho de que la energía equivalente a 1 galón de gasolina es $1.34 * 10^8$ julios. Si demora 10 sg en alcanzar la velocidad, que distancia se desplaza?

SOLUCION: La energía necesaria para acelerar el coche desde el reposo a una rapidez **v** es igual a su energía cinética final

K= Energía Cinética

$$K=\frac{1}{2}m\,v^2 = \frac{1}{2}(800\text{kg})\left[27\,\frac{m}{sg}\right]^2$$

$$K= (400\text{kg})\ 729\tfrac{m}{sg}2 * m$$

$$K= 291600\ \text{Newton} * m$$

K= 291600 Julios

Ejercicio N° 11

Un remolcador ejerce una fuerza constante de 5000 Newton sobre un barco que se mueve con rapidez constante a través de una bahía. Cuanto trabajo hace el remolcador sobre el barco en una distancia de 3km.

W= F$*$ d= 5000$*$3= 15000 Newton$*$metro

W= 15000 Julios

Ejercicio N° 12

Carly en un supermercado empuja un carrito con una fuerza de 35 Newton dirigida a un ángulo de 25° hacia abajo desde la horizontal. Encuentre el trabajo que realiza Carly conforme se mueve por un pasillo de 50 m. de longitud

Fx= F cos 25

Fx= $35 * cos 25$

Fx= $35 * 0.9063$

Fx= 31,72 Newton

W= Fx$*$ d =31,72$*$50 = 1586,03 Newton$*$metro

W= 1586,03 Julios

Ejercicios Propuestos N°6: Trabajo, Energía y Potencia.

1. Una chica de 40 kg. de masa trepa por una cuerda hasta 8 m de altura con velocidad constante en 15 sg. ¿Qué potencia desarrolla durante la ascensión? P=209 W
2. Cuando un coche sube por una pendiente, se necesita suministrarle cierta potencia adicional además de la necesaria para mantener una velocidad constante en terreno llano. Para el coche del problema 6.95, a 65 km.h^{-1}, ¿Qué ángulo forma la carretera con la horizontal si la potencia total necesaria es el doble que en terreno llano? a= 1.46°
3. Un nadador salta desde la palanca a la piscina, nada hasta el borde y se encarama de nuevo a la palanca. Identificar y analizar los tipos de fuerzas presentes y el trabajo que realizan.

Cuestionario Nº 6. Trabajo, Energía y Potencia.

1. ¿Cuál es la razón principal para aplicar una fuerza resultante?
2. ¿Cuáles son los requisitos para que se realice un trabajo?
3. ¿Cuál es la definición de trabajo?
4. Defina el concepto de energía
5. ¿Cuáles son las dos importantes tipos de energía?
6. Escriba la fórmula de energía cinética
7. Defina el concepto de teorema del trabajo-energía y escriba su fórmula.
8. ¿De qué depende la energía potencial?
9. Defina el concepto de potencia y escriba su fórmula.

7

ENERGIA CINETICA, GRAVITACIONAL, TRABAJO

7.1 TRABAJO.

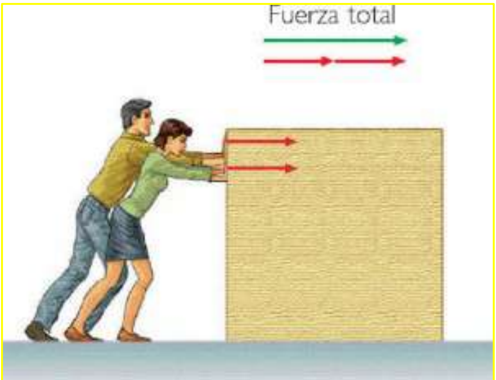


Fig. 7.2 Ejemplo de cómo se efectúa el Trabajo

Cuando hablamos de trabajo, pensamos en un sin número de actividades que nos lleva al agotamiento físico e inclusive mental, así, mencionamos que trabajamos en la construcción, en el escritorio, en la casa, en la computadora o simplemente cuando realizamos nuestra tarea escolar. **(Alvarenga, 1979, p.279)**.

En la actualidad, la ciencia y la tecnología han puesto al servicio de la humanidad una increíble cantidad de máquinas que disminuyen el esfuerzo que debemos realizar.

En física, el termino trabajo tiene otra interpretación, es la magnitud que relaciona la fuerza y el desplazamiento que le provoca si la fuerza aplicada es constante, entonces podemos definir el trabajo realizado por una fuerza constante.

También, se entiende por trabajo a la cantidad de fuerza multiplicada por la distancia que recorre dicha fuerza. Esta puede ser aplicada a un punto imaginario o a un cuerpo para moverlo. Pero hay que tener en cuenta también, que la dirección de la fuerza puede o no coincidir con la dirección sobre la que se está moviendo el cuerpo. En caso de no coincidir, hay que tener en cuenta el ángulo que separa estas dos direcciones. Por lo tanto. El trabajo es igual al producto de la fuerza por la distancia y por el coseno del ángulo que existe entre la dirección de la fuerza y la dirección que recorre el punto o el objeto que se mueve. Sabemos que en Física se usan muchas unidades dependiendo de los sistemas utilizados. La magnitud Trabajo no es la excepción. Cuando la fuerza se mide en Newton (Sistema MKS) o Internacional, y la distancia en metros, el trabajo es medido en Joule (J). Otra unidad es el Kilográmetro (Kgm) que surge de medir la fuerza en Kgs f

(Kilogramos fuerza) y distancia en metros. Otro mucho menos usado es el Ergio usado cuando se mide la distancia en centímetros y la fuerza en gramos fuerza.

7.2 ENERGÍA CINÉTICA Y EL TEOREMA TRABAJO- ENERGÍA.

La energía cinética se representa a través de la siguiente fórmula: $Ec= \frac{1}{2} mv^2$. La energía cinética se mide en Julios (J), la masa en kilogramos (kg) y la velocidad en metros sobre segundos (m/s).

Como tal, la energía cinética está ligada a otros conceptos de la física como: trabajo, fuerza y energía. La energía solo puede llamarse cinética cuando el objeto se pone en movimiento y, al chocar con otro pueda moverlo originando un trabajo y, la fuerza puede referirse como la posibilidad que tiene un cuerpo de producir daños a otro. **(Alvarenga, 1979, p.287).**

Una vez lograda la activación del cuerpo, el mismo puede mantener su energía cinética excepto si aplica al cuerpo un trabajo negativo o contrario de la magnitud de la energía cinética para que regrese a su estado inicial o de reposo.

La energía cinética puede originarse a partir de otras energías o convertirse en otras formas de energías. En el caso de los carros de una montaña rusa alcanzan energía cinética cuando están en el fondo de su trayectoria pero esta se transforma en energía potencial gravitacional cuando comienza a elevarse. Otro ejemplo es a través de la energía cinética que permite los movimientos de las hélices se puede obtener electricidad o, energía hídrica a través del movimiento de agua.

La energía cinética se debe a William Thomson más conocido como Lord Kelvin en 1849. La energía cinética no es propia de nuestros días ya que antiguamente existía los molinos de viento que se utilizaba para muchas actividades, como tarea principal la

de moler trigo, este tipo de instrumentos hace uso de la energía cinética.

El trabajo, por sus unidades, es una forma de transferencia o cambio en la energía: cambia la posición de una partícula (la partícula se mueve).

Éste cambio en la energía se mide a partir de todos los efectos que la partícula sufre, para el trabajo, los efectos son todas las fuerzas que se aplican sobre ella (trabajo neto o trabajo total Wt).

El teorema del trabajo y la energía relaciona éstos dos conceptos:

El trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula:

$$w = \Delta k = k(2) - k(1)$$

Éste teorema facilita muchos cálculos de problemas que involucran éstas propiedades.

7.3 ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL.

La expresión general para la energía potencial gravitacional, surge de la ley de la gravedad, y es igual al trabajo realizado contra la gravedad, para llevar una masa a un punto determinado del espacio. Como consecuencia de la naturaleza de la fuerza de gravedad dependiente del inverso del cuadrado, la fuerza se acerca a cero para grandes distancias, y por tanto cobra sentido elegir el cero de energía potencial gravitacional a una distancia exterior infinita. Entonces, la energía potencial gravitacional cerca de un planeta es negativa, puesto que la gravedad realiza un trabajo positivo cuando se acerca la masa. **(Alvarenga, 1979, p.292)**.

Este potencial negativo es indicativo de un "estado ligado"; una vez que la masa está cerca de un cuerpo grande, es atrapada hasta que algo pueda suministrarle energía suficiente que le permita escapar.

Del trabajo realizado contra la fuerza de la gravedad, para llevar una masa hasta el infinito, donde la energía potencial, se le asigna el valor de cero, la expresión para la energía potencial gravitacional es:

$$\boldsymbol{U = \frac{-GMm}{r}}$$

Esta expresión es útil para el cálculo de la velocidad de escape, la energía para sacarla de una órbita. etc. Sin embargo, para objetos cercanos a la Tierra la aceleración de la gravedad g, se puede considerar que sea aproximadamente constante, y la expresión de la energía potencial en relación con la superficie de la Tierra se convierte en.

$$\boldsymbol{U = Mgh}$$

7.3.1 Energía potencial elástica.

La energía potencial elástica es energía potencial almacenada como consecuencia de la deformación de un objeto elástico, tal como el estiramiento de un muelle. Es igual al trabajo realizado para estirar el muelle, que depende de la constante del muelle k así como la distancia estirada. De acuerdo con laley de Hooke, la fuerza requerida para estirar el muelle es directamente proporcional a la cantidad de estiramiento. **(Alvarenga, 1979, p.295)**. Puesto que la fuerza tiene la forma:

$$F = -Kx$$

Entonces, el trabajo realizado para estirar el muelle, a una distancia x es:

$$Trabajo = \Delta Ep = \frac{1}{2} Kx^2$$

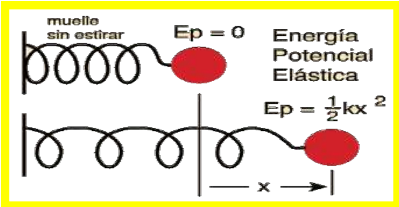


Fig. 7. 3 como se da la Energía Potencial Elástica.

7.3.2 Energía Potencial del Muelle

Puesto que el cambio en la energía potencial de un objeto entre dos posiciones, es igual al trabajo que se debe realizar para mover el objeto de un punto a otro, el cálculo de la energía potencial, es equivalente al cálculo del trabajo.

$$w = \int_0^x kx\, dx = k\frac{x^2}{2}$$

El trabajo se puede visualizar también como el área bajo la curva de la fuerzas

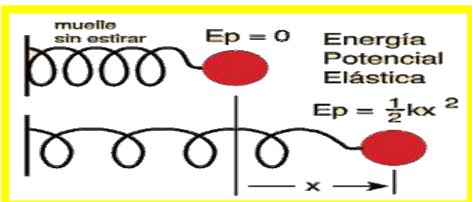


Fig.7.4 la Energía Potencial Elástica en una curva.

7.4 SISTEMA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

La ley de la conservación de la energía afirma que la cantidad total de energía en cualquier sistema físico aislado(sin interacción con ningún otro sistema) permanece invariable con el tiempo, aunque dicha energía puede transformarse en otra forma de energía. En resumen, la ley de la conservación de la energía afirma que la energía no puede crearse ni destruirse, sólo se puede cambiar de una forma a otra, por ejemplo, cuando la energía eléctrica se transforma en energía calorífica en un calefactor.**(Alvarenga, 1979, p.300)**. En termodinámica, constituye el primer principio termodinámica (la primera ley de la termodinámica).

En mecánica analítica, puede demostrarse que el principio de conservación de la energía es una consecuencia de que la dinámica de evolución de los sistemas está regida por las mismas características en cada instante del tiempo. Eso conduce a que la "traslación" temporal sea una simetría que deja invariante las ecuaciones de evolución del sistema, por lo que el teorema de Noether lleva a que existe una magnitud conservada, la energía.

7.5 POTENCIA.

La potencia es la cantidad de trabajo que se realiza por unidad de tiempo. Puede asociarse a la velocidad de un cambio de energía dentro de un sistema, o al tiempo que demora la concreción de un trabajo. Por lo tanto, es posible afirmar que la potencia resulta igual a la energía total dividida por el tiempo. **(Alvarenga, 1979, p.284)**. Se conoce como potencia mecánica al trabajo que realiza un individuo o una máquina en un cierto periodo de tiempo. Es decir que se trata de la potencia que se transmite a través del accionar de una fuerza física de contacto o de algunos elementos mecánicos relacionados, como un engranaje o un juego de palancas.

Otro tipo de potencia que puede mencionarse es la potencia eléctrica, que es el resultado de multiplicar la diferencia de potencial entre los extremos de una carga y la corriente que circula allí.

También podemos hacer referencia a la potencia del sonido, que se calcula en función de la intensidad y la superficie, y a la potencia de un punto.

En cuanto a las unidades de potencia, pueden reconocerse cuatro grandes sistemas. El sistema internacional de unidades, cuya unidad más frecuente es el vatio o watt y sus múltiplos(kilovatio, megavatio, etc.), aunque también puede utilizar combinaciones equivalentes como el voltamperio; el sistema inglés, que mide por caballo de fuerza métrico; el técnico de unidades, que se basa en la caloría internacional por segundo; y el cegesimal, que calcula ergio por segundo.

Asimismo tampoco podemos olvidar que en el ámbito de las Matemáticas es frecuente el uso del término potencia y es que con él se viene a definir a una operación mediante la cual se determina el resultado de que un número en cuestión se halla multiplicado por sí mismo en varias ocasiones.

7.5TRABAJO HECHO POR UNA VARIABLE.

Es aquella fuerza que tiende a cambiar ya sea su magnitud, ángulo, posición. El resorte posee un material que denominamos elástico, o sea, puede ser deformado pero una vez que la fuerza deformadora cesa, recupera sus dimensiones originales. Teorema de Trabajo y Energía.

Trabajo Realizado por una fuerza Variable

Ejemplo de una fuerza variable:

La acción de un resorte que actúa sobre una partícula de masa “m”. La partícula se mueve en la dirección horizontal, la cual llamamos dirección “x”, con el origen en x=0, la cual corresponde al punto en el cual el resorte esta relajado, o sea, no actúa ninguna fuerza deformadora.

Sobre la partícula actúa una fuerza externa “Fext” en sentido opuesto al sentido de la fuerza del resorte.

Suponemos que a medida que la fuerza externa actúa sobre la partícula, esta es aproximadamente igual a la fuerza del resorte, por lo que la partícula está en equilibrio en todo momento. Sea desplazada la partícula desde su posición original x=0.

Si el agente externo ejerce una fuerza sobre la partícula, el resorte ejercerá una fuerza igual y opuesta.

El signo menos indica que el resorte está efectuando una fuerza opuesta a la dirección del desplazamiento cuando se estira o se comprime. Para calcular el trabajo que se realiza por las fuerzas variables se requiere de un cierto cálculo.

Formulario Nº7: Energía Cinética, Gravitatoria y Trabajo

	FÓRMULAS
Trabajo	$w = F \,.\, D.\cos a$
Teorema del trabajo y la energía cinética	$W = \Delta Ec = Ec - E_{\circ}$ $W = F \,.\, d \,.\cos a$ $W = \Delta Ec = Ec - E_{\circ}$
Energía mecánica cinética y potencial gravitatoria y elástica.	$E = Ec + \mathrm{Ep}$ $Ep_{gravitatoria} = m \,.\, g \,.\, h$ $Ec = \frac{1}{2} m \,.\, v^2$ $Ep_{elastica} = \frac{1}{2} k \,.\, x^2$
Conservación de la energía mecánica:	$E_{INICIAL} = E_{FINAL}$ $(Ec + Ep)_{INICIAL}(Ec + Ep)_{final}$
Trabajo de una fuerza constante:	$\boldsymbol{w = F\, \Delta x \cos a}$
Fuerza paralela al desplazamiento:	$\boldsymbol{W = F\, \Delta x}$
Trabajo de la fuerza de razonamiento:	$\boldsymbol{W = -F_{ROZ} \Delta x}$
Energía potencial elástica:	$\boldsymbol{Ec = \frac{1}{2} m \,.\, v^2}$

Experimento Nº7: Energía Cinética, Gravitatoria y Trabajo

Determinar si el trabajo mecánico es proporcional a la fuerza aplicada por medio de la deformación de una liga.

MATERIALES:

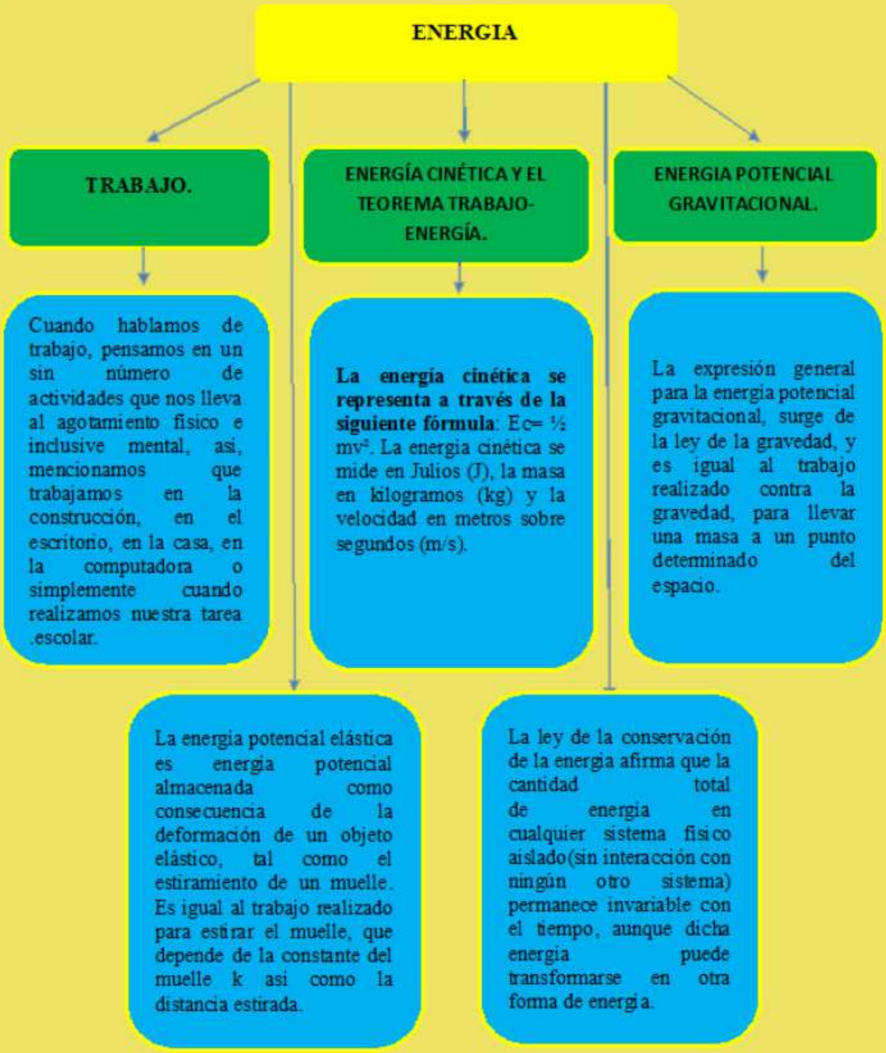
- Un metro de estambre resistente.

- Cuatro ligas.
- Una cinta métrica o flexómetro.
- Unas tijeras.
- Cuatro revistas delgadas de la misma forma y tamaño.

PROCEDIMIENTO.

1.	Corte una liga por un extremo con las tijeras.
2.	Amarre una revista con el estambre y amarre el extremo libre del estambre a uno de los extremos de la liga, como se ve en la figura.
3.	Mida la longitud de la liga sin estirar (L_0).
4.	Jale la liga por el otro extremo hasta que la revista se levante un centímetro de la superficie de trabajo. Pida a su ayudante que mida la liga (L) y registre el dato en la hoja de respuestas.
5	Repita el experimento con 2, 3 y 4 revistas atadas con el estambre. Utilice una liga sin deformar en cada ocasión, ya que las usadas no se recuperan completamente y habría errores en su determinación.

Organizador Gráfico Nº 7. Energía Cinética, Gravitacional y Trabajo.



Ejercicios Resueltos N°7: Energía Cinética, Gravitacional y Trabajo.

Ejercicio Nº1.

Una bala de 20 g choca contra un banco de fango, como se muestra en la figura, y penetra una distancia de 6 cm antes de detenerse. Calcule la fuerza de frenado F, si la velocidad de entrada fue de 80 m/s.

Se tienen como datos la rapidez inicial y la rapidez final, además de la masa de la bala como la cantidad desplazada mientras se le aplica la fuerza. Por el teorema del trabajo y la energía se puede encontrar el valor de esa fuerza:

$\Delta K = k2 - k1 = ½\ mv22 - ½\ mv12 = m\ (v22 - v12)$

La rapidez V (2) es el estado final (0 m/s), y la rapidez V (1) es el estado inicial antes de entrar al banco de fango (80 m/s). La masa de la bala es 20 g = 0.02 Kg. Entonces:

$\Delta K = ½(0.02\ kg)\ ((0m/s)2(80m/s)2= -64\ J$

Esto es igual al trabajo neto efectuado por todas las fuerzas. En éste caso, la única fuerza que actúa es la que detiene a la bala (la fricción del fluido viscoso):

$$\mathbf{W = F * d = \Delta K = -64\ J}$$

Con d = 6 cm = 0.06 m:

F = - 64 J / 0.06 m = - 1066.67 N

Con d = 6 cm = 0.06 m:

F = - 64 J / 0.06 m = - 1066.67 N

Ejercicio Nº 2.

Calcula el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento y por la fuerza peso en el caso de que desplacemos a lo largo de dos metros un bloque de 200 Kg sobre una superficie con μ = 0.15 en los siguientes casos

El bloque se encuentra en una superficie horizontal

Solución

Datos

μ = 0.15;

m = 200 Kg

1.- Partimos de la situación de la figura, en la que hemos hecho una representación de las fuerzas que intervienen en el problema y hemos supuesto un sentido para el movimiento.

Ejercicio Nº 3.

Calcula el trabajo que realiza un caballo que arrastra un carro a 5 km de distancia con una fuerza media de 500 N.

d=5 km=5·1.000 m=5.000m F=500 N

¿W? W =F ·d=500 N ·5.000 m=2.500.000 J

Ejercicio Nº 4.

Un coche de masa 1000 Kg tiene una velocidad de 30 m/s. ¿Cuál sería su energía cinética? frena y su velocidad se reduce a la mitad, ¿cuál es ahora su energía cinética? Calcular el trabajo realizado por los frenos.

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

$$Ec_o = \frac{1}{2}(1000)(30)^2 = 450.000\,J$$

$$Frena\ V = \frac{30}{2} = 15\frac{m}{s}$$

$$Ec_f = \frac{1}{2}(1000)(15)^2 = 112.500\,J$$

$$W = Ec_f - Ec_o$$

$$W = 112.500 - 450.000 = -3375005\ R//$$

Ejercicio Nº 5.

Un coche de masa 1000 Kg tiene una velocidad de 30 m/s. ¿Cuál sería su energía cinética? frena y su velocidad se reduce a la mitad, ¿cuál es ahora su energía cinética? Calcular el trabajo realizado por los frenos.

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

$$Ec_o = \frac{1}{2}(1000)(30)^2 = 450.000\,J$$

$$Frena\ V = \frac{30}{2} = 15\frac{m}{s}$$

$$Ec_f = \frac{1}{2}(1000)(15)^2 = 112.500\,J$$

$$W = Ec_f - Ec_o$$

$$W = 112.500 - 450.000 = -3375005\,R//$$

2.-Calcular la energía cinética de una vehículo de 1000kg de masa que circula a una velocidad de 120km/h.

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

$$120\frac{km}{h}x\frac{1000m}{1km}x\frac{1h}{3600s} = 33.33\,m/s$$

$$Ec = \frac{1}{2}(1000kg)(33.33m/s)^2 =$$

$$Ec = \frac{1}{2}(1000kg)(1110.89m2/s2)^2 = 555445\,J\ \ R//$$

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

$$120\frac{km}{h}x\frac{1000m}{1km}x\frac{1h}{3600s} = 33.33\,m/s$$

$$Ec = \frac{1}{2}(1000kg)(33.33m/s)^2 =$$

$$Ec = \frac{1}{2}(1000kg)(1110.89m2/s2)^2 = 555445\,J\ \ R//$$

Ejercicio Nº 6.

Calcular el trabajo que realice el motor de una ascensor en una atracción para subir 1417 kg que es la masa del ascensor más los pasajeros, hasta una altura de 30m ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor si tarda en subir 24s?

$$F = m.g$$

$$F = (1417kg)(9.8m/s^2) = 13886.6N$$

$$W = F.d.Cos\theta$$

$$W = (13886.6N)(30m)(1) = 416598\,J\; R//$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{416598\,J}{24J} = 17358.25\,w\; R//$$

Ejercicio Nº 7.

Una fuerza de 100 N actúa sobre un cuerpo de masa 20 Kg que se desplaza a los largo de un plano horizontal en la misma dirección del movimiento. Si el cuerpo se desplaza 20m y u=0,2 Calcular:

a.- El trabajo realizado por dicha fuerza

b.- El trabajo realizado por la normal

c.- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

d.- El trabajo realizado por el peso

e.- El trabajo total

$$P = m.g$$
$$P = (20kg)(9.8m/s^2) = 196\,N$$
$$Fr = \mu.N$$

$$Fr = (0,2)(196) = 39,2\,N$$

A:El trabajo realizado por dicha fuerza

$$W = F.d.Cos\theta$$

$$W = (100N)(20m)(Cos0) = 2000\,J$$

B:El trabajo realizado por la normal

$$W_N = N.d.Cos\alpha$$

$$W_N = (196N)(20)(Cos90^0) = \ 0\,J$$

C: El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

$$W_{Fr} = Fr.d.Cos\varphi$$

$$W_{Fr} = (39{,}2N)(20m)(Cos\ 180^0) = \ -784\,J$$

D: El trabajo realizado por el peso

$$W_P = P.d.Cos\varphi$$

$$W_P = (196N)(20m)Cos\ 270^0) = 0\,J$$

E: El trabajo total

$$W_t = \ W_f + W_N + W_{Fr} + W_P$$

Ejercicio Nº 8.

Un motor de 35hp se pone a funcionar durante ¼ hora ¿Qué cantidad de trabajo produce?

Datos:

P=35 hp
T=0,25 h

$$30hp\ x\ \frac{745.7\,J/s}{1hp} = 26099.5\,J/s$$

$$0{,}25\ h\ x\ \frac{3.600s}{1h} = 900\ s$$

$$W = P.\Delta t$$

$$W = \left(\ 26099.5\frac{J}{s}\right)(900\ s\ ) = 2{,}3489550\times 10^7\ J\ R//$$

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

$$W = P.\Delta t$$

$$W = \left(26099.5\frac{J}{s}\right)(900\ s\ ) = 2{,}3489550 \times 10^{7}\ J\ R//$$

Ejercicio Nº 9.

Calcular la energía cinética de una moto de 200 *Kg* de masa que circula a una velocidad de 25 *m/s*

Ec=?
m= 200 Kg
v= 25 m/s

$$Ec = \frac{1}{2}.m.v^{2}$$

$$Ec = \frac{1}{2}(200\ Kg)(25\ m/s)^{2}$$

$$Ec = \frac{1}{2}(200\ Kg)(625\ m^{2}\ /s^{2})$$

$$Ec = \frac{125.000}{2}.Kg.m^{2}\ /s^{2}$$

$$Ec = 62.500.Kg.m^{2}\ /s^{2}$$

$$Ec = 62.500\ J$$

Ejercicio Nº 10.

