

Omar Cevallos Muñoz  
Jorge Guadalupe  
Luis Espinoza  
Cristhian Vallejo

# Física Experimental I: mecánica básica



compAs  
Grupo de capacitación e investigación pedagógica





## **Física experimental I: mecánica básica**

---

*Autores:*

**Omar Arturo Cevallos Muñoz  
Jorge Luis Guadalupe Almeida  
Luis Felipe Espinosa Delgado  
Cristian Alejandro Vallejo Sinchiguano**

Física experimental I: mecánica básica

Autores.

Omar Arturo Cevallos Muñoz  
Jorge Luis Guadalupe Almeida  
Luis Felipe Espinosa Delgado  
Cristian Alejandro Vallejo Sinchiguano

Docentes de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo



Primera edición: noviembre 2018

© Universidad Técnica Estatal de Quevedo 2018  
© Ediciones Grupo Compás 2018

ISBN: 978-9942-33-086-4

Diseño de portada y diagramación: Grupo  
Compás

Este texto ha sido sometido a un proceso de  
evaluación por pares externos con base en la  
normativa del editorial.

Quedan rigurosamente prohibidas, bajo las  
sanciones en las leyes, la producción o  
almacenamiento total o parcial de la presente  
publicación, incluyendo el diseño de la portada,  
así como la transmisión de la misma por  
cualquiera de sus medios, tanto si es electrónico,  
como químico, mecánico, óptico, de grabación  
o bien de fotocopia, sin la autorización de los  
titulares del copyright.

Guayaquil-Ecuador 2018

Cita.

Cevallos, O, Guadalupe, J, Espinoza, L, Vallejo, C (2018) Física experimental I: mecánica  
básica, Editorial Grupo Compás, Guayaquil Ecuador, 82 pag

4.1. OBJETIVO GENERAL	42
4.2. OBJETIVO ESPECÍFICO	42
4.3. TEORÍA	42
4.4. EQUIPO Y MATERIALES	42
4.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA.	43
<b>PRÁCTICA No. 5</b>	<b>49</b>
TEMA: MOVIMIENTO DE PROYECTILES	49
5.1. OBJETIVO GENERAL	49
5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	49
5.3. TEORIA	49
5.4. MATERIALES	50
5.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA.	51
<b>PRÁCTICA NO. 6</b>	<b>52</b>
TEMA: MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME	52
6.1. OBJETIVO GENERAL	52
6.2. OBJETIVO ESPECÍFICO	52
6.3. TEORÍA	52
6.4. MATERIALES	53
6.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA.	53
<b>PRÁCTICA N°. 7</b>	<b>55</b>
TEMA: SEGUNDA LEY DE NEWTON	55
7.1. OBJETIVO GENERAL	55
7.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	55
7.3. TEORÍA	55
7.4. MATERIALES	58
7.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA	58
<b>PRÁCTICA N°. 8</b>	<b>61</b>
TEMA: FUERZA CENTRIPETA	61
8.1. OBJETIVO GENERAL	61
8.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	61
8.3. TEORÍA	61



8.4. MATERIALES _____	64
8.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA _____	64
<b>PRÁCTICA N°. 9 _____</b>	<b>616</b>
TEMA: MOMENTO DE INERCIA _____	66
9.1. OBJETIVO GENERAL _____	66
9.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS _____	66
9.3. TEORÍA _____	66
9.4. MATERIALES _____	67
9.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA _____	67
<b>PRÁCTICA N°. 10 _____</b>	<b>69</b>
TEMA: DINÁMICA ROTACIONAL _____	69
10.1. OBJETIVO GENERAL _____	69
10.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS _____	69
10.3. TEORÍA _____	69
10.4. MATERIALES A UTILIZARSE _____	70
10.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA _____	72
<b>PRÁCTICA N°. 11 _____</b>	<b>75</b>
TEMA: TRABAJO Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA. _____	75
11.1. OBJETIVO GENERAL _____	75
11.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS _____	75
11.3. TEORÍA _____	75
11.4. MATERIALES _____	79
11.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA _____	80
<b>V. BIBLIOGRAFÍA _____</b>	<b>82</b>
<b>VI. ANEXO: Modelo de portada del informe experimental _____</b>	<b>83</b>



# I. REGLAS GENERALES

Las siguientes disposiciones aplican a todos los estudiantes matriculados en las asignaturas de Física I, II y III por lo cual es obligación que conozca las siguientes reglas.

1. El estudiante durante su registro académico escogió un horario de clases dada su disponibilidad de tiempo. Por tanto, *queda prohibido* el cambio de horario por decisión arbitraria de este.


2. La entrada a clases está permitida hasta 5 minutos después de iniciadas las 2 horas del periodo de la práctica.

3. Por obligación, semanalmente el estudiante debe descargar el material correspondiente de la plataforma SICAU y desarrollar las actividades propuestas.

4. El curso se desarrolla en una sesión de dos horas por semana, la asistencia a clases es obligatoria, el estudiante reprobará la materia si tiene más del 20% de faltas.


## Calificación


<b>Prueba de entrada</b>	<b>2 puntos</b>
<b>Reporte</b>	<b>4 puntos</b>
<b>Lección General</b>	<b>4 puntos</b>
<b>TOTAL</b>	<b>10 puntos</b>

 **Prueba de entrada (2 puntos):** El estudiante cuenta con 10 minutos a partir del inicio de la sesión para su desarrollo, la cual consistirá en preguntas de opciones múltiples basadas en el documento de cada práctica.



En esta lección el estudiante DEBE obtener una nota igual o superior a *Uno dos décimas (1,2)* para poder realizar la práctica y el reporte. Caso contrario el estudiante *debe retirarse del laboratorio* con un puntaje de cero en el Reporte y con su respectiva nota de prueba de entrada. Ejemplo: Si el estudiante obtiene 1,0 puntos en prueba de entrada entonces el tendrá la suma de 10+0 (corresponde al Reporte) finalmente en esa práctica tiene 1,0/6 puntos.

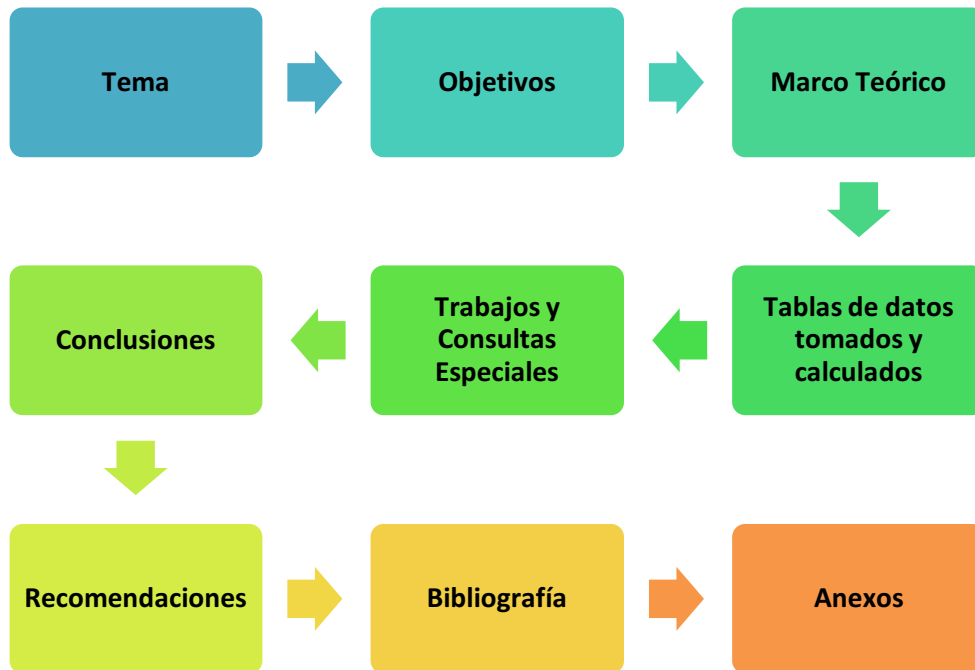
 **Reporte (4 puntos):** debe ser entregado antes que se termine el horario de la práctica, el cual debe tener el formato establecido para su calificación.

 **Lección General (4 puntos):** Será acumulativa de las prácticas correspondientes a cada parcial.

## II. INFORME DE PRÁCTICAS

El informe es individual y debe ser realizado a mano con letra legible. Únicamente la primera hoja será impresa y llenada con los datos correspondientes, el formato de la misma se indica en los anexos.

La estructura para los informes es la siguiente:



En el informe debe incluir marco teórico sobre el tema de la práctica realizada.

Los gráficos se deben realizar en papel milimetrado y deben poseer:

- 🌀 Título del gráfico
- 🌀 Nombre de la variable independiente (eje x), unidades, escala.
- 🌀 Nombre de la variable dependiente (eje y), unidades, escala.
- 🌀 Puntos correspondientes a los datos experimentales.

Curva de regresión que mejor se ajuste a los datos experimentales (tiene relación con el análisis de regresión).

Las conclusiones son obligatorias y deben tener relación con los objetivos y los resultados obtenidos. Las recomendaciones son opcionales; pero deben tener relación con el mejoramiento de la práctica.

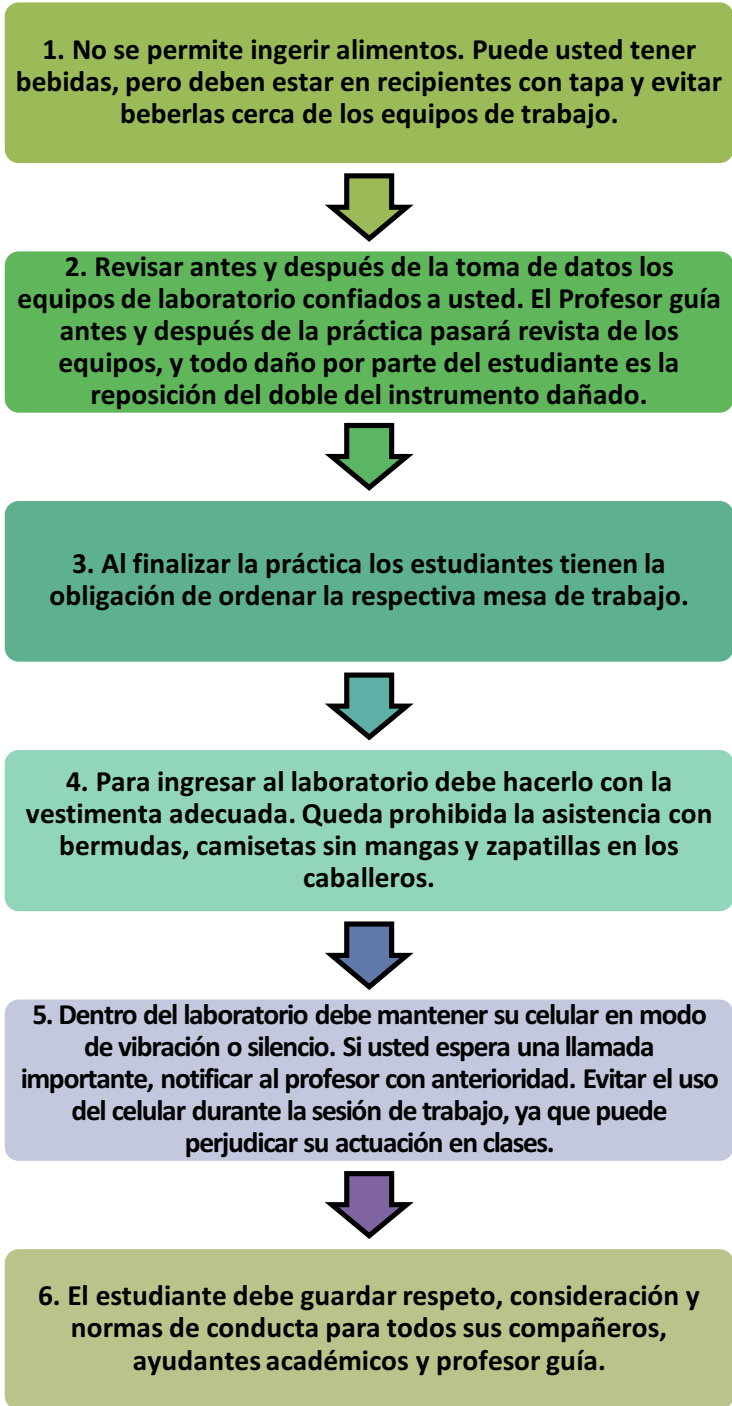
El estilo que se debe utilizar para las referencias debe ser consistente y, en lo posible, seguir las convenciones del estilo IEEE.

**QUEDA PROHIBIDO** copiar textualmente la información, ya sea de libros, revistas, papers o de páginas de internet. En caso de que en el informe se pida realizar una consulta, la misma debe ser lo más concreta y clara posible.

Los informes son realizados de forma individual, por lo tanto COPIAR no es permitido y de ser el caso se sancionara con la nota de 0 puntos a los estudiantes involucrados.



### III. DISPOSICIONES DE CONDUCTA DENTRO DEL LABORATORIO



# PRÁCTICA N°. 1

## TEMA: CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE EN LAS MEDICIONES

### 1.1. OBJETIVO GENERAL

- ✿ Aplicar correctamente la teoría de errores en las mediciones de las magnitudes de la Física que se realizan en los experimentos del laboratorio.

### 1.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- ✿ Determinar el valor de la incertidumbre a partir de los instrumentos de medición.
- ✿ Determinar el valor de la incertidumbre en mediciones indirectas.
- ✿ Comparar la medición de una magnitud realizada en forma directa y en forma indirecta.
- ✿ Determinar el valor de la incertidumbre con métodos estadísticos.

### 1.3. TEORÍA

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los siguientes factores:

- ✿ la naturaleza de la magnitud que se mide
- ✿ el instrumento de medición
- ✿ el observador
- ✿ las condiciones externas

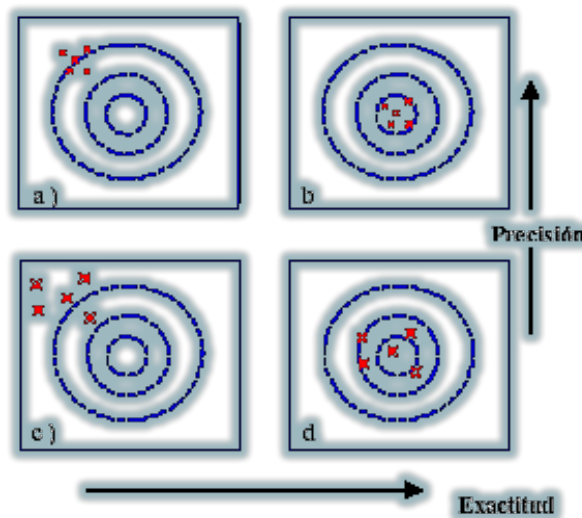
Cada uno de estos factores constituye por separado una fuente de incertidumbre y contribuye en mayor o menor grado a la incertidumbre total de la medida. La tarea de detectar y evaluar las incertidumbres no es simple e implica conocer diversos aspectos de la medición. En principio, es posible clasificar las fuentes de incertidumbres en dos conjuntos bien diferenciados, las que se deben a:

- **Errores accidentales o aleatorios** que aparecen cuando mediciones repetidas de la misma variable dan valores diferentes, con igual probabilidad de estar por arriba o por debajo del valor real. Cuando la dispersión de las medidas es pequeña se dice que la medida es precisa.

- **Errores sistemáticos** que son una desviación constante de todas las medidas ya sea siempre hacia arriba o siempre hacia abajo del valor real y son producidos, por ejemplo, por la falta de calibración del instrumento de medición.

En la figura 1 se representa el efecto de los errores sistemáticos y los errores aleatorios. Los centros de los círculos indican la posición del valor que se quiere medir y las cruces indican los valores de varias mediciones. La dispersión de los puntos se asocia a la precisión, mientras que su centro efectivo (centroide) está asociado a la exactitud. El conjunto de medidas representa una medición a) precisa pero inexacta, b) más exacta y con la misma precisión, c) menos precisa y menos exacta, d) más exacta pero menos precisa.

**La medida ideal** es aquella que tiene un 100% de exactitud y un 100% de precisión.



**Figura 1.** Ilustración esquemática de los conceptos de precisión y exactitud.

### **Incertidumbre en medidas reproducibles**

Cuando al realizar una serie de medidas de una misma magnitud se obtienen los mismos resultados, no se puede concluir que la incertidumbre sea cero; lo que sucede es que los errores quedan ocultos ya que son menores que la incertidumbre asociada al aparato de medición. En este caso, puede establecerse un criterio simple y útil: cuando las medidas son



reproducibles, se asigna una incertidumbre igual a la mitad de la división más pequeña del instrumento, la cual se conoce como resolución.

Por ejemplo, si al medir con un instrumento graduado en mililitros repetidas veces el volumen de un recipiente se obtiene siempre 48 ml, la incertidumbre será 0.5 ml, lo que significa que la medición está entre 47.5 a 48.5 ml, a éste se le conoce como intervalo de confianza de la medición y su tamaño es el doble de la incertidumbre. Esto generalmente se aplica cuando se trata de aparatos de medición tales como reglas, transportadores, balanzas, probetas, manómetros, termómetros, etc.

### **Incertidumbre en medidas no-reproducibles**

Cuando se hacen repeticiones de una medida y estas resultan diferentes, con valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , surgen las preguntas:

- ✿ ¿Cuál es el valor que se reporta?
- ✿ ¿Qué incertidumbre se asigna al valor reportado?

La respuesta a estas preguntas se obtiene a partir del estudio estadístico de las mediciones, el cual debe arrojar la tendencia central de las mediciones y su dispersión.

### **Medidas de tendencia central**

La medida más común de la tendencia central de una muestra o conjunto de mediciones está dada por el promedio o media aritmética. Sin embargo, algunas veces este valor no basta y es necesario calcular otras variables estadísticas que ayuden a analizar el resultado de una medición. Estas variables estadísticas son la mediana y la moda.

**El promedio**  $\bar{x}$  de una muestra o conjunto de mediciones está dado por:

$$\bar{x} = \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

**La mediana** es el valor de la medición que divide la muestra en dos mitades: una mitad son aquellas mediciones menores a la mediana y la otra mitad es el conjunto de mediciones

mayores que la mediana. Suponiendo que la muestra está ordenada de menor a mayor y cuando la muestra tiene un número impar de elementos, la mediana está dado por

$$mediana = \frac{x_{N+1}}{2}$$

Si la muestra tiene un número par de mediciones, la mediana está dada por:

$$mediana = \frac{\frac{x_N}{2} + \frac{x_{N+1}}{2}}{2}$$

**La moda** es la medición que ocurre con mayor frecuencia. Se destaca el hecho de que en un conjunto de mediciones puede haber más de una moda.