Calcular el trabajo que realice el motor de un ascensor en una atracción para subir 1417 Kg qué es la masa del ascensor más los pasajeros, hasta una altura de 30m ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor si tarda en subir 24s?

Datos:
m= 1417 Kg

h= 30m

t= 24s

a).

$F = m.g$

$F = 1417\ Kg(9.8\ m/s^2)$

$F = 13886.6\ N$

$W = F.d.cos\theta$

$W = (13886.6N)(30m)cos0°$

$W = (13886.6N)(30m)(1)$

$W = 416598\ J$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{416598\ J}{24s}$$

$$P = 17358.25\ w$$

<u>Ejercicio Nº 11.</u>

El conductor de un coche de 650 kg que va a 90 km/h frena y reduce su velocidad a 50 km/h. Calcula:

a).- La energía cinética inicial.

b).- La energía cinética final.

$$90\ km/h\ son\ 25\ m/s\ y\ 50\ km/h\ son\ 13{,}9\ m/s.$$

a) $Ec = \frac{1}{2}.m.vo^2$

$$Ec = \frac{1}{2}(650)(25)^2$$

$$Ec = 203125\ J$$

b)

$$Ec = \frac{1}{2}.m.v^2$$

$$Ec = \frac{1}{2}(650)(13.9)^2$$

$$Ec = 62793.3\ J$$

Ejercicio Nº 12.

Claudia pesa 60 kgf, y viaja en un ascensor desde el piso 4° hasta planta baja. Hallar el trabajo que realiza la fuerza que hace el piso del ascensor («normal») sobre ella, en los siguientes tramos de 4 m de longitud cada uno:

a- Arranque con aceleración constante, de 0,5 m/s²

b- Descenso con velocidad constante de 2 m/s

c- Frenado con aceleración constante, de 0,5 m/s².

Caso a) Si arranca y se mueve caca vez más rápido la aceleración debe apuntar hacia abajo. (En nuestro SR será negativa, *a* = — *0,5 m/s²*)

$N = m.a + P$

$N = 60\ Kg(-0.5\ m/s^2)$

$N = \ -30N + 600N$

$N = 570N$

Ahora el trabajo:

$Wa = 570\ N(4m)(-1)$

$Wa = \ -2.280\ J$

Caso b) cuando baja a velocidad constante, si lo hace a 2 m/s o a 200 m/s es lo mismo a los fines de lo que estamos calculando. El dato ese es simplemente una trampa caza-bobos. La aceleración vale cero.

$N = P$

$N = 600N$

Caso c) Cuando baja frenando la aceleración apunta hacia arriba y en nuestro SR es positiva.

$\mathrm{N} = \mathrm{m.a} + \mathrm{P}$

$\mathrm{N} = 630\mathrm{N}$

$\mathrm{Wc} = 630\mathrm{N}\ (4\mathrm{m})(-1)$

$\mathrm{Wc} = \ -2.520\ \mathrm{J}$

10. Una maceta se cae de un balcón a una velocidad de 9,81 m/s adquiriendo una energía cinética de 324 ¿cuál es su masa?

$$Ec = \frac{1}{2}.m.vo^2$$
$$324 = \frac{1}{2}.m.(9.81)^2$$

Cuestionario Nº 7.Energía Cinética, Gravitacional y Trabajo.

1.- Concepto de trabajo.

2.- ¿Que es la energía cinética?

3.- ¿Qué es la energía gravitacional?

4.- Concepto de potencia.

5.-Fórmulas de energía gravitacional.

6.- Formula de energía potencial elástica.

7.- Diferencias entre energía cinética y gravitacional.

8.- Cuando se realiza un trabajo.

9.- Concepto de trabajo hecho por una variable.

8

LEY DE LA GRAVEDAD

Fig. 8.1 Ley de la Gravedad

Los cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. **(Witten Robert, 2013)**.Todo cae; las hojas de los árboles, un ladrillo, un lápiz y nos parece obvio. Pero fue Isaac Newton, allá por el siglo XVII que, probablemente observando cómo caía un objeto, propuso por primera vez una explicación para el fenómeno de la caída de los cuerpos

¿Qué es lo que causa que los objetos caigan sobre la tierra? ¿Por qué lo planetas giran alrededor del sol? ¿Qué mantiene a las galaxias juntas? Si viajases a otro lugar fuera de nuestro planeta ¿cambiaría tu peso? ¿Por qué?

Estas y muchas más preguntas que quizás empiece a generar tu cerebro, están todas relacionadas con un aspecto muy importante dentro de la física: la gravedad. A pesar de toda su influencia en nuestras vidas, de todo su control sobre el cosmos, sobre todo a nuestro alrededor es complejo entender los mecanismos de fuerza gravitacional.

A pesar de la inmensa pared que nos separa del conocimiento exacto de esta fuerza, los físicos han podido describir ampliamente el comportamiento de los objetos bajo la influencia de la gravedad. Isaac Newton, fue la primera persona en proponer un modelo matemático que describe la atracción gravitacional entre los objetos. Albert Einstein se basó en este modelo en el siglo XX y posteriormente desarrolló una descripción más minuciosa sobre la gravedad en su Teoría General de la Relatividad.

8.1 LAS FUERZAS GRAVITACIONALES

Newton llegó finalmente a la conclusión de que, de hecho, la manzana y la luna se ven influidas por la misma fuerza. La llamó fuerza de gravitación (o gravedad) ya que esta palabra se traduce significa en latín "pesadez" o "peso".

"Cada partícula de materia en el universo atrae a otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de las masas de las partículas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas."

En Principia, Newton definió la fuerza de la gravedad de la siguiente forma (traducido del latín):

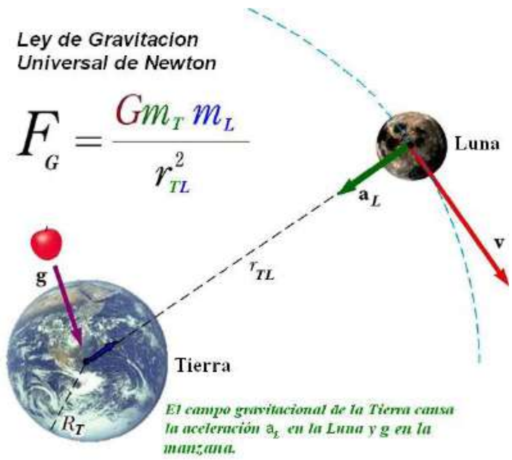


Fig.8.1El campo gravitacional de la tierra causa la aceleración $a_L$en la Luna y g en la manzana

8.2 LA LEY DE GRAVEDAD UNIVERSAL DE NEWTON

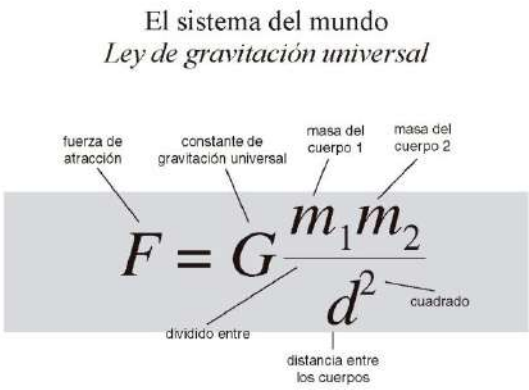


Fig.8.2 Fórmula de Ley de gravitación

La característica esencial de la Ley de Gravedad Universal de Newton es que la fuerza de la gravedad entre dos objetos, es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la distancia que los separa. Esta relación es conocida como la relación de la "raíz cuadrada invertida. Newton derivó esta relación de la afirmación de Kepler de que los planetas se mueven en órbitas elípticas. Para entender esto, considere la luz que irradia desde la superficie del sol. Esta luz tiene alguna intensidad en la superficie del sol. A medida que la luz se aleja del sol, su intensidad disminuye. La intensidad de la luz a cualquier distancia del sol es igual a la fuerza de su fuente, dividida por el área de la superficie de la esfera que rodea el sol en ese radio.

A medida que la distancia del sol (r) se duplica, el área de la esfera alrededor del sol se cuadruplica. De esta manera, la intensidad de la luz del sol depende de manera invertida de la raíz cuadrada de la distancia del sol. Newton creía que la fuerza gravitacional radiaba igualmente en todas las direcciones del cuerpo central, tal como la luz solar en el ejemplo previo. Newton reconocía que este modelo gravitacional debía tomar la forma de una relación de raíz cuadrada invertida. Este modelo predice que las órbitas de objetos que rodean un cuerpo central son secciones cónicas. **(Witten Robert, 2013).** Muchos años de observaciones astronómicas han sostenido esta tesis. A pesar de que esta idea es comúnmente atribuida a Isaac Newton, el matemático Inglés Robert Hooke argumentó que el inventó la idea de la relación de la raíz cuadrada invertida. Sin embargo, fue Newton el que finalmente publicó su teoría de la gravedad y se hizo famoso.

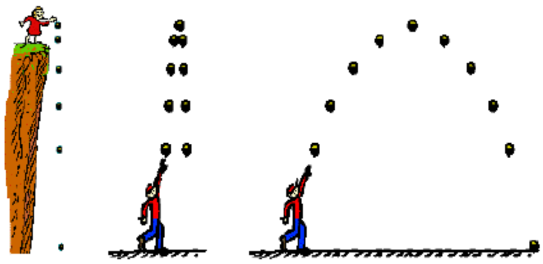


Fig.8.3 Atracción de los cuerpos

8.3 CENTRO DE GRAVEDAD

En un objeto compuesto de muchas partículas, cada partícula interactúa con cada partícula del objeto. Ya que sabemos que las fuerzas (incluyendo la gravedad) son cantidades vectoriales, podemos ver estas fuerzas que tienen componentes en las direcciones paralelas y perpendiculares de los dos objetos. En algunos objetos, tales como esferas de densidad uniforme, las componentes de la fuerza perpendicular se anulan entre sí, de esta forma podemos tratar a los objetos como si fueran partículas puntuales y solo considerar la fuerza neta entre ellos. El centro de gravedad de un objeto (que generalmente es idéntico a su centro de masa) es útil en estas situaciones. Consideramos como si toda la masa del objeto se concentra en el centro de gravedad. En las formas simples (esferas, discos circulares, placas rectangulares, cubos, etc.) este punto es en el centro geométrico del objeto.

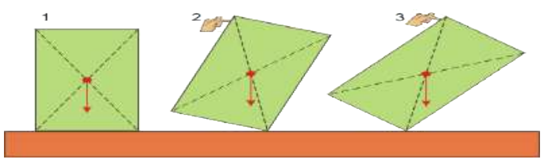


Fig.8.4 Centro de gravedad de un objeto

La ley de Newton puede ser reformulada mediante un campo gravitatorio, lo que puede llegar a ser útil para estudiar distintas situaciones. En lugar de calcular las fuerzas entre dos objetos, podemos definir que un objeto con masa genera un campo gravitatorio a su alrededor. El campo gravitatorio se define como la fuerza de gravedad en un punto determinado, dividido por la masa de un objeto de prueba en ese punto.

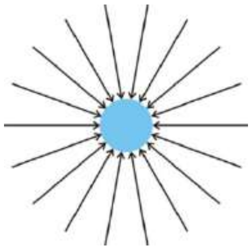


Fig. 8.5 Campo gravitatorio

Tabla N°8: Ley de la Gravedad.

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
Fg	La fuerza de gravedad (por lo general en newtons)
G	La constante gravitacional, que añade el nivel apropiado de proporcionalidad en la ecuación. El valor de G es 6.67259 x 10-11 N * m2 / kg2, aunque el valor va a cambiar si otras unidades (diferentes al sistema internacional) están siendo utilizados.
m1 y m2	Las masas de las dos partículas (normalmente en kilogramos)
r	la distancia en línea recta entre las dos partículas (normalmente en metros)

Experimento N°8: Ley de la Gravedad.

Caída libre de cuerpos y aceleración de la gravedad

Si alguien pregunta qué caerá más rápido desde una terraza, si un piano o un trozo de papel, responderán que lo hará el piano. Y si preguntan porque, dirán que porque es más pesado ¿no? Bueno, con los siguientes experimentos veremos que esto no es así.

Materiales:

* Trozo de papel

* Moneda

Procedimiento:

Toma un trozo de papel, no importa si es de periódico o de mayor calidad, y tampoco importa su tamaño, aunque el experimento funciona mejor con un trozo no mayor a 20cm x 20cm aproximadamente. También toma una moneda; tampoco importa el material ni el tamaño.

Ahora toma el trozo de papel y con fuerza transfórmalo en un bollo muy pequeño y compacto. Nuevamente, deja caer ambos y observa que sucede.

Seguramente y a primera impresión parece que el rollo de papel es más pesado al compactarlo, pero si piensas un poco esto no es así, ya que la cantidad de papel que hay antes y después de compactarlo, es la misma.

Todos los cuerpos son acelerados hacia el centro de la tierra con la misma intensidad. La diferencia entre ambos experimentos (antes y después de hacer el rollo) es que el rozamiento del aire "frena" más al papel que a la moneda en el primero, y al disminuir el área del papel en el segundo, caen prácticamente al mismo tiempo.

De hecho, el astronauta Dave Scott, uno de los hombres en llegar a la luna, realizó el mismo experimento al dejar caer un martillo y una pluma en la luna. Como en dicho lugar no hay atmósfera, ambos llegaron al piso al mismo tiempo.

Ejercicios Resueltos N°8:Ley de la Gravedad.

Ejercicio Nº 1.

Calcular la fuerza con que se atraen dos masas de 100 y 1000 kg. Situadas a una distancia de 20 m.

Solución:F= G$mMd2$=6,67$x10-11Nm2kg2$= 100kg 1000$kg202m2$

=1,67$x10-8N$

Como se puede observar debido a la pequeñez de la constante de gravitación, la fuerza de atracción es muy débil, prácticamente inapreciable.

Ejercicio Nº 2.

Calcular la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de 50 kg. Situado en su superficie.

Solución: F= G$mMR2$=6,67$x10-11Nm2kg2$= 50kg 6$x1024$ (6,4$x106)2m2$

=488,5 N

En este caso, y debido a que la masa de la Tierra es muy grande, la fuerza de atracción es considerable observar que, en realidad, la ecuación que da el valor de la fuerza de gravedad se puede escribir separando la masa del cuerpo de los datos propios del planeta (en este caso la Tierra) de esta manera:

$$F = m\ (GMR2) = 50\ kg\ (6{,}67x10 - 11Nm2kg2 = \ 6x1024(6{,}4x106)2m2\ )$$

$$= = 488{,}5\ N$$

El término encerrado entre paréntesis, tiene un valor fijo e igual a 9,8 m/s2, que es el valor de la aceleración de la gravedad o, también llamado, valor del campo gravitatorio.

Ejercicio Nº 3.

Una masa de 800 kg y otra de 500 kg se encuentran separadas por 3m, ¿Cuál es la fuerza de atracción que experimenta la masa?

Solución: La situación del problema es muy sencilla de resolver, ya que basta en tomar los datos y reemplazar en la fórmula, como podemos ver las masas se encuentran en kilogramos, y la distancia en metros, por lo que no habría necesidad de convertir a otras unidades, ahora veamos el uso de la fórmula.

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Reemplazando datos

$$F = [6.67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}]\frac{(800kg)(500kg)}{(3m)^2}$$

Por lo que: $F = 2.964x10^{-6}N$

Ejercicio Nº 4.

Calcular la fuerza con que se atraen dos masas de 100 y 1000 kg. situadas a una distancia de 20 m.

Solución:

$$F = GmMd2 = 6{,}67x10 - 11\ N.m^2kg2 = 100kg\ 1000kg202m2$$
$$= 1{,}67x10 - 8N$$

Como se puede observar debido a la pequeñez de la constante de gravitación, la fuerza de atracción es muy débil, prácticamente inapreciable.

Ejercicio Nº 5.

Calcular la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de 50 kg. situado en su superficie.

Solución:

$$F = GmMR2 = 6{,}67x10-11Nm2kg2 = 50kg\ 6x1024(6{,}4x106)2m2$$
$$= 488{,}5\ N$$

En este caso, y debido a que la masa de la Tierra es muy grande, la fuerza de atracción es considerable observar que, en realidad, la ecuación que da el valor de la fuerza de gravedad se puede escribir separando la masa del cuerpo de los datos propios del planeta (en este caso la Tierra) de esta manera:

$$F = m\ (GMR2) = 50\ kg\ (6{,}67x10-11\ N.m^2kg2$$
$$= 6x1024\ (6{,}4x106)2m2) = 488{,}5\ N$$

El término encerrado entre paréntesis, tiene un valor fijo e igual a 9,8 m/s^2, que es el valor de la aceleración de la gravedad o, también llamado, valor del campo gravitatorio.

Ejercicio Nº 6.

Una masa de 800 kg y otra de 500 kg se encuentran separadas por 3m, ¿Cuál es la fuerza de atracción que experimenta la masa?

Solución: La situación del problema es muy sencilla de resolver, ya que basta en tomar los datos y reemplazar en la fórmula, como podemos ver las masas se encuentran en kilogramos, y la distancia en metros, por lo que no habría necesidad de convertir a otras unidades, ahora veamos el uso de la fórmula.

$$F = G\frac{m_1.m_2}{d^2}$$

Reemplazando datos

$$\boldsymbol{F} = \left[6.67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right]\frac{(800kg)(500kg)}{(3m)^2}$$

Por lo que: $\boldsymbol{F} = 2.964x10^{-6}N$

Qué sería la fuerza de atracción entre las masas,

Ahora veamos un ejemplo, tipo algebraico para ver cómo se relacionan los problemas de la ley de la gravitación universal.

<u>Ejercicio Nº 7.</u>

El radio promedio de la Tierra es R= 6.37×10^6m. Si se conoce que la tierra tiene una masa m=5.98×10^{24}Kg. Determine la aceleración de la gravedad que experimenta un cuerpo de masa m que se encuentra sobre la superficie de la misma.

<u>SOLUCIÓN:</u>

La magnitud de la aceleración de la gravedad que experimenta un cuerpo sobre la superficie de la Tierra es:

$$g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, G = 6.67\times10^{-11}$$

Por lo tanto reemplazando los valores se obtiene la aceleración:

$$g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, = (6.67\times10^{-11})\frac{N.m^2}{kg^2(6.37\times10^6m)^2} = 9.8\frac{m}{s^2}$$

<u>Ejercicio Nº 8.</u>

La aceleración de la gravedad sobre la superficie lunar es $1.67m/s^2$. Si se conoce que el radio promedio de la Luna es R= 1738×10^3m. Determinar la masa de la Luna.

SOLUCIÓN:

Despejando la ecuación la masa de la Luna se tiene:

$$M_{Luna}=\frac{gR^2}{G}=\frac{\left(1.67\frac{m}{s^2}\right)(1738\times10^3)^2}{(6.67\times10^{-11}\frac{N.m^2}{Kg^2})}=7.56\times10^{22}Kg$$

Ejercicio Nº 9.

Una avioneta que vuela a una altura de 12500m sobre la superficie terrestre deja caer un cuerpo de masa m. Conociendo el radio de la Tierra $R = 1738\times10^3$m. Determinar la masa de la Luna.

SOLUCIÓN:

La distancia del centro de la Tierra hasta el cuerpo es r= R+ H.

$$g = G\frac{m_1m_2}{r^2} = g = 6.67\times10^{-11}\frac{N.m^2}{Kg^2}\frac{5.98\times10^{24}Kg}{(6.37\times10^6m + 12500m)^2} = 9.79\frac{m}{s}$$

SOLUCIÓN:

La aceleración sobre el planeta X está dada por la siguiente expresión:

$$g_{x=G\frac{M}{R^2}}$$

La aceleración sobre el planeta Y está dada por la siguiente expresión:

$$g_{y=G\frac{4M}{(8R)^2}=G\frac{4M}{64R^2}=G\frac{M}{16R^2}}$$

Dividiendo las dos expresiones, se tiene:

$$\frac{g_y}{g_x} = G\frac{M}{16R^2}\times\frac{R^2}{GM} = \frac{1}{16}$$

La gravedad del planeta Y es la décima sexta parte de la gravedad en el planeta X

$$g_{y=\frac{1}{16}g_x}$$

Ejercicio Nº 10.

Si la masa de un planeta es M, y su radio R y su aceleración de la gravedad sobre la superficie es g. Determine la aceleración de la gravedad en el centro del planeta.

La masa encerrada a una distancia r del centro de la tierra es: $m_{1=\frac{r^3}{R^3M}}$

La fuerza gravitacional de un cuerpo sobre la superficie de la masa encerrada está dada por:

$$mg_r = G\frac{m \times m_1}{r^2} = G\frac{m}{r^2} \times \frac{r^3}{R^3}M = G\frac{mM}{R^3}r$$

Simplificando la masa m, se tiene que la $g_r = G\frac{M}{R^3}r$

Debido que la gravedad g_r varia linealmente con r, la gravedad toma un valor cero en el centro del planeta hasta un valor g en la superficie del mismo a un radio R.

Ejercicio Nº 11.

Un planeta X tiene una masa M, radio R y una gravedad g. Determine la gravedad en un planeta Y, de masa 2M y de radio 6R en términos de la gravedad del planeta X.

SOLUCIÓN:

La aceleración sobre el planeta sobre el planeta X está dada por la siguiente expresión:

$$g_x = G\frac{M}{R^2}$$

La aceleración sobre el planeta Y está dada por la siguiente expresión:

$$g_y = G\frac{2M}{(6R)^2} = G\frac{2M}{36R^2} = G\frac{M}{18R^2}$$

Dividiendo las dos expresiones, se tiene:

$$\frac{g_y}{g_x} = G\frac{M}{18R^2} \times \frac{R^2}{GM} = \frac{1}{18}$$

La gravedad del planeta Y es la décima octava parte de la gravedad en el planeta X.

$$g_y = \frac{1}{18}g_x$$

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{6.67\times10^{-11}\frac{N.m^2}{Kg^2}\frac{5.98\times10^{24}Kg}{2(6.37\times10^{6}m)}} = 5595.4\frac{m}{s}$$

Ejercicio Nº 13.

Un satélite orbita un planeta X de masa M, a una distancia r y con una velocidad v. Si el mismo satélite orbita otro planeta Y, de masa 3M y radio 6R, determinar la velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta Y.

SOLUCIÓN:

La velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta X está dada por la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

La velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta Y está dada por la siguiente expresión:

$$v_y = \sqrt{G\frac{3M}{6r}}$$

Dividiendo la velocidad del satélite en Y sobre la velocidad del satélite en X se tiene:

$$\frac{v_y}{v} = \frac{\sqrt{G3M}}{\sqrt{6r}} \times \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{GM}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Por lo tanto la velocidad en Y es:

$$v_y = \frac{1}{\sqrt{2}}v$$

Ejercicio Nº 14.

El radio promedio de la Tierra es $R = 6.37\times10^{6}m$. Si se conoce que la tierra tiene una masa de $M = 5.98\times10^{24}Kg$. Determine la velocidad de escape de un satélite desde la superficie de la Tierra.

SOLUCIÓN:

Datos:

R= $6.37\times10^{6}m$

M= $5.98\times10^{24}Kg$

La velocidad de escape de un satélite de un planeta está dada por la ecuación

$$v_{esc}=\sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Reemplazando los datos en la ecuación se tiene:

$$v=\sqrt{\frac{2(\,6.67\times10^{-11}\frac{N.m^{2}}{Kg^{2}})(5.98\times10^{24}\,Kg)}{6.37\times10^{6}}}=11191\ \frac{m}{s}$$

Ejercicio Nº 15.

Un satélite orbita un planeta X de masa m, a un radio r y con una velocidad v. Si el mismo satélite orbita otro planeta Y, de masa 2M y radio 8r, determinar la velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta Y.

SOLUCIÓN:

La velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta X está dada por la siguiente expresión:

$$v=\sqrt{G\frac{M}{r}}$$

La velocidad de órbita del satélite alrededor del planeta Y está dada por la siguiente expresión:

$$v_y=\sqrt{G\frac{2M}{8r}}$$

Dividiendo la velocidad del satélite Y sobre la velocidad del satélite en X se tiene:

$$\frac{v_y}{v}=\frac{\sqrt{G2M}}{\sqrt{8r}}\times\frac{\sqrt{r}}{\sqrt{GM}}=\frac{1}{2}$$

Por lo tanto la velocidad en Y es: $v_y=\frac{1}{2}$ V

9

EQUILIBRIO Y DINAMICA DE ROTACION

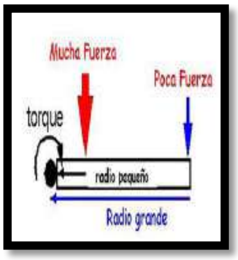


Fig. 9.1 Vista superior de una puerta con bisagra en el punto 0, con una fuerza aplicada e dirección perpendicular a la puerta.

En el estudio del movimiento lineal, los objetos fueron tratados como partículas sin estructura. No importa dónde se aplica una fuerza, sino si se aplica o no. La realidad es que el punto donde se aplica una fuerza sí importa. En fútbol americano, por ejemplo, si el corredor que lleva el balón es golpeado cerca de su diafragma, es posible que continúe corriendo varias yardas antes de caer. Sin embargo, si es golpeado debajo de la línea de la cintura, su centro de masa rotará hacia el suelo y puede caer inmediatamente. El tenis proporciona otro buen ejemplo: si una pelota de tenis se impulsa con una gran fuerza horizontal que actúa a través de su centro de masa, puede viajar una gran distancia antes de caer al suelo, lejos de los límites de la cancha.

Por otro lado, la misma fuerza aplicada hacia arriba dando a la bola un efecto de giro puede hacer que ésta caiga en la zona del oponente.

Los conceptos de equilibrio rotatorio y dinámica rotatoria son también muy importantes en otras disciplinas. Por ejemplo, los estudiantes de arquitectura requieren el entendimiento de las fuerzas que actúan en la construcción de edificios, y los estudiantes de biología, de la comprensión de cómo trabajan las fuerzas entre los huesos, músculos y articulaciones. Estas fuerzas crean torques que nos dicen cómo se afecta el equilibrio de los objetos y su rotación.

Veremos que un objeto permanece en un estado de movimiento rotatorio uniforme bajo la acción de un torque neto. Este principio es equivalente a la primera ley de Newton. Además, la aceleración angular de un objeto es proporcional al torque neto que actúa sobre él, cosa análoga a la segunda ley de Newton. Un torque neto actuando sobre un objeto provoca un cambio de su energía rotatoria.

Finalmente, un torque aplicado a un objeto en un tiempo dado puede cambiar su momento angular. En la ausencia de torques externos, se conserva el momento angular, lo que es una propiedad que explica algunas de las misteriosas y formidables propiedades de los pulsares remanentes de explosiones de supernovas que rotan con una rapidez ecuatorial muy próxima a la de la luz.

9.1 TORQUE

Las fuerzas causan aceleraciones; las torques provocan aceleraciones angulares. Sin embargo, hay una definitiva relación entre ambos conceptos.

La figura 9.1 muestra una perta, vista desde arriba, con una bisagra en el punto O.

Desde esta perspectiva, la puerta gira libremente alrededor de un eje perpendicular a la página y que pasa por el punto O. Si se aplica una fuerza $\vec{F}$, hay tre s factores que determinan la efectividad de la fuerza en ola apertura de la puerta: la magnitud de la fuerza; la posición de la Por simplicidad, restringiremos nuestra discusión a posición y fuerzas en el plano.

Cuando la fuerza$\vec{F}$ es perpendicular al borde exterior de la puerta, figura 1, la puerta ira en sentido contrario a las manecillas del reloj con aceleración angular constante.

La misma fuerza perpendicular aplicada en un punto cercano a la bisagra aporta una aceleración angular más pequeña. En general, una gran distancia radial r, entre la fuerza aplicada y el eje de rotación resulta en una gran aceleración angular. Estas condiciones motivan la definición de torque para los casos especiales de fuerzas perpendiculares al vector de posición: Sea$\vec{F}$ una fuerza que actua sobre un objeto y $\vec{r}$ un vector de posición de un punto elegido O al punto de aplicación de la fuerza, con F perpendicular a $\vec{r}$. la magnitd del torque$\vec{r}$ ejercido por la fuerza $\vec{F}$ esta dad por:

$$\boldsymbol{r} = rF$$

$$[\mathbf{9.1}]$$

Donde r es la longitud del vector de posición y F es la magnitud de la fuerza.

Unidades SI: Newton-metro $(N * m)$

Los vectores $\vec{r}$ y $\vec{F}$ esta en el plano. La figura activa 2 muestra como el punto de aplicación de la fuerza afecta la magnitud del torque. Como se analiza, el torque $\vec{r}$ es entonce perpendicular a este plano. El punto O es usualmente elegido de manera que coincida con el eje alrededor del cual el objetivo esta rotando, como la bisagra de la puerta o del tubo alrededor del que gira un carrusel (aunque son posibles otras elecciones). En resumen, consideremos solo fuerzas que actúan en el plano perpendicular del eje de rotación. Este criterio excluye, por ejemplo, una fuerza con componente ascendentes en el sentido de unos pasamanos radial de un carrusel, que no puede afectar la rotación de este.

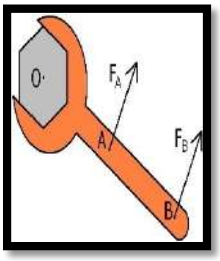


Fig.9. 5 conforme la fuerza se aplica más hacia afuera de la llave, la magnitud del torque aumenta.

Bajo estas condiciones, un objeto puede rotar alrededor de un eje elegido en una de las dos direcciones. Por convención, el sentido contrario del giro de las manecillas del reloj se toma como dirección positivas, y negativas en el sentido del giro de las manecillas del reloj.

Cuando una fuerza aplicada causa un efecto de rotación en el sentido del giro de las manecillas del reloj, el torque sobre el objeto es negativo. Cuando una fuerza aplacada provoca que un objeto gire en sentido contrario a las mancillas del reloj, el torque sobre el objeto gire en sentido contrario a las manecillas del reloj, el torque sobre el objeto es positivo. Cuando la fuerza causa que el objeto gire en sentido horario, el torque sobre el objeto es negativo. Cuadro dos o más torques actúan sobre un objeto en reposo, suman los torques. Si el torque neto no es cero, el objeto empieza a rotar a una razón cada vez mayor. Si el torque neto es cero, la razón de rotación del objeto no tiene cambio. Estas consideraciones conducen a las rotaciones hacia una analogía con la primera ley: la razón de rotaciones de un objeto no cambia, a menos que sobre el objeto actúe con toques neto.

La fuerza aplicada no es siempre perpendicular al ventor de posición $\vec{r}$. Suponga que la fuerza $\vec{F}$ es ejercida sobre una puerta lejos del eje, como se ve en la figura 9.2, digamos, por alguien que agarra la perilla de la puerta y que jala a la derecha. Ejerciendo la fuerza en esta dirección, es imposible abrir la puerta. Sin embargo, si la fuerza aplicada actúa formando un ángulo con la puerta, la componente de la fuerza perpendicular a la puerta causara la rotación. Esta figura muestra que la componente de la fuerza perpendicular a la puerta es F $\sin\theta$, donde θ es le angulo entre el vector de posicion $\vec{r}$ y la fuerza $\vec{F}$, cuando la fuerza es dirigida a lo largo del eje, $\theta = 0^{\circ}$, $\sin(0^{\circ}) = 0$ y F $\sin(0^{\circ}) = 0$, cuadno una fuerza es dirigida alo largo del eje, $\theta = 180°$ y F $\sin(180°) = 0$. El maximo valor absoluto de F $\sin\theta$es atributivo solo cuando $\vec{F}$ es perpenducular a $\vec{r}$—esto es, cuando $\theta = 90°\ o\theta = 270°$. Estas consideraciones motivan a una definición más general de torque.

9.2 TORQUE Y LAS DOS CONDICIONES DE EQUILIBRIO.

Un objeto en equilibrio mecánico debe satisfacer las dos siguientes condiciones:

1. **La fuerza estrena neta debe ser cero** $\sum\vec{F} = 0$
2. **El torque externo neto debe ser cero** $\sum\vec{r} = 0$

La primera condición es una consecuencia del equilibrio de traslación: la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto debe ser cero, por lo que el objeto no tiene aceleración de traslación $\vec{a} = 0$. La segunda condición es una afirmación del equilibrio rotatorio: la suma de todas las torques sobre el objeto debe ser cero, por lo que es objeto no tiene aceleración angular $\vec{\alpha} = 0$. Para que un objeto este en equilibrio, debe moverse a través del espacio con una rapidez lineal y rapidez angular constante.

Debido a que debemos elegir cualquier ubicación para calcular aquellas torques, generalmente es mejor seleccionar un eje que haga por lo menos un torque igual a cero, a fin de simplificar la ecuación de torque neto.

9.3 CENTRO DE GRAVEDAD

En el ejemplo del balancín de la sección anterior, conjeturábamos que el torque, debido a la fuerza de la gravedad en el tablón, era igual a que si el peso de todo el tablón estuviera concentrado en su centro. Esto es una consideración general: para calcular el torque en un cuerpo rígido debido a la fuerza de la gravedad, el peso entero del cuerpo se puede pensar como si estuviera concentrado en un solo punto. El problema entonces se reduce a localizar ese punto. Si el cuerpo es homogéneo (su masa se distribuye de manera uniforme) y simétrico, es generalmente posible conjeturar la localización de ese punto. De otro modo, es necesario calcular la localización del punto, como se explica en esta sección. Considere un objeto de forma arbitraria en el plano xy, como el de la figura 9.3.

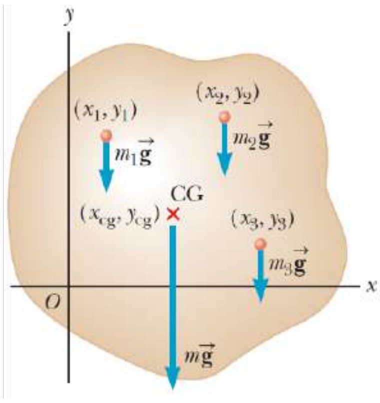


Fig. 9.3 el torque gravitatorio neto en un objeto es cero si se calcula alrededor del centro de gravedad. Rl objeto estará balanceándose si está apoyado en ese punto (o en cualquier punto a los largo de ese primo.

El objeto se divide en una gran cantidad de partículas muy pequeñas de peso m1g, m2g, m3g, . . . con coordenadas (x1, y1), (x2, y2), (x3, y3), . . . Si el objeto rota libremente alrededor del origen, cada partícula contribuye con un torque sobre el origen que es igual a su peso multiplicado por su brazo de palanca. Por ejemplo, el torque debido al peso m1g es m1gx1, y así sucesivamente. Deseamos localizar el punto de aplicación de una sola fuerza de magnitud w 5 Fg 5 Mg (el peso total del objeto), donde el efecto de rotación del objeto es el mismo que el de las partículas individuales Este punto se llama el centro de gravedad del objeto. Igualando el torque ejercido por w en el centro de gravedad con la suma de las torques que actúan sobre cada una de las partículas individuales, se obtiene:

$$(\boldsymbol{m_1 g\ {}_1 m_2 g\ +\ m_3 g_3})\ \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{cg}} = \boldsymbol{m_1 g x_1\ +\ m_2 g x_2\ +\ m_3 g x_3\ + \cdots.}$$

Suponemos que g es igual en todas partes del objeto (lo cual es cierto para todos los objetos que encontraremos). Entonces en la ecuación siguiente g se cancela, quebrando.

$$\boldsymbol{X_{cg}} = \frac{\boldsymbol{m_1 + m_2 x_2 + m_3 + \cdots}}{\boldsymbol{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots.}} = \frac{\boldsymbol{\sum m_i x_i}}{\boldsymbol{\sum m_i}}$$

$$[\mathbf{9.2}]$$

Donde X_{cg}es la componente x del centro de gravedad. Del mismo modo, las coordenadas xyz del centro de gravedad están dadas por

$$[\mathbf{8.4}]$$

$$\boldsymbol{Y_{cg}} = \frac{\boldsymbol{\sum m_i x_i}}{\boldsymbol{\sum m_i}}$$

$$[\mathbf{9.5}]$$

$$Z_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

Estas tres ecuaciones son idénticas a las ecuaciones para un concepto similar llamado centro de más. El centro de masa y el centro de gravedad de un objeto son exactamente iguales cuando g no varía en forma significativa sobre el objeto.

A menudo es posible conjeturar la localización del centro de gravedad. El centro de gravedad de un cuerpo homogéneo y simétrico de estar en el eje de simetría. Por ejemplo, el centro de grave3dad de una barra homogénea está situada a mitad del camino entre los extremos de la barra, y el centro de gravedad de una esfera homogenica o de un cubo objeto de forma irregular, tal como una llave, puede ser determinado experimentalmente suspendiendo la llave a partir de dos diversos puntos arbitrarios

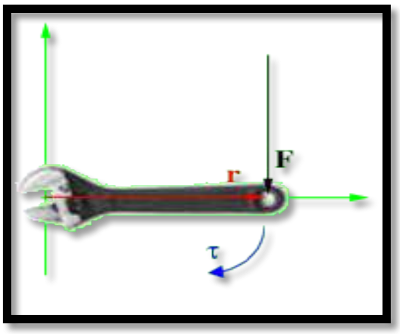


Fig. 9.6 Una técnica experimental para determinar el centro de gravedad de una llave.

La llave primero se cuelga del punto A y se dibuja una línea vertical AB (que se puede establecer colgándola en forma vertical) cuando la llave está en equilibrio. Después, la llave se cuelga coincide con la intersección de estas dos rectas. De hecho, si la llave se cuelga libremente de cualquier punto. El centro de estas dos rectas. De hecho, si la llave se cuelga libremente de cualquier punto, el centro de gravedad esta siempre justo debajo del punto de apoyo; la línea vertical a través de ese punto debe pasar por el centro de gravedad.

9.4 RELACIÓN ENTRE EL TORQUE Y LA ACELERACIÓN ANGULAR

Cuando un objeto rígido está sujeto a un torque neto, experimenta una aceleración angular directamente proporcional al torque neto. Este resultado, que es análogo a la segunda ley de Newton, se obtiene como sigue. El sistema de la figura 5 consiste en un objeto de masa *m* unido a una barra muy ligera de longitud *r*. La barra gira alrededor del punto *O*, y su movimiento de rotación se confina a una tabla *horizontal* sin fricción. Suponga que una fuerza *Ft* actúa perpendicularmente a la barra y, por lo tanto, es tangente a la trayectoria circular del objeto. Debido a que no hay fuerza opuesta a la fuerza tangencial, el objeto experimenta una aceleración tangencial *at* de acuerdo con la segunda ley del Newton:

$$\boldsymbol{F_t} = ma_t$$

Multiplicando ambos lados de esta ecuación por *r*:

$$\boldsymbol{F_t r} = mra_t$$

Sustituyendo la ecuación *at* =*r* a que relaciona las aceleraciones angular y tangencial en la anterior ecuación, se obtiene:

$$\boldsymbol{F_t\, r} = mr^2\alpha$$

$$[\mathbf{8.6}]$$

El lado izquierdo de la ecuación 8.5 es el torque que actúa sobre el objeto en relación con su eje de rotación, así que se puede rescribir como: t 5 *mr*2a La ecuación 8.6 demuestra que el torque sobre el objeto es proporcional a la aceleración angular de éste, donde la constante de proporcionalidad *mr*2 se reconoce como el momento de inercia del objeto de masa *m*. (Debido a que la barra es muy ligera, su momento de inercia puede despreciarse.)

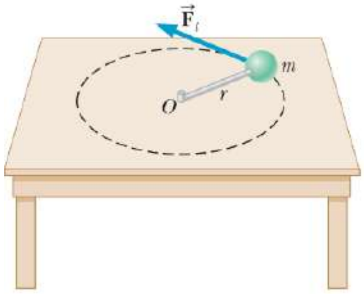


Fig. 9.7 Un objeto de masa m unido a una barra ligera de longitud se mueve en una trayectoria circula en una superficie horizontal sin fracción mientras una fuerza tangencial $\vec{F}$ actúa sobre el.

9.4.1 Torque sobre un objeto en rotación

Considere un disco sólido que rota sobre su eje como se ve en la figura 6a. El disco consiste en muchas partículas a varias distancias del eje de la rotación. (Véase la figura 9.6b.).

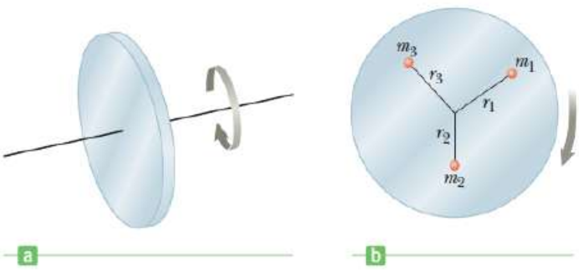


Fig. 9. 8a) Un disco solido que rota alrededor de su eje. B) el disco consiste en muchas partículas, todas con la misma aceleración.

El torque en cada una de estas partículas está dado por la ecuación 9.6. El torque neto sobreel disco está dado por la suma de los torques individuales en todas las partículas:

$$\sum r = (\sum m\, r^2) \propto$$

[9.7]

Debido a que el disco es rígido, todas sus partículas tienen la misma aceleración angular,así que a no está involucrada en la suma. Si las masas y las distancias de las

partículas se etiquetan con subíndices como en la figura 6 b, entonces

$$\sum m\, r^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots .$$

[9.8]

Esta cantidad es el momento de inercia, *I*, de todo el cuerpo:

$$I = \sum m\, r^2$$

$[\mathbf{9.8}]$

El momento de inercia tiene unidades SI de kg ? m2. Utilizando este resultado en la ecuación 9.8, vemos que el torque neto sobre un cuerpo rígido en rotación alrededor de un eje fijo está dado por:

$$\sum r == I \propto$$

$[\mathbf{8.9}]$

La ecuación 9.9 indica que **la aceleración angular de un objeto rígido extendido es proporcional al torque neto que actúa sobre él**. Esta ecuación es el análogo rotatorio de la segunda ley de Newton del movimiento, con el torque sustituyendo a la fuerza, el momento de inercia que sustituye a la masa y la aceleración angular, a la aceleración lineal. Aunque el momento de inercia de un objeto se relaciona con su masa, hay una importante diferencia entre ellos. La masa *m* depende solamente de la cantidad de materia en un objeto, el momento de la inercia, *I*, depende de la cantidad de materia partiendo reposo, la cadena está unida al engrane más grande.

Debido a que tiene el radio más grande, este engrane proporciona el torque más grande alrodillo impulsor. Inicialmente se requiere un gran torque, porque la bicicleta parte del reposo. A medida que la bicicleta se desplaza más rápidamente, la velocidad tangencial de la cadena aumenta llegando a ser demasiado rápida para el ciclista, lo que le dificulta controlar los pedales. La cadena entonces se mueve a un engrane con un radio más pequeño, así que la cadena tiene una velocidad tangencial más pequeña que el ciclista puede mantener más fácilmente. Este engrane no proporciona tanto torque como el primero, así que el ciclista necesita acelerar a una rapidez algo más alta. Este proceso continúa mientras la bicicleta se mueva más y más rápido y el ciclista cambie de posición cada uno de los cinco engranes.

El quinto engrane provee el torque más bajo, pero ahora la función principal de ese torque es contrarrestar el torquefriccional debido al rodamiento de los neumáticos, que tiende a reducir la rapidez de la bicicleta. El pequeño radio del quinto engrane permite que el ciclista continúe con el movimiento de la cadena empujando los pedales.

Una bicicleta de 15 velocidades tiene la misma estructura de engranaje en el rodillo impulsor, pero tiene tres engranes en el piñón conectado con los pedales. Combinando diversas posiciones de la cadena en los engranes de la parte posterior con los engranes del piñón, se tienen disponibles 15 diversos torques.

Más sobre el momento de inercia

Como hemos visto, un pequeño objeto (o una partícula) tiene un momento de inercia igual a mr^2 en relación con un cierto eje. El momento de inercia de un objeto *compuesto* sobre un cierto eje es justo la suma de los momentos de inercia de los componentes del objeto. Por ejemplo, suponga los giros sucesivos de un bastón de mando. Suponga que el bastón se puede modelar como una barra muy ligera de longitud 2, con un objeto pesado en cada extremo. (La barra de un bastón de mando verdadero tiene una masa significativa en sus extremos.) Debido a que despreciamos la masa de la barra, el momento de inercia del bastón de mando sobre un eje a través de su centro y perpendicular a su longitud está dado por la ecuación 9.8:

$$I = \sum m\, r^2$$

Debido a que este sistema consiste en dos objetos con igual masa, equidistantes del eje de rotación, $r = \ell$, para cada objeto, la suma es

$$I = \sum m\, r^2 = m\ell^2 + m\ell^2 = 2m\ell^2$$

Si la masa de la varilla no se desprecia, tendríamos que incluir su momento de inercia para encontrar el momento de inercia total del bastón.

Precisamos anteriormente que I es la contraparte rotatoria de m. Sin embargo, hay distinciones importantes entre los dos. Por ejemplo, la masa es una característica intrínseca del objeto y que no cambia, mientras que el momento de inercia de un sistema depende de cómo la masa se distribuye y de la ubicación del eje de rotación.

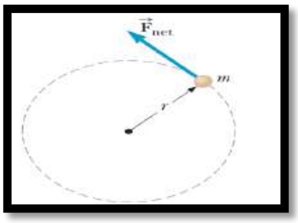


Fig. 9.9 un objeto de masa m rotando en una trayectoria circular, bajo la acción de un ataque.

9.5 MOMENTO ANGULAR

En la figura 9.7, un objeto de masa m rota en una trayectoria circular de radio r, debido a una fuerza neta **F**neta. El torque neto resultante sobre el objeto aumenta su rapidez angularde un valor v_0 a un valor v en un intervalo de tiempo Δt.

Por lo tanto, podemos escribir

$$\sum \mathrm{T} = \boldsymbol{I} \propto = \boldsymbol{I}\frac{\Delta\boldsymbol{\omega}}{\Delta \boldsymbol{t}} = \boldsymbol{I}\left(\frac{\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega_0}}{\Delta \boldsymbol{t}}\right) = \frac{\boldsymbol{I\omega} - \boldsymbol{I\omega_0}}{\Delta \boldsymbol{t}}$$

Si definimos el producto

$$\boldsymbol{L} = I\omega$$

$$[9.10]$$

Como el **momento angular** del objeto, entonces podemos escribir

$$\sum \mathrm{T} = \frac{\textit{cambio del momento angular}}{\textit{intervalo de tiempo}} = \frac{\Delta \boldsymbol{L}}{\Delta \mathrm{t}}$$

$$[9.12\ ]$$

La ecuación 9.12 es el rotatorio análogo a la segunda ley de Newton, la cual puede ser escrita en la forma F 5 $\Delta p/\Delta t$y establece que el torque neto que actúa un objeto esigual a la razón de cambio del momento angular del objeto en un intervalo. Recordemos que esta ecuación es paralela al teorema del impulso-cantidad de movimiento. Cuando el torque neto externo ($\sum r$) que actúa sobre un sistema es cero, de la ecuación 9.12 se obtiene que $\Delta L/\Delta t = 0$, que señala que la razón de cambio, al transcurrir el tiempo del momento angular del sistema es cero. Entonces se tiene el siguiente importante resultado:

Sean Li y Lf los momentos angulares de un sistema en dos diferentes tiempos y suponga que no hay torque externo neto, por lo que $\sum r = 0$. Entonces

$$Li = Lf \qquad [\mathbf{9.13}]$$

y el momento angular se *conserva.* La ecuación 9.13 agrega una tercera ley de la conservación a nuestra lista: **la conservación del momento angular**. Podemos ahora establecer que **la energía mecánica, el momento lineal y el momento angular de un sistema aislado permanecen constantes**.Si el momento de inercia de un sistema aislado en rotación cambia, la rapidez angulardel sistema también cambiará.

La conservación del momento angular requiere entoncesque:

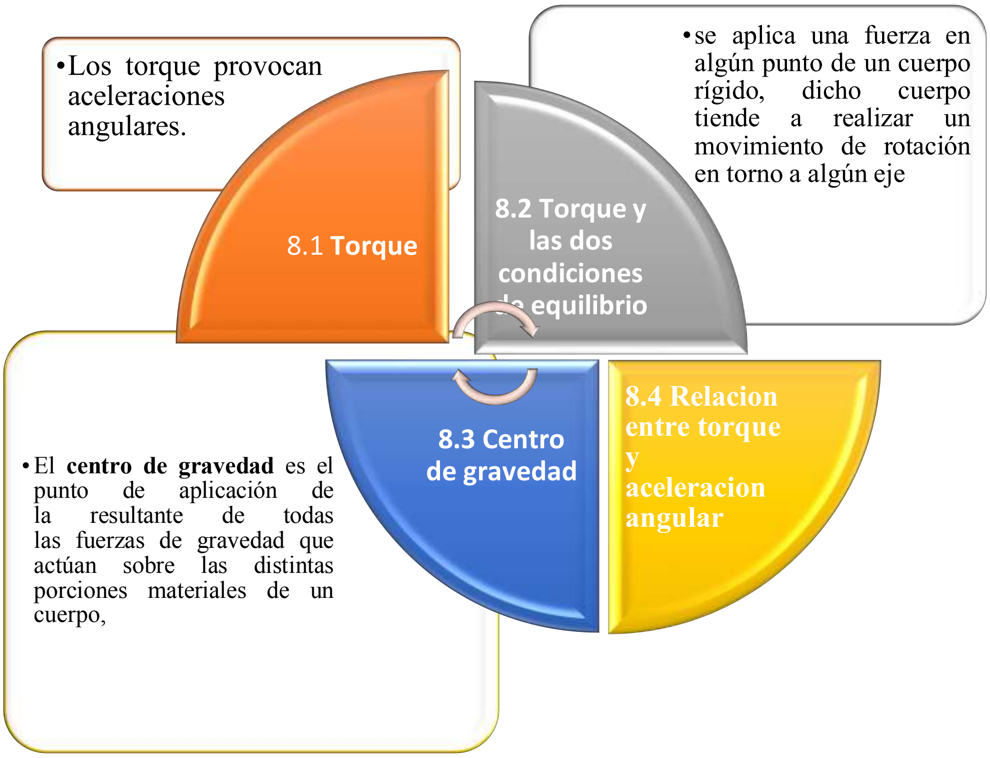
$$I_i\omega_i = I_i\omega_i \boldsymbol{si} \sum r = 0. \qquad [\mathbf{9.14}]$$

Observe que la conservación del momento angular se aplica a objetos macroscópicos, como planetas y personas, así como a átomos y moléculas. Hay muchos ejemplos de conservación del momento angular; uno de los más espectaculares son los giros que ejecuta una patinadora artística al final de su acto. En la figura 8.30a la patinadora pone los brazos y las piernas cerca de su cuerpo, reduciendo la distancia al eje de rotación y, por lo tanto, también reduciendo su momento de inercia. En la conservación del momento angular, una reducción de su momento de inercia debe aumentar su velocidad angular. Saliendo de la vuelta en la figura 8.30b, ella necesita reducir su velocidad angular, así que extiende sus brazos y las piernas otra vez, aumentando su momento de inercia, y de ese modo retardar su rotación.

De modo semejante, cuando una clavadista desea hacer varios saltos mortales, jala sus manos y pies hacia el tronco de su cuerpo para rotar a una mayor rapidez angular. En este caso, la fuerza externa debido a la gravedad actúa a través de su centro de gravedad y, por lo tanto, no ejerce ningún torque sobre su eje de rotación, así que el momento angular sobre su centro de gravedad se conserva. Por ejemplo, cuando una clavadista desea doblar su rapidez angular, debe reducir su momento de inercia a la mitad de su valor inicial.

Formulario N°9: Equilibrio Y dinámica de Rotación

FORMULAS	DESCRIPCIÓN
$Li = Lf$	conservación del momento angular
$\sum r = \frac{cambiodelmomentoangular}{intervalodetiempo} = \frac{\Delta L}{\Box \Delta t}$	rotatorio análogo a la segunda ley de Newton
$\sum r == I \propto$	la aceleración angular de un objeto rígido extendido es proporcional al torque neto que actúa sobre él
$F_t r = mr^2 \alpha$	el torque que actúa sobre el objeto en relación con su eje de rotación
$\sum T_i = T_i + T_n + T_{grav} + T_p = 0$	coeficiente de fricción estática



Organizador Gráfico N°9: Equilibrio y Dinámica de Rotación

Ejercicios Resueltos N° 9: Equilibrio y Dinámica de rotación.

Ejercicio Nº1.

Dos bloques con masa $m_1 = 5.00\, kg\ y\ m_2 = 7.00\, kg$ están atadas con una cuerda como se muestra 8.28, sobre una polea de masa M= 2.00 KG. La polea que gira en un eje sin fricción, es un cilindro hueco con radio 0.0500 m sobre el cual la cuerdas mueve sin deslizarse. La superficie horizontal tiene un coeficiente de fricción cinética iguala 0.350. Encuentre la rapidez del sistema cuando el bloque de masa m_2 tiene caída de 2.00 m.

Solución:

$$W_{nc} = \Delta \mathrm{E}C_t + \Delta EC_r + \Delta EP_g$$

$$-\mu_\kappa n\Delta x = -\mu_\kappa (m_1 g)\Delta \mathrm{x} = \left(\frac{1}{2}m_1 v^2 - 0\right) + \left(\frac{1}{2}m_2 v^2 - 0\right)$$

$$+\left(\frac{1}{2}I\omega^2 - 0\right) + (0 - m_2 gh)$$

$$-\mu_\kappa (m_1 g)h = \frac{1}{2}m_2 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 + \frac{1}{2}Mv^2 - m_2 gh$$

$$m_2 gh - \mu_\kappa (m_1 g)h = \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$= \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + Mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{3gh\,(m_2 - \mu_\kappa m_1}{m_1 + m_2 + M}}$$

$$v = 3.83\frac{m}{s}$$

Ejercicio Nº 2.

Una escalera uniforme de 10.0 m de largo y que pesa 5.0 N descansa contra pared vertical lisa. Si la escalera está a punto de deslizarse cuando forma una ángulo de 50.0º con el suelo, encuentre el coeficiente de fricción estática, entre la escalera y el suelo aplicada en el inciso a) no abra la puerta?

$$T_F = fFsen\theta = /2.00m)(3.00\ x\ 10^2N)\ en\ 60.0°$$

$$= (2.00m)(2.60\ x10^2\ N) = 5.20\ x10^2\ N\ \ .m$$

$$T_{bisagra} + T_{cuña} + T_F = 0$$

$$0 + F_{cuña}(1.50m)sen(-90.0°) + 5.2010^2\ N\ \ .m = 0$$

$$F_{cuña} = 347\ N$$

1. Un estudiante se sienta en un taburete giratorio mientras levanta un par de pesas. El taburete rota libremente alrededor de un eje vertical con fricción despreciable. El momento de inercia del estudiante, las pesas y el taburete es $2.25\ \mathrm{Kg}\times\mathrm{m}^2$. El estudiante está en rotación con los brazos extendidos, dando una vuelta completa cada 1.26s. a) ¿Cuál es la rapidez angular inicial del sistema?, b) Mientras el rota jala las pesas hacia su pecho de modo que el nuevo de inercia del sistema (estudiante, pesas y taburete) se convierta en $1.80\ \mathrm{Kg}\times\mathrm{m}^2$. ¿Cuál es la nueva rapidez angular del sistema?

momento de inercia del sistema (estudiante, pesas y taburete) se convierta en 1.80 Kg×m^2. ¿Cuál es la nueva rapidez angular del sistema?