Nota: Cuando el conjunto de mediciones es simétrico, el promedio y la mediana coinciden, sí además, los datos tienen una sola moda, se dice que los datos son unimodales y la mediana, la moda y el promedio tienen el mismo valor. Cuando la mediana no coincide con el promedio, los datos están cargados o sesgados hacia la izquierda o hacia la derecha del promedio.

### **Medidas de dispersión**

La tendencia central no es suficiente para determinar el resultado de una medición, además es necesario conocer la dispersión de las mediciones, la cual se puede medir de diferentes maneras. Los indicadores más utilizados para representar la dispersión de un conjunto de datos son la desviación media y la desviación estándar.

**La desviación media** de una muestra está dada por

$$\bar{\delta} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$$

**La desviación estándar** de la muestra está dada por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

Cuando se obtiene una medición de una muestra de datos, el valor central de la medición se representa con el promedio de los datos y el error o incertidumbre se representa con la desviación media cuando se trata de laboratorios introductorios, y con la desviación estándar para un tratamiento de datos más riguroso.

- **Regla para expresar una medida**

Toda medida ya sea reproducible o no, debe de ir seguida por la unidad de la variable que se mide y se expresa de la forma:  $\bar{x} \pm \Delta x$  (unidades) donde  $\bar{x}$  representa el valor central de la medición y  $\Delta x$  representa su incertidumbre. De manera que se entienda que la medición está comprendida dentro del intervalo.

La interpretación de esto es que el mejor valor de la medida es  $\bar{x}$  y quien hizo las mediciones está razonablemente confiado de que sus mediciones caerán dentro del intervalo anterior.

- **Representación absoluta y relativa de la incertidumbre.**

Tomando en cuenta que  $\Delta x$  representa la incertidumbre absoluta y  $x$  representa el valor central de la medición, entonces  $\Delta x/x$  representa la incertidumbre relativa al valor central y  $(\Delta x/x)100\%$ , representa la incertidumbre relativa porcentual.

Cuando el intervalo se expresa en forma absoluta, la longitud de una varilla, por ejemplo, se expresaría como:

$$\text{longitud} = 216.0 \pm 0.5 \text{ mm}$$

y cuando el intervalo se expresa en forma porcentual, la longitud de la varilla se expresaría como  $\text{longitud} = 216.0 \text{ mm} \pm 0.2 \% = L \pm (\Delta L/L)100\%$ .

En todas las mediciones, la incertidumbre siempre debe ser menor que el valor medido. La incertidumbre porcentual refleja la calidad de la medición. Considérese, por ejemplo, que en la medición de un kilómetro se reporta un intervalo de un centímetro. Esto representa una medición muy precisa y poco usual ya que  $\Delta x/x = 1/100\,000$ . En cambio, supóngase que en la medición de una distancia de tres centímetros se reporta con el mismo intervalo de un centímetro. Esta representaría una medición muy mala ya que  $\Delta x/x = 1/3$ . Por eso, la

calidad de una medición se indica no solo por el tamaño de su intervalo sino también por el cociente de  $\Delta x/x$ . En el caso de la medición de una distancia de un kilómetro con un intervalo de un centímetro se obtiene una incertidumbre porcentual de 0.001%. En cambio, en la medición de tres centímetros se obtiene una incertidumbre porcentual de 33.3%.

#### ▪ **Mediciones directas e indirectas**

A las cantidades que se obtienen utilizando un instrumento de medida se les denomina mediciones directas, y a las mediciones que se calculan a partir de mediciones directas se les denomina mediciones indirectas.

Por ejemplo, el volumen que ocupa un líquido es una medición directa si se mide con una probeta graduada, y se considera como una medición indirecta si se obtiene de la medición de las dimensiones del recipiente que lo contiene.

#### ▪ **Propagación de la incertidumbre**

Las mediciones directas, que pueden ser reproducibles y no reproducibles, tienen asociada una incertidumbre como se explicó anteriormente.

Las mediciones indirectas tienen asociada una incertidumbre que se origina de la propagación de la incertidumbre de las mediciones directas de las que se derivan.

#### ▪ **Propagación de la incertidumbre en la suma y en la diferencia**

Si las magnitudes  $q$  y  $r$  se miden con incertidumbre  $\Delta q$  y  $\Delta r$  respectivamente y si se utilizan para calcular la diferencia  $w = q - r$  entonces la incertidumbre asociada a la variable  $w$  es la suma de las incertidumbres asociadas a  $q$  y a  $r$ , es decir,  $\Delta w = \Delta q + \Delta r$ .

Lo mismo es cierto cuando se calcula la suma  $w = q + r$ . Este resultado nos indica que cuando se combinan dos variables mediante una suma o una resta, las incertidumbres siempre se suman.

Ejemplo,  $(52 \pm 0.01) + (2.7 \pm 0.1) = 54.70 \pm 0.11$ .

- **Propagación de errores en el producto y en el cociente**

Si las cantidades  $q$  y  $r$  se han medido con una incertidumbre  $\Delta q$  y  $\Delta r$  respectivamente y si los valores de  $q$  y  $r$  se utilizan para calcular el producto  $w = qr$  o el cociente  $w = q/r$ , entonces

la incertidumbre asociada  $w$ , está dada por  $\Delta w = |w| \left( \frac{\Delta q}{|q|} + \frac{\Delta r}{|r|} \right)$

Ejemplo, considérese la multiplicación

$$\begin{aligned} & (1.215 \pm 0.001) (2.5 \pm 0.1) \\ = & 3.0375 \pm 3.0375 \left( \frac{0.001}{1.215} + \frac{0.1}{2.5} \right) \\ = & 3.0375 \pm 0.124 \end{aligned}$$

Considérese ahora el cociente

$$\frac{34.8 \pm 0.1}{1.6 \pm 0.1} = 21.75 \pm 21.75 \left( \frac{0.1}{34.8} + \frac{0.1}{1.6} \right) = 21.75 \pm 1.422$$

En estos últimos resultados pueden verse cifras que no dan una información útil y es necesario un criterio para eliminarlas.

**Regla para reportar mediciones:** en un laboratorio introductorio, la incertidumbre se redondea a una cifra significativa, y ésta debe de tener el mismo orden de magnitud que la cifra menos significativa del valor central.

De acuerdo con esto, los resultados de los ejemplos anteriores se deben reportar como:

La suma,  $(52 \pm 0.01) + (2.7 \pm 0.1) = 54.7 \pm 0.1$

El producto,

$$(1.215 \pm 0.001) (2.5 \pm 0.1) = 3.0 \pm 0.1$$

La división,  $\frac{34.8 \pm 0.1}{1.6 \pm 0.1} = 22 \pm 1$

- **Cifras significativas**

Una manera alternativa para reportar las mediciones es mediante el uso de las cifras significativas, que son aquellas que se conocen de manera razonablemente confiable; de este modo la incertidumbre está implícita en el último dígito y es igual a la mitad de una unidad del orden del dígito menos significativo.

Considérese, por ejemplo, que la longitud de un objeto se registró como 15.7 *cm*. Esto significa que la longitud se midió con una resolución de 0.1 *cm* (1 *mm*) y que su valor real cae entre 15.65 *cm* y 15.75 *cm*. Si la medida se hiciera con resolución de 0.01 *cm* (0.1 *mm*), se tendría que haber registrado como 15.70 *cm*. El valor 15.7 *cm* representa una medición con tres cifras significativas (1, 5 y 7) mientras que el valor 15.70 *cm* representa una medición con cuatro cifras significativas (1, 5, 7 y 0). Considérese ahora el caso en que la masa de un objeto se reporta como 2.04763 *kg* y ha sido medida con una balanza de 0.1 *g* de sensibilidad.

Esta medición tiene cinco cifras significativas (2, 0, 4, 7 y 6). El tres, que corresponde a .01 *gr*, no puede leerse en esta balanza y por consiguiente no tiene sentido considerarse para expresar la medición.

#### ▪ **Redondeo de cifras significativas**

Para eliminar las cifras no significativas se lleva a cabo un proceso de redondeo de acuerdo a la siguiente regla:

- ✿ Si la última cifra es menor que cinco, se suprime
- ✿ Si la última cifra es mayor o igual que cinco, se suprime la última y la anterior se incrementa en uno.

Ejemplos: 7.83 se redondea a 7.8; 3.14159 se redondea a 3.1416 y 0.35 se redondea a 0.4.

#### ▪ **Cifras significativas e incertidumbre fraccional.**

La incertidumbre fraccional está directamente relacionada con las cifras significativas. Considérese, por ejemplo, los números 10 y 9900 con dos cifras significativas. El 10 con dos cifras significativas significa  $10 \pm 0.5 = 10 \pm 5\%$

El número 9900 con dos cifras significativas significa  $9900 \pm 50 = 9900 \pm 0.5\%$

Lo anterior muestra que, cuando se tiene dos cifras significativas, la incertidumbre fraccional ésta comprendida entre el 5% y el 0.5%.

La tabla E1.1. muestra la relación entre el número de cifras significativas y la incertidumbre fraccional correspondiente.



Tabla E1.1 Correspondencia entre cifras significativas e incertidumbre fraccional

Número de cifras Significativas	Incertidumbre fraccional correspondiente
1	5% – 50%
2	0.5% – 5%
3	0.05% – 0.5%
4	0.005% – 0.05%

I

#### 1.4. MATERIALES

1. Un flexómetro.
2. Una probeta graduada en ml (de 250 ml de capacidad)
3. Una balanza (de 5 gr de resolución)
4. Un péndulo
5. Un prisma rectangular de Hierro
6. Un cronómetro
7. Una esfera de Hierro.

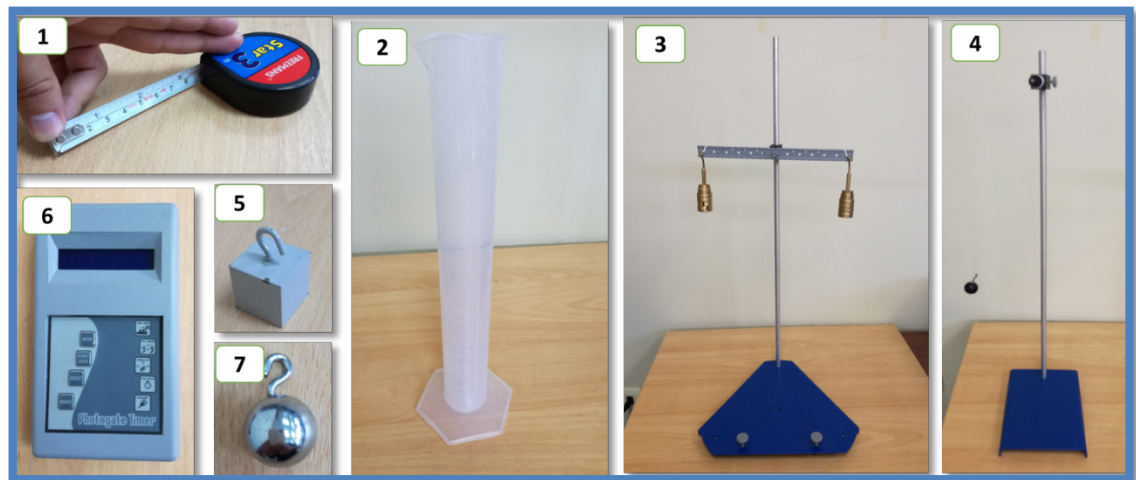


Figura E1.1 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

## 1.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRACTICA

Procedimiento para alcanzar los objetivos específicos uno y dos

### ▪ Mediciones directas

1. Mida las dimensiones del prisma: largo, alto y ancho.
2. Mida la masa del prisma (utilice una balanza).

### ▪ Mediciones indirectas

3. Calcule el área de las caras del prisma ( $A = \text{lado} \times \text{lado}$ ).
4. Calcule el volumen del prisma ( $V = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{alto}$ ).
5. Calcule la densidad del prisma ( $\text{densidad} = \text{masa}/\text{volumen}$ ).
6. Determine las incertidumbres asociadas a cada una de las mediciones directas e indirectas.
7. Exprese sus mediciones en la forma  $\bar{x} \pm \Delta x$ ,
8. Exprese sus mediciones utilizando cifras significativas,
9. Escriba todos sus resultados en la tabla E1.2.

Tabla E1.2 Resultados

Magnitud	Valor más probable	Incertidumbre	Incertidumbre relativa	Resultado	Cifras significativas
Largo (cm)					
Alto (cm)					
Ancho (cm)					
Masa (g)					
Área de una cara (cm <sup>2</sup> )					
Volumen (cm <sup>3</sup> )					
Densidad (g/cm <sup>3</sup> )					

### Preguntas

1. ¿Cómo se determina la incertidumbre de una medición directa?
2. ¿Cómo se determina la incertidumbre de una medición indirecta?

3. ¿Cómo podría reducir la incertidumbre en las mediciones reportadas en la tabla I?

Procedimiento para alcanzar el objetivo específico tres

1. Para medir directamente el volumen del cilindro, llénelo totalmente con agua y con la probeta mida su volumen.

2. Determine la incertidumbre asociada a su medición.

3. Anote sus resultados en la tabla II.

4. Para medir indirectamente el volumen del mismo cilindro, mídale las dimensiones internas

(diámetro) y calcule el volumen empleando la fórmula  $V = \frac{4\pi r^3}{3} h$

5. Determine la incertidumbre del volumen calculado, utilizando la expresión  $\Delta V = V$

$$\left( \frac{2\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h} \right)$$

6. Anote sus resultados en la tabla E1.3.

Tabla E1.3 Resultados

Magnitud	Valor central, $x$	Incertidumbre $\Delta x$	Resultado ( $x \pm \Delta x$ )
Largo (cm)			
Alto (cm)			
Ancho (cm)			
Masa (g)			
Área de una cara (cm <sup>2</sup> )			
Volumen (cm <sup>3</sup> )			
Densidad (g/cm <sup>3</sup> )			

### Preguntas

1. Si compara las mediciones, la directa y la indirecta, del volumen, ¿qué observa?

2. ¿Qué medición es la más precisa?

3. ¿A qué se debe que la incertidumbre de la medición indirecta es mayor?

Procedimiento para alcanzar el objetivo específico cuatro

1. Mida al menos diez veces el periodo T de un péndulo

2. Calcule la media aritmética del periodo T

3. Determine la desviación media de la medición del periodo

- Determine la desviación estándar de la medición del periodo
- Escriba todos sus resultados en la tabla E1.4.

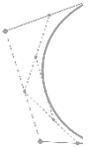
Tabla E1.4 Resultados

Medición	Período
<b>1</b>	
<b>2</b>	
...	
<b>Promedio</b>	
<b>Desviación media</b>	
<b>Desviación estándar</b>	

### Preguntas

- ¿A qué atribuye que, en general, obtiene valores diferentes en las mediciones del periodo?
- Expresa el resultado de su medición en la forma  $T \pm \Delta T$ , utilizando la desviación media.
- Expresa el resultado de su medición en la forma  $T \pm \Delta T$ , utilizando la desviación estándar.
- Si en lugar de 10 hiciera 100 mediciones, ¿qué efecto tendrían los errores aleatorios en sus resultados?

## PRÁCTICA N°. 2



### TEMA: GRAFICAS LINEALES Y LINEALIZACIÓN DE CURVAS

#### 2.1. OBJETIVO GENERAL

- ✿ Introducir al estudiante en las diferentes técnicas de linealización en modelos matemáticos que se presentan en diferentes experimentos en Física.

#### 2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✿ Realizar linealización de gráficos por el método de cambios de variables.
- ✿ Obtener experimentalmente la relación matemática más adecuada entre dos cantidades o magnitudes físicas a partir de una tabla de valores provenientes del procesamiento de los datos obtenidos en el laboratorio, los que serán graficados usando las respectivas escalas.
- ✿ Comprobar las aproximaciones en el cálculo de la ecuación de la recta por el método gráfico manual y el de ajuste por mínimo cuadrado.

#### 2.3. TEORÍA

##### LA IMPORTANCIA DE LOS GRÁFICOS EN LA FÍSICA

Usted va a encontrar que, frecuentemente en Física (en la ingeniería y en otras ramas técnicas del conocimiento) el uso de gráficos es de gran utilidad para los siguientes propósitos:

- Ilustrar la relación entre variables de un fenómeno, medidas en un proceso experimental, describiendo la naturaleza y el comportamiento del evento.
- Calcular, basándose en las características de la gráfica, el valor de constantes físicas.
- Contrastar gráficos trazados utilizando valores medidos en un experimento, con gráficos trazados utilizando valores obtenidos de la teoría que sirve de base para el mismo experimento.
- Obtener la expresión matemática (ecuación) que relaciona las magnitudes representadas en los ejes coordenados ( $X - Y$ )

## REGLAS GENERALES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS

1. Identificar las variables independientes (causa) y dependiente (efecto) teniendo en cuenta que:
  - En el eje de las ordenadas (*eje Y*) se representa la variable dependiente.
  - En el eje de las abscisas (*eje X*) se representa la variable independiente.
2. Trazar los ejes e indicar claramente en cada uno de ellos la magnitud física representada con sus respectivas unidades.

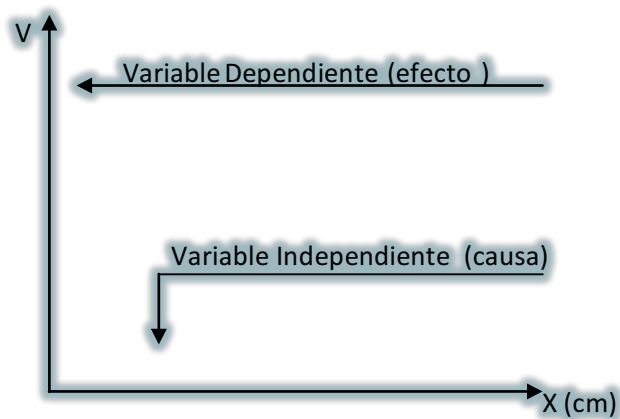


Figura E2.1. Identificación de las variables

De acuerdo al rango de variación de la variable a representar, divida la longitud correspondiente al eje en un determinado número de segmentos iguales, asignando a cada división del eje un valor que puede ser:

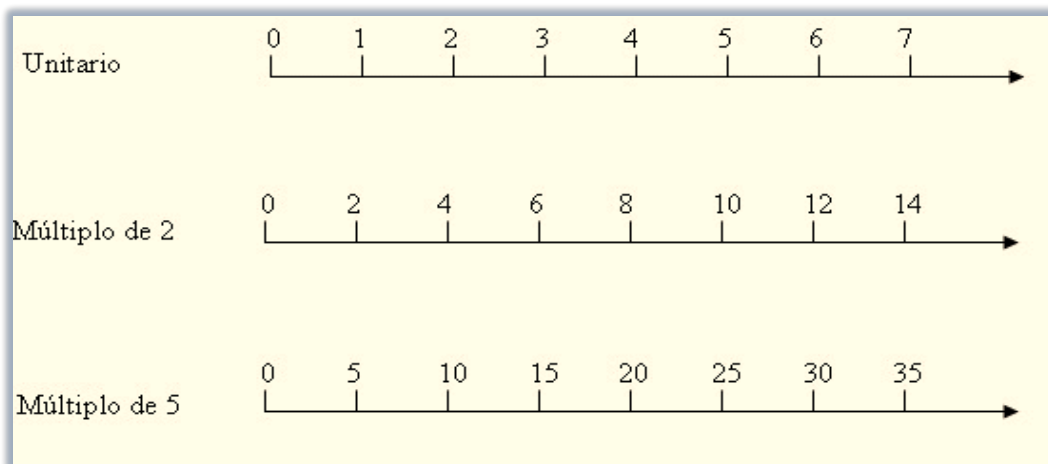


Figura E2.2. Asignación de escalas

En el caso de que los valores a representar son muy grandes o muy pequeños, expresar dichos valores en una potencia de 10 e indicar en el extremo del eje la potencia de 10 utilizada.