Solución:

a) Encuentre la rapidez angular inicial del sistema

Invierta el periodo para obtener la frecuencia y multiplique por 2π:

$$\boldsymbol{\omega_i} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = 4.99\ rad/s$$

b) Iguale los momentos angulares inicial y final del sistema: sustituya el despeje la rapidez angular final ω_f:

$$L_i = L_f \rightarrow I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$(2.5\ \mathrm{Kg}\times\mathrm{m}^2)\left(4.99\frac{rad}{s}\right) = (1.80\ \mathrm{Kg}\times\mathrm{m}^2)\omega_f$$

$$\omega_f = 6.24\frac{rad}{s}$$

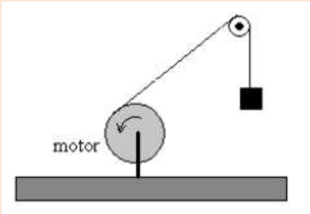
Ejercicio Nº4.

Un bloque de 2000 kg está suspendido en el aire por un cable de acero que pasa por una polea y acaba en un torno motorizado. El bloque asciende con velocidad constante de 8 cm/s. El radio del tambor del torno es de 30 cm y la masa de la polea es despreciable.

¿Cuánto vale el momento que ejerce el cable sobre el tambor del torno?

¿Cuánto vale la velocidad angular del tambor del torno?

¿Qué potencia tiene que desarrollar el motor? Calcular el trabajo realizado durante 10 s



Velocidad constante del bloque $v = 0.08\ m/s$

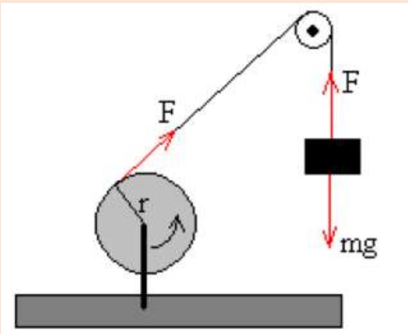
Tensión de la cuerda, es el peso del bloque, $F = 2000 \cdot 9.8 = 19600\ kg$

Momento, $M = F \cdot r = 19600 \cdot 0.3 = 5880\ N \cdot m$

Velocidad angular, $\omega = v/r = 0.08/0.3 = 4/15\ rad/s$

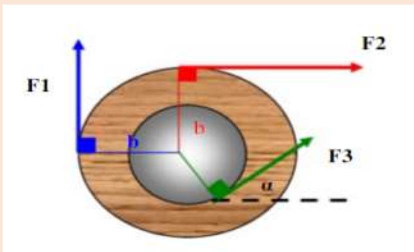
Potencia, $P = M \cdot \omega = 5880 \cdot 4/15 = 1568\ W$

Trabajo, $W = M \cdot \theta = P \cdot t = 1568 \cdot 10 = 15680\ J$



Ejercicio Nº5.

Calcular el torque neto sobre la rueda producido por las fuerzas F1=8n, F2=10N, F3=15N, que se indican en la figura, alrededor de un eje que pase por su centro, si a=10cm, b=20cm y α=30º.



$$\tau R = \tau 1 + \tau 2 + \tau 3$$

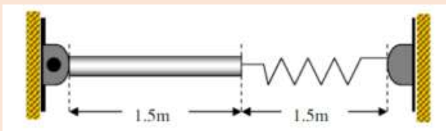
$$\tau R = (-F1 * b) + (-F2 * b) + (F3 * a)$$

$$\tau R = (-8 * 0.2) + (-10 * 0.2) + (15 * 0.1)$$

$$\tau R = -12{,}1\ Nm.$$

Ejercicio Nº6.

Cuando la borra delgada AB de 10Kg está horizontal, se encuentra en reposo y el resorte no está estirado. Determine la rigidez K del resorte de modo que el movimiento de la barra se detenga momentáneamente cuando a girado hacia abajo 90º.



Energia Inicial = Energia Final

$$E_0 = E$$

$$U_{resorte} = U_{gravitacional}$$

$$\frac{1}{2}Kx^2 = mgh$$

$$K = \frac{2mg(l/2)}{x^2}$$

$$K = \frac{(10)(0.8)(1.5)}{(1.854)^2}$$

$$K = 32.8Nm$$

Hallamos d

$$d = \sqrt{(1.5)^2 + (3)^2}$$

$$d = \sqrt{11.25}$$

$$d = 3.35m$$

Cuanto se elongo resorte (x)

$$d = 1.5 + x$$

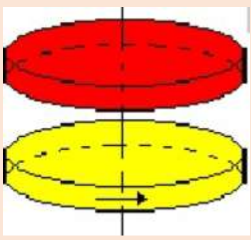
$$x = d - 1.5$$

$$x = 3.35 - 1.5$$

$$x = 1.85m$$

Ejercicio Nº7.

Disco de 2 Kg de masa y 10 cm de radio gira alrededor de su eje a 180 r.p.m.. Encima, pero sin que exista contacto, se encuentra otro disco de 1 Kg de masa, del mismo radio y en reposo. Cuando el disco superior se deja caer, ambos se mueven solidariamente. Calcular la velocidad angular final.



$$(I.w)_{antes} = (I.w)_{después}$$

$$I_1.w_i = (I_1 + I_2).w_f \quad \square \quad w_f = I_1.w_i/(I_1+I_2)$$

Como el Momento de inercia de un disco es ½.m.R² se obtiene:

$$w_f = ½.m_1.R^2\ w_i / (½.m_1.R^2 + ½.m_2.R^2) = m_1.w_i/(m_1+m_2)$$

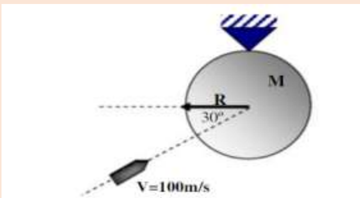
En este caso particular:

$$w_f = 2\ Kg\ .\ 180\ rpm\ /\ (2\ kg + 1\ Kg)$$

$$\mathbf{w_f = 120\ r.p.m.}$$

Ejercicio Nº8.

Una bala de masa m=10g que lleva una velocidad de 100m/s dirigida como se muestra en la fig. Choca contra un disco sólido uniforme de masa M=1kg y radio R=20cm que puede girar libremente sobre un pivote sin fricción que pasa por un punto de su borde. Después del choque la bala se queda incrustada en el centro del disco. Determine a) la velocidad angular del sistema después del choque. b) La energía perdida en la colisión



$$L_o = L$$

$$Rmv\cos 30° + \frac{3}{2}MR^2\omega_0 = \left(mR^2 + \frac{3}{2}MR^2\right)\omega$$

$$\omega = \frac{Rmv\cos 30°}{\left(mR^2 + \frac{3}{2}MR^2\right)}$$

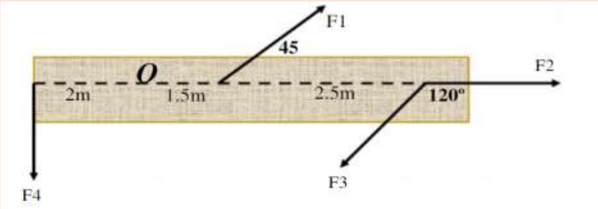
$$\omega = \frac{mv\cos 30°}{\left(m + \frac{3}{2}M\right)R}$$

$$\omega = \frac{0.1*10\cos 30°}{(0.1 + \frac{3}{2}(1))0.2}$$

$$\omega = 2.87\ rad/s$$

Ejercicio Nº9.

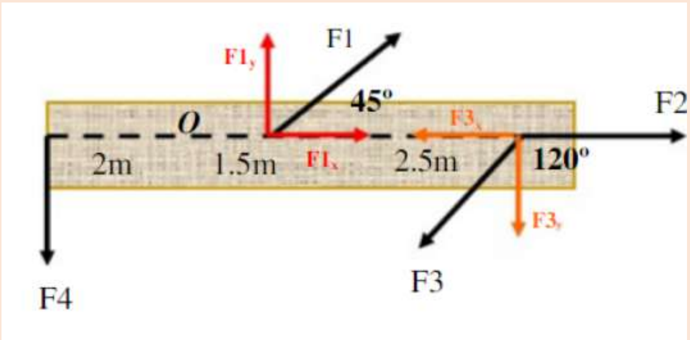
La figura muestra F1=40N, F2=30N, F3=50N, F4=60N aplicadas a un cuerpo rígido que puede girar en torno de un eje que pasa por O. Calcular el torque resultante.



$\tau R = \tau 1 + \tau 2 + \tau 3 + \tau 4$

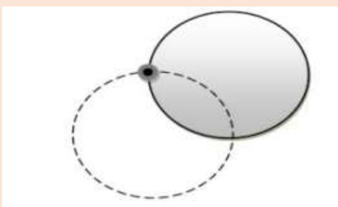
$\tau R = (F1Sen45º)(1.5) + (F2sen0º)(4) + (-F3sen60(4)) + (F4\ (4))$

$\tau R = -10.8Nm$



Ejercicio Nº10.

Un sólido uniforme de radio R y masa M puede girar libremente sobre un pivote sin fricción que pasa por un punto sobre su borde (figura). Si el disco se libera desde el reposo en la posición mostrada por el círculo. a) cual es la rapidez de su centro de masa cuando el disco alcanza la posición indicada en el circulo punteado? b)cual es la rapidez del punto más bajo sobre el disco en la posición de la posición de la circunferencia punteada.



Ejercicios Propuestos Nº 9. Equilibrio y Dinámica de Rotación

1. Un cilindro de 10.0 kg rueda sin resbalarse sobre una superficie rugosa. En un instante cuando su centro de gravedad tiene una rapidez de 10.0 m/s, determine
a)la energía cinética detranslación de su centro de gravedad, b) la energía cinética rotatoria alrededor de su centro de gravedad y **b)** su energía cinética total.

2. Una esfera de radio 0.20 m y 240 N rueda cuesta abajo 6.0 m sin resbalar por una rampa que está inclinada a 37° con la horizontal.
¿Cuál es la velocidad angular de la esfera en la parte inferior de la pendiente si parte del reposo

Cuestionario Nº 9. Equilibrio y Dinámica de Rotación

1. ¡Por que no puede usted poner sus talones firmemente contra una pared y después doblarse sin caer?

2. Las estrellas se originan de grandes cuerpos de gas que giran lentamente. Debido a la gravedad, estos gases se contraen con lentitud. ¿Qué sucede con la rapidez angular de una estrella mientras esta se contrae? Explique.

3. Si usted ve un objetivo en rotación, ¿hay necesariamente un torqueneto que actúa sobre el?.

4. En algunas carreras de motocicletas, los conductores manejan sobre pequeñas colinas donde las motocicletas llegan a volar por un corto tiempo. Si el conductor de la motocicleta acelera mientras abandona la colina y entra al aire, la nariz de la motocicleta tiende a levantarse. ¿Por qué sucede esto?.

5. Si un competidor de salto de altura coloca correctamente su cuerpo al pasar la barra, el centro de gravedad del atleta puede pasar realmente debajo de la barra. Explique cómo es posible esto.

5. Si un competidor de salto de altura coloca correctamente su cuerpo al pasar la barra, el centro de gravedad del atleta puede pasar realmente debajo de la barra. Explique cómo es posible esto.

6. Una escalera se apoya inclinada contra una pared. ¿Usted se sentaría más seguro al subir por la escalera si le dijeran que el piso no tiene fricción, pero la pared es áspera, o que la pared no tiene fricción, pero que el piso es áspero? Justifique su respuesta.

7. Un torque constante neto distinto de cero se ejerce sobre un objeto. ¿Cuáles de las siguientes cantidades no pueden ser constantes para este objeto? Más de una respuesta puede ser correcta

10 SOLIDOS Y FLUIDOS

10.1 ESTADOS DE LA MATERIA.

La materia se clasifica normalmente por encontrarse en uno de tres estados: solido, líquido o gaseoso. El cuarto estado de la materia es llamado plasma, el cual consiste en un sistema neutral de partículas cargadas que interactúan electromagnéticamente.

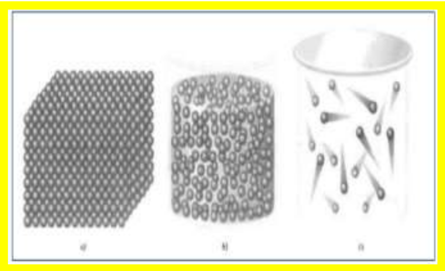


Figura 10.1 Estado Gaseoso

10.1.1 Estado gaseoso:

Los gases, no tienen forma ni volumen fijo.

- Las fuerzas que mantienen unidas las partículas son muy pequeñas.
- El número de partículas por unidad de volumen es muy pequeño.
- Se mueven de forma desordenada, con choques entre ellas y con las paredes del recipiente que los contiene.
- Esto explica las propiedades de expansibilidad y compresibilidad que presentan los gases: sus partículas se mueven libremente, de modo que ocupan todo el espacio disponible.

10.1.2 Estado sólido:

Los sólidos se clasifican en:

1. Sólidos cristalinos:

- Poseen un ordenamiento estricto y regular de sus átomos, moléculas o iones. λ Es decir, que los mismos ocupan posiciones fijas. λ Gracias a esta distribución, las fuerzas de atracción son máximas.
- Los enlaces pueden ser iónicos, covalentes, fuerzas intermoleculares.

2. Sólidos amorfos:

- Carece de un orden bien definido y repetido.

10.1.3 Estado líquido:

1. Tensión superficial:

- Es una medida de la fuerza elástica que existe en la superficie de un líquido.
- Se define como la energía necesaria por unidad de área. Para aumentar la superficie de un líquido.

2. Viscosidad

- Es una medida de la resistencia de los líquidos a fluir

10.2 DEFORMACIÓN EN SOLIDOS

Las propiedades elásticas de los sólidos pueden ser descritas, utilizando los conceptos de tensión y deformación. La tensión está relacionada a la fuerza por unidad de área que produce un cambio de forma; la deformación es una medida de la cantidad de este cambio. La tensión es proporcional a la deformación y la constante de proporcionalidad es el modulo elástico: Tensión = módulo de elasticidad x deformación

Los tres tipos de deformación son:

1. La resistencia de un sólido o alargamiento, caracterizado por el módulo de Young
2. La resistencia al desplazamiento de las caras de un sólido que se deslizan en direcciones contrarias caracterizado por el modulo constante S

3. La resistencia de un sólido o un líquido a un cambio en su volumen, caracterizado por el modulo volumétrico B.

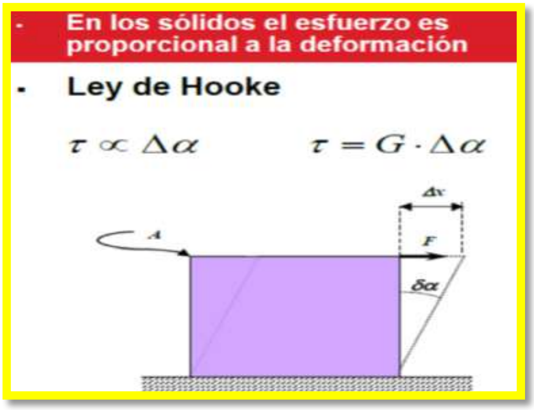


Figura 10.2. Esfuerzo igual a deformación

10.3 DENSIDAD Y PRESIÓN

La densidad ρ de una sustancia de composición uniforme es su masa por unidad de volumen – kilogramos por metro cubico (Kg / m^{3}) en el sistema internacional:

$$\boldsymbol{d} = \frac{\textbf{masa}}{\textbf{volumen}} = \frac{m}{v}$$

La presión P en un fluido, medida en pascales (Pa), es la fuerza por unidad de área que el fluido ejerce sobre un objeto inmerso en el:

$$\mathrm{P} = \frac{\mathrm{Fuerza}}{\mathrm{Superficie}} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{S}}$$

10.4 VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA PROFUNDIDAD

Cuando un fluido se encuentra en reposo en un contenedor, todas las partes del fluido deben permanecer en equilibrio estático, en reposo con respecto al observador. Aún más, todos los puntos a la misma profundidad deben estar a la misma presión. Si éste no fuera el caso, un fluido podría fluir de una región de mayor presión a una de menor presión. La presión es un fluido incomprensible varia con la profundidad h de acuerdo con la expresión

$$P = P0 + pgh$$

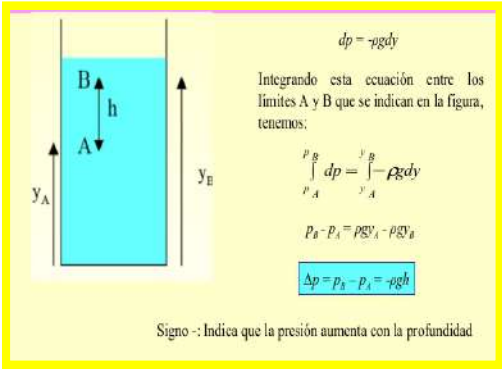


Fig. 10.3 Variación de la presión con la profundidad

Donde P_0 es la presión atmosférica (1.013×10^5 Pa) y ρ es la densidad del fluido.

El principio de Pascal establece que cuando se aplica presión a un fluido encerrado, la presión se transmite sin perdida a cada punto del fluido y a las paredes del envase contenedor.

10.5 MEDICIONES DE LA PRESIÓN

La presión queda determinada por el cociente entre una fuerza y el área sobre la que actúa esa fuerza. Así, si una fuerza F actúa sobre una superficie A, la presión P queda estrictamente definida por la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{P = \frac{F}{A}}$$

Los sensores de presión pueden agruparse en:

- Basados en principios mecánicos, como deformación por fuerza.
- Basados en principios eléctricos, por conversión de una deformación o fuerza a una propiedad eléctrica.

Clases de presión que miden los instrumentos

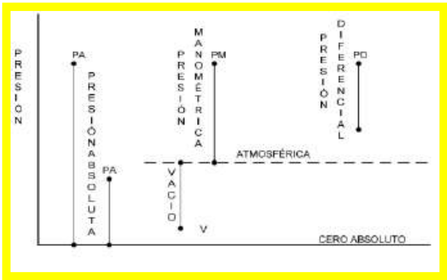


Fig. 10.4 Diferentes clases de la presión

10.6 FUERZAS DE EMPUJE Y PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

Cuando un objeto esta parcial o totalmente sumergido en fluido, este ejerce una fuerza hacia arriba sobre el objeto, llamada fuerza de empuje. Esta fuerza es, de hecho, solo la diferencia total en presión entre la parte superior y la parte inferior del objeto. Puede demostrarse que la magnitud de la fuerza de empuje B es igual al peso del fluido desplazado por el objeto

$$B = Pfluido\, Vfluido\; g$$

La ecuación se conoce como principio de Arquímedes.

l principio de Arquímedes afirma que todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de fluido desalojado.

La explicación del principio de Arquímedes consta de dos partes como se indica en las figuras:

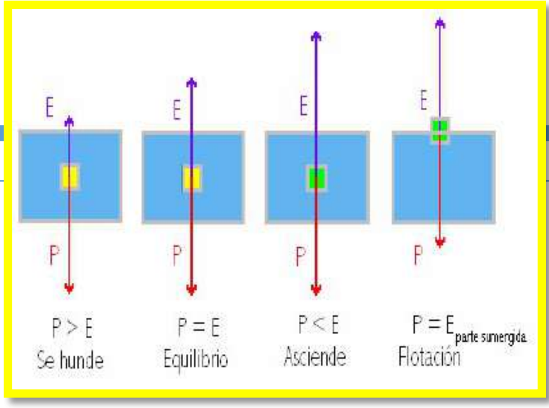


Fig.10.5 Demostración acerca del principio de Arquímedes

1. El estudio de las fuerzas sobre una porción de fluido en equilibrio con el resto del fluido.
2. La sustitución de dicha porción de fluido por un cuerpo sólido de la misma forma y dimensiones

10.7 FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Ciertos aspectos de un fluido en movimiento pueden ser entendidos suponiendo que el fluido es no viscoso e incomprensible y que su movimiento se encuentra en estado estable sin turbulencias:

1. La tasa de flujo a través del tubo es una constante, lo cual es equivalente a establecer que el producto del área de sección transversal A y la velocidad v en
2. cualquier punto es constante. En cualquier par de puntos, por lo tanto, se tiene

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Esta relación es referida como la ecuación de continuidad.

3. La suma de la presión, la energía cinética por unidad de volumen y la energía potencial por unidad de volumen es la misma en cualquier par de puntos a lo largo de una línea de corriente:

$$P_1 + \frac{1}{2} p v_1{}^2 + pgy_1 = P_2 + \frac{1}{2} p v_2{}^2 + pgy_2$$

La ecuación se conoce como ecuación de Bernoulli. Resolver problemas con la ecuación de Bernoulli es similar a hacerlo con el

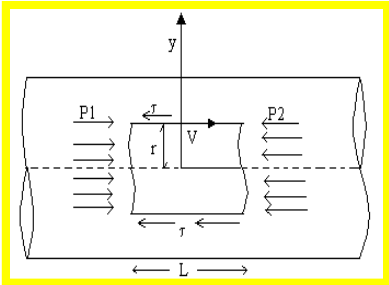


Fig.10.6 Fluidos en movimiento. Presión

10.8 OTRAS APLICACIONES DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS

La mecánica de fluidos es ampliamente utilizada en actividades cotidianas y en el diseño de sistemas modernos de ingeniería, desde aspiradoras hasta aviones supersónicos. Por lo tanto, resulta importante desarrollar una comprensión adecuada de sus principios básicos. Para empezar, la mecánica de fluidos tiene un papel vital en el cuerpo humano. El corazón bombea constantemente sangre a todas las partes del cuerpo a través de las arterias y venas, y los pulmones son las regiones de flujo de aire en direcciones alternadas. Es innecesario decir que los corazones artificiales, las máquinas de respiración y los sistemas de diálisis están diseñados con base en la aplicación de la mecánica de fluidos. Una casa común es, en algunos aspectos, una sala de exhibición llena con aplicaciones de la mecánica de fluidos. Los sistemas de tubos para el agua fría, el gas natural y las aguas de desecho para cada una de las casas y toda una ciudad están diseñados en forma fundamental sobre la base de la mecánica de fluidos. Lo mismo también es cierto para la red de tuberías y ductos de los sistemas de cale-facción y acondicionamiento del aire. **(Barreiro, J; Zaruma; G. 2014)**. Un refrigerador contiene tubos por los que fluye el refrigerante, un compresor que eleva la presión de éste y dos intercambia-dores de calor en donde el refrigerante absorbe y rechaza el calor. La mecánica de fluidos desempeña un papel importante en el diseño de todos estos componentes. Incluso la operación de los grifos ordinarios se basa en esta mecánica. También se pueden ver numerosas aplicaciones de la mecánica de fluidos en un automóvil. Todos los componentes asociados con el transporte del combustible del tanque de éste hacia los cilindros la línea de suministro del combustible la bomba, los inyectores o el carburador así como la mezcla del combustible con el aire en los cilindros y el purgado de los gases de combustión en los tubos de escape se analizan aplicando la mecánica de fluidos. Ésta también se aplica en el diseño del sistema de calefacción y acondicionamiento del aire, de los frenos hidráulicos, de la dirección hidráulica, de la transmisión automática y los sistemas de lubricación, del sistema de enfriamiento del monobloque que incluye el radiador y la bomba de agua, además de los neumáticos. **(Barreiro, J; Zaruma; G. 2014)**. La suave forma aerodinámica de automóviles de modelo reciente es resultado de los esfuerzos por minimizar la fuerza de arrastre mediante la aplicación de un ex-tenso análisis del flujo sobre superficies. A una escala más amplia, la mecánica de fluidos desempeña una parte importante en el diseño y análisis de aviones, barcos, submarinos, cohetes, motores de propulsión a chorro, turbinas de viento, aparatos biomédicos, sistemas de enfriamiento de componentes electrónicos y ductos de transporte de agua, petróleo crudo y gas natural. También se considera para el diseño de edificios, puentes e incluso de vallas publicitarias para asegurar que las estructuras puedan soportarla intensidad del viento. Numerosos fenómenos naturales como el ciclo de lluvias, los patrones meteorológicos, la elevación del agua del suelo hasta la punta de los árboles, los vientos, las olas del océano y las corrientes en las grandes masas de agua también son regidos por los principios de la mecánica de fluidos. **(Barreiro, J; Zaruma; G. 2014)**.

Fig. 10.7 Diferentes aplicaciones de la mecánica de Fluidos

10.9 TENSIÓN SUPERFICIAL, ACCIÓN CAPILAR Y FLUIDOS VISCOSOS.

La tensión superficial puede pensarse como el contenido de energía del fluido en su superficie por unidad de área. Las unidades SI de la tensión superficial son newton por metro.

Para cuantificar esta fuerza de cohesión consideremos una estructura de alambre con un lado deslizante, en la que se coloca una capa de líquido.

El líquido tratará de minimizar la superficie S ejerciendo una fuerza F sobre el lado deslizante, que podemos medir. Se observa que:

$F = 2\gamma L$ Donde γ es el la tensión superficial.

- Y Es una propiedad del líquido.
- F depende de l (longitud del cable deslizante) pero no de la superficie S (a diferencia de una membrana elástica).
- Se introduce un factor 2 porque hay dos superficies (por ejemplo un líquido en un plato tiene sólo una).

La tensión superficial γ es la fuerza por unidad de longitud que ejerce una superficie de un líquido sobre una línea cualquiera situada sobre ella (borde de sujeción).

10.10 FENÓMENOS DE TRANSPORTE

El dominio de los fenómenos de transporte comprende tres temas estrechamente relacionados: dinámica de fluidos, transmisión de calor y transferencia de materia. La dinámica de fluidos se refiere al transporte de cantidad de movimiento, la transmisión de calor trata sobre el transporte de energía, y la transferencia de materia estudia el transporte de materia de varias especies químicas.

Tres niveles en los que es posible estudiar los fenómenos de transporte

En la figura se muestra el diagrama de un sistema grande; por ejemplo, una pieza de equipo grande a través de la cual fluye una mezcla de fluido. El transporte de materia, cantidad de movimiento, energía y cantidad de movimiento angular se pueden describir en tres niveles distintos. Nivel macroscópico. En este nivel se anota un conjunto de ecuaciones denominadas "balances macroscópicos", que describen cómo cambian la materia, la cantidad de movimiento, la energía y la cantidad de movimiento angular en el sistema debido a la introducción y eliminación de estas entidades por las corrientes que entran y salen, y también debido a otras entradas al sistema provenientes del entorno. No se hace ningún intento por comprender todos los detalles del sistema. A1 estudiar un sistema de ingeniería o uno biológico es conveniente empezar con esta descripción rnacroscópica a fin de hacer una valoración global del problema; en algunos casos todo lo que se requiere es esta visión general. Nivel microscópico. En este nivel se analiza lo que está ocurriendo a la mezcla de fluido en una pequeña región dentro del equipo. Se anota un conjunto de ecuaciones denominadas "ecuaciones de variación", que describen cómo la materia, la cantidad de movimiento, la energía y la cantidad de movimiento angular cambian dentro de esta pequeña región. El objetivo aquí consiste en obtener información acerca de la velocidad, la temperatura, la presión y los perfiles de concentración dentro del sistema. Esta información más detallada puede ser necesaria para comprender algunos procesos.

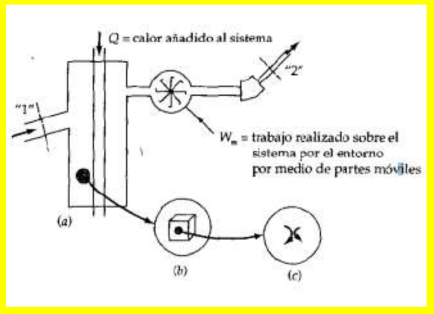
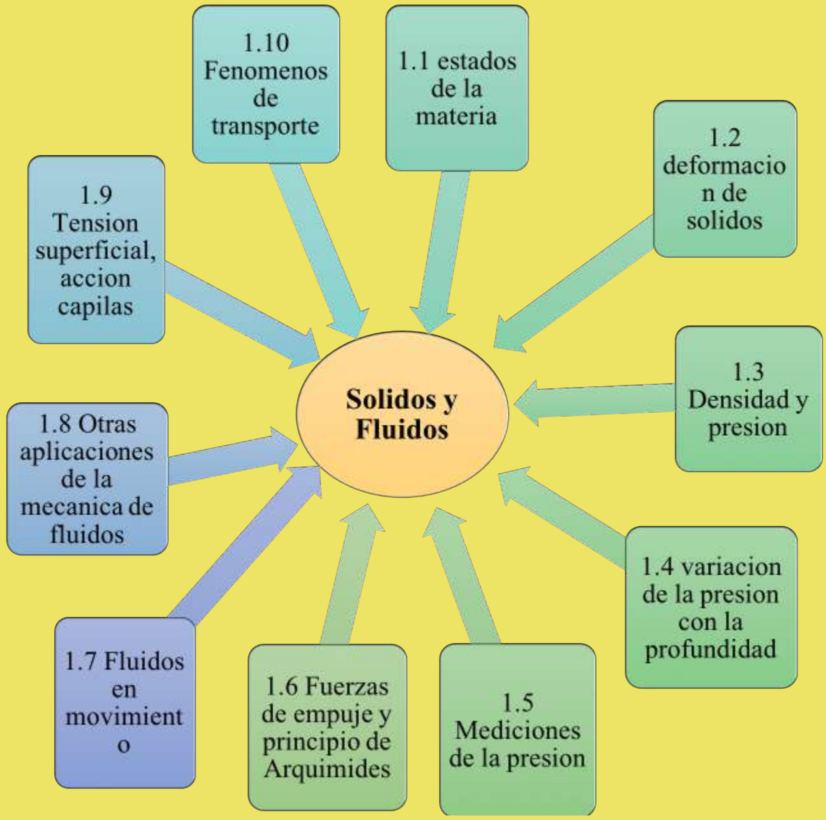


Fig. 10.8 sistemas de flujo macroscópico que contiene N2 y O2

Tabla N°10: Solidos y Fluidos.

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
F	Fuerza
P	Presión
d	Densidad
S	Superficie
m	Masa
V	Volumen
B	Magnitud fuerza de empuje

Organizador Gráfico N°10: Sólidos y Fluidos.



Ejercicios Resueltos Nº 10. Sólidos y Fluidos.

Ejercicio Nº 1

Consideremos el movimiento de un objeto de volumen V y masa m que cae a través de un fluido con viscosidad cero (sin rozamiento).

- Calcula su aceleración a de caída.

Solución

ma=peso - empuje

$$p_s Va = p_s Vg - pfVg$$

$a = \mathrm{g}\,(1\frac{Pf}{Ps})$

La aceleración a no depende ni de la masa m del cuerpo ni de su volumen V, solamente de las densidades del cuerpo ρ_s y del fluido ρ_f.

Ejercicio Nº 2

Disponemos de una plancha de corcho de 10 cm de espesor. Calcular la superficie mínima S que se debe emplear para que flote en agua, sosteniendo a un náufrago de 70 kg. La densidad del corcho es de 0.24 g/cm^2.

Nota: entendemos por superficie mínima la que permite mantener al hombre completamente fuera del agua aunque la tabla esté totalmente inmersa en ella.

Solución

Peso del náufrago + peso del corcho = empuje

La plancha de corcho de volumen es (S·0.1) está sumergida en agua.

(70+240·0.1·S) g=1000(0.1·S) g

S=0.92 m2

<u>Ejercicio Nº 3</u>

Un cable anclado en el fondo de un lago sostiene una esfera hueca de plástico bajo su superficie. El volumen de la esfera es de 0.3 m3 y la tensión del cable 900 N.

¿Qué masa tiene la esfera?

El cable se rompe y la esfera sube a la superficie.

Cuando está en equilibrio, ¿qué fracción del volumen de la esfera estará sumergida?

Densidad del agua de mar 1.03 g/cm3

Solución

- En la figura de la izquierda, la esfera hueca está sujeta al fondo
- E=mg+T

  1030·0.3·9.8=m·9.8+900, m=217.2 kg
- Dato, el momento de inercia de la esfera es 2/5 mr2

Solución

Movimiento del bloque con aclaración a

$6\cdot 9.8 - T_2 = 6^a$

Movimiento de rotación de la polea con aceleración angular α'

$T2r - T1r = (\frac{1}{2} 2r^2)\ \alpha'$

Movimiento de la esfera:

$T1 - 10\cdot 9.8\cdot \sin 30 - Fr = 10acm$

$FrR = (\frac{2}{5} 10r^2)\ \alpha$

$acm = \alpha R$

Relación entre las aceleraciones del bloque a, la esfera a_{cm}, y la angular α' de la polea

- En la figura de la derecha, la esfera hueca flota en la superficie del agua

E'=mg

1030·V·9.8=m·9.8, V=0.21 m3

Fracción de la esfera sumergida, 0.21/0.3=0.7=70%

Ejercicio Nº 4

Un bloque de 6 kg y una esfera de 10 kg están unidos por un hilo inextensible y sin peso que pasa a través de una polea en forma de disco de 2 kg de masa. La esfera rueda sin deslizar a lo largo de un plano inclinado 30º. Hallar

- La(s) tensión(es) de la cuerda.
- La aceleración del sistema
- La velocidad de la esfera y del bloque cuando se han desplazado 1.5 m partiendo del reposo (emplear dos procedimientos para el cálculo de este apartado).

$a=a_{cm}=\alpha' r$

Resolvemos el sistema de ecuaciones

T1−49=14a

T2−T1=a   a=715 m/s2

58.8−T2=6a

Cuando el bloque desciende 1.5 m partiendo del reposo, su velocidad calculada por cinemática es

v=at

$1.5=\frac{1}{2}at^2$ $v=\sqrt{\frac{7}{5}}m/s$

<u>Ejercicio Nº 5</u>

Un bloque de 2000 kg está suspendido en el aire por un cable de acero que pasa por una polea y acaba en un torno motorizado. El bloque asciende con velocidad constante de 8 cm/s. El radio del tambor del torno es de 30 cm y la masa de la polea es despreciable.

- ¿Cuánto vale el momento que ejerce el cable sobre el tambor del torno?
- Cuánto vale la velocidad angular del tambor del torno?
- ¿Qué potencia tiene que desarrollar el motor? Calcular el trabajo realizado durante 10 s

Solución

Velocidad constante del bloque v=0.08 m/s

Tensión de la cuerda, es el peso del bloque, F=2000·9.8=19600 kg

Momento, $M=F\cdot r$=19600·0.3=5880 N·m

Velocidad angular, $\omega=v/r$=0.08/0.3=4/15 rad/s

Potencia, $P=M\cdot\omega$=5880·4/15=1568 W

Trabajo, $W=M\cdot\theta=P\cdot t$=1568·10=15680 J

Ejercicio Nº 6

Calcular el peso mínimo P que se debe colocar en el extremo de la mesa de la figura para que vuelque.

La masa del tablero es de 50 kg y de cada pata de 5 kg. Las dimensiones quedan expresadas en la figura. El centro de gravedad del tablero está en el centro del tablero. Tomar g=10 m/s^2.

Solución

Equilibrio

N_A+N_B=50·10+10·10+10·10+P

Momentos respecto al extremo de la pata B

(100-N_A)·2+500·1-P·0.5=0

La mesa vuelca cuando N_A=0

P=140 kg

Ejercicio Nº 7

El péndulo de un reloj está formado por una varilla de 500 g y 40 cm de longitud y una lenteja de forma esférica de 200 g de masa y 5 cm de radio, tal como se indica en la figura. El punto de suspensión O está a 10 cm del extremo de la varilla. Calcular:

- La distancia al centro de masas medida desde O.
- El momento de inercia respecto de un eje perpendicular a la varilla y que pasa por O.
- El péndulo se desvía 60º de la posición de equilibrio. Calcular la velocidad angular de rotación cuando pasa por la posición de equilibrio.

Calcular el ángulo máximo que gira el péndulo como consecuencia del choque y la energía perdida en el mismo

Solución

Momento de inercia del péndulo respecto de un eje que pasa por el extremo de la varilla.

I_o= $(\frac{1}{12}0.2\cdot 0.2^2+0.2\cdot 0.1^2)$+ $(\frac{1}{5}0.5\cdot 0.05^2+0.5\cdot 0.25^2)$=0.034 kg$m^2$

Principio de conservación del momento angular

$0.1\cdot 50\cdot 0.25=I_O\omega+0.1\cdot 40\cdot 0.25$, ω=7.24 rad/s

Posición del centro de masa respecto del extremo O de la varilla

$x_c=\frac{0.2\ .0.1+0.5\ .0.25}{0.2+0.5}$=0.21 m

Solución

b=$\frac{0.5\ .0.1+0.2\ .0.35}{0.5+0.2}$=0.17 m

I= $(\frac{1}{12}0.5\cdot 0.4^2+0.5\cdot 0.1^2)$+ $(\frac{2}{5}0.2\cdot 0.05^2+0.2\cdot 0.35^2)$=0.036 kg·$m^2$

Principio de conservación de la energía

$0.7\cdot 9.8\cdot (b-b\cos 60)=\frac{1}{2}I\omega 2$ ω=5.69 rad/s

Ejercicio Nº 8

Una bala de 100 g que lleva una velocidad horizontal de 50 m/s choca con el centro del cilindro de un péndulo. Después del choque la bala se mueve con una velocidad de 40 m/s. El péndulo gira alrededor de O y está formado por una varilla delgada de 200 g de masa y 20 cm de longitud, y un cilindro de 500 g de masa y 5 cm de radio.

Principio de conservación de la energía. La energía cinética de rotación del péndulo se transforma en energía potencial de su cm.

$0.7 \cdot 9.8 \cdot (X_C - X_c \text{COS}\theta) = \frac{1}{2} I_O \omega 2$ $\theta = 68.7º$

Energía perdida en el choque

$\Delta E = \frac{1}{2} I_O \omega 2 + \frac{1}{2} 0.1 \cdot 40^2 - \frac{1}{2} 0.1 \cdot 50^2 = -44.09$

Ejercicio Nº 9

El colchón de una cama de agua mide 2 m de largo por 2 m de ancho y 30 cm de profundidad. A) Encuentre el peso del agua en el colchón.

- Hallar el volumen del agua que llena el colchón.

Solución

V = largo x ancho x profundidad V = 2 x 2 x 0,3 = 1,2 m3

$$P = \frac{11{,}76\times10^3\text{Newton}}{4\text{m}^2} = 2{,}94\times10^3\,\frac{\text{Newton}}{\text{m}^2}$$

- Que presión ejerce esta cama sobre el suelo?

At = suma del área de las cuatro patas

r = radio de la pata de la cama = 2 cm = 0,02 m

$$\text{At} = 4 \text{ x } (\pi r^2)$$

$$\text{At} = 4 \text{ x } 3{,}14159 \text{ x } (0{,}02)^2$$

$$\text{At} = 3{,}14159 \text{ x } 4 \text{ x } 10^{\cdot 4}$$

$$\mathbf{At = 5,0265 \text{ x } 10 \cdot 3\boldsymbol{m}^2}$$

<u>Ejercicio Nº 10</u>

Calcule la masa de una esfera de hierro sólido que tiene un diámetro de 3 cm.

DATOS:

ρ = densidad del agua pura = 1x103 kg /m3

v = volumen del colchón

m = masa del agua en el colchón

$$\text{m} = \text{P}\times\text{V}$$

$$\text{m} = 1\times10^3\text{kg}/m^3\times1{,}2m^3$$

m = 1,2 x10^3 kg

W = peso del agua en el colchón = m x g

W = 1,2 x10^3 kg x 9,8 m / seg2

W = 1,2 x10^3 kg x 9,8 m / seg2

- Encuentre la presión que ejerce el agua sobre el suelo cuando la cama de agua descansa en su posición normal.

  A = 2 X 2 = $4m^2$

  $\boldsymbol{p = \frac{F}{A}}$

W = 50 kg x 9,8 m / seg2

W = 490 Newton

r = 0,5 cm = 0,05 m

A = área del tacón circular

A = πr^2

A = 3,1415 x $(0{,}05)^2$

A = 3,1415 x 2,5 x 10^{-3}

A = 7,8539 x $10^{-3}m^2$

P=$\frac{F}{A}$

$$P = \frac{490Newton}{7{,}8539\times10^{-3}m^2} = 62{,}389\times10^3\,\frac{Newton}{m^2}$$

P = 6,2389 Newton /m^2

Solución

DATOS: P= $\frac{m}{v}$

m = ρ x v ρ = densidad del hierro = 7860 kg /m3

v = volumen de la esfera

d = diámetro de la esfera

r = radio de la esfera

d=2r

$r = \frac{d}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5cm$

r= 0,015metros

v=$\frac{4}{3}\pi r^3$

v=$\frac{4}{3}\times 3{,}14159\times 3{,}375\times 10^6$

v=$1{,}4136\times 10^5 m^3$

Solución

At = suma del área de las cuatro llantas

At = 4 x (área de llanta)

At = 4 x 0,024 At = 0,096m^2

P = 200000 Pa = 200000 Newton /m^2

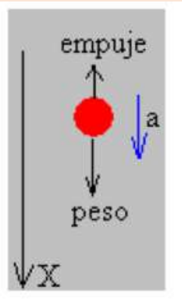
F = P * At

F = 200000 Newton /m2 x 0,096m^2

F = 19200 Newton

Cuestionario

1. ¿Cuáles son los Estados de la materia?
2. Los sensores de presión pueden agruparse en:
3. ¿Cuáles son las dos partes que consta la explicación del principio de Arquímedes?
4. ¿Cuál es el papel importante que desempeña la mecánica de fluidos?
5. ¿Cuáles son los temas que comprende los fenómenos de transporte?
6. ¿Qué sucede cuando un objeto esta parcial o totalmente sumergido en fluido?
7. ¿Qué establece el principio de Pascal?
8. ¿A que es proporcional la tensión y a que está relacionada?
9. ¿Qué afirma el principio de Arquímedes?
10. Dibuja las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
11. Calcula su aceleración *a* de caída.



Ma=peso-empuje

$p_s Va = p_s Vg - PfVg$

a= $g\left(1 - \frac{Pf}{Ps}\right)$

La aceleración a no depende ni de la masa m del cuerpo ni de su volumen V, solamente de las densidades del cuerpo ρ_s y del fluido ρ_f.

11

FISICA TERMICA

11.1 TÉRMICA.

Rama de la física encargada de los fenómenos de la naturaleza relacionadas con el calor, sus efectos y transformaciones con otros tipos de energía.

11.2 EQUILIBRIO TÉRMICO.

Se dice que los cuerpos en contacto térmico se encuentran en equilibrio térmico cuando no existe flujo de calor de uno hacia el otro. Esta definición requiere además que las propiedades físicas del sistema, que varían con la temperatura, no cambian con el tiempo. **(J. Wilson, 1996)**.

11.3 TEMPERATURA.

Es una magnitud física descriptiva de un sistema que caracteriza la transferencia de energía térmica o calor entre ese sistema y otros. Desde un punto de vista microscópico, es una medida de la energía cinética asociada al movimiento aleatorio de las partículas que componen el sistema.

La sensación de calor o frío al tocar una sustancia depende de su temperatura, de la capacidad de la sustancia para conducir el calor y de otros factores.

La temperatura es una propiedad física de la materia que mide el grado de calor que un cuerpo posee.

11.3.1 Medida de la temperatura.

Una de las primeras escalas de temperatura, todavía empleada en los países anglosajones, fue diseñada por el físico alemán Gabriel Daniel Fahrenheit. Según esta escala, a la presión atmosférica normal, el punto de solidificación del agua (y de fusión del hielo) es de 32 °F, y su punto de ebullición es de 212 °F.

La escala centígrada o Celsius, ideada por el astrónomo sueco Anders Celsius y utilizada en casi todo el mundo, asigna un valor de 0 °C al punto de congelación del agua y de 100 °C a su punto de ebullición.

En ciencia, la escala más empleada es la escala absoluta o Kelvin, inventada por elmatemático y físico británico William Thomson, lord Kelvin. **(Conocimientos Web. 2011)**.

En esta escala, el cero absoluto, que está situado en -273,15 °C, corresponde a 0 K, y una diferencia de un kelvin equivale a una diferencia de un grado en la escala centígrada.

Las ecuaciones para transformar de una escala a otra son las siguientes:}

- T(ºF) = 1,8 T(ºC) + 32
- T(K) = T(ºC) + 273,16

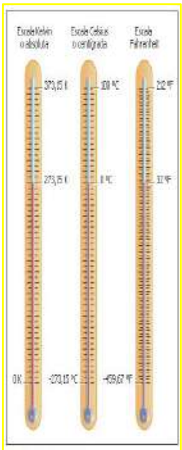


Fig. 11. 1. Escala de temperatura.

11.4 ESTADOS DE AGREGACIÓN DE LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES.

En la naturaleza existen tres estados usuales de la materia (además del plasma): sólido, líquido y gaseoso. Al aplicarle calor a una sustancia (o presión), ésta puede cambiar de un estado a otro. Los posibles cambios de estado son:

- de estado sólido a líquido, llamado fusión,
- de estado líquido a sólido, llamado solidificación,

- de estado líquido a gaseoso, llamado evaporación o vaporización,
- de estado gaseoso a líquido, llamado condensación,
- de estado sólido a gaseoso, llamado sublimación progresiva, y de estado gaseoso a sólido, llamado sublimación regresiva.

11.5 CALOR.

Transferencia de energía de una parte a otra de un cuerpo, o entre diferentes cuerpos, en virtud de una diferencia de temperatura. El calor es energía en tránsito; siempre fluye de una zona de mayor temperatura a una zona de menor temperatura, con lo que eleva la temperatura de la segunda y reduce la de la primera, siempre que el volumen de los cuerpos se mantenga constante. La energía no fluye desde un objeto de temperatura baja a un objeto de temperatura alta si no se realiza trabajo. **(Kittel, C. 1973)**.

11.5.1 Unidades de medida del calor.

Tradicionalmente, la cantidad de energía térmica intercambiada se mide en calorías, que es la cantidad de energía que hay que suministrar a un gramo de agua para elevar su temperatura de 14.5 a 15.5 grados celsius. El múltiplo más utilizado es la kilocaloría (kcal):

Joule, tras múltiples experimentaciones en las que el movimiento de unas palas, impulsadas, por un juego de pesas, se movían en el interior de un recipiente con agua, estableció el equivalente mecánico del calor, determinando el incremento de temperatura que se producía en el fluido como El joule (J) es la unidad de energía en el Sistema Internacional de Unidades, (S.I.), tal que 1 caloría equivale a 4186 Joules

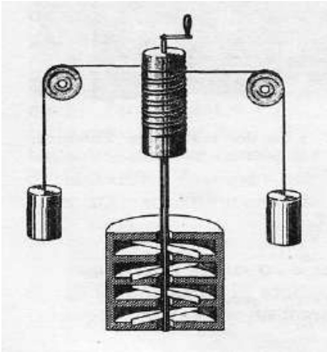


Fig. 11 .2. Montaje experimental para la determinación del equivalente mecánico del calor

El BTU, (o unidad térmica británica) es una medida para el calor muy usada en Estados Unidos y en muchos otros países de América.

Se define como la cantidad de calor que se debe agregar a una libra de agua para aumentar su temperatura en un grado

Fahrenheit (o la escala del Gabriel), y equivale a 252 calorías.

11.5.2 Calor específico.

En la vida cotidiana se puede observar que, si se le entrega calor a dos cuerpos de la misma masa y la misma temperatura inicial, la temperatura final será distinta. Este factor que es característico de cada sistema, depende de la naturaleza del cuerpo, se llama calor específico, denotado por c y se define como la cantidad de calor que se le debe entregar a 1 gramo de sustancia para aumentar su temperatura en 1 grado Celsius.

Matemáticamente, la definición de calor específico se expresa como:

$$c = \frac{Q}{m\Delta t}$$

- Unidades: J/Kg-ºK y cal/g-ºC.

- Calor específico del agua: 1 cal/g-ºC.

11.5.3 Propagación del calor.

El calor se puede transmitir por el medio de tres formas distintas:

- Conducción térmica.
- Convección térmica.
- Radiación térmica.

Conducción: es el proceso que se produce por contacto térmico entre dos cuerpos, debido al contacto directo entre las partículas individuales de los cuerpos que están a diferentes temperaturas, lo que produce que las partículas lleguen al equilibrio térmico.

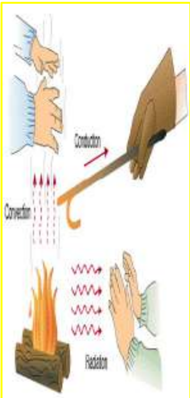


Fig. 11. 3 Formas de propagación del calor.

La conducción pura se presenta sólo en materiales sólidos. Ej: cuchara metálica en la taza de té.

Convección: sólo se produce en fluidos (líquidos o gases), ya que implica movimiento de volúmenes de fluido de regiones que están a una temperatura, a regiones que están a otra temperatura. El transporte de calor está inseparablemente ligado al movimiento del propio medio. La convección siempre está acompañada de la conducción, debido al contacto directo entre partículas de distinta temperatura en un líquido o gas en movimiento. Ej: los calefactores dentro de la casa.

Radiación: es el proceso por el cual se transmite a través de ondas electromagnéticas. Implica doble transformación de la energía para llegar al cuerpo al que se va a propagar: primero de energía térmica a radiante y luego viceversa. **Ej.:** La energía solar.

(Halliday, R. Resnik & J. Walker, 1993)

11.5.4 Conducción de calor.

En el caso de la conducción, la temperatura de calentamiento depende del tipo de material, de la sección del cuerpo y del largo del cuerpo. Esto explica por qué algunos cuerpos se calientan más rápido que otros a pesar de tener exactamente la misma forma, y que se les entregue la misma cantidad de calor. La conductividad térmica de un cuerpo está dado por:

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{kA\Delta T}{L}$$

Dónde:

- Q es el calor entregado,

Δt es el intervalo de tiempo durante el cual se entregó calor,

- A es la sección del cuerpo,
- L es el largo, y
- ΔT es el incremento en la temperatura.

11.6 DILATACIÓN TÉRMICA

Se denomina dilatación al cambio de longitud, volumen o alguna otra dimensión métrica que sufre un cuerpo físico debido al cambio de temperatura que se provoca en ella por cualquier medio.

- Dilatación lineal: $Lf = Lo\,(1 + \alpha\,(Tf - To))$
- Dilatación superficial: $Sf = So\,(1 + 2\alpha\,(Tf - To))$
- Dilatación volumétrica: $Vf = Vo\,(1 + 3\alpha\,(Tf - To))$

Líquidos y gases:

- Dilatación volumétrica: $Vf = Vo\left(1 + \beta\left(Tf - To\right)\right)$

Donde

- α = coeficiente de dilatación lineal [1/C°]
- β = coeficiente de dilatación volumétrico (3α) $[1/C°]$
- Lo = Longitud inicial del cuerpo.
  - Lf = Longitud final del cuerpo.
  - So = Superficie inicial del cuerpo.
  - Sf = Superficie final del cuerpo.
  - Vo = Volumen inicial del cuerpo.
  - Vf = Volumen final del cuerpo.

To = Temperatura inicial del cuerpo.

  - Tf = Temperatura final del cuerpo.

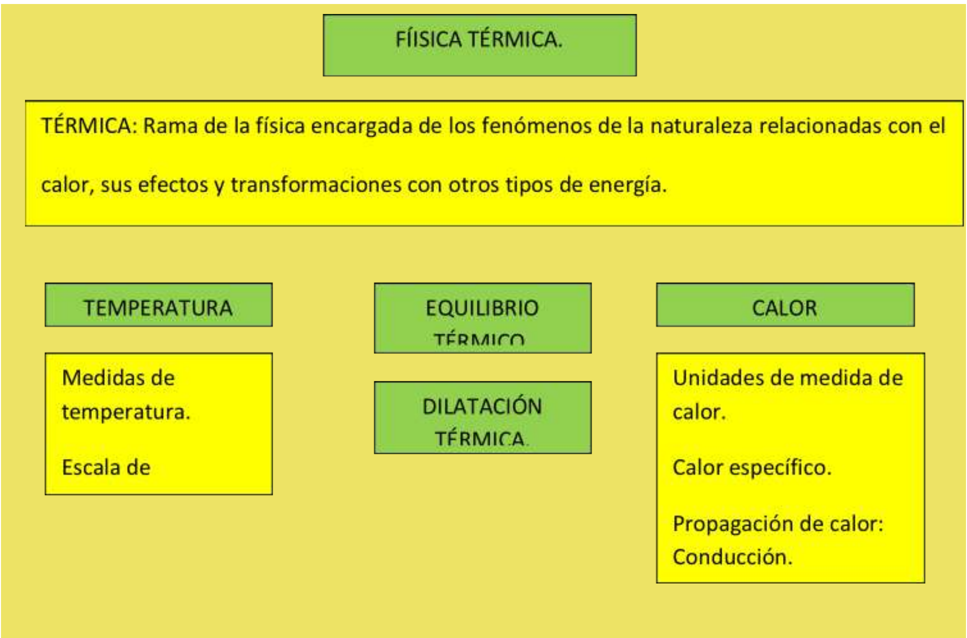
Tabla N°11: Física Térmica.

PALABRA.	SIGNIFICADO.
KILOCALORÍA (KCAL)	Medida de energía térmica, equivalente a 1000 calorías.
BTU	unidad térmica británica
CONDUCTIVIDAD TÉRMICA	Propiedad física que mide la capacidad de conducción de calor.
DILATACIÓN LINEAL	Variación en una única dimensión (ancho, largo y altura del cuerpo).
DILATACIÓN SUPERFICIAL	Variación en dos dimensiones, (variación del área del cuerpo).

Formulario N°11: Física Térmica.

NOMBRE.	FORMULA.
Calor específico.	$c = \frac{Q}{m\Delta t}$
Conducción de calor.	$\frac{Q}{\Delta\, t} = \frac{kA\Delta T}{L}$
Dilatación lineal.	Lf = Lo (1 + α (Tf – To))
Dilatación superficial.	Sf = So (1 + 2α (Tf – To))
Dilatación volumétrica.	Vf = Vo (1 + 3α (Tf – To))
Dilatación volumétrica.	Vf = Vo (1 + β (Tf – To))

Organizador Gráfico N°11: Física Térmica.



Experimento Nº 11: Física Térmica.

Materiales.

- Un huevo cocido sin cáscara.
- Un frasco con un diámetro un poco menor que el huevo.
- Dos recipientes resistentes al calor.
- Dos litros de agua y hielo.

Procedimiento.

1. Hervir un litro de agua.
2. Ponemos hielo en uno de los recipientes y luego ponemos agua.
3. Ponemos el huevo en la entrada del frasco.
4. Una vez que observamos que el huevo no se cae, ponemos el frasco en el recipiente con agua y hielo.
5. Colocamos el frasco en el recipiente con agua caliente.

Observaciones.

El huevo se hunde al momento de poner el frasco en el recipiente con agua y hielo.

Cuando colocamos en el recipiente con agua caliente observamos que el huevo asciende del frasco.

Conclusión.

La presión de una cantidad fija de un gas es inversamente proporcional al volumen que ocupa siempre y cuando se mantenga la temperatura constante. Tenemos en claro que: a volumen constante, con un aumento de temperatura de

Ejercicios Resueltos Nº 11. Física Térmica.