**Ejemplo:**

Representar los siguientes valores sobre una recta de 8.0 cm de longitud:

L (m)	6 900	12 300	16 700	21 400	28 900	36 200
-------	-------	--------	--------	--------	--------	--------

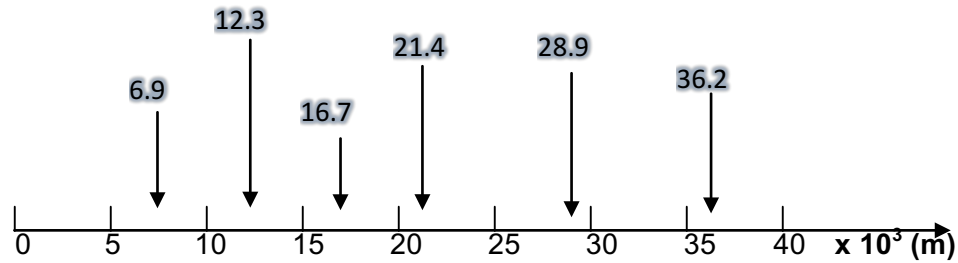


Figura E2.3. Representación de lectura con valores a escalas

Identificar claramente cada uno de los puntos experimentales graficados. Las líneas auxiliares utilizadas para la localización en el gráfico de los puntos experimentales deben borrarse para obtener una fácil visualización del dibujo.

Unir los puntos experimentales por medio de una línea suavizada. Es decir una línea sin cambios bruscos de curvatura.

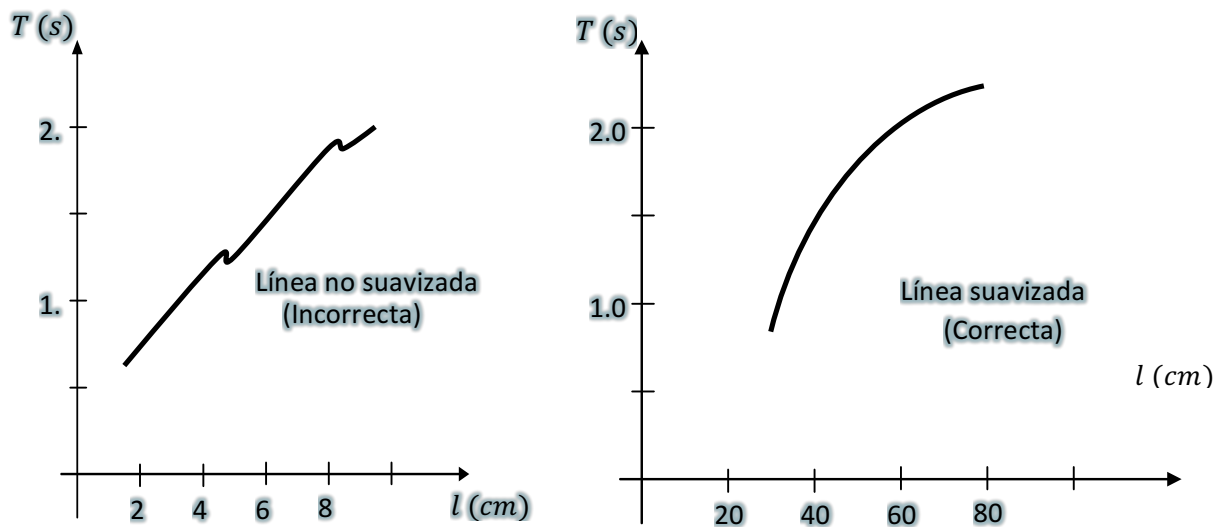


Figura E2.4. Trazado incorrecto y correcto de curvas en el plano

## INFORMACIÓN OBTENIDA A PARTIR DE UNA RECTA

En el supuesto que el gráfico de dos parámetros físicos medidos en el laboratorio fuese una línea recta. ¿Qué clase de información se puede obtener de él?

Dos tipos de información:

- Cualitativa:** Podemos inmediatamente afirmar que entre las dos variables existe una relación o proporción lineal, estos son los fenómenos más fáciles de analizar.
- Cuantitativa:** El siguiente paso del conocimiento consiste en determinar el valor de las constantes que ligan a las dos variables. Este paso permite conocer la composición exacta de la ecuación que gobierna el fenómeno estudiado. Vamos a verlo más en detalle.

Si el gráfico de valores experimentales de dos magnitudes físicas  $v$  y  $t$  es una línea recta, la ecuación que relaciona a las dos variables debe necesariamente tener la forma lineal:

$$v = at + b$$

Donde  $v$  cambia cuando  $t$  cambia, siendo  $a$  y  $b$  constantes. De esta manera la ecuación responde a la forma:

$$y = mx + c$$

Que es el modelo de la línea recta. Entonces  $a$  es el equivalente de la pendiente y  $b$  es la intersección con el eje de las ordenadas  $v$ .

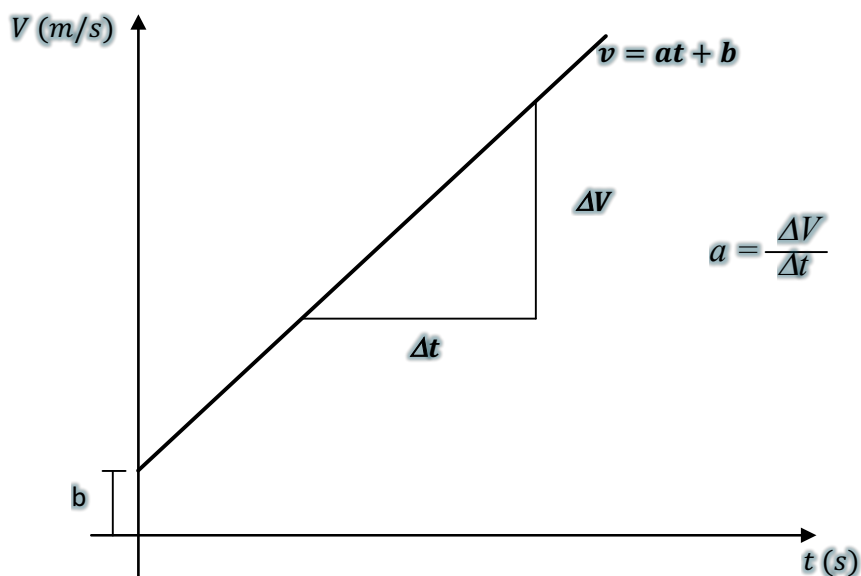


Figura E2.5. Representación de la velocidad respecto al tiempo en el plano



Por lo tanto, midiendo la pendiente del gráfico obtenemos directamente el valor de  $a$  (es decir, el coeficiente de la variable independiente  $v$ , en la ecuación a obtener).

Por otro lado, extrapolando la curva, hasta interceptar el eje de las ordenadas, hallamos el valor numérico de la intercepción, o término constante  $b$  de la ecuación.

Suponiendo que encontramos  $a = 10 \text{ m/s}^2$  y  $b = 5 \text{ m/s}$ , la ecuación buscada sería:

$$v = 10 t + 5$$

Algunas veces la recta pasa por el origen y el término constante  $b$ , no existe; además, la pendiente  $m = a$ , puede ser una simplificación de varios parámetros, de los cuales uno es desconocido y necesita ser despejado. En este caso, el objetivo del gráfico es hallar la pendiente para poder despejar de ella alguna otra constante buscada.

#### ▪ **Método de Mínimos Cuadrados**

Supongamos que hemos medido un conjunto de pares de datos  $(x_i, y_i)$  en una experiencia, por ejemplo, la posición de un móvil en ciertos instantes de tiempo. Ahora queremos obtener una función  $y = f(x)$  que se ajuste lo mejor posible a los valores experimentales. Se pueden ensayar muchas funciones, rectas, polinomios, funciones potenciales o logarítmicas. Una vez establecido la función a ajustar se determina sus parámetros. Debemos recordar que la función más sencilla es la función lineal  $y = ax + b$ . El procedimiento de ajustar los datos experimentales a una línea recta se denomina Regresión Lineal.

#### ▪ **Regresión Lineal**

Las observaciones (mediciones) se dispondrán en dos columnas, de modo que en cada fila se registre la abscisa  $x$  y su correspondiente ordenada  $y$ . La importancia de las distribuciones bidimensionales radica en investigar cómo influye una variable sobre la otra. Esta puede ser una dependencia causa efecto, por ejemplo, a mayor altura de caída (causa), mayor es la rapidez de impacto con el suelo (efecto.). O bien, el aumento de la masa de un sistema sometido a una fuerza constante, da lugar a una disminución de la aceleración del mismo.

Si utilizamos un sistema de coordenadas cartesianas para representar la distribución bidimensional, obtendremos un conjunto de puntos conocido como el diagrama de dispersión, cuyo análisis permite estudiar cualitativamente, la relación entre ambas variables tal como se ve en la figura. El siguiente paso, es la determinación de la dependencia funcional entre las

dos variables  $x$  e  $y$  que mejor ajusta a la distribución bidimensional. Se denomina regresión lineal cuando la función es lineal, es decir, requiere la determinación de dos parámetros: la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de regresión;

$$y = ax + b.$$

La regresión nos permite, además, determinar el grado de dependencia de las series de valores  $X$  e  $Y$ , prediciendo el valor  $Y$  estimado que se obtendría para un valor  $X$  que no esté en la distribución.

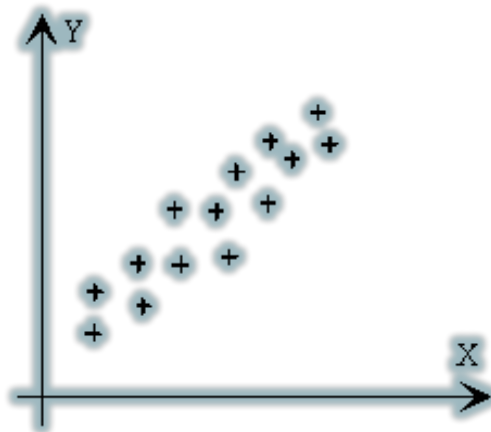


Figura E2.6. Nube de puntos obtenido de una lectura experimental

Vamos a determinar la ecuación de la recta que mejor ajusta a los datos representados en la figura. Además, se denomina error  $e_i$  a la diferencia  $y_i - y$ , entre el valor medido  $y_i$ , y el valor ajustado  $y = ax_i + b$ , tal como se ve en la figura inferior. El criterio de ajuste se toma como aquél en el que la desviación cuadrática media sea mínima, es decir, la suma debe de ser mínima.

$$S = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$$

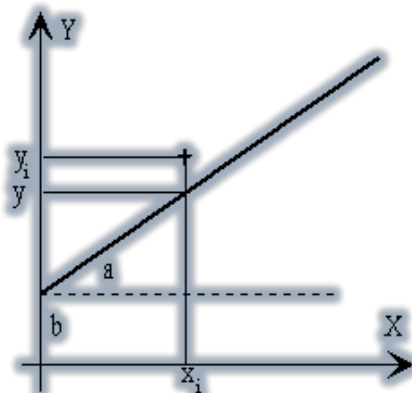


Figura E2.7. Criterios sobre ajuste de datos experimentales en una recta

Los extremos de una función: máximo o mínimo se obtienen cuando las derivadas de  $s$  respecto de  $a$  y de  $b$  sean nulas. Lo que da lugar a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas del que se despeja  $a$  y  $b$ , o sea,

$$\frac{\partial s}{\partial a} = 0 \dots a = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

$$\frac{\partial s}{\partial b} = 0 \dots b = \frac{\sum y_i - a(\sum x_i)}{n}$$

Entonces la ecuación  $y = ax + b$ , donde  $a$  corresponde a la pendiente y  $b$  a la intercepción con el eje  $y$ . El coeficiente de correlación es otra técnica de estudiar la distribución bidimensional, que nos indica la intensidad o grado de dependencia entre las variables  $X$  e  $Y$ . El coeficiente de correlación  $r$  es un número que se obtiene mediante la fórmula.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i,$$

$$s_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad s_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2,$$

$$s_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

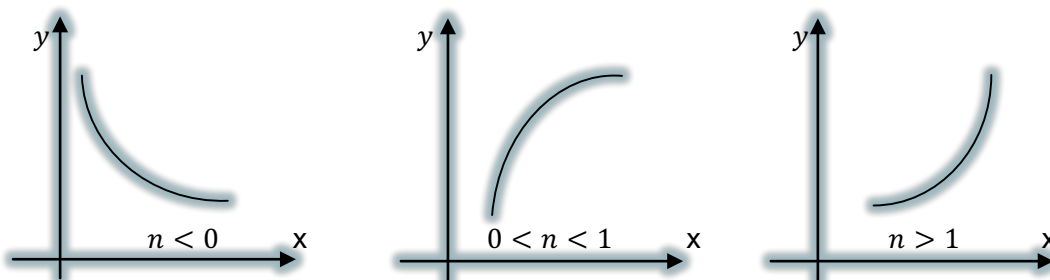
$$r = \frac{s_{xy}}{\sqrt{(s_{xx})(s_{yy})}}, \quad -1 \leq r \leq 1$$

- ✿ El signo de  $r$  es igual al signo de la pendiente de la recta de regresión lineal.
- ✿ El coeficiente de correlación puede valer cualquier número comprendido entre  $-1$  y  $+1$ .
- ✿ Cuando  $r$  es cercano a  $1$ , significa que hay una fuerte relación lineal positiva entre  $x$  e  $y$ .
- ✿ Cuando  $r$  es cercano a  $-1$ , significa que hay una fuerte relación lineal negativa entre  $x$  e  $y$ .
- ✿ Cuando  $r$  es cercano a  $0$ , significa que hay una poca relación lineal entre  $x$  e  $y$ .

## LINEALIZACIÓN DE CURVAS

Desafortunadamente, existen fenómenos físicos en los cuales las dos variables principales no se comportan linealmente. Los gráficos, por lo tanto, son curvas cuya pendiente por definición es variable y no es fácil obtener información sobre las constantes que relacionan a las variables. En este caso es necesario emplear alguna manera de convertir la curva en recta.

Si la gráfica obtenida es parabólica, asumir que debe ser de la forma  $y = ax^n + b$ , donde  $n$  es cualquier exponente, positivo o negativo, diferente a 1 y diferente de cero. (¿Por qué diferente de 1 y de cero?) En general, si al graficar  $y$  vs.  $x$  obtengo uno de los siguientes resultados:



La linealización se produce graficando  $y$  vs.  $x^n$ , en vez de  $y$  vs.  $x$ , obteniéndose uno de los siguientes resultados:

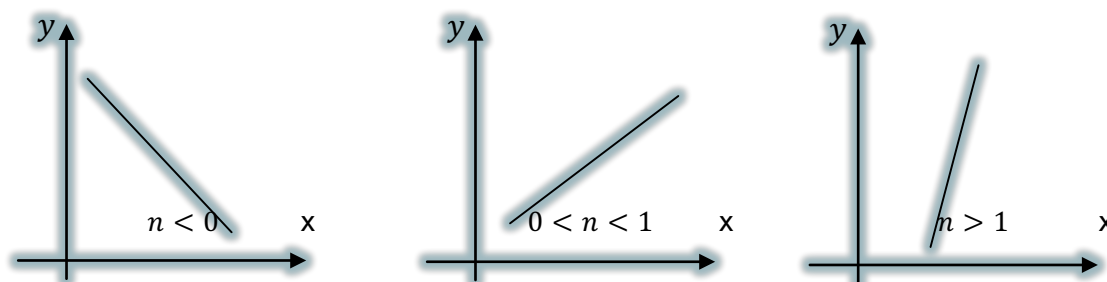


Figura E2.10. Modelos sobre el ajuste de datos experimentales a una recta

La linealización se produce porque al graficar  $y$  vs.  $x^n$ , se genera un cambio de variable en que  $x$  es sustituida por  $z = x^n$ , tal que la ecuación:

$$y = ax^n + b, \text{ se ha convertido en } y = az + b,$$

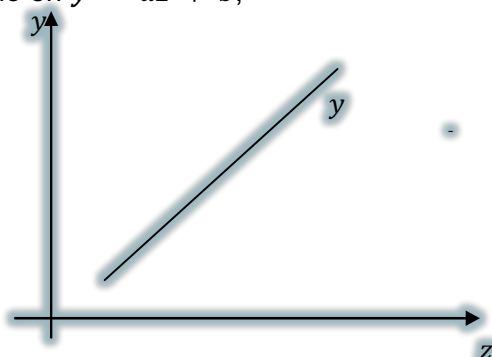


Figura E2.11. Curva ajustada a una recta

La cual es la ecuación de una recta. (Si el gráfico resulta ser una recta, no sólo permite calcular el valor de  $a$  sino que, el valor asumido para  $n$  es correcto). El resto del trabajo para

determinar valores de  $a$  y  $b$ , es ya conocido. A la tabla de valores a graficar se deberá agregar la columna de valores,  $z = x^n$ .

#### 2.4. MATERIALES.

1. Equipo para caída libre compuesto por: perfil de plano, y base soporte
2. Equipo para movimientos rectilíneos compuesto por: perfil de plano inclinado, perfil de plano corto, y base soporte.
3. Cronómetro electrónico.
4. Una esfera de Hierro.