Ejercicio Nº 1

Se tiene un tanque que contiene 20.000 gr. de agua a 10 ºC. Cuantas Kilocalorías absorbe cuando se calienta hasta 40 ºC.

Agua:

$$m1 = 20.000\ gr.$$

$$T1 = 10\ ºC$$

$$Tf = 40\ ºC$$

$$Ce = 1\ Cal/gr.ºC$$

$$Q1 = m1 * Ce * (Tf - T1)$$

$$Q1 = 20.000\ gr. * 1\ Cal/gr.ºC * (40\ ºC - 10$$

$$ºC)\ ml = 20.000\ gr$$

$$Q1 = 20.000 * (30)\ calorías$$

$$Q1 = 600.000\ calorías = 600\ Kilocalorías.$$

Ejercicio Nº 2

Calcular la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura a 10 Kg. De cobre de 25 ºC a 125 ºC.

$$m = 10$$

$$Kg. = 10000$$

$$gr. T1 = 25\ ºC$$

$$Ce = 0.09 Cal/gr.ºC$$

$$Q = m * Ce * (T2 - T1)$$

$$Q = 10000\, gr. * 0.09\, Cal/gr.ºC * (125\, ºC - 25\, ºC)$$

$$Q = 900 * 100 = 90000\, calorías$$

$$Q = 90.000\, calorías$$

Ejercicio Nº 3

Un día de verano se registra una temperatura mínima de 10º C y una máxima de 32ºC. Determine el intervalo de temperatura (variación térmica) de ese día en: a) grados Celsius, b) Kelvin, c) grados Fahrenheit.

Datos:

Tmin = 10 ºC

Tmax = 32 ºC

a) $\Delta T = Tmax - Tmin = 32\, ºC - 10\, ºC = 22\, ºC$

b) $TminK = 10 + 273 = 283\, K$

Ejercicio Nº 4

La longitud de la arista de un cubo de aluminio es 5 cm, medida a0°C , si se calienta a 280°C, calcular:

a) La longitud de la arista a esa temperatura

b) El incremento de volumen del bloque metálico.

c) El coeficiente de dilatación lineal del aluminio es:

$$\lambda = 2{,}30.10^{-5}K^{-1}$$

La longitud de la arista a la temperatura dada será:

$$L = L_0(1 + \lambda\Delta T) = 0{,}05 \cdot (1 + 2{,}30.10^{-5} \cdot 280) = 0{,}05032 \text{ m } \rightarrow L = 5{,}032 \text{ cm}$$

El coeficiente de dilatación cubica del aluminio es:

$$\delta = 3\lambda = 6{,}90 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

El incremento del volumen del bloque es:

$$\Delta V = V - V_0 = V_0(1 + \delta\Delta T) - V_0 = V_0\delta\Delta T = 0{,}05^3 \cdot 6{,}90 \cdot 10^{-5} \cdot 280 = 2{,}4 \cdot 10^{-6} m^3$$

Ejercicio Nº 5

Calcular que cantidad de energía hay que suministrar a 200 g de hielo a -18°C para convertirlos completamente en agua líquida a 0°C.

Se necesita energía para calentar el hielo desde -18°C hasta 0°C y para fundir luego el hielo completamente:

$$Q_1 = mc_{e,hielo}\Delta t = 0{,}2 \cdot 2100 \cdot \big(0 - (-18)\big)$$

$Q_2 = mL_{hielo} = 0{,}2 \cdot 3{,}35 \cdot 10^5$ Q= $Q_1 + Q_2$ =74560 J

Ejercicio Nº 6

Una maquina térmica funciona entre las temperaturas $T_1 = 670$ K y $T_2 = 290$ K y absorbe del foco caliente 5000 J cada minuto. Calcula:

a) El rendimiento de la maquina

b) El trabajo útil que suministra en una hora

c) La potencia útil de la maquina

$$\eta = \frac{T_{1-T_2}}{T_1} = \frac{670 - 290}{670} = 0{,}57.$$ El rendimiento de la maquina seria el 57%.

Energía que absorbe la máquina del foco caliente en una hora:

$$Q_1 = 5000 \cdot 60 = 3{,}0 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Trabajo útil que suministra en una hora: $\eta = \frac{W}{Q_1} \rightarrow w = \eta Q_1 = 0{,}57 \cdot 3{,}0 \cdot 10^5 = 1{,}71 \cdot 10^5 \text{J}$

Potencia útil: $P = \frac{W}{t} = \frac{1{,}71 \cdot 10^5}{60} = 2{,}85 \cdot 10^3 \text{ W} = 2{,}85 \text{ kW}$

$$Q_1 = 5000 \cdot 60 = 3{,}0 \cdot 10^5 \text{ J}$$

<u>Ejercicio Nº 7</u>

Las temperaturas mínimas y máximas de un día de verano son 14°C y 37°C, respectivamente. Exprese estas temperaturas en la escala Fahrenheit y en la escala absoluta.

En la escala Fahrenheit: $\frac{t(°C)}{100} = \frac{F-32}{180}$

Para T = 14°C; $F = 32 + \frac{180}{100} t(°C) = 32 + \frac{180}{100} 14 = 57°F$

Para T =37°C; $F = 32 + \frac{180}{100} t(°C) = 32 + \frac{180}{100} 37 = 99°F$

En la escala absoluta:

$$K = t(°C) + 273 = 14 + 273 = 287 \text{ K}$$

$$K = 37 + 273 = 310\ K$$

Ejercicio Nº 8

El punto de fusión del cloro es -101°C y su punto de ebullición, -34°C. Exprese estos puntos de cambio de estado en grados Fahrenheit y en Kelvin.

En grados Fahrenheit:

Punto de fusión:

$$\frac{t(°C)}{100} = \frac{F-32}{180} \rightarrow F = 32 + \frac{180}{100}t(°C) = 32 + \frac{180}{100} \cdot (-101) = -150°F$$

punto de ebullicion :

$$F = 32 + \frac{180}{100}t(°C) = 32 + \frac{180}{100} \cdot (-34) = -29°F$$

En Kelvin:

$$K = t(°C) + 273 = -101 + 273 = 172\ K$$

$$K = -34 + 273 = 239\ K$$

Ejercicio Nº 9

Calcule la energía cinética media de traslación, por molécula, del oxígeno en una habitación a 21°C.

$$\bar{E}_c = \frac{3}{2}kT = 1{,}5 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot (21 + 273) = 6{,}09 \cdot 10^{-21}\ J$$

Ejercicio Nº 10

Determinar la cantidad de energía necesaria para elevar la temperatura de 60 litros de agua desde 21°C hasta 54°C.

La masa de 60 litros es aproximadamente 60

$$Q = mc_e(T_1 - T_0) = 60 \cdot 4180 \cdot (54 - 21) = 8{,}3 \cdot 10^6 J$$

Ejercicio Nº 11

Una maquina térmica levanta, a una velocidad constante, una caja de 100 kg a una altura de 30 m. si la eficiencia de la maquina es del 20% ¿Cuánto calor consume dicha maquina?

Al elevar la carga a velocidad constante, el trabajo que realiza es igual a la variación de la

$$W = 100\text{kg} \cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30\text{m} = 29\,400\ \text{J}$$

Aplicando la definición de eficiencia o rendimiento y despejando:

$$r = \frac{W_u}{E_s} \cdot 100 \rightarrow E_s = \frac{W_u}{r} \cdot 100 = \frac{29\,400\ \text{J}}{20} \cdot 100 = 1{,}47 \cdot 10^5\text{J}$$

Ejercicio Nº 12

Calcule que cantidad de agua a 50°C se necesita añadir a 20 litros de aguaAplicando la ecuación calorimétrica y teniendo en cuenta que el calor específico de los dos cuerpos que se mezclan es el mismo:

a 20°C para elevar su temperatura a 37°C.

Aplicando la ecuación calorimétrica y teniendo en cuenta que el calor específico de los dos cuerpos que se mezclan es el mismo:

$$m_1 c_{e_1}(T_e - T_1) = m_2 c_{e_2}(T_e - T_2) \rightarrow 20 \cdot (37 - 20) = -m_2(37 - 50) \rightarrow m_2 = 26{,}2\text{kg}$$

La cantidad de agua necesaria es aproximadamente 26,2 litros

Ejercicio Nº 13

Calcula qué cantidad de agua a 45℃ es necesario añadir a 2 L de agua a 22℃ para disponer de agua a 32℃

Aplicando la ecuación calorimétrica y teniendo en cuenta que el calor específico de los dos cuerpos que se mezclan es el mismo:

$$m_1 c_{e_1}(T_e - T_1) = -m_2 c_{e_2}(T_e - T_2)$$

$$2 \cdot (32 - 22) = -m_2(32 - 45) \rightarrow m_2 = 1{,}54\text{kg}$$

Ejercicio Nº 14

Se calienta un bloque de aluminio de 150g a 70℃ y a continuación se sumerge en un litro de agua a 20℃. Calcula la temperatura final del sistema.

Aplicando la ecuación calorimétrica

$$m_1 c_{e_1}(T_e - T_1) = -m_2 c_{e_2}(T_e - T_2)$$

$$1 \cdot 4180 \cdot (T_e - 20) = -0{,}150 \cdot 896 \cdot (T_2 - 70) \rightarrow T_e = 21{,}6℃$$

Ejercicios Propuestos N°11: Física Térmica.

1. Se mezclan 8 Kg. de agua a 80 ºC con 24 Kg. de agua a 40 ºC. La temperatura de la mezcla resulto 50 ºC. Cuál es la cantidad de calor entregada y recibida por cada una?
2. Un recipiente de aluminio de 2,5 Kg. contiene 5 Kg. de agua a la temperatura de 28 ºC. Que cantidad de calor se requiere para elevarles la temperatura hasta 80 ºC.
3. Cuál será la temperatura de una mezcla de 50 gramos de agua a 20 grados Celsius y 50 gramos de agua a 40 grados Celsius.

Cuestionario Nº 11. Física Térmica.

1. Definición de temperatura.
2. Escriba los estados de agregación de la materia y sus transformaciones.
3. Enumere las formas de propagación del calor.
4. Escriba las ecuaciones de medida de temperatura para transformar de una escala a otra.
5. ¿Cuáles son las unidades utilizadas para medir el calor?
6. Escriba la fórmula de calor especifico.
7. Escriba la fórmula de conducción de calor.
8. Escriba el significado de Lo, Lf, So, Sf.

12 ENERGIA Y PROCESOS TERMICOS

En 1850 Las materias de la termodinámica de la mecánica eran consideradas ramas de la ciencia, y el principio de la conservación de la energía describía ciertos tipos y sistemas mecánicos. James Joule en 1818 – 1889, realizo varios experimentos y demostró que la disminución en energía mecánica (Cinética más la potencial) de un sistema aislado, era igual al incremento de la energía interna del sistema. La energía interna es tratada como una forma de energía que puede ser transformada en mecánica y viceversa. "La ley de la conservación de la energía emergió como una ley universal de la Naturaleza." (Raymond A, Serway).

12.1 CALOR Y ENERGÍA INTERNA

Calor: Involucra una transferencia de energía interna de un lugar a otro, también es considerado como cantidad de energía que contiene una sustancia o un material.

Energía Interna: Es la energía asociada con los átomos y las moléculas del sistema, incluyen la energía cinética y la potencial asociadas con movimientos de translación, rotación y vibratorio que se presentan de manera aleatoria por partículas que forman el sistema.

- Energía cinética: es la energía asociada al movimiento de las
- partículas del sistema, a mayor velocidad > Ec.
- Energía potencial: Es la debida a fuerzas de interacción (atracción y repulsión) entre partículas, a menor distancia > |Ep| de interacción.

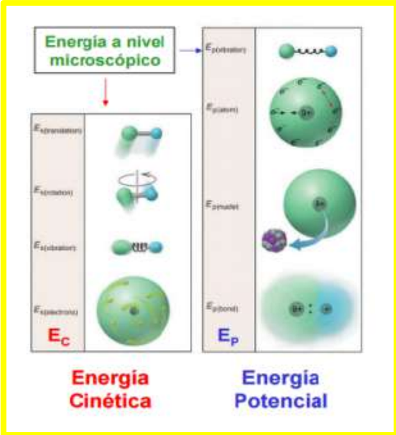


Fig.12. 1 Energía Cinética y Energía Potencial

12.2 UNIDADES DE CALOR

El calor era definido en términos de los cambios de temperatura generados en un objeto, y una unidad separada de energía fue utilizada para el calor.

La caloría (cal) se define como la energía necesaria para elevar la temperatura de un gramo de agua de : $14.5 \ a \ 15.5 \ °C$

La caloría ahora está definida como: $4.186 \ J$:

$$1 \ cal = 4.186 \ J$$

12.3 CALOR ESPECÍFICO

La capacidad calorífica de un cuerpo es proporcional a su masa. Por esto es conveniente definir la capacidad calorífica por unidad de masa, c, llamada calor específico.

$$c = \frac{Q}{\mathrm{m} \, \Delta \, \mathrm{T}}$$

12.3.1 Calor Latente y Cambio de Fase

Una sustancia experimenta a veces un cambio de temperatura cuando se transfiere energía entre ella y su entorno; cuando las características físicas de la sustancia cambian de una forma a otra, se lo conoce como cambio de fase.

Cambios comunes son:

- Solido a líquido (Fusión).
- Líquido a gas (Ebullición)

Sustancia	T Fusión °C	$Lf \times 10$ ^ 3 (J/kg)	T Ebullición °C	$Lv \times 10$ ^ 3 (J/kg)
Helio (Agua)	0	334	100	2260
Alcohol Etílico	- 114	105	78. 3	846
Acetona	- 94.3	96	56.2	524
Benceno	5.5	127	80.2	396
Aluminio	658.7	322 - 394	2300	9220
Estaño	231.9	59	2270	3020
Hierro	1530	293	3050	6300
Cobre	1083	214	2360	5410
Mercurio	- 38.9	11.73	356.7	285

La energía Q necesaria para cambiar la fase de una sustancia pura es:

$$Q = \pm mL$$

Donde L es llamado calor latente de la sustancia y depende de la naturaleza de la fase de cambio así como de la sustancia.

El calor latente de fusión Lf se utiliza cuando un cambio de fase ocurre durante una fusión o un congelamiento, mientras que el calor latente de la evaporación se utiliza cuando un cambio de fase ocurre durante la ebullición o la condensación.

Ejemplo:

El calor latente de fusión de agua a presión atmosférica es de $3.33 \times 10^{5} J/kg$ y el calor latente de la evaporación para el agua es $2.26 \times 10^{6} J/kg$.

12.4 Transferencia de Energía

Escalas de temperatura. Como cualquier otra magnitud, la temperatura se puede medir utilizando diferentes tipos de unidades y escalas. La escala más utilizada en España y otros países europeos es la Celsius y la unidad, el grado Celsius. La escala del Sistema Internacional es la escala absoluta o Kelvin y la unidad el Kelvin. En los países anglosajones se emplea habitualmente la escala Fahrenheit, y su unidad es el grado Fahrenheit. Otra escala es la Réaumur (casi en desuso) y su unidad el grado Réaumur.

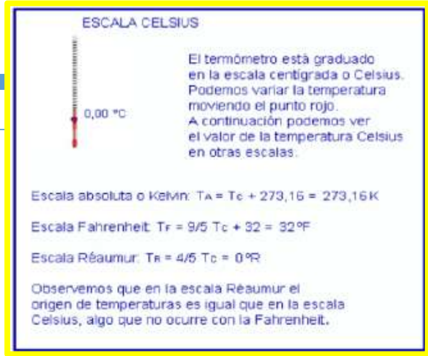


Fig.12. 2 Transferencia de Energía – Escala Celsius.

La temperatura más baja alcanzable es 0 K, es decir, 273,16 ºC.

12.5 EFECTOS DEL CALOR EN LOS CUERPOS

12.5.1 Equilibrio térmico:

Equilibrio térmico es la igualación de la temperatura de dos cuerpos al transferir calor el de mayor, al de menor temperatura.

12.5.2 Cambios de estados:

Cambio de estado. Efecto del calor sobre un cuerpo en el que se rompen o se forman enlaces entre las partículas que lo componen. La temperatura no varía durante el proceso.

12.6.3 Cambios de dimensiones:

Cambio de dimensiones es el cambio en el tamaño de un cuerpo debido a que absorbe calor (dilatación) o a que cede calor (contracción).

12.5.4 Otros efectos:

El calor puede provocar cambios en las propiedades físicas y químicas de los cuerpos.

12.6 PROPAGACIÓN DEL CALOR

12.6.1 Conducción Térmica

Proceso de transferencia de energía que está relacionado con la diferencia de temperatura, la transferencia puede considerarse como un intercambio de energía cinética entre partículas microscópicas, moléculas, átomos y electrones, donde las partículas menos energéticas ganan energía en colisiones con partículas más energéticas. **(León, H. 2012)**.

12.6.2 Convección

La transferencia de energía por el m0ovimeinto de sustancias, una forma de transmitirse el calor en los líquidos y gases. El fluido caliente asciende y el frío, baja.

Fig. 12.3 Propagación de Calor

12.6.3 Radiación Es la forma de transmitirse el calor en forma de luz a través de cualquier medio o del vacío.

12.8 CALENTAMIENTO GLOBAL Y GAS DEL EFECTO INVERNADERO

La vida en la Tierra depende de la energía que recibe del Sol, cerca de la mitad de la luz que llega a la atmósfera terrestre pasa a través delsuperficie donde se absorbe y luego es irradiadonuevamente en forma de calor (ondas infrarojas). De este calor el 90% es absorbido por los gases de efecto invernadero y devuelta hacia la superficie que la ayuda a calentar hasta una temperatura promedio de 15 grados Celcius perfecto para la vida, es conocido como el Efecto Invernadero. **(Foussats, 2003).** Los gases de efecto invernadero principales son:

El vapor de agua: El más abundante y funciona como un gas que actúa en retroalimentación con el clima, a mayor temperatura de la atmósfera, más vapor, más nubes y más precipitaciones.

Fig.12. 4 Efecto Invernadero.

Dióxido de carbono (CO2): Un componente menor, pero muy importante de la atmósfera. Se libera en procesos naturales como la respiración y en erupciones volcánicas y a través de actividades humanas como la deforestación, cambio en el uso de suelos y la quema de combustibles fósiles.

Metano: Un gas hidrocarburo que tiene origen natural y resultado de actividades humanas, que incluyen la descomposición de rellenos sanitarios, la agricultura (en especial el cultivo de arroz), la digestión de rumiantes y el manejo de desechos de ganado y animales de producción. Es un gas más activo que el dióxido de carbono, aunque menos abundante

Óxido nitroso: Gas invernadero muy poderoso que se produce principalmente a través del uso de fertilizantes comerciales y orgánicos, la quema de combustibles fósiles, la producción de ácido nítrico y la quema de biomasa.

Los Clorofluorocarbones (CFCs): Son compuestos sintéticos de origen industrial que fueron utilizados en varias aplicaciones, ahora ampliamente regulados en su producción y liberación a la atmósfera para evitar la destrucción de la capa de ozono.

Formulario Nº12. Energía y Procesos Térmicos

FORMULAS	DESCRIPCIÓN
Ta	Escala absoluta
Tr	Escala Reaumur
J	Jouls
$c = \dfrac{Q}{m\,\Delta\,T}$	Cantidad de calor que se gana o se pierde, en el proceso de transferencia de calor
$Q = \pm mL$	Calor latente
1 cal	1 caloría
° C	Grado Celsius
° F	Grado Fahrenheit
Q = mc(Te- T1A)	Primera Ley de la termodinámica

Organizador Gráfico Nº12. Energía, y procesos Térmicos

Energia: La energía es la capacidad de los cuerpos para realizar un trabajo y producir cambios en ellos mismos o en otros cuerpos. Es decir, la energía es la capacidad de hacer funcionar las cosas.

La unidad de medida que utilizamos para cuantificar la energía es el Joule (J).

Pocesos termodinamicos:

Evolución de determinadas magnitudes propia mente termodinámicas relativas a un determinado sistema termodinámico.

Transferencia de energía

- Trabajo: Cuando se realiza un trabajo se pasa energía a un cuerpo que cambia de una posición a otra.
- Calor: Tipo de energía que se manifiesta cuando se transfiere energía de un cuerpo caliente a otro cuerpo más frío.

- Ondas: Son la propagación de perturbaciones de ciertas características, como: campo eléctrico, el magnetismoo la presión, y que se propagan a través del espacio transmitiendo energía.

Experimento Nº12. Energía, y procesos

Térmicos

Transferencia de Energía

Materiales:

- Una Pelota de Baloncesto.
- Una Pelota de Tenis

Cuando colocamos la pelota de tenis encima de la de baloncesto y la dejamos caer a la vez. El balón de baloncesto, toca antes el suelo, invirtiendo el sentido y colisionando frontalmente con la pelota de tenis que descendía a la misma velocidad, transfiriendo de esta forma la energía potencial del balón a la pelota de tenis y convirtiéndola en energía cinética.De esta forma, aumentamos 3 veces aproximadamente la velocidad con la que caía la pelota. Este es el motivo por el cual la pelota de tenis alcanza unas 9 veces la altura inicial, que es la altura de la que la hemos soltado.

Ejercicios Resueltos Nº 12. Energía, y procesos térmicos

1. Aplicando las ecuaciones de conversión obtendremos:

TEMPERATURA CELSIUS	TEMPERATURA FAHRENHEIT
50 °C	112°F
62,5 °C	144.5 °F
10°C	50 °F

2. Mezclamos 800 g de un líquido A de 0,80 cal/gºC de calor específico y temperatura inicial de 72ºC con 600 g de agua a 57ºC. ¿Cuánto vale la temperatura de equilibrio?

$$Q = mc(Te - T1A) = 8000{,}80(Te - 72)$$

$$Q' = 6001(Te - 57)$$

$$6001(Te - 57) = 8000{,}80(Te - 72)$$

$$Te = 64{,}74ºC$$

Ejercicios Resueltos Nº 12. Energía y Procesos Térmicos

Ejercicios Nº 1

Considère en un aparato de Joule. Las dos masas son de 1.50 kg cada una y el tanque se llena con 200 g de agua ¿Cuál es el aumento de la temperatura del agua después de que las masas descienden una distancia de 3.00 m?

$$\Delta T = \frac{2mgh}{MaguaC} = 2\,(1.5kg)\left(\frac{9.81m}{s^2}\right)(3m)(0.2\,kg)\left(1480\frac{J}{kg}\,°C\right) = 0.29\,°C$$

Ejercicios Nº 2

Una persona de 80 kg que intenta bajar de peso desea subir una montaña para quemar el equivalente a una gran rebana de pastel de chocolate tasada en 700 calorías ¿Cuánto debe ascender la persona?

$$mgh = Q = 700 \times 10^{3}\,J$$

$$h = \frac{Q}{mg} = \frac{(1036 \times 10^{3}\,J)}{(80\,kg)(9.81m\,/s^2)} = 1{,}320\,m$$

Ejercicio Nº 3.

El agua en la parte superior de las cataratas del Niagara tiene una temperatura de 10°C. Si esta cae una distancia total de 50m y toda su energía potencial se emplea para calentar agua, calcule la temperatura del agua al fondo de la catarata

$$\Delta T = \frac{gh}{C} = \frac{\left(\frac{9.1m}{s^2}\right)(50\,m)}{4186\frac{J}{kg}\,°C}$$

$$Tf - t1 = 0.117$$

$$Tf = tI + 0.117 = 10.117\ °C$$

<u>Ejercicio Nº 4</u>.

Una muestra de gas ideal se expande al doble de su volumen original de 1.0 m ³ en u proceso cuasi estático para el cual $p = aV^2$, con $a = 5.0\ atm/m^6$ ¿Cuál trabajo fiu hecho por el gas de expansión?

$$pV = nRT$$

$$T = \frac{PV}{nR}$$

$$T = (1atm)(25L)/(1mol\ )(\frac{8.3145J}{mol}k\ )$$

$$T = (1.01325 \times 10^5 Pa)(25 \times 10^3 m^3)(1\ mol\ )(8.3145\ \text{J/mol k}\ )$$

<u>Ejercicio Nº 5</u>.

Un sistema termodinámico experimenta un proceso en el cual su energía interna disminuye 500 J si al mismo tiempo se hacen 220 J de trabajo sobre el sistema, encuentre la energía térmica transferida a o desde el.

$$\Delta U = Q - W$$

$$Q = \Delta U + W$$

$$W = -500J + 220J = -280\ J$$

<u>Ejercicio Nº6</u>.

Halla la cantidad de calor que se requiere elevar la temperatura de 1 L de agua de 10 °C a 47 °C.$Pagua = 1kg \times L^{-1}; Ce(H_2O) = 4{,}18 \times Kg^{-1}°C^{-1}$

$$Q = 1\ LH_2O \times 1kg\ /1L \times \frac{4{,}18kj}{kg \times °C} \times (47 - 10)°C = 1{,}5466KJ$$

Ejercicio Nº7.

La temperatura de una barra de plata aumenta 10 ºC cuando absorbe1, 23 kJ de calor. La masa de la barra es 525 g. Determine el calor específico de la barra.

$$C_e = \frac{1.23kJ}{0.525\ kg\ .\ 10°C} = \frac{0.234kJ}{kg\ .\ °C}$$

Ejercicio Nº8.

Se utilizan 8360 J para calentar 600 g de una sustancia desconocida de15°C a 40°C. ¿Cuál es el calor específico de la sustancia?

$$T(t_0 - t_f) = 40°C - 15°C = 25°C$$

$$C_e = \frac{8360kJ}{0,6\ kg\ .\ 25°C} = \frac{557.3\ kJ}{kg\ .\ °C}$$

Ejercicio Nº9.

Una herradura de hierro de 1.5 kg inicialmente a 600°C se deja caer en una cubeta que contiene 20kg de agua a 25°C. ¿Cuál es la temperatura final? (Pase por alto la capacidad calorífica del recipiente, y suponga que la insignificante cantidad de agua se hierve)

$$Qcold = Qhot$$

$$(mc\Delta T)water = -(mc\Delta T)iron$$

$$20kg\left(\frac{4186J}{kg}°C\right)(Tf - 25°C) = -(1.50kg)(\frac{448J}{kg}°C)(Tf - 600°C)$$

$$Tf = 29.6°C$$

Ejercicio Nº10.

Un calentador de agua se opera con energía solar. Si el colector solar tiene un área de $6m^2$ y la intensidad entregada por la luz solar es de 550 W/m^2, ¿Cuánto tarda en aumentar la temperatura de $1m^3$de agua de 20°C a 60°C?

$$P = 550\frac{W}{m^2}\times 6m^2 = 3300W$$

$$P\Delta T = 1.67\times10^{8}J$$

$$\Delta T = \frac{1.67\times10^{8}J}{3300\ W} = 50.7\ ks = 14.1\ h.$$

Cuestionario

1.- ¿Cuáles son los mecanismos de transferencia de calor?

2.- ¿Qué es la Caloría?

3.- ¿Qué energías se encuentran asociadas con la energía interna?

4.- ¿Qué es la Calor latente y cambio de fase?

5.- ¿Cuáles son los principales gases del efecto invernadero?

6.- ¿En que se relaciona la conducción con la convección?

7.- ¿Qué es un Equilibrio térmico?

8.- ¿Defina energía Cinética y Potencial?

9.- ¿Mediante un gráfico explique el proceso de radiación?

13

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Las leyes de la electricidad y del magnetismo desempeñan un papel muy importante en el funcionamiento de dispositivos como reproductores de MP3, televisiones, motores eléctricos, computadoras, aceleradores de alta energía y otros aparatos electrónicos. Incluso, en su forma más básica, las fuerzas interatómicas e intermoleculares responsables de la formación de sólidos y líquidos son, en su origen, eléctricas. Evidencia encontrada en documentos de la antigua China sugiere que desde el año 2000 a.C., el magnetismo ya había sido observado. Los antiguos griegos observaron fenómenos eléctricos y magnéticos desde el año 700 a.C. Conocían las fuerzas magnéticas al observar la magnetita (Fe_3O_4), piedra de origen natural, que es atraída por el hierro. (La palabra eléctrico viene de electrón, palabra griega para designar el "ámbar". La palabra magnético proviene de Magnesia, nombre de la provincia griega donde se encontró magnetita por primera vez.) No fue sino hasta principios del siglo XIX que los científicos llegaron a la conclusión de que la electricidad y el magnetismo son fenómenos relacionados. En 1819, Hans Oersted descubrió que la aguja de la brújula se desvía si se coloca cerca de uncircuito por el que se conduce una corriente eléctrica. En 1831, Michael Faraday y, en forma simultánea, Joseph Henry, demostraron que cuando se pone en movimiento un alambre cerca de un imán (o, de manera equivalente, cuando un imán se mueve cerca de un alambre), se establece una corriente eléctrica en dicho alambre. En 1873, James Clerk Maxwell aprovechó estas observaciones junto con otros experimentos para sustentar las leyes del electromagnetismo tal como se conocen hoy día. (Electromagnetismo es el nombre que se le da al estudio conjunto de la electricidad y del magnetismo.) La contribución de Maxwell en el campo del electromagnetismo fue de especial relevancia, porque las leyes que formuló son fundamentales para explicar todas las formas de fenómenos electromagnéticos. Su trabajo tiene tanta importancia como las leyes del movimiento y la teoría de la gravitación universal. **(Serway-Jewett. Vol. 2)**.

13.1. CAMPOS ELÉCTRICOS

Una de las fuerzas fundamentales de la naturaleza es la electromagnética, la cual se da entre partículas con carga. El capítulo inicia con una descripción de las propiedades básicas dela fuerza eléctrica, una de las manifestaciones de la fuerza electromagnética. En seguida seexplica la fundamental ley de Coulomb que gobierna las fuerzas eléctricas presentes entredos partículas con carga. A continuación se introduce el concepto de un campo eléctricoasociado a una distribución de carga y se describe su efecto sobre otras partículas con carga.Después se muestra cómo utilizar la ley de Coulomb para calcular el campo eléctrico en unadistribución de cargas conocida. El capítulo concluye con la explicación del movimiento deuna partícula con carga en un campo eléctrico uniforme. **(Serway-Jewett. Vol. 2)**.

13.2 PROPIEDADES DE LAS CARGAS ELÉCTRICAS

A partir de una serie de experimentos sencillos, Benjamín Franklin (1706-1790) determinó que existen dos tipos de cargas eléctricas, a las que dio el nombre de positiva y negativa. Los electrones tienen carga negativa y los protones positiva. Para comprobar la existencia de ambos tipos de carga, imagine una varilla rígida de hule que ha sido frotada contra un trozo de piel y que está suspendida de un hilo. Cuando acerca una varilla de vidrio que ha sido frotada con seda a una varilla de hule, ambas se atraen. Por otra parte, si acerca dos varillas de hule con carga (o dos varillas de vidrio con carga), ambas serepelen. Esta observación demuestra que el hule y el vidrio tienen dos tipos diferentes de carga. Con base en estas observaciones, se puede concluir que cargas de un mismo signo se repelen y cargas de signos opuestos se atraen.

Si aplica la regla establecida por Franklin, a la carga eléctrica en la varilla de vidrio se le denomina positiva y a la varilla de hule, negativa. Por lo tanto, cualquier objeto con carga que sea atraído por una varilla de hule con carga (o repelido por una varilla de vidrio con carga), deberá tener una carga positiva, y cualquier objeto con carga repelido por una varilla de hule con carga (o atraído por una varilla de vidrio con carga), deberá tener una carga negativa.

La carga eléctrica se conserva:

Fig. 13.1 Cuando una varilla de vidrio es frotada con seda, se transfieren electrones del vidrio a la seda. Debido a la conservación de la carga, cada electrón añade carga negativa a la seda, y una cantidad igual de carga positiva queda atrás en la varilla. También, ya que las cargas se transfieren en paquetes discretos, las cargas en ambos objetos son iguales a e o 2e o 3e, y así en forma sucesiva.

13.3 OBJETOS DE CARGA MEDIANTE INDUCCIÓN

Es conveniente clasificar los materiales en función de la capacidad con que los electrones se mueven a través del material: Los conductores eléctricos son aquellos materiales en los cuales algunos de los electrones son libres, no están unidos a átomos y pueden moverse con libertad a través del material. Los aislantes eléctricos son aquellos materiales en los cuales todos los electrones están unidos a átomos y no pueden moverse libremente a través del material .Materiales como el vidrio, el hule y la madera se incluyen en la categoría de aislantes eléctricos. Cuando estos materiales son frotados sólo la zona frotada se carga, y las partículas con carga no pueden moverse hacia otras zonas del material. En contraste, materiales como el cobre, el aluminio y la plata son buenos conductores eléctricos. Cuando están con carga en alguna pequeña zona, la carga se distribuye de inmediato en toda la superficie del material.

Una tercera clase de materiales son los semiconductores, cuyas propiedades eléctricas se ubican entre las correspondientes a los aislantes y a los conductores. El silicio y el germanio son ejemplos muy conocidos de materiales semiconductores de uso común en la fabricación de una gran diversidad de chips electrónicos utilizados en computadoras, teléfonoscelulares y estéreos. Las propiedades eléctricas de los semiconductores cambian, envarios órdenes de magnitud, a partir de la adición de cantidades controladas de ciertosátomos.

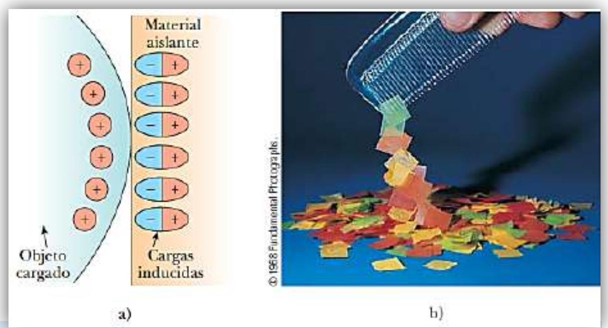


Fig. 13.2 a) El objeto con carga de la izquierda induce una distribución de carga sobre la superficie de un material aislante debido a la realineación de las cargas en las moléculas. b) Un peine con carga atrae fragmentos de papel debido a que las cargas en las moléculas del papel se realinean.

13.4 LEY DE COULOMB

Charles Coulomb (1736-1806) midió las magnitudes de las fuerzas eléctricas entre objetos con carga; para hacerlo usó la balanza de torsión, que él mismo inventó. El principio de operación de la balanza de torsión es el mismo que el del aparato usado por Cavendish para medir la constante de la gravedad, con esferas eléctricamente neutras reemplazadas por esferas con carga. La fuerza eléctrica entre las esferas A y B de la figura 23.5 provoca que se atraigan o se repelan, y el movimiento resultante provoca que la fibra suspendida se tuerza. Gracias a que el momento de torsión de recuperación de la fibra torcida es proporcional al ángulo de rotación de la fibra, una lectura de este ángulo da una medida cuantitativa de la fuerza eléctrica de atracción o de repulsión. Una vez cargadas las esferas por frotación, la fuerza eléctrica entre ambas se vuelve muy grande en comparación con la atracción de la gravedad y, por lo tanto, esta última fuerza se puede ignorar.

A partir de los experimentos de Coulomb, se generalizan las propiedades de la fuerza eléctrica entre dos partículas inmóviles con carga. Para ello se usa el término carga puntual que hace referencia a una partícula con carga de tamaño cero. El comportamiento eléctrico de electrones y protones queda muy bien descrito si se representan como cargas puntuales. Debido a observaciones experimentales es posible encontrar la magnitud de una fuerza eléctrica (a veces llamada fuerza de Coulomb) entre dos cargas puntuales establecidas por la ley de Coulomb:

$$\textbf{Ley de Coulomb} \quad F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Donde k e es una constante conocida como constante de Coulomb. En sus experimentos, Coulomb demostró que el valor del exponente de r era 2, con una incertidumbre de unos cuantos puntos porcentuales. Experimentos recientes han comprobado que el exponente es 2, con una incertidumbre de unas cuantas partes en 1016. Los experimentos también muestran que la fuerza eléctrica, como la fuerza de gravedad, es conservativa. El valor de la constante de Coulomb depende de la elección de las unidades. La unidad de carga del SI es el coulomb (C). La constante de Coulomb k e en unidades del SI tiene el valor

$$\textbf{Constantede } ke = 8.9876\, X\, 10^9\, N * m^2/C^2$$

Además esta constante se expresa como:

$$\epsilon_0 = 8.8542\, X\, 10^{-12} C^2/N * m^2$$

La unidad de carga más pequeña e conocida en la naturaleza,2 es la carga de un electrón(+e) o de un protón (-e), con una magnitud de

$$E = 160218\, X\, 10 - 19C$$

Fig.13. 3 Balanza de torsión de Coulomb, utilizada para determinar la ley del cuadrado inverso para una fuerza eléctrica entre dos cargas.

$$k_e = \frac{1}{4\pi\, \mathcal{E}_0}$$

Donde la constante$\mathcal{E}_0$ (griega minúscula épsilon) se conoce como la permisividad del vacío.

13.5 EL CAMPO ELÉCTRICO

Como se dijo antes, las fuerzas de campo actúan a través del espacio y producen algún efecto, aun cuando no exista contacto físico entre los objetos que interactúan. El campo gravitacional Gs como un punto en el espacio debido a una fuente particular fue definido en la sección 13.4, como igual a la fuerza gravitacional F S 3*g* que actúa sobre una partícula de prueba de masa *m* dividida entre esa masa: gS_ F S 3*g*/*m*. El concepto de campo fue desarrollado por Michael Faraday (1791-1867) en relación con las fuerzas eléctricas, y es de un valor tan práctico que en los siguientes capítulos recibe mucha atención. En este planteamiento, existe un campo eléctrico en la región del espacio que rodea a un objeto con carga: la carga fuente. Cuando otro objeto con carga —la carga de prueba— entra en este campo eléctrico, una fuerza eléctrica actúa sobre él. Para ejemplificar, que muestra una pequeña carga de prueba positiva *q*0 colocada cerca de un segundo objeto con una carga positiva *Q* mucho mayor. El campo eléctrico provocado por la carga fuente en la carga de prueba se define como la fuerza eléctrica sobre la carga de prueba *por carga unitaria*, o, para mayor claridad, el vector E S del campo eléctrico en un punto en el espacio se define como la fuerza eléctrica F S 3*e*, que actúa sobre una carga de prueba positiva *q*0 colocada en ese punto, dividida entre la carga de prueba.

Fig. 4 Esta fotografía dramática captura la caída de un rayo sobre un árbol cerca de algunas casas en una zona rural. Los relámpagos están asociados con campos eléctricos muy intensos que se generan en la atmósfera.

13.6 CAMPO ELÉCTRICO DE UNA DISTRIBUCIÓN DE CARGA CONTINUA

Con mucha frecuencia, en un grupo de cargas, la distancia existente entre ellas es mucho más reducida que la distancia entre el grupo y el punto donde se desea calcular el campo eléctrico. En esta situación, el sistema de cargas se modela como si fuera continuo. Es decir, el sistema de cargas espaciadas en forma compacta es equivalente a una carga total que es distribuida de forma continua a lo largo de alguna línea, sobre alguna superficie, o por todo el volumen.

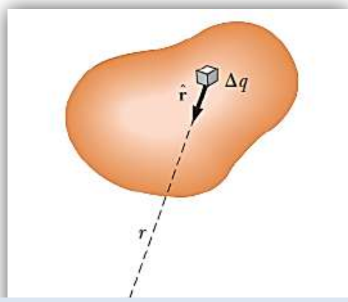


Fig. 5 El campo eléctrico en P debido a una distribución continua de carga es el vector suma de los campos Δ E debidos a todos los elementos Δq de la distribución de carga.

13.7 LEY DE GAUSS

En esta sección se describe una correspondencia de tipo general entre el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada (con frecuencia considerada como superficie gaussiana) y la carga encerrada en la superficie. Esta correspondencia, conocida como ley de Gauss, es de importancia fundamental en el estudio de los campos eléctricos. Suponga de nuevo una carga puntual positiva q ubicada en el centro de una esfera de radio *r*, como se observa en la figura 24.6. De la ecuación 23.9, sabe que la magnitud del campo eléctrico en todos los puntos de la superficie de la esfera es *E* _ *keq*/*r* 2. Las líneas de campo están dirigidas radialmente hacia afuera y por tanto son perpendiculares a la superficie en todos sus puntos. Es decir, en cada punto de la superficie, **E** → es paralelo al vector **A** →*i* que representa un elemento de área local *Ai* que rodea al punto en la superficie.

13.2CORRIENTE Y RESISTENCIA

Ahora se considerarán situaciones que involucran cargas eléctricas que están en movimiento a través de cierta región del espacio. Se usa el término corriente eléctrica, o simplemente corriente, para describir la relación de flujo de carga. Las aplicaciones más prácticas de la electricidad se relacionan con corrientes eléctricas. Por ejemplo, la batería en una lámpara de mano produce una corriente en el fi lamento del foco cuando se activa el interruptor. Muchos electrodomésticos funcionan con corriente alterna. En estas situaciones comunes, existe corriente en un conductor tal como en un alambre de cobre. Además las corrientes pueden existir afuera de un conductor. Por ejemplo, un haz de electrones en el cinescopio de un televisor constituye una corriente.

13.2 CORRIENTE ELÉCTRICA

En esta sección verá cómo se da el flujo de las cargas eléctricas a través de un material. La cantidad de flujo depende del material a través del cual pasan las cargas y de la diferencia de potencial que existe de un extremo al otro del material. Siempre que hay un flujo netode carga a través de alguna región, se dice que existe una corriente eléctrica. Resulta instructivo hacer una analogía entre el flujo de agua y la corriente: en muchos sitios se instalan salidas de regadera de bajo flujo para ahorrar agua y se cuantifica el flujo de agua de éste y otros dispositivos al especificar la cantidad de agua que sale durante un cierto intervalo de tiempo, y con frecuencia se mide en litros por minuto. En una escala mayor, es posible definir la corriente de un río al dar la cantidad a la cual pasa el agua por una determinada ubicación; por ejemplo, el flujo sobre el borde en las cataratas del Niágara se mantiene entre 1400 y 2800 m3/s.

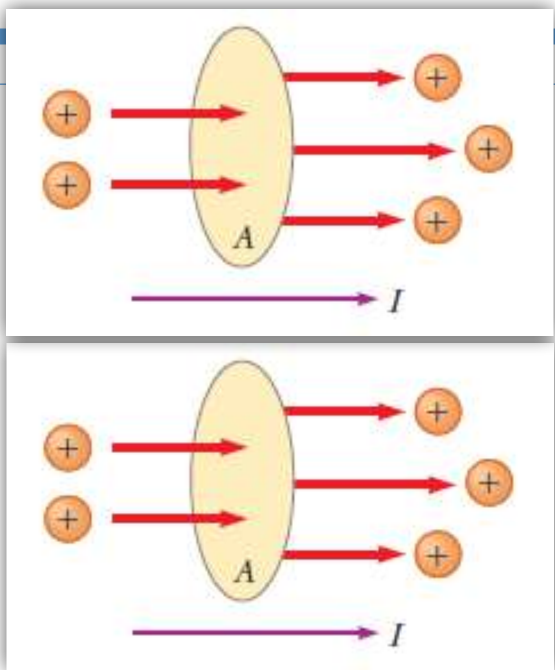


Fig.13. 6 Cargas en movimiento a través de un área A. La rapidez a la cual fluye la carga a través del área se define como corriente I. La dirección de

caso existe un campo eléctrico en el conductor. Piense en un conductor de área de sección transversal *A* que transporta una corriente

$$\textbf{Densidad de Corriente } \mathbf{J} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{A}} = \mathbf{nqv_d}$$

Donde *J* tiene unidades en el SI de amperes por cada metro cuadrado. Esta expresiónes válida sólo si la densidad de corriente es uniforme y sólo si la superficie del área desección transversal *A* es perpendicular a la dirección de la corriente.

Tan pronto como se mantiene una diferencia de potencial a través del conductor se establece una densidad de corriente y un campo eléctrico. En algunos materiales, la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico:

$$\boldsymbol{J = \delta E}$$

Donde la constante de proporcionalidad s se conoce como conductividad del conductor. Los materiales que obedecen la ecuación 27.6, siguen la ley de Ohm, en honor a Georg Simón Ohm. De una manera más específica, la ley de Ohm afirma que:

En muchos materiales (inclusive la mayor parte de los metales) la relación de la densidad de corriente al campo eléctrico es una constante s que es independiente del campo eléctrico que produce la corriente.

13.10 CAMPOS MAGNÉTICOS

13.10.1 Campos Y Fuerzas Magnéticas

Cuando se estudió la electricidad, se describieron las interacciones entre objetos con carga en función de campos eléctricos. Recuerde que cualquier carga eléctrica está rodeada por un campo eléctrico. Además de contener un campo eléctrico, el espacio que rodea a cualquier carga eléctrica en movimiento, también contiene un campo magnético. También cualquier sustancia magnética que forma parte de un imán permanente está rodeada de un campo magnético. Históricamente el símbolo BS ha sido utilizado para representar el campo magnético, y ésta es la notación utilizada en este libro. La dirección del campo magnético BS en cualquier sitio es la dirección a la cual apunta la aguja de una brújula colocada en dicha posición. Igual que en el caso del campo eléctrico, es posible representar el campo magnético gráficamente utilizando líneas de campo magnético.

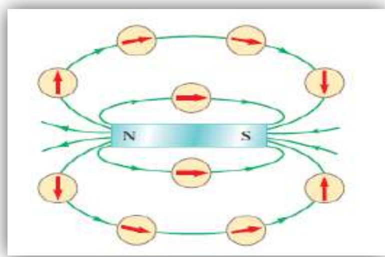


Fig. 13.7 Con la aguja de la brújula pueden trazarse las líneas de campo magnético en la región externa de un imán de barra.

13.11 EL EFECTO HALL

Cuando se coloca un conductor de corriente en un campo magnético, se genera una diferencia de potencial en una dirección perpendicular tanto a la corriente como al campo magnético. Este fenómeno, que fue observado por primera vez por Edwin Hall (1855- 1938) en 1879, se conoce como efecto Hall. El arreglo utilizado para observar el efecto Hall está constituido por un conductor plano que transporta una corriente I en la dirección x, En la dirección y se aplica un campo magnético uniforme B->.

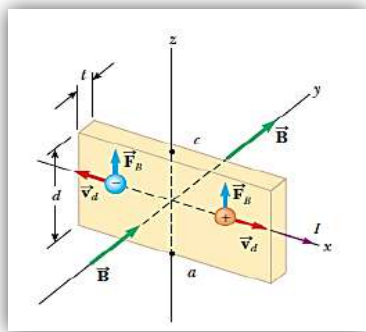


Fig. 13. 8 Para observar el efecto Hall, se aplica un campo magnético a un conductor que transporta corriente. Cuando I tiene la dirección x y B-> la dirección y, los portadores de cargas tanto positivas como negativas se desvían hacia arriba en el campo magnético. El voltaje Hall se mide entre los puntos a y c.

13.12 ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

La propagación de perturbaciones mecánicas como ondas de sonido, ondas en el agua y ondas sobre una cuerda requieren la presencia de un medio. Este capítulo está interesado con las propiedades de las ondas electromagnéticas, las cuales (a diferencia de las ondas mecánicas) pueden propagarse a través de un espacio vacío. Primero se consideran las aportaciones de Maxwell al modificar la ley de Ampère, que se estudió en el capítulo 30. Después se explican las ecuaciones de Maxwell, que forman la base teórica de todos los fenómenos electromagnéticos. Estas ecuaciones predicen la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan en el espacio con la rapidez de la luz *c*. Heinrich Hertz confirmó la predicción de Maxwell cuando generó y detectó ondas electromagnéticas en 1887. Este descubrimiento condujo a muchos sistemas de comunicación prácticos, incluidos radio, televisión, radar y optoelectrónica. Aprenderá cómo las cargas eléctricas oscilantes generan ondas electromagnéticas. Las ondas radiadas por cargas oscilantes pueden detectarse a grandes distancias. Además, porque las ondas electromagnéticas transportan energía y cantidad de movimiento, pueden ejercer presión sobre una superficie. Este capítulo concluye con un vistazo a la amplia gama de frecuencias cubiertas por las ondas electromagnéticas.

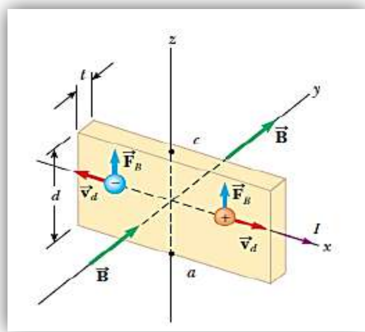
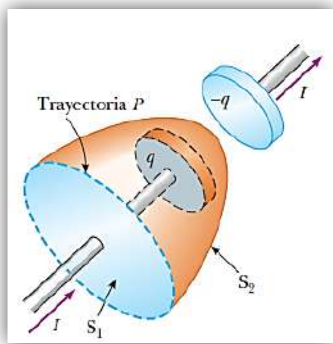
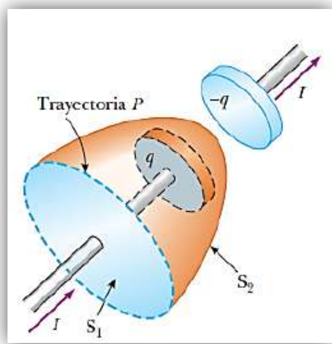


Fig.13. 9 Dos superficies S1 y S2 cerca de la placa de un capacitor están limitadas por la misma trayectoria P. La corriente de conducción en el alambre pasa solamente a través de S1, lo que conduce a una contradicción en la ley de Ampère que sólo se resuelve si uno postula una corriente de





Pb	**7.18**
Hg	4.15
Sn	3.72
Al	1.19
Zn	0.88

Tabla N° 13.1 Electricidad y Magnetismo

TEMPERATURAS CRÍTICAS DE VARIOS SUPERCONDUCTORES	
MATERIAL	**T_e (K)**
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$	134
Tl-Ba-Ca-Cu-O	125
Bi-Sr-Ca-Cu-O	105
$YBa_2Cu_3O_7$	92
Nb_3Ge	23.2
Nb_3Sn	18.05
Nb	9.46
Pb	7.18
Hg	4.15
Sn	3.72
Al	1.19
Zn	0.88

CONSTANTES DIELÉCTRICAS Y RESISTENCIAS DIELÉCTRICAS APROXIMADAS DE DIVERSOS MATERIALES A TEMPERATURA AMBIENTE		
MATERIAL	**CONSTANTE DIELÉCTRICA K**	**INTENSIDAD DIELÉCTRICA**
Aceite de silicón	2.5	15
Agua	80	-
Aire (seco)	1.00059	3
Baquelita	4.9	24
Cloruro de polivinilo	3.4	40
Cuarzo fundido	3.78	8
Hule de neopreno	6.7	12
Mylar	3.2	7

Formulario Nº 13. Electricidad y Magnetismo

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
$F_e = k_e \frac{\lvert q_1 \rvert \lvert q_2 \rvert}{r^2}$	Ley de Coulomb
$ke = 8.9876 \text{ X } 10^9 \text{ N} * \text{m}^2/\text{C}^2$	Constante de Coulomb
$k_e = \frac{1}{4\pi\, \varepsilon_0}$	Otra expresión de la constante de Coulomb
$J = \frac{I}{A} = nqv_d$	Densidad de corriente

EXPERIMENTO DE MAGNETISMO DEL IMÁN Y LA VELA

Materiales:

- 1 vela
- 1 imán
- 1 encendedor

Procedimiento:

Primero enciende la vela. Observa la llama unos segundos y registra lo que sucede. Luego toma el imán y lentamente, acércalo una y otra vez a la llama. Observa qué sucede ahora y verás que la llama modifica su forma de acuerdo a cómo se acerca el imán. También podrás hacer que la llama se estire hacia arriba si colocas dos imanes en lugares opuestos de la llama.

Explicación:

Toda materia tiene propiedades magnéticas, aunque en muchos casos el efecto del magnetismo es muy débil como para poderlo observar a simple vista. Hasta el fuego de una vela encendida o, mejor dicho, el gas que produce una vela encendida, tiene un efecto magnético. Lo que ocurre aquí es que el oxígeno en el aire es atraído por el imán mientras que el oxígeno es eliminado por la reacción química que enciende la llama.

***EXPERIMENTO DE BATERÍA DE ELECTRICIDAD CON LIMONES**

Materiales:

- Limones.
- Tornillos.
- Monedas con alto contenido en cobre.
- Cable de cobre
- Tijera

OPCIONAL:

- Multímetro.
- Luz LED.

Procedimiento:

Conseguir nuestra pila de limones es muy sencillo. Con la tijera practicamos dos cortes en los dos extremos del limón. Por uno introducimos un tornillo y por el otro la moneda de cobre. De esta manera tenemos la pila de limones.

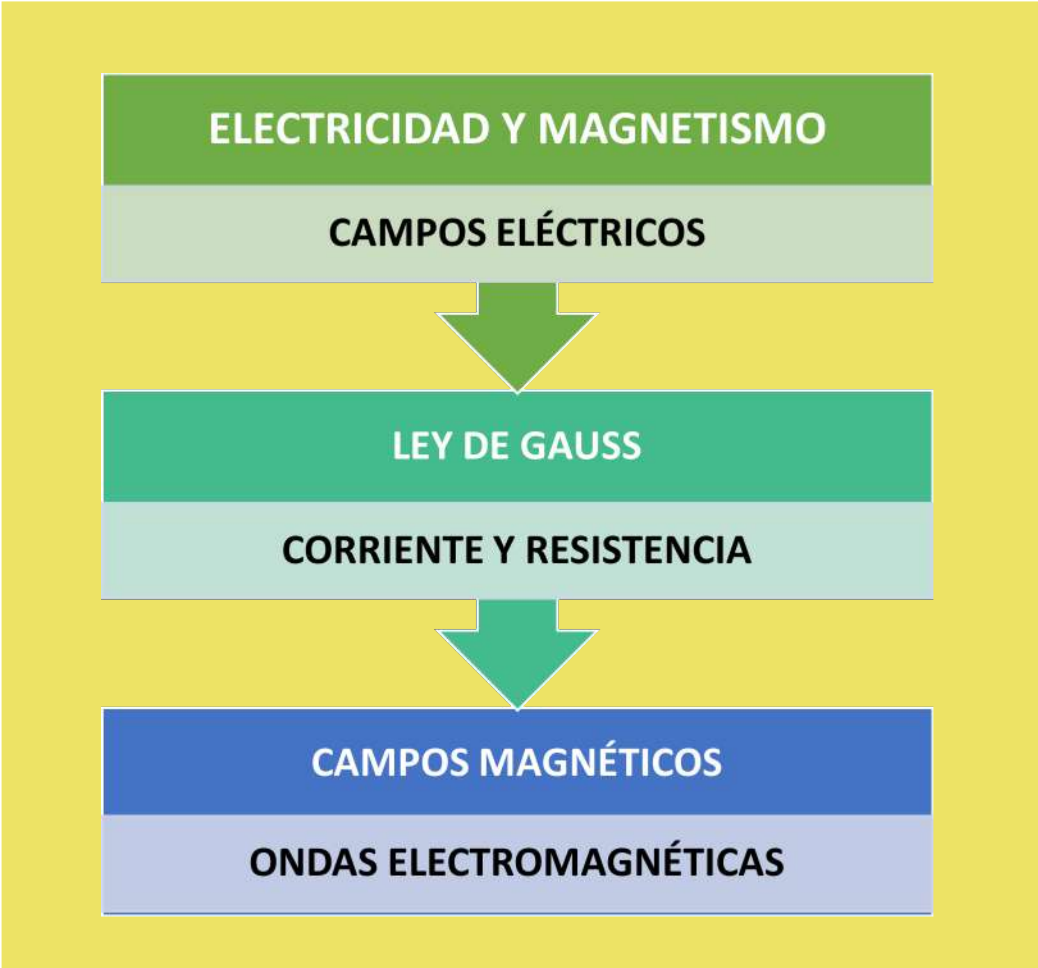
Esta pila alcanza más o menos siempre 1v por lo que será necesario por lo menos unas 3 pilas para poder iluminar un led.