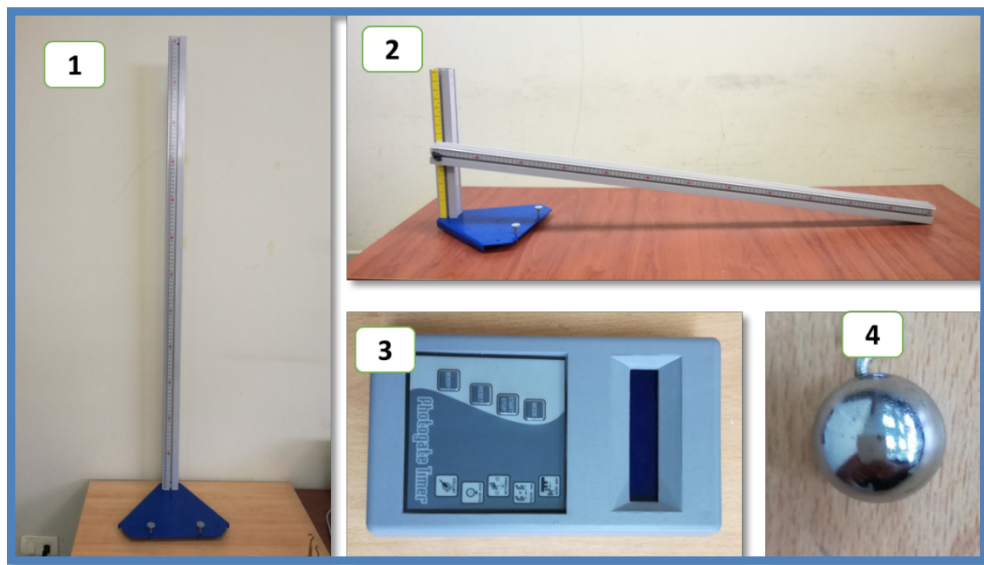


Figura E2.12. Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

#### 2.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRACTICA

##### Reglas generales para el trazado de la recta más representativa

Usted ha observado que, aunque la relación  $y$  vs.  $x$  sea matemáticamente lineal, no siempre todos los puntos experimentales están perfectamente alineados, quedando algunos al margen del gráfico. Esto sucede porque todos los datos experimentales están sujetos a errores de medición. Esto plantea el problema de cómo decidir cuál debe ser la posición más apropiada de la recta que vamos a trazar. Hay métodos muy precisos como el criterio de **Mínimos Cuadrados** que se trató en la sección de estadística. Sin embargo, las siguientes recomendaciones generales le serán útiles para obtener un grado aceptable de exactitud en el trabajo de este curso:

Tome la mayor cantidad de puntos que le sea posible dentro del tiempo que se le asigna para el trabajo. Menos de cinco puntos le darán resultados muy pobres. Sería conveniente obtener por lo menos 10 puntos.

Es natural que algunos puntos no estén exactamente sobre la recta, pero si alguno de ellos queda extraordinariamente lejos de la dirección seguida por los otros (dato aberrante), entonces hay que omitirlo porque evidencia un grave error de medida o de cálculo. Revise ambos si tiene tiempo.

El número de puntos que quedan a un lado de la recta trazada debe ser, en lo posible, igual al número de puntos que quedan al otro lado.

Con el equipo de movimiento rectilíneo registrar el tiempo que le toma a la esfera desplazarse diferentes espacios y registrarlos en la tabla siguiente:

t [s]												
X [cm]												

Trasladar estos valores a una gráfica de coordenadas rectangulares, donde la posición sea función del tiempo, determinar la función  $x = f(t)$ , e interpretar los resultados.

Con el equipo de caída libre registrar el tiempo que le toma a la esfera desplazarse diferentes alturas y registrarlos en la tabla siguiente:

t [s]												
h [cm]												

Trasladar estos valores a dos gráficos, uno donde la altura sea función del tiempo  $h = f(t)$ , y otro donde el logaritmo de la altura sea función del logaritmo del tiempo  $\log(h) = f(\log(t))$

## PRÁCTICA N° 3

### TEMA: VELOCIDAD INSTANTÁNEA

#### 3.1. OBJETIVO GENERAL

- ✿ Comprender los conceptos de velocidad y aceleración de un móvil.

#### 3.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- ✿ Determinar experimentalmente la velocidad instantánea de un móvil, en un punto fijo de su trayectoria rectilínea con aceleración constante, a través de un gráfico velocidad media versus intervalo de tiempo en una escala lineal.
- ✿ Obtener experimentalmente la aceleración de un móvil que realiza un movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV).

#### 3.3. TEORÍA

Se define al *movimiento* como el cambio de posición (desplazamiento) de un objeto, con respecto a un sistema de referencia, al transcurrir el tiempo. En esta sección sólo estudiaremos la forma más sencilla del movimiento: la que va a lo largo de una trayectoria en línea recta, es decir, el movimiento rectilíneo.

Suponga que un piloto de autos deportivos conduce su vehículo por una pista recta (figura 1). Para estudiar su movimiento, necesitamos un sistema de coordenadas. Elegimos que el eje  $x$  vaya a lo largo de la trayectoria recta del auto, con el origen  $O$  en la línea de salida. También elegimos un punto en el auto, digamos su extremo delantero, y representamos todo el vehículo con ese punto y lo tratamos como una partícula.

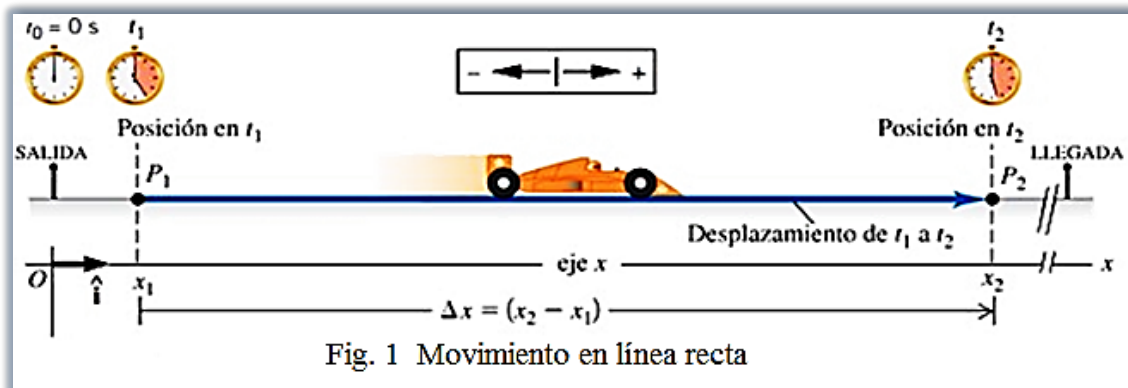


Fig. 1 Movimiento en línea recta

Elegimos positivo hacia la derecha, y consideramos que cuando el vehículo sale del punto de partida se activa un cronómetro. Cuando el vehículo pasa por el punto  $P_1$  en el instante  $t_1$ , su posición es  $x_1$ ; y al pasar por el punto  $P_2$  en el instante  $t_2$ , su posición es  $x_2$ .

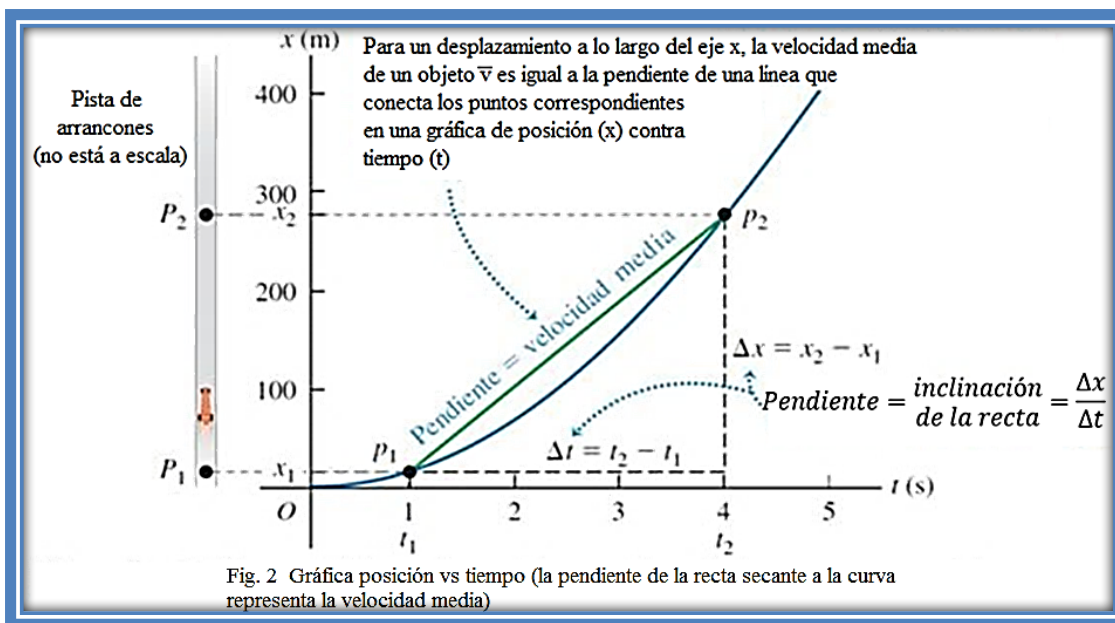
Se define al desplazamiento de  $t_1$  a  $t_2$  como el vector que une los puntos  $P_1$  y  $P_2$  y se lo determina de la siguiente manera:  $\Delta x = (x_2 - x_1)$

Se define a la **velocidad media** como una cantidad vectorial igual a el cambio de la posición (desplazamiento), dividido entre el intervalo de tiempo:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

El vector velocidad media tiene la misma dirección que el vector desplazamiento. La siguiente figura es una gráfica de la posición del auto deportivo en función del tiempo, es decir, una gráfica  $x$  vs  $t$ . La curva de la figura no representa la trayectoria del auto; esta es una línea recta, como se observa en la figura 1. Más bien, la gráfica es una forma de representar visualmente como cambia la posición del auto con el tiempo. Los puntos  $p_1$  y  $p_2$  en la gráfica corresponden a los puntos  $P_1$  y  $P_2$  de la trayectoria del auto. La línea  $p_1p_2$  es la hipotenusa de un triángulo rectángulo con cateto vertical  $\Delta x = x_2 - x_1$  y cateto horizontal  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

Así, la velocidad media del auto,  $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ , es igual a la pendiente de la línea  $p_1p_2$ , es decir, el cociente del cateto vertical  $\Delta x$  y el cateto horizontal  $\Delta t$ .





La velocidad media depende solo del desplazamiento total  $\Delta x = x_2 - x_1$  que se da durante el intervalo  $\Delta t = t_2 - t_1$ , no en los pormenores de lo que sucede dentro de ese intervalo. En el tiempo  $t_1$  una motocicleta podría haber rebasado al auto deportivo en el punto  $P_1$  de la figura, para después reventar el motor y bajar la velocidad, pasando por  $P_2$  en el mismo instante  $t_2$  que el auto. Ambos vehículos tienen el mismo desplazamiento en el mismo lapso, así que tienen la misma velocidad media. Sin embargo, no podemos asegurar nada acerca de sus velocidades en algún instante dentro del intervalo.

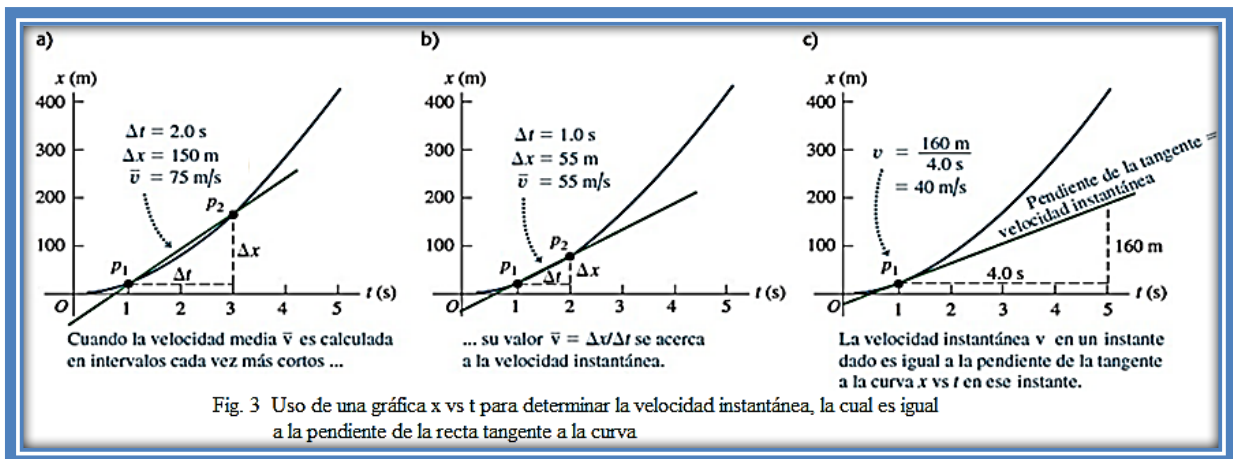
Se define **velocidad instantánea** a la velocidad de una partícula en cualquier instante específico o punto específico de la trayectoria. Para determinar la velocidad instantánea del auto de la figura anterior en el punto  $P_1$ , movemos el segundo punto  $P_2$  cada vez más cerca del primer punto  $P_1$  y calculamos la velocidad media  $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  para estos desplazamientos y lapsos cada vez más cortos. Tanto  $\Delta x$  y  $\Delta t$  se hacen muy pequeños; pero su cociente no necesariamente lo hace. La velocidad instantánea es el límite de la velocidad media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero, o sea,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En el lenguaje del cálculo, el límite de  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  cuando  $\Delta t$  se acerca a cero es la derivada de  $x$  con

respecto a  $t$  y se escribe  $\frac{dx}{dt}$ . La velocidad instantánea, igual que la velocidad media, es una

cantidad vectorial y su dirección es tangente a la trayectoria a la trayectoria en el punto en que se encuentra la partícula en ese instante. A la magnitud de la velocidad instantánea se la conoce como la rapidez instantánea. De ahora en adelante se empleará la palabra velocidad para referirse a velocidad instantánea y rapidez para rapidez instantánea.

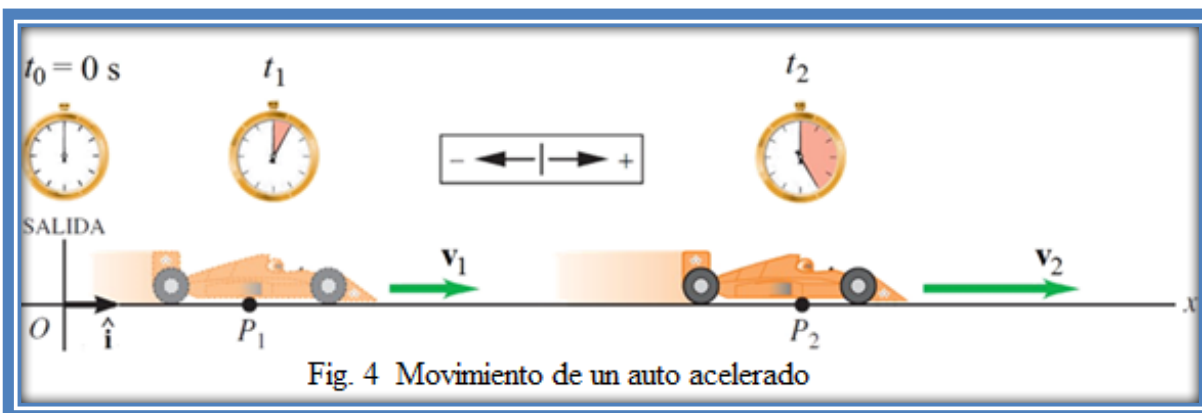


La velocidad de una partícula también puede obtenerse de la gráfica de la posición de la partícula en función del tiempo. Suponga que queremos conocer la velocidad del auto de la figura 1 en  $P_1$ . En la figura siguiente, conforme  $P_2$  se acerca a  $P_1$ , el punto  $p_2$  en la gráfica  $x$  vs  $t$  de las figuras a y b se acerca al punto  $p_1$  y la velocidad media se calcula en intervalos  $\Delta t$  cada vez más cortos. En el límite ilustrado en la figura c, la pendiente de la línea  $p_1p_2$  es igual a la pendiente de la línea tangente a la curva en el punto  $p_1$ . Así, en una gráfica de posición en función del tiempo para un movimiento rectilíneo, la velocidad instantánea en cualquier punto es igual a la pendiente de la tangente a la curva en ese punto.

La rapidez constante no varía. Algo con rapidez constante ni disminuye ni aumenta su rapidez. Por otro lado, la velocidad constante implica tanto rapidez constante como dirección constante. Esta última es una recta: la trayectoria del objeto no describe una curva. Por consiguiente, velocidad constante significa movimiento en una recta a rapidez constante, a este movimiento se lo conoce como Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU).

Si la rapidez o la dirección cambian (o si ambas lo hacen), entonces cambia la velocidad. Por ejemplo, un automóvil que describe un círculo tiene rapidez constante, pero como su dirección cambia, su velocidad no es constante. Así como la velocidad describe la tasa de cambio de la posición con el tiempo, la aceleración describe la tasa de cambio de la velocidad con el tiempo. Al igual que la velocidad, la aceleración es una cantidad vectorial.

Consideremos otra vez el movimiento del carro en el eje  $x$ , como se muestra en la siguiente figura. Suponga que, en el tiempo  $t_1$ , la partícula está en el punto  $P_1$  y tiene una velocidad (instantánea)  $v_1$ , y en un instante posterior  $t_2$  está en  $P_2$  y tiene una velocidad  $v_2$ .



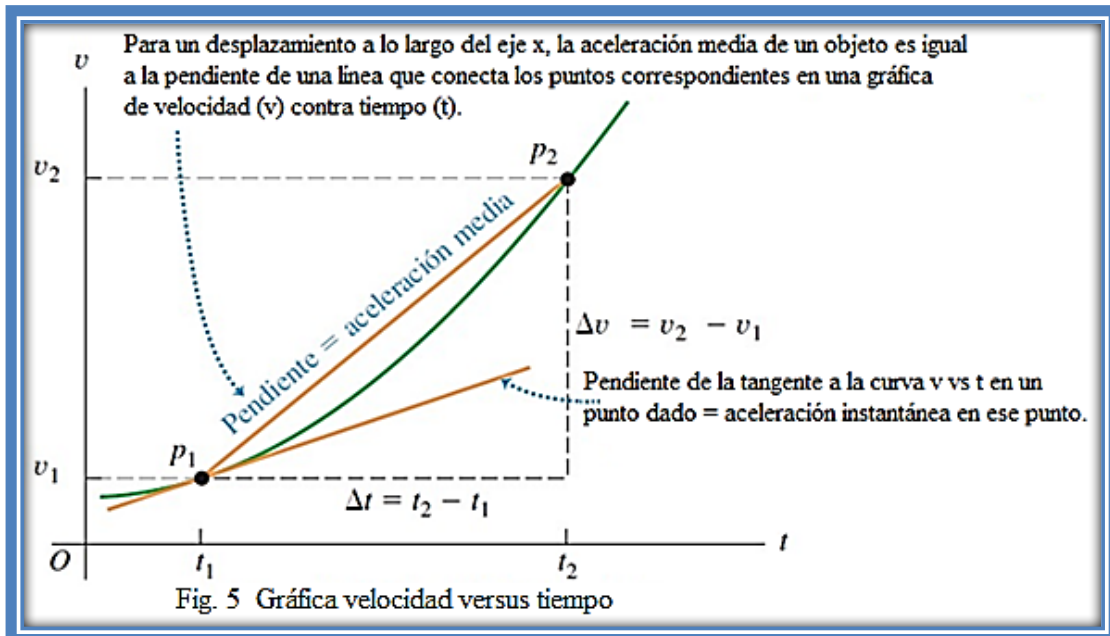
Definimos la **aceleración media** de la partícula al moverse de  $P_1$  a  $P_2$  como una cantidad vectorial igual a el cambio de la velocidad, dividido entre el intervalo de tiempo:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_2 - v_1}{x_2 - x_1} \hat{i}$$

Podemos definir la aceleración instantánea con el mismo procedimiento que seguimos para la velocidad instantánea. Para definir la aceleración instantánea en  $P_1$ , tomamos el segundo punto  $P_2$  en la figura 4 cada vez más cerca de  $P_1$ , de modo que la aceleración media se calcule en intervalos cada vez más cortos. La **aceleración instantánea** es el límite de la aceleración media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero. En el lenguaje del cálculo, la aceleración instantánea es la tasa instantánea de cambio de la velocidad con el tiempo,

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Anteriormente interpretamos las velocidades media e instantánea en términos de la pendiente de una gráfica de posición contra tiempo. Igualmente, podemos entender mejor las aceleraciones media e instantánea graficando la velocidad instantánea  $v$  en el eje vertical y el tiempo  $t$  en el eje horizontal, es decir, usando una gráfica  $v$  vs  $t$  (figura 5). Los puntos rotulados  $p_1$  y  $p_2$  corresponden a los puntos  $P_1$  y  $P_2$  de la figura anterior. La aceleración media  $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , durante este intervalo es la pendiente de la línea  $p_1p_2$ . Al acercarse  $P_2$  a  $P_1$  en la figura 4,  $p_2$  se acerca a  $p_1$  en la gráfica  $v$  vs  $t$  de la siguiente figura, y la pendiente de la línea  $p_1p_2$  se acerca a la pendiente de la tangente a la curva en el punto  $p_1$ .



Así, en una gráfica de velocidad en función del tiempo, la aceleración instantánea en cualquier punto es igual a la pendiente de la tangente de la curva en ese punto.

El movimiento acelerado más sencillo es el rectilíneo con aceleración constante, el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV). En este caso, la velocidad cambia al mismo ritmo todo el tiempo. Se trata de una situación muy especial, aun cuando ocurre a menudo en la naturaleza; un cuerpo que cae tiene aceleración constante si los efectos del aire no son importantes. Lo mismo sucede con un cuerpo que se desliza por una pendiente o sobre una superficie horizontal áspera. El movimiento rectilíneo con aceleración casi constante se da también en la tecnología, como cuando un jet de combate es lanzado con catapulta desde la cubierta de un portaviones.

Cuando la aceleración es constante, la aceleración media para cualquier intervalo es igual a la aceleración instantánea además *la velocidad media para un intervalo es el promedio de la velocidad al inicio y al final de dicho intervalo*. Esto vuelve sencillo derivar las ecuaciones para la posición y la velocidad como funciones del tiempo.

Considerando que  $t_1 = 0$  y  $t_2$  cualquier instante posterior  $t$  se tiene que de la definición de aceleración media:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v - v_0}{t}, \text{ o sea, } v = v_0 + at \quad (1)$$

De la definición de velocidad media:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x - x_0}{t} \\ \frac{v_0 + v}{2} &= \frac{x - x_0}{t} \\ \frac{v_0 + v_0 + at}{2} &= \frac{x - x_0}{t} \end{aligned}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Se puede obtener una expresión independiente del tiempo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{v_0 + v}{2} &= \frac{x - x_0}{t} \\ \frac{v_0 + v}{2} &= \frac{a(x - x_0)}{v - v_0} \end{aligned}$$

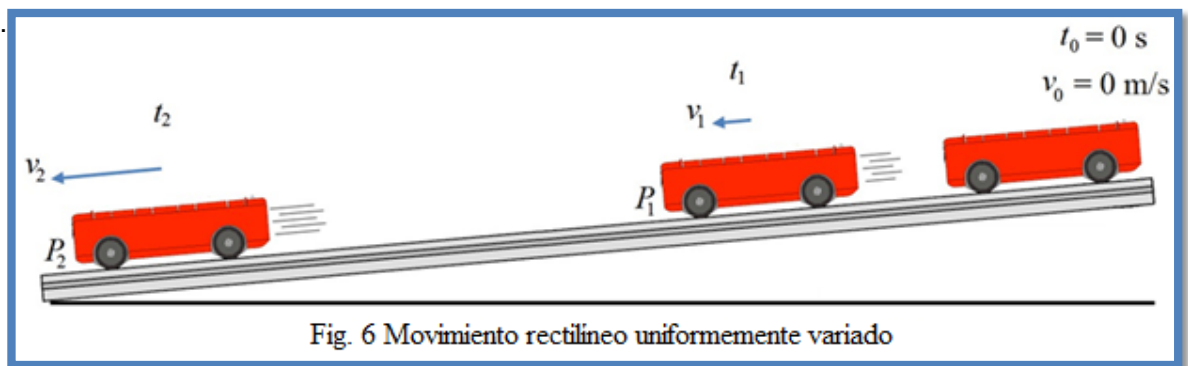
$$(v + v_0)(v - v_0) = 2a(x - x_0)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (3)$$

A las expresiones (1), (2) y (3) se las conoce como *ecuaciones cinemáticas para aceleración constante*.

A continuación, describiremos un método práctico para determinar la velocidad instantánea de un móvil en un punto dado de su trayectoria rectilínea con aceleración constante. Nuestro objeto de estudio será un móvil que rueda a lo largo de una pendiente, partiendo del reposo (figura 6).



Se desea saber la velocidad del móvil en el punto  $P_2$ , y para ello nos valemos del punto  $P_1$  y es este el que poco a poco acercaremos a  $P_2$ , de tal manera que el intervalo de tiempo entre ellos  $\Delta t = t_2 - t_1$ , se haga cada vez más pequeño, y por lo tanto la velocidad media se aproxime a la velocidad instantánea.

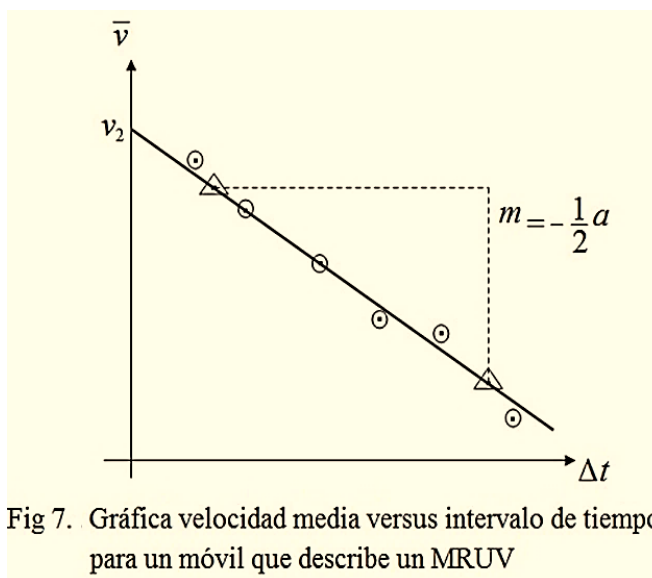
Para observar el proceso de variación de la velocidad media aproximándose a la velocidad instantánea, se toma la velocidad media en los intervalos correspondiente  $P_1P_2$  (ver figura anterior). La velocidad media entre los puntos  $P_1P_2$  será:  $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

Recordando la expresión (1) se sabe que:  $v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1)$ ,  $v_1 = v_2 - a\Delta t$

Y reemplazando esta expresión en la velocidad media se tiene:

$$\bar{v} = \frac{v_2 - a \Delta t + v_2}{2}$$

$$\bar{v} = v_2 - \frac{1}{2} a \Delta t$$



De este resultado podemos ver que si tomamos varias mediciones de intervalos de tiempo con su correspondiente velocidad media, la relación entre ellos será lineal de tal manera que al graficarlos obtendremos una línea recta, como la de la figura 7, en donde la pendiente de esta recta será la mitad de la aceleración del móvil y la intersección (el punto donde  $\Delta t = 0$ ) será la velocidad instantánea del móvil en el punto 2.

### 3.4. MATERIALES

1. Contador Digital.
2. Célula fotoeléctrica A.
3. Célula fotoeléctrica B.
4. Perfil de plano corto.
5. Perfil de plano inclinado.
6. Base soporte.
7. Carrito de desplazamiento

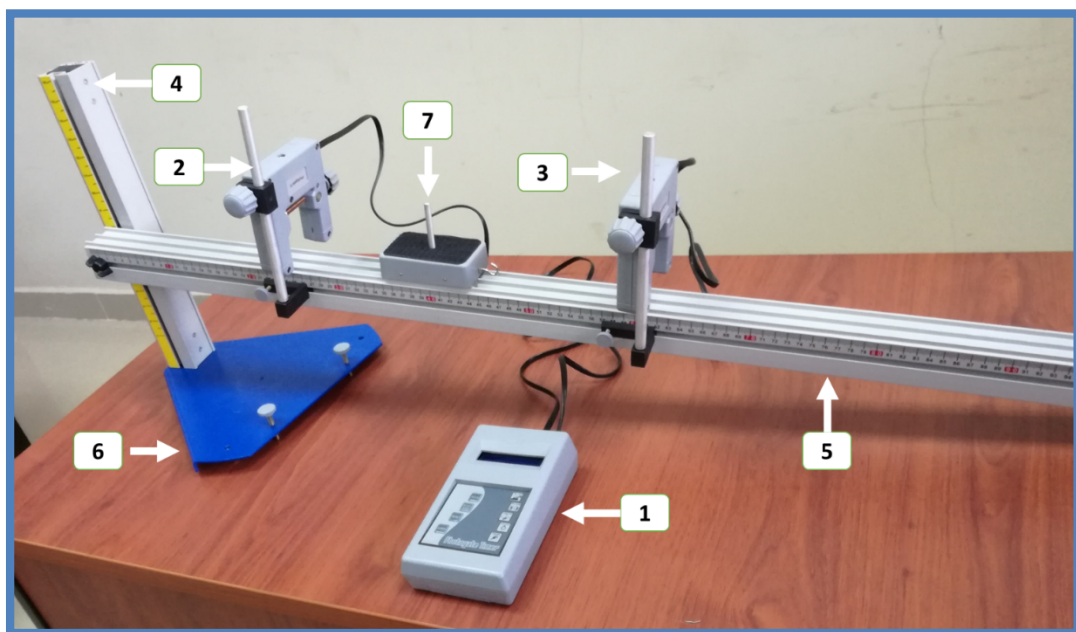


Figura E3.8 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

### 3.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA

Para la correcta realización de la práctica el estudiante debe tener claro los conceptos de:

- ✿ Reporte de mediciones directas e indirectas.
- ✿ Manejo de cifras significativas y técnicas de redondeo.
- ✿ Propagación de errores.
- ✿ Gráficos lineales.

Los valores teóricos con los que se contrarrestarán los valores obtenidos en la experiencia. Con relación al último punto, los valores teóricos a determinar son la velocidad instantánea y la aceleración.

Un objeto que se desliza a lo largo de un plano liso inclinado un ángulo  $\theta$  adquiere una aceleración constante a lo largo del plano dada por la expresión:  $a = g \operatorname{sen}\theta$

Conociendo la aceleración y el desplazamiento que realiza el objeto a partir del reposo, podemos utilizar la expresión (3) para determinar el valor de la velocidad instantánea del objeto al final del desplazamiento.

A continuación, se describe el procedimiento a realizar:

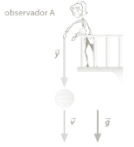
1. Arme los equipos como se indica en la figura anterior.
2. Mida el ángulo de inclinación de la pista. Reporte correctamente su medición en la hoja de trabajo, y determine los valores teóricos de la velocidad instantánea y de la aceleración. No olvide respetar las operaciones con cifras significativas.
3. Divida la pista en seis segmentos ( $P_1, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}$  y  $P_2$ ), cuatro de 20 cm y dos de 10 cm.
4. Coloque el temporizador digital con compuerta Infra Roja (IR) en el último segmento ( $P_2$ ), contando los segmentos desde la parte superior de la pista. **El temporizador estará fijo en este sitio durante toda la práctica.**
5. Ajuste el interruptor deslizante del temporizador digital con compuerta Infra Roja (IR) en PULSE.
6. Coloque la compuerta Infra Roja (IR) con soporte ajustable para riel en el primer segmento, contando los segmentos desde la parte superior de la pista ( $P_1$ ). 7.- Presione el botón RESET. **No olvide en cada corrida volver a presionarlo.**
8. Suelte el carrito (parte del reposo) desde una posición por encima del primer segmento. **En cada corrida el móvil debe salir del mismo modo, desde el mismo sitio.**
9. Registre el tiempo que tarda el carrito en pasar por las compuertas Infra Rojas, en la tabla 1.
10. Coloque la compuerta Infra Roja (IR) con soporte ajustable para riel en el segmento sucesivo ( $P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}$ ), y repita los pasos del 7 al 10.
11. Complete la tabla 1, calculando la velocidad media en cada caso, no olvide respetar las operaciones con cifras significativas.
12. Con los valores de la tabla 1, realice una gráfica velocidad media vs intervalo de tiempo ( $\bar{v}$  vs  $\Delta t$ ). Escoja una escala apropiada, recuerde que lo que se desea obtener de la gráfica y lo que se sabe teóricamente de ésta, son factores importantes que influyen en su decisión.
13. Dibuje la mejor línea que se ajuste a los datos experimentales (ajuste lineal gráfico) y de ésta obtenga la velocidad instantánea (intercepción con el eje vertical) y la aceleración (el doble de la pendiente).
14. Determine el error porcentual en la medida de la velocidad instantánea y de la aceleración, utilizando la expresión:

$$\text{error porcentual} = \frac{|Valor_{teórico} - Valor_{experimental}|}{Valor_{experimental}} \times 100$$



### BANCO DE PREGUNTAS:

1. ¿Cuál es el objetivo de la práctica?
2. Haga una lista de las mediciones directas e indirectas que se realizarán en esta práctica y escriba además las correspondientes expresiones matemáticas para las mediciones indirectas.
3. ¿Qué gráfico se va a realizar en esta práctica y que parámetros se va(n) a obtener de ella? indique además el significado físico de los parámetros a obtener.
4. De la expresión  $a = g \operatorname{sen} \theta$ , donde  $\theta$  es una medida directa con incertidumbre absoluta  $\delta g$  y  $g$  es una constante, determine una expresión matemática para encontrar la incertidumbre absoluta  $\delta a$ .
5. De la expresión  $v^2 = 2a\Delta x$  (recuerde que el móvil parte del reposo), donde  $\Delta x$  es una medida directa con incertidumbre absoluta  $\delta \Delta x$ ,  $a$  una medición indirecta con incertidumbre absoluta  $\delta a$  y  $g$  es una constante, determine una expresión matemática para encontrar la incertidumbre absoluta  $\delta v$ .
6. Sea  $(\theta \pm \delta \theta) = (2.5 \pm 0.5)$ ,  $(\Delta x \pm \delta \Delta x) = (105.2 \pm 0.1)$  y determine  $(a \pm \delta a)$  en  $\text{cm/s}^2$  y  $(v \pm \delta v)$  en  $\text{cm/s}$ . Recuerde que el móvil parte del reposo.
7. ¿Qué consecuencias tendría sobre la medida de la velocidad instantánea en  $P_2$ , si el móvil saliera siempre desde el mismo sitio, pero con diferentes velocidades iniciales?
8. ¿Qué consecuencias tendría sobre la medida de la velocidad instantánea en  $P_2$ , si el móvil no siempre saliera desde el mismo sitio?
9. ¿Cómo determinará la incertidumbre absoluta de la intercepción de la gráfica velocidad media versus intervalo de tiempo?
10. De la expresión para calcular la pendiente de una recta  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , en donde  $y_1$  y  $y_2$  tienen una incertidumbre absoluta  $\delta y$ ,  $x_1, x_2$ , tienen una incertidumbre absoluta  $\delta x$ , determine la expresión matemática para calcular la incertidumbre absoluta de la pendiente  $\delta m$ .
11. ¿En base a qué podemos asegurar que la intercepción en la gráfica velocidad media versus intervalo de tiempo representa la velocidad instantánea?
12. ¿Qué es una ecuación empírica?



## PRÁCTICA N°. 4

### TEMA: CAÍDA LIBRE

#### 4.1. OBJETIVO GENERAL

✿ Analizar el movimiento de un objeto en caída libre

#### 4.2. OBJETIVO ESPECIFICO

✿ Determinar el valor de la aceleración de la gravedad.

#### 4.3. TEORÍA

La caída libre es un ejemplo de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, cuya aceleración es producida por la atracción gravitacional entre la tierra y el cuerpo.

Las ecuaciones que describen el movimiento de un cuerpo en caída libre están dada por

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v(t) = v_0 + a t$$

donde  $y_0$  es la altura inicial,  $v_0$  es la velocidad inicial y  $a$  es la aceleración producida por la gravedad.

#### 4.4. EQUIPO Y MATERIALES

1. Electroimán.
2. Perfil plano.
3. Fuente de alimentación.
4. Célula fotoeléctrica A.
5. Contador digital.
6. Célula fotoeléctrica B.
7. Base soporte.