Explicación:

El funcionamiento es muy similar a la pila de monedas, pero en este caso introducimos un metal galvanizado (tornillo), que no es más que un metal que recubre a otro (zinc sobre hierro), y una moneda con alto contenido en cobre en el jugo de limón, actuando de electrolito, favoreciendo una transmisión de electrones.

En esta reacción redox, el tornillo cede electrones (siendo este el reductor) a la moneda de cobre (que es el oxidante) generando así una pequeña corriente eléctrica. Esta reacción durará hasta que se haya disuelto todo el zinc.

OrganizadorGráfico Nº 13. Electricidad y Magnetismo



Ejercicios Resueltos Nº 13. Electricidad y Magnetismo

Ejercicio Nº 1

Una tira de cobre rectangular de 1.5 cm de ancho y 0.10 cm de grosor porta una corriente de 5.0 A. Encuentre el voltaje Hall para un campo magnético de 1.2 T aplicado en una dirección perpendicular a la tira.

$$\Delta V_h = \frac{IB}{nqt} = \frac{(5.0\ A)\ (1.2\ T)}{(8.46\ X\ 10^{28}m^{-3})(1.6\ X\ 10^{-19}C)(0.0010m)}$$

$$\Delta V_h = 0.44\ \mu V$$

Ejercicio Nº 2

Una bobina rectangular con dimensiones de 5.40 cm x 8.50 cm consiste en 25 vueltas de alambre y conduce una corriente de 15.0 mA. Se aplica un campo magnético de 0.350 T paralelo al plano de la bobina. Calcule la magnitud del momento dipolar magnético de la bobina.

$$\mu_{bobina} = NI\ = (25)(15.0\ x\ 10^{-3}\ A)(0.054o\ m)(0.0850\ m)$$

$$= 1.72\ x10^{-3}\ A * m^2$$

Ejercicio Nº 3

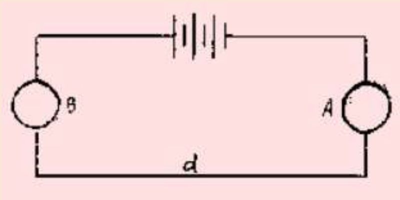
Una bobina rectangular con dimensiones de 5.40 cm x 8.50 cm consiste en 25 vueltas de alambre y conduce una corriente de 15.0 mA. Se aplica un campo magnético de 0.350 T paralelo al plano de la bobina. ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión que actúa sobre la espira?

$$T = \ \mu_{bobina}B = (1.72\ x\ 10^{-3}\ A * m^2)(0.350T)$$

$$= 6.02\ x10^{-4}\ N * m$$

Ejercicio Nº 4

Dos esferas conductoras de radio r, situadas a una distancia d >> r, se conectan a una batería de ε V. Calcular la carga que adquieren.



$$Vb = K \cdot qBr - K \cdot qBd = K \cdot qB(\frac{1}{r} - \frac{1}{d})$$

$$VA = -K \cdot qA(\frac{1}{r} - \frac{1}{d})$$

$$qA = qB \Rightarrow VB - VA = 2K \cdot q(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}) = \varepsilon$$

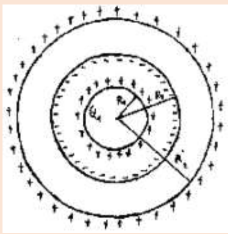
$$q = \frac{\varepsilon}{2K} \times 1(\frac{1}{r} - \frac{1}{d})$$

$$q = \varepsilon \cdot \frac{r}{2K}$$

Ejercicio Nº 5

Una esfera conductora de radio R1 tiene una carga Q1. Se rodea de otra de radios R2 y R'2. Calcular los potenciales de las dos esferas respecto del infinito y los nuevos potenciales si la esfera exterior se une a tierra.

Calcular el trabajo del campo electrostático durante la formación de la esfera hueca a partir de los dos hemisferios situados a gran distancia.



$$V1 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon 0} + (\frac{Q1}{R1} - \frac{Q1}{R2} + \frac{Q1}{R'2})$$

$$V_2 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{R'_2};\ V'_2 = 0$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot V$$

$$W=\frac{1}{2}\cdot Q_1(V_1-V_2)=\frac{Q_1}{8\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{R_1}-\frac{Q_1}{R_2}+\frac{Q_1}{R'_2}\right)-$$

$$-\frac{Q1}{8\cdot\pi\cdot\varepsilon0}\cdot\frac{Q1}{R'2}=\frac{Q1}{8\cdot\pi\cdot\varepsilon0}\left(\frac{Q1}{R1}-\frac{Q1}{R2}\right)$$

<u>Ejercicio Nº 6</u>

¿Qué tensión puede soportar y que carga admite un condensador plano, si la superficie de sus placas es de 0,1 m² y la distancia 2 mm y el espacio entre las armaduras está ocupado por una lámina de mica de rigidez 108 V/m y permisividad relativa 7?

$$C=\frac{Q}{V}=\varepsilon0\varepsilon r\cdot\frac{S}{d}$$

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon0}=\frac{Q}{S\cdot\varepsilon0}$$

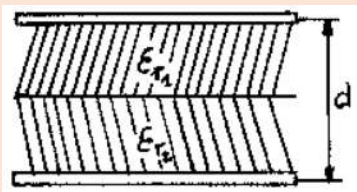
$$108\left(\frac{V}{m}\right)=\frac{Q}{S}\cdot\varepsilon0=\frac{Q}{0{,}1m2\times 8{,}85\times 10^{-12}Far/m}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q=8{,}85\times 10^{-5}Cul$$

$$C=\frac{Q}{V}=\varepsilon0\varepsilon r\cdot\frac{S}{d}\Rightarrow V=Q\cdot\frac{d}{S\cdot\varepsilon0\varepsilon r}=2{,}85\times 10^{4}\ Voltios$$

<u>Ejercicio Nº 7</u>

Calcular la capacidad de los condensadores representados en las figuras adjuntas.



El primer sistema equivale a dos condensadores en serie; por lo tanto, tendremos:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C1}+1C2=\frac{\frac{d}{2}}{S\cdot\varepsilon0\cdot\varepsilon r1}+\frac{\frac{d}{2}}{s\cdot\varepsilon0\cdot\varepsilon r2}+=\frac{d(\varepsilon r1+\varepsilon r2)}{2\cdot S\cdot\varepsilon0\varepsilon r1\varepsilon r2}$$

Y la capacidad del condensador será:

$$C = \frac{2 \cdot S\ \varepsilon 0 \varepsilon r1 \varepsilon r2}{d(\varepsilon r1 + \varepsilon r2)}$$

El segundo sistema equivale a una asociación en paralelo y, por tanto:

$$C = C1 + C2 = \varepsilon 0 \cdot \varepsilon r1 \cdot \left(\frac{S}{2}\right) d + \varepsilon 0 \cdot \varepsilon r2 \cdot \left(\frac{S}{2}\right) d = \frac{\varepsilon 0 S(\varepsilon r1 + \varepsilon r2)}{2d}$$

Ejercicio Nº 8

Las armaduras de un condensador plano distan 1 cm y su capacidad es de 1 nF. Si se coloca a una tensión de 200 KV, calcular el trabajo para separar las armaduras hasta una distancia de 2 cm, en los casos:

a) Si las armaduras están aisladas

b) Si las armaduras están unidas a la fuente de tensión.

En cada una de las posiciones el condensador tendrá una capacidad distinta pues esta depende de la distancia entre las placas. Así pues, el trabajo para separar las armaduras en el primer caso es:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q2}{C2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{Q2}{C1} = \frac{1}{2} \cdot Q2(\frac{1}{C2} - \frac{1}{C1})$$

$$C1 = \varepsilon \frac{S}{d1}; C2 = \varepsilon \frac{S}{d2} \Rightarrow \varepsilon S = C1d1 = C2d2 \Rightarrow C2 = (\frac{d1}{d2})C1$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q2\left(\frac{1}{C2} - \frac{1}{C1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q2}{C1}(\frac{d2}{d1} - 1)$$

$$C = 1nF = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{200KV} = 10^{-9}F \Rightarrow Q = 2\times 10^{-4} cul$$

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q2}{C1} + +\left(\frac{d2}{d1} - 1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2\times 10^{-4} cul)^2}{10^{-9}\ F}\right)(\frac{2}{1} - 1) = 20J$$

Para calcular el trabajo a realizar en el segundo caso, debemos considerar que la batería desarrolla trabajo sobre el condensador y, por lo tanto, tendremos:

δL = trabajo mecánico

δW = trabajo transferido de la batería al condensador = - V.dq

δU = variación de energía electrostática

$$\delta U = \delta L - \delta W \Rightarrow \delta L = \delta U + \delta W \Rightarrow dL = dU + dW$$

La diferencial de energía electrostática como función de la capacidad, la podemos obtener por la relación:

$$U = \frac{1}{2} \cdot CV2 \Rightarrow dU = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC$$

$$W = -V \cdot q \Rightarrow dW = -V \cdot dq$$

$$q = C \cdot V \Rightarrow dq = V \cdot dC$$

$$dW = -V2 \cdot dC$$

$$dL = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC - V2 \cdot dC = -\frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC$$

$$\triangle L = \int (L1L2) dL = \int (C1C2) - \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC \Rightarrow$$

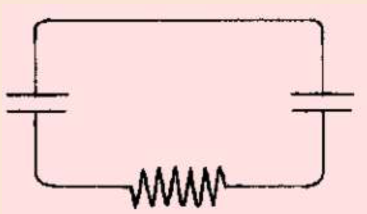
$$\Rightarrow \triangle L = -\frac{1}{2} V2(C2 - C1) = \frac{1}{2} V2(C1 - C2)$$

$$\triangle L = \frac{1}{2} V2(C1 - C2) = \frac{1}{2} V2(C1 - \frac{d1}{d2} \cdot C1) =$$

$$= \frac{1}{2} V2C1(1 - \frac{d1}{d2}) = 10\, J.$$

Ejercicio Nº 9

Dos condensadores de capacidades C_1 y C_2 y cargas Q_1 y Q_2 se ponen en contacto a través de una resistencia de valor r. Comparar la tensión final con las iniciales V_1 y V_2, así como la energía final, W', y la inicial, W. Determinar la carga que atraviesa la resistencia.



Antes de conectar los condensadores entre sí, podemos establecer las relaciones:

$$Q1 = V1 \cdot C1\, ; Q2 = V2 \cdot C2$$

Cuando se conectan y se alcanza el equilibrio, la carga total no varía y la diferencia de potencial entre las placas es la misma para ambos condensadores:

$$Q'1 + Q'2 = Q1 + Q2; Q'1 = V \cdot C1; Q'2 = V \cdot C2$$

Podemos poner entonces, al estar los condensadores en paralelo:

$$V = \frac{Q'1}{C1} = \frac{Q'2}{C2} = \frac{Q'1 + Q'2}{C1 + C2} = \frac{Q1 + Q2}{C1 + C2} += \frac{C1V1 + C2V2}{C1 + C2}$$

De esas mismas relaciones podemos obtener:

$$Q'1 = \frac{C1}{C1 + C2}(Q1 + Q2); \qquad Q'2 = \frac{C2}{C1 + C2} + (Q1 + Q2)$$

La energía electrostática del sistema valdrá en cada caso:

$$W = \frac{1}{2}(C1 \cdot V21 + C2 \cdot V22); \qquad W' = \frac{1}{2}(C1 + C2) \cdot V2$$

Y, según eso, la variación de energía del sistema será:

$$\vartriangle W = W' - W = \frac{1}{2}(C1 + C2)V2 - \frac{1}{2}(C1V21 + C2V22)$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{C1C2}{C1 + C2}$$

La carga que atraviesa la resistencia vendrá dada por:

$$\vartriangle Q1 = - \vartriangle Q2 = C1V - C1V1 =$$

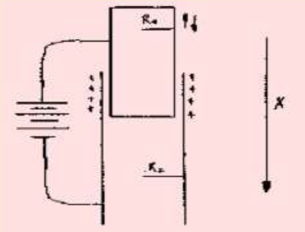
$$C1 \cdot \frac{C1V1 + C2V2}{C1 + C2} - C1V1 = \frac{C1 \cdot C2}{C1 + C2}(V2 - V1)$$

Ejercicio Nº 10

Los dos cilindros coaxiales de un condensador tienen radios R_1 y R_2 y están conectados a los polos de un generador de tensión V y resistencia interna despreciable. Calcular:

a) La fuerza con que se atraen las armaduras

b) La corriente que circula por el generador, si un dispositivo mecánico provoca un movimiento sinusoidal de la armadura interna con una frecuencia w y una amplitud a.



Hasta que se alcance el equilibrio, la diferencia de potencial entre las placas es constante pero varía la capacidad y, por consiguiente, la carga del condensador.

En un instante determinado, cuando la carga almacenada por el condensador es Q y su capacidad C, la energía del sistema vale:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q2}{C} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot V = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V2$$

$$dW = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC$$

$$Q = C \cdot V \Rightarrow dQ = V \cdot dC; W' = Q \cdot V \Rightarrow dW' = V2 \cdot dC$$

$$dL = -(dW - dW') = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC$$

dL=Fx·dx

$$dL = Fx \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot dC \Rightarrow Fx = \frac{1}{2} \cdot V2 \cdot \frac{dC}{dx}$$

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot x}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)} \Rightarrow dC = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot dx}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)} + \Rightarrow \frac{dC}{dx} + = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)}$$

$$Fx = 12 \cdot V2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{ln\left(\frac{R2}{R1}\right)} \cdot V2$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dC}{dt} \cdot V = \frac{dC}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot V$$

$$x = x_0 + a \cdot sin(\omega t + \phi) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = a \cdot \omega \cdot cos(\omega t + \phi)$$

$$I = V \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot a \cdot \omega \cdot cos(\omega t + \phi) = I_0 \cdot cos(\omega t + \phi)$$

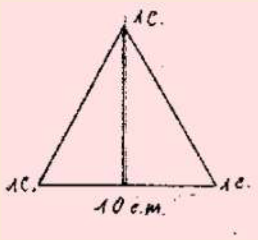
<u>Ejercicio Nº 11</u>

Se tienen tres cargas eléctricas iguales de 1 culombio cada una y se colocan en los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado. Calcular:

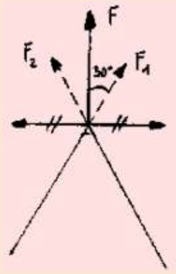
a) La fuerza sobre cada carga y la energía potencial de cada una de ellas como resultado de las interacciones con las otras.

b) El campo y el potencial eléctrico resultante en el centro del triángulo

c) La energía potencial interna del sistema



Puesto que todas las cargas son iguales, podemos ver que la fuerza sobre cada carga llevará la dirección de la bisectriz que parte del vértice en que se encuentra la carga.



Cada una de estas fuerzas será debida a dos componentes que llevarán las direcciones de los lados que concurren en el vértice en que se encuentra la carga. Cada componente vale:

$$F = K(\frac{Q}{r})^2 = 9\times 10^9 \times \frac{(1)}{(0,1)^2} = 9\times 10^{11} Nw$$

$$Ft = F1cos30 + F2cos30 = 2 \cdot F \cdot cos30 = 2\times 9\times 1011\times \frac{\sqrt{3}}{2} Nw$$

$$Ep = V \cdot q = (1{,}8{\times}10^{11}\ Voltios){\times}1\ Culombio = 1{,}8{\times}10^{11} J.$$

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow E \cdot q = F = 0 \Rightarrow E = 0$$

$$V = \sum(i = 1)\, \frac{1}{4 \cdot \pi\varepsilon} + {\times} \frac{qi}{ri} = 4{,}5{\times}10^{11}\ Voltios$$

$$\frac{1}{2}\sum(i = 1)\ qjVj = 2{,}7{\times}10^{11}\ Julios$$

<u>Ejercicio Nº 12</u>

Determinar el campo eléctrico generado por un dipolo, en un punto lo suficientemente alejado del mismo.

Un dipolo eléctrico está constituido por dos cargas eléctricas de igual magnitud y signo contrario, situadas a pequeña distancia.

Sabiendo que en cualquier punto del campo, la componente del campo en cierta dirección es igual al gradiente, cambiado de signo, del potencial en dicho punto, vamos a calcular primero el potencial en un punto P, para determinar después el campo.

Sea r la distancia del punto P al centro del eje del dipolo y θ el ángulo que forma r con dicho eje.

Cada una de estas fuerzas será debida a dos componentes que llevarán las direcciones de los lados que concurren en el vértice en que se encuentra la carga. Cada componente vale:

$$= K(\frac{Q}{r})^2 = 9{\times}10^9{\times}\frac{(1)}{(0{,}1)^2} = 9{\times}10^{11} Nw$$

$$Ft = F1cos30 + F2cos30 = 2 \cdot F \cdot cos30 = 2{\times}9{\times}1011{\times}\frac{\sqrt{3}}{2} Nw$$

$$V = \frac{\sum(i = 1)(1)}{4 \cdot \pi\varepsilon 0}{\times}\frac{qi}{ri} = 2{\times}9{\times}10^9{\times}\frac{1}{0{,}1} = 1{,}8{\times}10^{11} V.$$

$$Ep = V \cdot q = (1{,}8{\times}10^{11}\ Voltios){\times}1\ Culombio = 1{,}8{\times}10^{11} J.$$

$$FE = \frac{F}{q} \Rightarrow E \cdot q = F = 0 \Rightarrow E = 0$$

$$V = \sum(i = 1)\frac{1}{4 \cdot \pi\varepsilon} + \times \frac{qi}{ri} = 4{,}5\times10^{11}\ Voltios$$

$$\frac{1}{2}\sum(i = 1)\ qjVj = 2{,}7\times10^{11}\ Julios$$

Ejercicio Nº 12

Determinar el campo eléctrico generado por un dipolo, en un punto lo suficientemente alejado del mismo.

Un dipolo eléctrico está constituido por dos cargas eléctricas de igual magnitud y signo contrario, situadas a pequeña distancia.

Sabiendo que en cualquier punto del campo, la componente del campo en cierta dirección es igual al gradiente, cambiado de signo, del potencial en dicho punto, vamos a calcular primero el potencial en un punto P, para determinar después el campo.

Sea r la distancia del punto P al centro del eje del dipolo y θ el ángulo que forma r con dicho eje.

$$E = \sqrt{E2r} + E2\theta = \frac{k.p}{r3} + \sqrt{}4 \cdot cos2\theta + sin2\theta$$

$$tan\phi = \frac{E\theta}{Er} = \frac{k \cdot p \cdot \frac{sin\theta}{r3}}{2 \cdot k \cdot p \cdot \frac{cos\theta}{r3}} = \frac{sin\theta}{2 \cdot cos\theta} = \frac{1}{2} \cdot tan\theta$$

Ejercicio Nº 13

Calcula la intensidad de la corriente que alimenta a una lavadora de juguete que tiene una resistencia de 10 ohmios y funciona con una batería con una diferencia de potencial de 30 V.

Para darle solución a este problema, basta con retomar los datos del problema que en este caso sería la resistencia de 10 Ohmios, y una tensión de 30 Volts, por lo que tendríamos.

$$R = 10\Omega$$

$$V = 10V$$

$$i =$$

El problema nos pide la corriente, por lo que tendremos que aplicar la ley del ohm, para hallarla.

$$i = \frac{V}{R} = \frac{30V}{10\Omega} = 3A$$

Ejercicios Propuestos Nº 13. Electricidad y Magnetismo

- Considere un electrón cerca del ecuador de la Tierra. ¿En qué dirección tiende a desviarse si su velocidad está dirigida haciaa) abajo, b) el norte, c) el oeste o d) el sureste?

- Un electrón se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético constante de magnitud 1.00 mT. El momentum angular del electrón en relación con el centro del círculo es 4.00 10^{-25} kg * m^2/s. Determine a) el radio de la trayectoria circular y b) la rapidez delelectrón.

- Un electrón choca en forma elástica con unsegundo electrón que está inicialmente en reposo. Después de lacolisión, los radios de sus trayectorias son 1.00 cm y 2.40 cm. Lastrayectorias son perpendiculares a un campo magnético uniformede magnitud 0.044 0 T. Determine la energía (en keV) del electrónincidente.

Cuestionario Nº 13. Electricidad y Magnetismo

Señala la respuesta correcta

¿Quién fue el que determinó que existen dos tipos de cargas eléctricas

a) Benjamín Franklin

b) Albert Einstein

c) Isaac Newton

d) Stephen Hacking

¿Qué son los conductos eléctricos?

a) El sistema de cargas espaciadas en forma compacta es equivalente a una carga total que es distribuida de forma continua a lo largo de alguna línea

b) Los conductores eléctricos son aquellos materiales en los cuales algunos de los electrones son libres, no están unidos a átomos y pueden moverse con libertad a través del material.

c) La propagación de perturbaciones mecánicas.

d) Cargas en movimiento a través de un área.

Responde correctamente cada una de las siguientes preguntas

1. ¿Qué papel desempeñan las leyes de la electricidad y del magnetismo?
2. ¿Qué hizo Charles Coulomb para establecer la ley de Coulomb?
3. ¿Qué son los conductos eléctricos?
4. ¿Cuándo se produce el efecto de Hall?
5. ¿Qué se puede hacer con las agujas de la brújula?
6. ¿Cuáles podrían ser ejemplos de semiconductores eléctricos?
7. ¿Qué son las ondas electromagnéticas?

Bibliografía

1. Alonso, M. & Acosta, V. (1983). Introducción a la física: mecánica - calor (tomo 1). Bogotá [Colombia]: Publicaciones cultural. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
2. Alonso, M. & Acosta, V. (1983). Introducción a la física: óptica, acústica, electromagnetismo (tomo 2). Bogotá [Colombia]: Publicaciones cultural. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
3. Alonso, M. & Onofre, O. (1987). Física: Campos y ondas. México D.F. [México]: Addison-Wesley Iberoamericana. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
4. Alvarenga, 1979. Fisica General, Disponible en la biblioteca de la facultad de Inngenieria civil.
5. Riberio A. - Alvarenga B., (1998) Física general, Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
6. Becerril Albarrán, J. (1994). Introducción a la física y a la química (3ra. ed.). Estados Unidos: Oxford University press. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
7. Blatt, F. J. (1991) *Fundamentos de Física.* Tercera edición. México: Prentice Hall Hispanoamérica S.A. Disponible en: Casa de la Cultura Núcleo de El Oro.
8. Bueche, F. (1991). Física general. Madrid [España]: McGraw-Hill/Interamericana. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
9. García C y Diettes de GarcíaM., (1985), Física I, 1ra edición. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
10. García C y Diettes de GarcíaM., (1985) Física II, 1ra edición-. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.

11. Douglas C. Giancoli, (1988) Física General V. I, 4ta edición. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
12. Douglas C.Giancoli, (2009) Física para ciencias e ingeniería con física moderna V. II, 4ta edición. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
13. Douglas, G. (1994). Física: principios con aplicaciones (3ra. ed.). México D.F [México]: Prentice-Hall Hispanoamericana. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
14. Eisberg, R. (1988). Física: biblioteca científica y tecnológica (1ra. ed. Vol. 1). México D.F. [México]: Limusa. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
15. Eisberg, R. (1988). Física: biblioteca científica y tecnológica (1ra. ed. Vol. 2). México D.F. [México]: Limusa. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
16. Eisberg, R. (1988). Física: biblioteca científica y tecnológica (1ra. ed. Vol. 3). México D.F. [México]: Limusa. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
17. Eisberg, R. (1988). Física: biblioteca científica y tecnológica (1ra. ed. Vol. 4). México D.F. [México]: Limusa. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
18. Falder, J., Yuste, F. & Ramos, J. (1979). Física y química: rama agraria (2da. ed.). Madrid [España]: Paraninfo. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
19. Gamón, G y Mcleveland J., (1975). Física, 1ra edición, Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
20. Giancoli, GiancoliD. C., (2009) Física 2 Principios con aplicaciones, 6ta edición-. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
21. Hanzen Wayne, E. & Pidd, R. (1969). Física. Bogotá [Colombia]: Norma. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.

22. MckelveyJohn P. (1817), Física para Ciencias e Ingeniería V.II, 1ra edición-. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil
23. Maiztegui A.; Sabato, J.(1977)*Introducción a la Física.* Argentina: Kapelusz S.A. Disponible en: Casa de la Cultura Núcleo de El Oro.
24. Moncada Piedra, G. (1995). Física: Conceptos básicos. México: McGraw - Hill. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
25. Resnick, R., Halliday, D., & Kenneth, K. (1995). Física 1 (4ta. ed., Vol.1). México: Compañía editorial continental. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
26. Sears, F. (1974). Física general. Madrid [España]: Aguilar. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
27. Sears, Zemansky – Física Universitaria – 12edicion – Vol.2 Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil
28. Sears-Zemansky-Young, (1952) Física, 12va edición. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
29. Serway, R. (1993). Física (3ra. ed., tomo1). México: McGraw – Hill. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
30. Serway, R. (1993). Física (3ra. ed., tomo2). México: McGraw – Hill. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
31. Serway, R.; Faughtn, J. (2010) .*Fundamentos de Física.* Volumen 2. Disponible en: Casa de la Cultura Núcleo de El Oro.
32. Serway-JewEtt – FÍSICA para ciencias e ingeniería con Física Moderna Volumen 2- 7ma edición-. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil

33. Shaum, D. (1970). Física general: Teoría y problemas (1ra. ed.). Madrid [España]: McGraw-Hill/Interamericana. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
34. Tippens, P. (1988). Física: Conceptos y aplicaciones (3ra. ed.). México: McGraw - Hill. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.
35. Young H. D., Roger A. Freedman, (2013) Física Universitaria V I- 12ava edición publicada en el 2013. Disponible en la biblioteca de la facultad de Ingeniería Civil.
36. Young, H. & Roger, A. (2013). Física universitaria (13va. ed.). México D.F. [México]: Pearson Educación. Disponible en: Unidad Académica Ciencias Agropecuarias.

ISBN: 978-9942-760-66-1

FREDDY ALBERTO PEREIRA GUANUCHE

QUÍMICO INDUSTRIAL; DOCTOR EN QUÍMICA INDUSTRIAL; DIPLOMA SUPERIOR EN DOCENCIA UNIVERSITARIA UTMACH. MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LA FÍSICA ESCUELA POLITÉCNICA DEL LITORAL ESPOL. DOCENTE TITULAR EN LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA UTMACH

FREDIS FRANCO PESANTEZ

QUÍMICO INDUSTRIAL; DOCTOR EN QUÍMICA INDUSTRIAL; DIPLOMA SUPERIOR EN DOCENCIA UNIVERSITARIA UTMACH. MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LA FÍSICA ESCUELA POLITÉCNICA DEL LITORAL ESPOL DOCENTE TITULAR EN LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA UTMACH

KENNYA SELENE RUIZ VEINTIMILLA

BIOQUÍMICA FARMACEUTICA; DOCTORA EN BIOQUÍMICA Y FARMACIA; DOCENTE EN EL DEPARTAMENTO DE NIVELACIÓN Y ADMISIÓN DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA UTMACH

KENNYA MARÍA PEREIRA RUIZ

BIOQUÍMICA FARMACEUTICA; DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA UTMACH