8. Receptáculo para esfera.
9. Esfera de hierro.

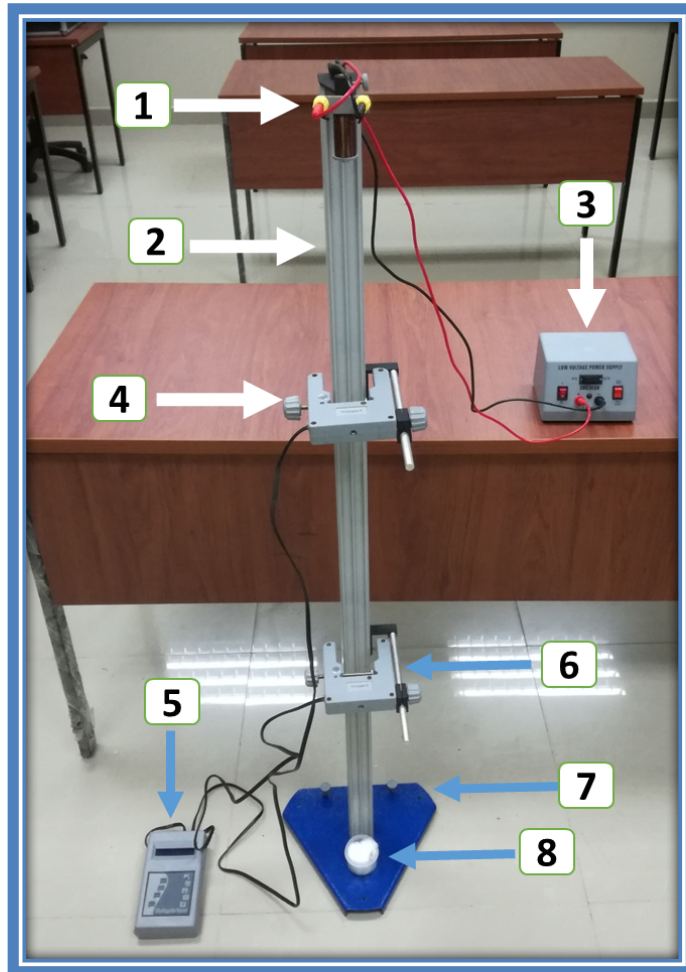


Figura E4.1 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

#### 4.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA.

Realizar el montaje indicado en la figura anterior, situando el electroimán por encima de la barrera superior, que pone en marcha el cronómetro. Situar el receptáculo debajo de la otra barrera.

Conectar el electroimán a una fuente de alimentación, salida 6Vcc corriente continua. Los cronocaptadores, deben estar a una distancia vertical, para medir el tiempo de caída desde una barrera a la otra,  $t^1$ . Conectar los dos captadores al cronómetro electrónico.

Conectar el electroimán y colocar la bolita debajo para que quede atraída. Antes de dejar caer la bola, desconectando el electroimán, utilizar una plomada para comprobar la verticalidad del dispositivo, ya que la esfera debe pasar por el centro de las dos barreras sin golpearlas. Corregir, si es necesario, con los tornillos de la base.

Pulsar el interruptor de la fuente para desconectarla, y al cesar la corriente la esfera de hierro caerá, siendo detectada por las dos barreras. El cronometro medirá el tiempo desde la apertura o salida hasta la llegada a la segunda barrera.

Repetir para otras distancias y llenar las tablas correspondientes (Tablas E4.1 y E4.2.).

## Resultados

### Posición del móvil en función del tiempo

Tabla E4.1. Resultados de la posición respecto al tiempo

Punto	Tiempo (s)	Posición (cm)

### Velocidad instantánea del móvil en función del tiempo

Tabla E4.1. Resultados de la velocidad respecto al tiempo

Número de punto	Tiempo (s)	Velocidad (m/s)

## Preguntas

1. A partir de la gráfica 1 determine el valor de la ordenada en el origen, \_\_\_\_\_  
¿Qué significado tiene este valor?

2. ¿Cuál es la ecuación de la recta que mejor se ajusta a los puntos de la gráfica  $v$  contra  $t$ ?
3. ¿Qué tipo de curva se obtiene en la gráfica de la posición vs. tiempo (gráfica2)?
4. Obtenga la ecuación de la posición como función del tiempo ( $y(t)$ ).
5. ¿Por qué la velocidad y la aceleración resultan con signo negativo?
6. Compare el valor obtenido de  $g$ , en este experimento, con el valor reportado en los libros de texto determinando el error porcentual de su medición.

## PRÁCTICA N°. 5

### TEMA: MOVIMIENTO DE PROYECTILES

#### 5.1. OBJETIVO

- ✿ Analizar el movimiento de un proyectil

#### 5.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- ✿ Determinar las componentes horizontal y vertical de la velocidad de un proyectil en función del tiempo
- ✿ Determinar las componentes horizontal y vertical de la aceleración de un proyectil en función del tiempo.
- ✿ Determinar las componentes horizontal y vertical de la posición de un proyectil en función del tiempo

#### 5.3. TEORÍA

Cuando se lanza un objeto en presencia solamente de un campo gravitatorio, como el de la tierra, se observa que dicho objeto se eleva, alcanza una determinada altura y cae. Las ecuaciones vectoriales que describen este tipo de movimientos son:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

Este movimiento ocurre en un plano y para su estudio se puede descomponer en un movimiento en la dirección horizontal y otro en la dirección vertical.

En la dirección horizontal, el movimiento es uniforme con velocidad constante y las ecuaciones que lo describen son:

$$x(t) = x_0 + v_{x0} t$$

$$v_x(t) = v_{x0} = cte$$



donde  $x_0$  es la componente horizontal de la posición inicial y  $v_{0x}$  es la componente horizontal del vector velocidad inicial.

En la dirección vertical, el movimiento es uniformemente acelerado, donde la aceleración es debida al campo gravitatorio. Las ecuaciones que lo describen son:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = v_{0y} + at$$

donde  $y_0$  es la componente vertical de la posición inicial,  $v_{0y}$  es la componente vertical de la velocidad inicial y  $a$  es la componente vertical de la aceleración.

#### 5.4. MATERIALES

1. Perfil de plano corto.
2. Papel milimetrado (papel registro).
3. Esfera de hierro.
4. Lanzador.
5. Base soporte.
6. Perfil de plano inclinado.

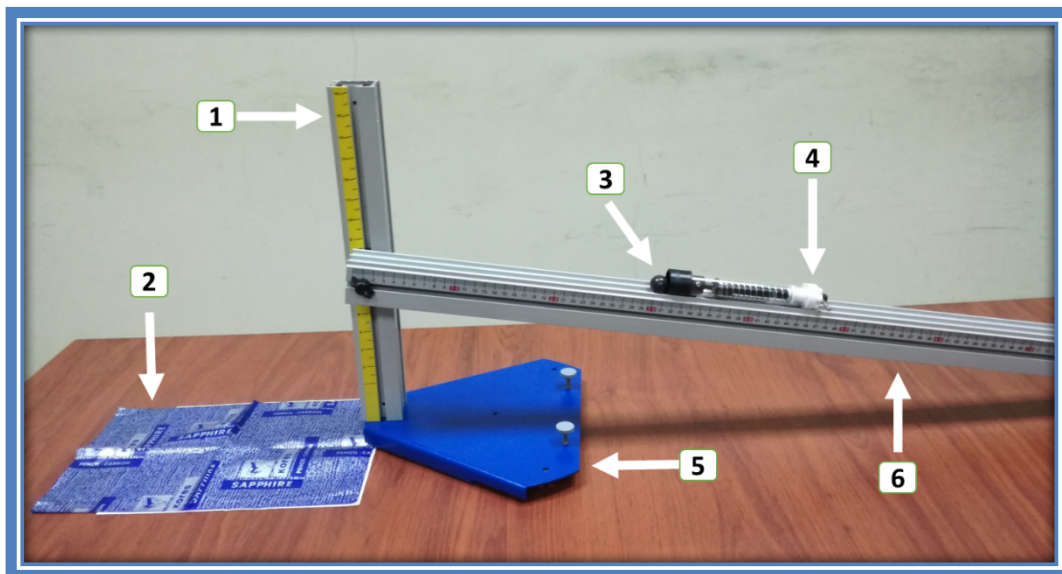


Figura E5.1 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017



### 5.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA.

1. Realizar el montaje de la figura, de tal forma que la esfera suba la rampa con impulso suficiente para saltar por el otro extremo algo inclinado.
2. Situar el papel carbón sobre el folio en el lugar y posición adecuados, del suelo.
3. Medir el Angulo de inclinación del plano, con el semicírculo.
4. Seleccione el ángulo de disparo del proyectil (balín).
5. Obtener varias marcas en el papel del suelo para diversos lanzamientos de la esfera, dejándola caer siempre de la misma altura de la rampa.
6. Medir el alcance de cada lanzamiento.
7. Completar la tabla E5.1.

Tabla E5.1. Determinación del alcance medio

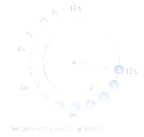
ALCANCE [cm]	VALOR MEDIO
X <sub>1</sub>	$\bar{x} =$
X <sub>2</sub>	
X <sub>3</sub>	
X <sub>4</sub>	
X <sub>5</sub>	

8. Calcular el tiempo de caída y la velocidad inicial.
9. Calcular la velocidad inicial en x y la velocidad inicial en y.
10. Calcular la componente vertical de la velocidad de caída.

### Preguntas

1. ¿Qué tipo de movimiento observa en la dirección horizontal?
  - a) movimiento con velocidad constante
  - b) movimiento con aceleración constante
  - c) movimiento con aceleración variableExplique su respuesta.
2. ¿Qué tipo de movimiento observa en la dirección vertical?
  - a) movimiento con velocidad constante
  - b) movimiento con aceleración constante
  - c) movimiento con aceleración variableExplique su respuesta.

## PRÁCTICA N.º 6



### TEMA: MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

#### 6.1. OBJETIVO

- ✿ Comprender el movimiento circular de un cuerpo que se mueve con velocidad angular constante.

#### 6.2. OBJETIVO ESPECÍFICO

- ✿ Determinar la velocidad angular, la velocidad lineal y la aceleración centrípeta.

#### 6.3. TEORÍA

Cuando un cuerpo gira con velocidad angular constante, el radio vector genera ángulos iguales en intervalos de tiempo iguales.

Para cualquier tiempo  $t$ , el ángulo generado estará dado por la ecuación

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

donde  $\theta$  es el ángulo en radianes,  $\theta_0$  es la posición angular inicial,  $\omega$  es la velocidad angular en radianes sobre segundo y  $t$  es el tiempo en segundos.

Por otro lado, la relación entre la velocidad angular  $\omega$  y la velocidad lineal (tangencial a la trayectoria) de un punto a una distancia  $r$  del centro de giro está dada por

$$v = \omega r$$

y la aceleración centrípeta del mismo punto está dada por  $a = v^2/r$ .

Suponiendo que  $\theta_0 = 0$ , de la primera ecuación se obtiene que  $\omega = \theta/t$ . Sustituyendo  $\omega$  en la segunda ecuación, se obtiene  $v = \theta r/t$ . Combinando esta expresión con la última ecuación y despejando  $\theta^2$  se obtiene la relación

$$\theta^2 = (a/r)t^2$$

que será utilizada en este experimento para calcular la aceleración centrípeta.

#### 6.4. MATERIALES

1. Base soporte.
2. Varilla Mediana.
3. Varilla pequeña.
4. Cinta de goma.
5. Fuente de alimentación.
6. Motor-Reductor.
7. Sistema de rotación con varilla.
8. Contador digital.
9. Polea con vástago.
10. Célula fotoeléctrica.

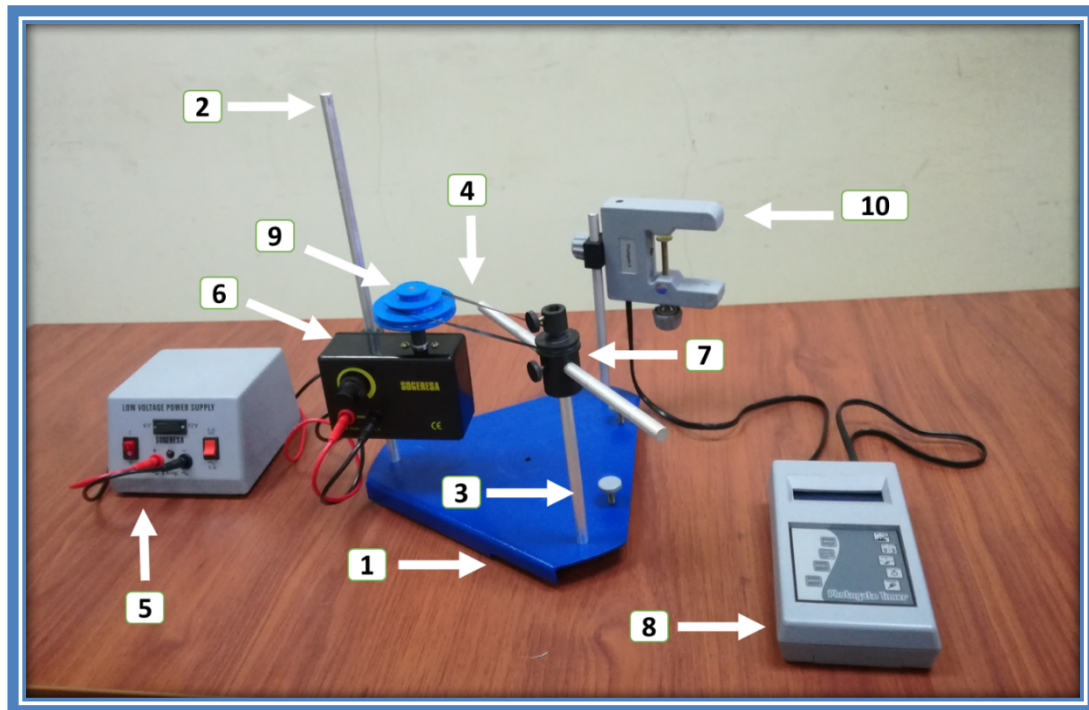


Figura E6.1 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

#### 6.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA.

1. Realizar el montaje de la figura indicada anteriormente.
2. Seleccionar una velocidad angular del motor.
3. Medir el tiempo que tarda la varilla en efectuar 1

4. Medir el tiempo que tarda la varilla en efectuar 10 oscilaciones. Repetir varias veces para hallar el valor medio.
5. Realizar también la experiencia utilizando la célula fotoeléctrica.
6. A partir del radio 0, medir los ángulos para los radios subsecuentes (considerar al menos 12 ángulos). Registre sus mediciones en la segunda columna de la tabla 1.
7. Expresar los ángulos en radianes (rad) y anotarlos en la columna 3 de la tabla 1.
8. Calcular el cuadrado de cada ángulo expresado en radianes y anotar los resultados en la columna 4 de la tabla E6.1.
9. En papel milimétrico, construir la gráfica de la posición angular contra el tiempo ( $\theta$  contra  $t$ ) y construir también la gráfica de  $\theta^2$  contra  $t^2$ .
10. En las gráficas obtenidas en el paso anterior, ajustar una recta por mínimos cuadrados y determine las pendientes correspondientes y anotar sus resultados en la tabla E6.2.
11. A partir de las ecuaciones 2 y 4 calcular la velocidad lineal y la aceleración centrípeta, anotar sus resultados en la tabla E6.2.

## Resultados

Tabla E6.1 Recogida de datos experimentales

<i>Tiempo (t/60)s</i>	<i><math>\theta</math> (grados)</i>	<i><math>\theta</math> (radianes)</i>	<i><math>\theta^2</math> (rad<sup>2</sup>)</i>

Tabla E6.2 Recogida de datos experimentales

<b>Radio (m)</b>	<b>velocidad angular (rad/s)</b>	<b>velocidad lineal (m/s)</b>	<b><math>\theta^2 / t^2</math> (s<sup>-2</sup>)</b>	<b>Aceleración centrípeta (m/s<sup>2</sup>)</b>

## Preguntas

1. Mencione tres ejemplos de movimiento circular uniforme, como el estudiado en este experimento.
2. En un movimiento circular, ¿cuántas aceleraciones se pueden encontrar?
3. ¿Cuál es la dirección de la aceleración centrípeta?
4. ¿Qué pasaría si hubiera aceleración tangencial?
5. Si este es un movimiento angular uniforme, ¿por qué hay aceleración centrípeta?

# PRÁCTICA N°. 7

## TEMA: SEGUNDA LEY DE NEWTON

### 7.1. OBJETIVO GENERAL

- ✿ Comprender la relación existente entre las fuerzas de la naturaleza y el movimiento

### 7.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✿ Verificar la segunda ley de newton
- ✿ Obtener experimentalmente el valor de la aceleración del sistema
- ✿ Obtener experimentalmente el valor de la masa del sistema

### 7.3. TEORÍA

#### LAS LEYES DE NEWTON

Las leyes de Newton son los pilares de la dinámica, que estudia la interacción de los objetos y la consecuencia de estas interacciones en su movimiento.

**La primera ley**, conocida como la *Ley de Inercia*, establece que todo cuerpo mantendrá su estado de movimiento, es decir, estará en reposo ( $v=0$ ) o moviéndose con velocidad constante, siempre que la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él sea igual a cero (Fuerza Neta = 0).

**La segunda ley** manifiesta que, si el medio con el que interactúa el objeto ejerce una fuerza neta diferente de cero, esto provocará que el objeto desarrolle una aceleración. Es decir establece la relación entre la acción hecha sobre un objeto, que llamamos FUERZA y la respuesta del objeto a esta acción, que se traduce en el cambio de velocidad y como consecuencia de esto que el objeto adquiera *aceleración*  $\left(\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{intervalo de tiempo}}\right)$ .

**La tercera ley** nos dice: a toda fuerza se opone otra de igual magnitud, pero de sentido opuesto.

#### ▪ SEGUNDA LEY DE NEWTON

Considere un objeto colocado sobre una superficie horizontal lisa (sin fricción) y que es arrastrado por una fuerza horizontal  $\vec{F}$  como se indica en la figura E7.1(a)

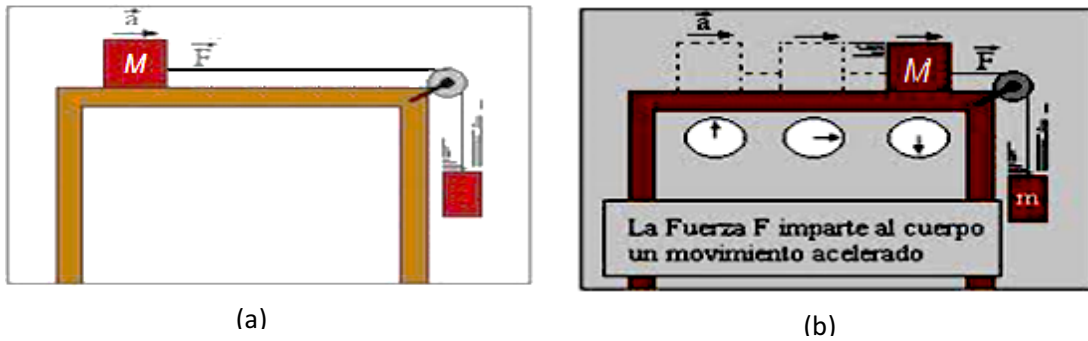


Fig. E7.1: Movimiento acelerado de un cuerpo donde actúa una Fuerza horizontal  $F$

En la figura E7.1(b), se muestran las posiciones del cuerpo de masa  $M$ , tomadas a intervalos de tiempo iguales, como la distancia entre dos posiciones sucesivas aumenta, se concluye que el cuerpo tiene un movimiento acelerado.

En el experimento mostrado, para cierto valor de  $\vec{F}$  se puede medir el valor de la aceleración  $\vec{a}$  que el cuerpo adquiere, comprobando que a medida que aumentamos  $\vec{F}$  entonces  $\vec{a}$  también aumenta; por lo que se concluye que:

**La fuerza  $\vec{F}$  que actúa en un cuerpo es directamente proporcional a la aceleración  $\vec{a}$  que este adquiere.**

Para conocer la fuerza  $F$  que actúa sobre este cuerpo de masa  $M$ , primero se realiza un diagrama de cuerpo libre al sistema antes mostrado. Considerando que no existe fricción, tenemos:

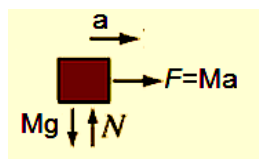


Fig. E7.2.(a) Diagrama de cuerpo libre para el primer cuerpo ( $M$ )

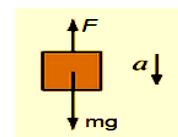
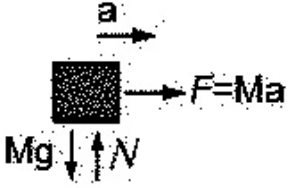
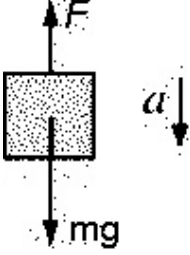


Fig. E7.2(b). Diagrama de cuerpo libre para el segundo cuerpo ( $m_{\text{colg}}$ )

De acuerdo a la Segunda Ley de Newton, tenemos que la aceleración es proporcional a la Fuerza neta que actúa sobre el cuerpo e inversamente proporcional a la masa, en otras palabras  $\sum F = ma$ . Note que la aceleración del primer cuerpo, es la misma aceleración del segundo cuerpo.

Aplicando la Segunda Ley de Newton para cada cuerpo, obtenemos:

<p><b>Para el primer cuerpo (sobre la mesa)</b></p> $\sum F_x = ma_x$ <p>La única fuerza que actúa en la misma dirección de la aceleración, es F. Entonces:</p> $F = Ma \quad (1)$	
<p><b>Para el segundo cuerpo (cuerpo colgante)</b></p> $\sum F_y = ma_y$ <p>Las fuerzas que actúan en la dirección de la aceleración, son: F y el peso colgante, o sea, <math>w_{colg} - F = m_{colg}a</math></p> <p>Al peso de la masa que cuelga se lo llamará <math>F_{colg}</math>. Despejando F de esta ecuación, se obtiene: <math>F = F_{colg} - m_{colg}a \quad (2)</math></p>	

Las ecuaciones (1) y (2), pueden ser igualadas dado que F, que representa la tensión en la cuerda, es la misma en cualquier punto de la cuerda. Entonces:

$$Ma = F_{colg} - m_{colg}a$$

Despejando  $F_{colg}$ , que representa el peso debido a las masas que cuelgan del portamasas, obtenemos que:

$$F_{colg} = Ma + m_{colg}a = (M + m_{colg})a$$

Donde  $(M + m_{colg})$  representa la masa del sistema. Si se traza un diagrama  $F_{colg}$  vs  $a$ , con los valores que se obtuvieron del experimento, el resultado será una recta que pasa por el origen. La pendiente del gráfico, representa el valor de la masa del sistema.

Para hallar la aceleración del sistema, se realizará el análisis cinemático del cuerpo partiendo de la relación matemática:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Inicialmente se conoce que el cuerpo parte del reposo ( $v_0 = 0 \text{ m/s}$ ) y que se desplazará una cierta distancia  $X$  conocida. Considerando que no hay fricción en la polea, que la polea es de masa despreciable y que la masa del cable es despreciable, obtenemos que:  $X = \frac{1}{2} a t^2$

Al despejar la ecuación anterior, se obtiene la aceleración en función de distancia recorrida  $X$  y el tiempo que le tarda al cuerpo trasladarse dicha distancia,  $a = \frac{2X}{t^2}$

Siendo esta aceleración, la aceleración del sistema.

#### 7.4. MATERIALES

1. 2 juegos de pesas.
2. Célula fotoeléctrica A.
3. Célula fotoeléctrica B.
4. Polea con vástago.
5. Perfil plano inclinado.
6. Carrito de desplazamiento.
7. Contador digital con barreras.
8. Soporte para plano inclinado.
9. Bobina de hilo.

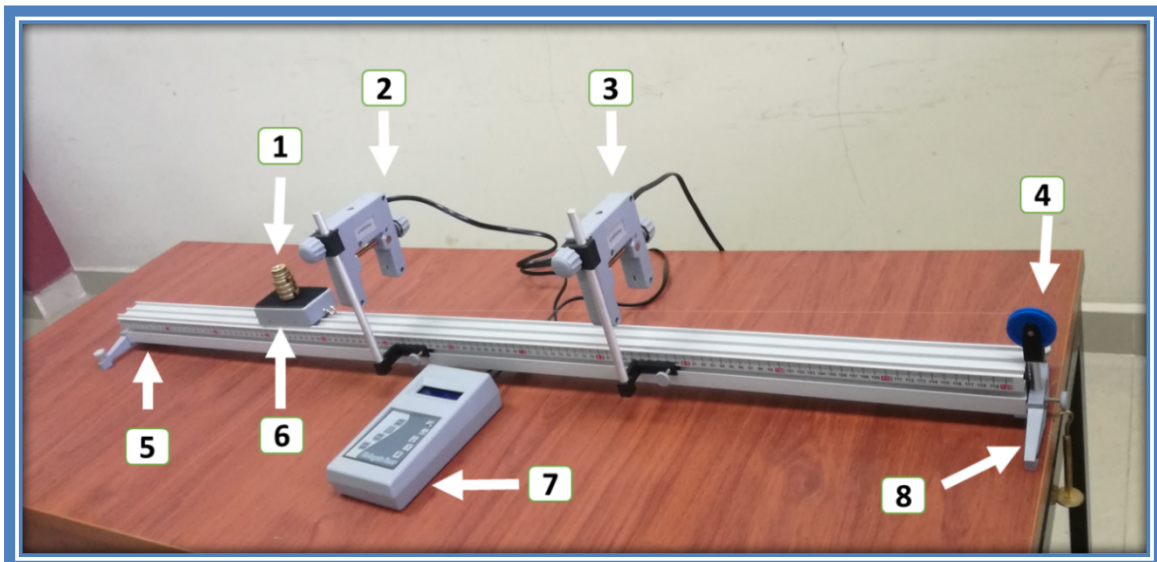


Figura E7.3 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

#### 7.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA.

1. Medir y anotar la masa del carrito y del portapesas.
2. Realizar el montaje de la figura indicada anteriormente. Unir con el hilo el carrito y el portapesas. Señalar, sobre la escala del plano dos marcas distantes unos 100 cm,



situando las barreras fotoeléctricas en ambas posiciones conectadas al cronometro electrónico.

3. Colocar varias pesas sobre e carrito. Utilizar pesas de 50, 20, 2 y 1 g.
4. Iniciar el movimiento del carrito, para ello y si es necesario, pasar una de las pesas mas ligeras del carrito al portapesas.
5. Medir el tiempo invertido por el carrito en recorrer la distancia entre las dos marcas, donde están situadas las células fotoeléctricas.
6. Repetir la medida varias veces. Ir anotando los resultados.
7. Pasar otra pesa ligera del carrito al portapesas y medir varias veces el tiempo que tarda el carrito en recorrer la misma distancia anterior.
8. Realizar la operación anterior, pasando al platillo otra pequeña pesa, al menos dos veces más.

### Análisis de datos

1. Realice un diagrama de cuerpo libre. Exprese en función de las variables, la relación entre el peso suspendido y la aceleración del sistema.
2. Encuentre una expresión para la aceleración del sistema, en función del desplazamiento y del tiempo.
3. Registre la masa del carro, del porta masas y de las masas colgantes
4. Calcule y registre el valor de la  $F_{\text{colgante}}$  para cada condición del sistema, en la tabla de datos del numeral D, de la hoja de reportes.
5. Calcule y registre el valor de la aceleración para cada condición del sistema, en una tabla.
6. En una hoja milimetrada grafique la fuerza aplicada versus la aceleración.  $F$  vs  $a$
7. Calcule y registre la pendiente de la recta.
8. Calcular el error experimental de la masa del sistema.

Fuerza de arrastre	Tiempo				tiempo medio [s] $t$	$t^2$	Aceleración $a = \frac{2x}{t^2}$
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$			

## Ejercicios

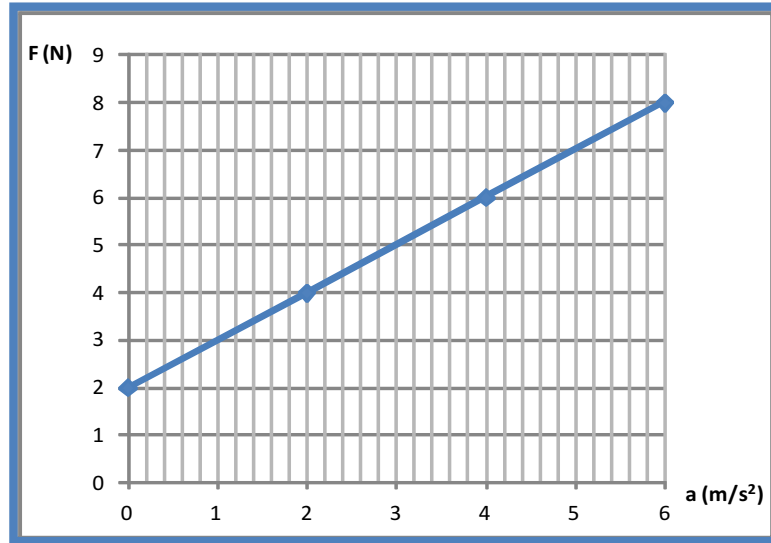
Indique las medidas directas e indirectas que realizará durante la práctica.

Cambiaría el valor de la pendiente del gráfico  $F_{\text{colg}}$  vs  $a$ , si hubiera fricción en la pista.

SI

NO

Para el siguiente grafico indique:

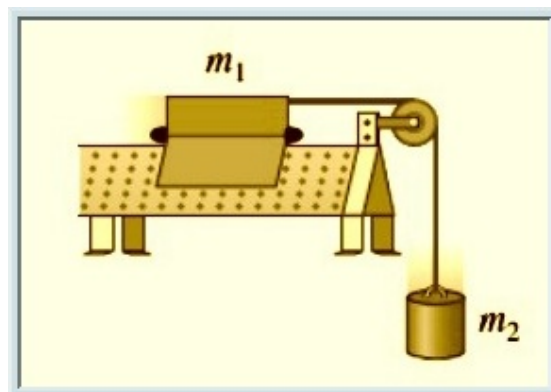


- ¿Qué representa la pendiente de la gráfica  $F_{\text{colg}}$  vs  $a$ ?
- Indique, ¿qué representa el intercepto de la recta?

### Resuelva el siguiente ejercicio.

Un deslizador de masa  $m_1 = 1.00 \text{ kg}$  se mueve sobre un riel de aire horizontal, sin fricción, en el laboratorio de física. El deslizador está conectado a una pesa de masa  $m_2 = 0.25 \text{ kg}$  mediante un cordón ligero, flexible e inelástico que pasa por una pequeña polea sin fricción. Si la pesa tarda 1.01 s. en caer 100 cm.

- ✿ Calcule la aceleración de cada cuerpo utilizando la Segunda Ley de Newton
- ✿ Calcule la aceleración de cada cuerpo utilizando las ecuaciones de cinemática
- ✿ Calcule la tensión en el cordón.



## PRÁCTICA N.º 8

### TEMA: FUERZA CENTRÍPETA

#### 8.1. OBJETIVO GENERAL

- ✿ Comprender el concepto de fuerza centrípeta mediante el estudio de un objeto que describe una trayectoria circular.

#### 8.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- ✿ Por el método de la práctica de fuerza centrípeta obtener de manera experimental la masa de un cuerpo, el cual gira en un plano horizontal con MCU y sujeto a un resorte
- ✿ Aplicar la herramienta de linealización logarítmica para la realización de gráficas.

#### 8.3. TEORÍA

##### ACELERACIÓN CENTRÍPETA:

Cuando una partícula se mueve en una trayectoria curva, la dirección de su velocidad cambia, esto implica que la partícula debe tener una componente de aceleración perpendicular a la trayectoria, incluso si la rapidez es constante (véase la figura 1a). En esta sección calcularemos la aceleración para el caso especial importante de movimiento en un círculo.

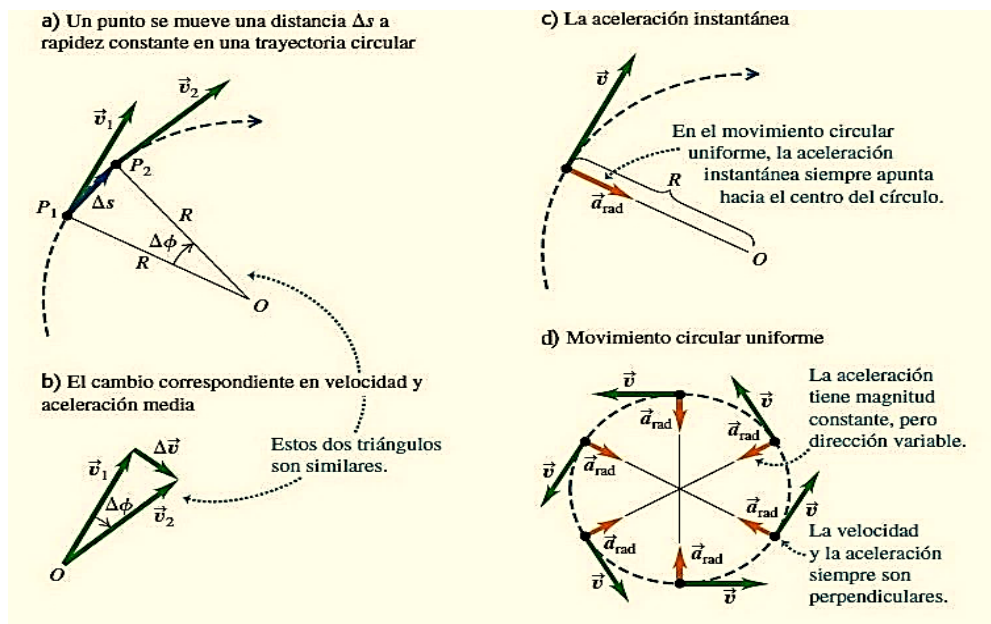


Figura E8.1 Determinación de la aceleración instantánea en una trayectoria circular

La figura E8.1(a) muestra una partícula que se mueve con rapidez constante en una trayectoria circular de radio  $R$  con centro en  $O$ . La partícula se mueve de  $P_1$  a  $P_2$  en un tiempo  $\Delta t$ . El cambio vectorial en la velocidad  $\Delta \vec{v}$  durante este tiempo se muestra en la figura E8.1(b). Los ángulos rotulados  $\Delta \theta$  en las figuras E8.1 (a) y (b) son iguales porque  $\vec{v}_1$  es perpendicular a la línea  $OP_1$  y  $\vec{v}_2$  es perpendicular a la línea  $OP_2$ . Por lo tanto, los triángulos en las figuras E8.1 (a) y (b) son semejantes. Los cocientes de lados correspondientes de triángulos semejantes son iguales, así que:

$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{v_1} = \frac{\Delta s}{R} \text{ o } |\Delta \vec{v}| = v_1 \frac{\Delta s}{R} \quad (1)$$

La magnitud  $a_{med}$  de la aceleración media durante  $\Delta t$  es entonces

$$a_{med} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v_1 \Delta s}{R \Delta t} \quad (2)$$

La magnitud  $a$  de la aceleración instantánea  $\vec{a}$  en el punto  $P_1$  es el límite de esta expresión conforme  $P_2$  se acerca a  $P_1$ :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_1 \Delta s}{R \Delta t} = \frac{v_1}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (3)$$

Sin embargo, el límite  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  de es la rapidez  $v_1$  en el punto  $P_1$ . Además,  $P_1$  puede ser cualquier punto de la trayectoria, así que podemos omitir el subíndice y con  $v$  representar la rapidez en cualquier punto. Así,

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} \quad (\text{Movimiento Circular Uniforme}) \quad (4)$$

Agregamos el subíndice “rad” para recordar que la dirección de la aceleración instantánea siempre sigue un radio del círculo, hacia su centro tal como se muestra en la figura E8.1(c). Puesto que la aceleración siempre apunta al centro del círculo, en ocasiones se le llama aceleración centrípeta. La palabra “centrípeta” significa “que busca el centro” en griego.

También podemos expresar la magnitud de la aceleración en un movimiento circular uniforme en términos del periodo  $T$  del movimiento, el tiempo de una revolución (una vuelta completa al círculo). En un tiempo  $T$ , la partícula recorre una distancia igual a la circunferencia  $2\pi R$ , por

lo cual también podemos expresar el periodo, en términos de la frecuencia  $f$  que es el número de revoluciones o ciclos que se efectúan en un tiempo dado.

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf \quad (5)$$

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} = 4\pi^2 Rf^2 \quad (6)$$

El movimiento circular uniforme, como todos los movimientos de una partícula, se rige por la segunda ley de Newton. Para hacer que la partícula acelere hacia el centro del círculo, la fuerza neta  $\Sigma \vec{F}$  sobre la partícula debe estar dirigida siempre hacia el centro (figura E8.2(a)). La magnitud de la aceleración es constante, así que la magnitud de la fuerza neta  $F_{neta}$  también debe ser constante. Si deja de actuar la fuerza neta hacia adentro, la partícula saldrá disparada en una línea recta tangente al círculo (figura E8.2(b)).

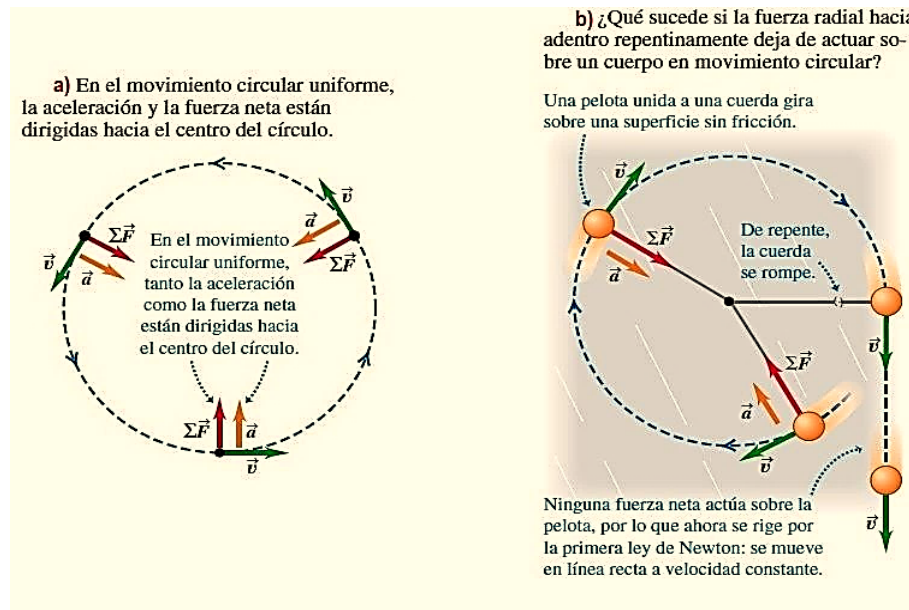


Fig. E8.2. Dinámica del movimiento circular

El movimiento circular uniforme puede ser resultado de cualquier combinación de fuerzas que produzca una fuerza neta de magnitud constante y siempre dirigido hacia el centro del círculo, por lo cual se denota como  $\Sigma \vec{F}_{rad}$  la suma de fuerzas radiales que producen una aceleración centrípeta.

$$\Sigma \vec{F}_{rad} = ma_{rad} \quad (7)$$

Considerando la ecuación (1.6) y reemplazando en la ecuación (7) se obtiene que

$$\Sigma \vec{F}_{rad} = m4\pi^2 Rf^2 \quad (8)$$

#### 8.4. MATERIALES

1. Base soporte
2. Esfera de plástico con gancho
3. Carrete de hilo
4. Sistema de rotación.
5. Varilla larga.
6. Varilla mediana.
7. Pesa para varilla.

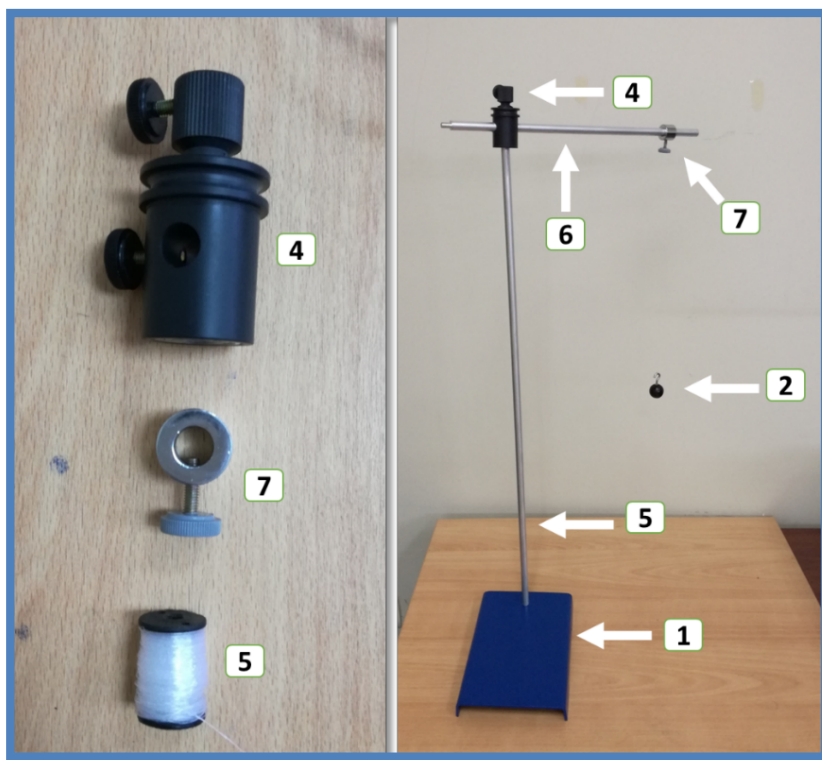


Figura E8.3 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

#### 8.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA

- Situar el dispositivo de rotación sobre la varilla y colocar la varilla mediana en el eje de rotación.
- Colocar la masa desplazable en el extremo de la varilla y colgar de ella mediante un trozo de hilo la esfera de plástico.

- Girar fuertemente la varilla accionando con la mano sobre el aro central, por su parte superior, o sobre el eje giratorio, y observar la posición que adopta la esfera colgante. Realizar varios ensayos y anotar las observaciones.
- Quitar la esfera colgada y girar suavemente el conjunto, midiendo el tiempo que tarda la varilla con la masa desplazable en dar dos vueltas.
- Repetir el procedimiento para 4, 6, y 8 vueltas y registrar los resultados en la tabla indicada.

Número de vueltas	Tiempo [s]	Frecuencia [vueltas/s]	Velocidad angular $\omega = 2\pi \cdot f$	$\omega^2$	Fuerza centrípeta $F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R$

### Ejercicios.

- ¿Cuáles son las variables de medición directa?
- ¿Cuáles son las variables de medición indirecta?
- ¿Por qué se mide el radio  $R$  hasta el centro del cilindro?
- ¿Cuáles son las variables independientes y dependientes de esta práctica?
- ¿Cuál es la razón de medir la fuerza  $F_{rad}$  con el dinamómetro sin que en el marco giratorio se encuentre en rotación, Explique?

## PRÁCTICA N° 9

### TEMA: MOMENTO DE INERCIA

#### 9.1. OBJETIVO GENERAL

- ✿ Analizar el momento de inercia de una varilla en rotación alrededor de un eje normal por su centro.

#### 9.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✿ Determinar el momento de inercia de un cuerpo
- ✿ Comprobar el teorema de Steiner

#### 9.3. TEORÍA

Un cuerpo rígido en rotación es una masa en movimiento, y su energía cinética la podemos expresar en términos de la rapidez angular del cuerpo y una nueva cantidad llamada momento de inercia.

El momento de inercia depende de la masa del cuerpo y de la distribución espacial de tal masa; es una magnitud que establece la resistencia que presenta un cuerpo a cambiar su velocidad angular. Con relación a un eje definido, el torque externo aplicado a un cuerpo rígido, se relaciona con la aceleración angular adquirida mediante la ecuación:

$$\alpha = \frac{\tau}{I} \quad (1)$$

En el que  $I$  es el Momento de Inercia,  $\alpha$  es la aceleración angular y  $\tau$  es el torque aplicado.

Como el momento de inercia  $I$  depende de la distribución espacial de la masa del cuerpo, si se tiene una distribución de masa discreta, el momento de inercia puede calcularse con la ecuación:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

Donde  $m_i$  son las masas discretas y  $r_i$  las distancias al eje de rotación correspondientes a cada masa  $m_i$ . Si la distribución de masa es continua para el cálculo se utilizará la integral:



$$I = \int r^2 dm \quad (2)$$

La energía cinética rotacional de un cuerpo rígido es igual a  $\frac{1}{2}I\omega^2$ . Por tanto, a mayor momento de inercia de un cuerpo rígido, mayor será su energía cinética cuando gira con una rapidez angular  $\omega$ ; más difícil será ponerlo a girar si está en reposo, o en caso contrario, más difícil será detener su rotación si ya está girando. Por esta razón,  $I$  también se denomina inercia rotacional.

El cambio del eje de rotación afecta el valor del momento de inercia  $I$  del cuerpo. Si se conoce el Momento de Inercia con relación a un eje que pasa por el centro de masa ( $I_0$ ), es posible calcular el momento de inercia  $I$  de dicho cuerpo de masa  $M$  con relación a otro eje paralelo al primer eje situado a una distancia  $d$ , de acuerdo al *Teorema de Steiner* o de ejes paralelos:

$$I = I_0 + Md^2 \quad (3)$$

Donde el momento de inercia  $I_0$  es el momento de inercia del disco de masa  $M$  y radio  $R$  respecto de un eje perpendicular al plano del disco y que pasa por su centro, dado por:  $I_0 = 0.5MR^2$ .

#### 9.4. MATERIALES

1. Polea con vástago.
2. Sistema de rotación con varilla.
3. Nuez doble.
4. 2 varillas largas.
5. Juego de pesas.
6. Base soporte.
7. Perfil multiuso.
8. Soporte desplazable.
9. 2 soportes para plano.

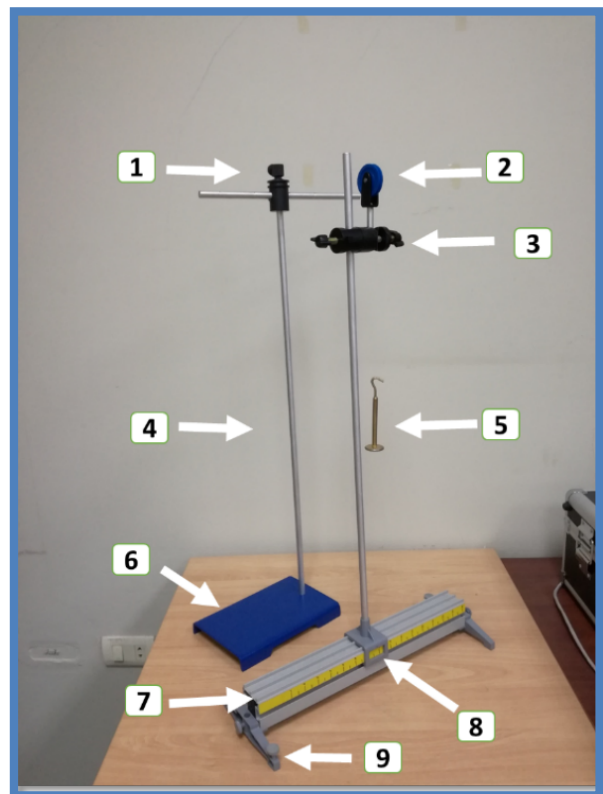


Figura E9.1 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

## 9.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA

1. Realizar el montaje de la figura indicada anteriormente. Atar un extremo del hilo al eje de rotación, pasarlo por la polea y atar el otro extremo al portapesas.
2. Enrollar el hilo en el eje de rotación.
3. Situar en el portapesas una pesa pequeña y comprobar si el movimiento de la varilla es uniforme. Ensayar con una pesa mayor siempre que el movimiento de rotación se realice a velocidad angular constante. Anotar la fuerza  $F$ , que mueve al sistema (pesas y portapesas). También se podría realizar este apartado sustituyendo el portapesas por un dinamómetro de 1 newton y tirando hacia debajo de manera que el movimiento de la varilla fuese uniforme.
4. Situar en el portapesas, pesas de valor superior a la mayor utilizada anteriormente, y dejar libre el sistema midiendo el tiempo  $t$ , que tarda la varilla en dar diez vueltas. Anotar la fuerza  $F$ , (pesas utilizadas y portapesas). El movimiento comienza a ser acelerado.
5. Registrar los valores en la tabla siguiente.

$F_1$	$F_2 = F_1 - F$	$M = F_2 \cdot r$	$t$	$t^2$	$\alpha = \frac{2 \cdot (2\pi \cdot 10)}{t^2}$	$I = \frac{M}{\alpha}$

### PREGUNTAS

- ¿Qué fuerza se mide en el apartado 2?.
- Que representa la fuerza  $F_2$ .
- De donde procede la relación:  $\alpha = \frac{2 \cdot (2\pi \cdot 10)}{t^2}$
- Cambian los valores obtenidos del momento de inercia.
- Hallar el valor medio de  $I$ .
- Representar gráficamente  $M$  frente a  $\alpha$ , qué relación existe entre ambas magnitudes, que representa la pendiente de la gráfica.

## PRÁCTICA N° 10

### TEMA: DINÁMICA ROTACIONAL

#### 10.1. OBJETIVO GENERAL

- ✿ Comprender la ley de la dinámica de rotación de un sólido rígido alrededor de un eje fijo.

#### 10.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✿ Determinar la aceleración angular de un elemento en rotación y calcular el momento y las fuerzas que actúan sobre ella.

#### 10.3. TEORÍA

El movimiento de un objeto real que gira alrededor de algún eje, no se puede analizar como el de una partícula, esto debido a que en cualquier instante, diferentes partes del cuerpo tienen velocidades y aceleraciones distintas. Por tanto, se deberá considerar a dicho objeto como un conjunto de partículas, cada una con su propia velocidad, aceleración. Es decir considerarlo como un **cuerpo rígido**, lo cual simplificará el análisis de su movimiento.

#### ACCIÓN DE UNA FUERZA SOBRE UN CUERPO RÍGIDO:

Una fuerza aplicada a un cuerpo rígido puede provocar un giro o una tendencia a girar en relación a un eje.

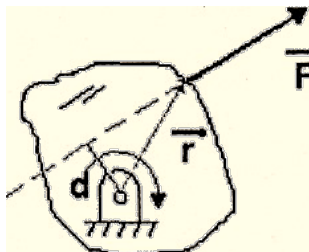


Figura E10.1 Representación de la dinámica rotacional

Si el cuerpo es plano y la fuerza es coplanar con él, la rotación puede darse alrededor de un eje perpendicular al plano de la fuerza, Fig. E10.1. La tendencia a rotar se mide con el torque  $\tau$ , que es proporcional a la aceleración angular adquirida de acuerdo a la ecuación:

$$\sum \tau = I\alpha$$

El torque se expresa en forma vectorial como el producto de  $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ , donde su magnitud  $\tau = F \cdot d$ , siendo  $d$ , el brazo de palanca de la fuerza; es decir, la distancia perpendicular del eje de rotación a la línea de acción de la fuerza.

### Realización de la práctica

Previo a realización de la práctica titulada Dinámica Rotacional, el estudiante debe, identificar el problema a resolver, repasar los fundamentos teóricos en los que se basará la práctica, resolver las preguntas planteadas al final de la unidad.

### Problema a resolver

Obtener experimentalmente la ecuación que caracteriza el movimiento rotacional de un cuerpo rígido en torno a un eje fijo, conocido como movimiento rotacional puro.

### Base teórica

Para esta práctica es necesario revisar los conceptos Momento de Torsión, Momento de Inercia, Segunda ley de Newton para la rotación.

#### 10.4. Materiales a utilizarse

1. Polea con vástago.
2. Sistema de rotación con varilla.
3. Nuez doble.
4. 2 Varillas largas.
5. Juego de pesas.
6. Base soporte.
7. Perfil multiuso.
8. Soporte desplazable.
9. 2 soportes para plano.

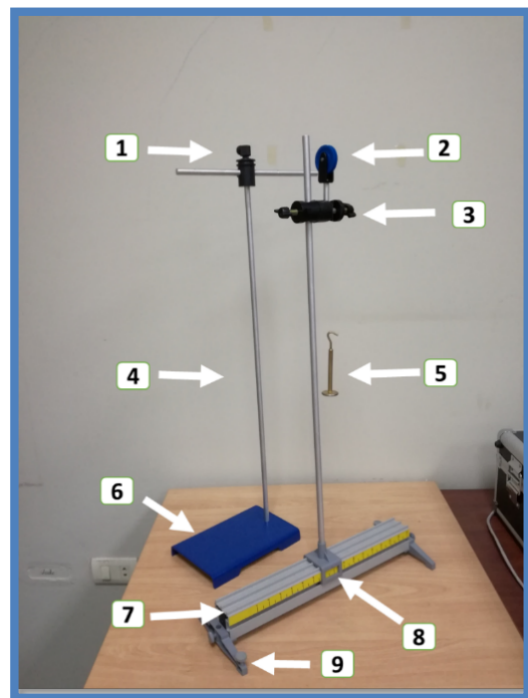


Figura E10.2 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

## Montaje del equipo de rotación

Un disco metálico con una polea liviana incorporada descansa sobre otro que permanecerá fijo durante el proceso. Una cuerda de peso despreciable se enrolla en la polea y se fija a una carga que es un cilindro metálico.

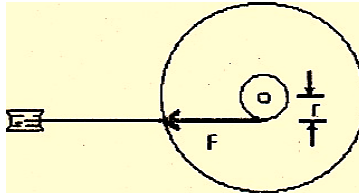


Figura E10.3 Esquema del montaje de rotación

La tensión de la cuerda  $F$  establece un Torque,  $\tau = F \cdot r$ , donde  $r$  es el radio de la polea; si se considera el Momento de Inercia del disco metálico solamente, despreciando la masa pequeña de la polea que enrolla la cuerda, se tiene que  $I = MR^2/2$  donde  $M$  es la masa del disco y  $R$  su radio. Adicionalmente para la masa suspendida se tiene  $mg - T = m \cdot a$  donde  $a$  es la aceleración lineal. Combinando estas expresiones y considerando que  $m$  es mucho menor que  $M$ , se tiene para la aceleración angular:

$$T = ma - mg$$

$$Tr = I\alpha$$

$$mgr - m(ar)r = I\alpha \Rightarrow mgr = (I_{disco} + mr^2)\alpha$$

$$\tau = (I_{disco} + mr^2)\alpha$$

Esta aceleración permanecerá constante durante la caída de la carga  $m$  y puede ser verificada con mediciones realizadas sobre el disco.

Debido a que la masa  $m$  que cuelga es pequeña en comparación con la del disco se puede despreciar para obtener una relación aproximada  $\tau = I_{disc} \cdot \alpha$

## ACELERACIÓN ANGULAR DEL DISCO

El Disco Metálico tiene marcas alternadas en colores blanco y negro a lo largo de su contorno.

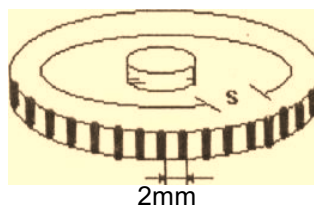


Figura E10.4 Elemento para determinar la aceleración

Un sensor en el borde del disco genera una señal cada vez que una franja oscura pasa frente a él, la distancia entre las franjas oscuras es de 2 mm. El contador digital muestra la lectura correspondiente al número de señales  $N$  que recibe por segundo; esta lectura se muestra con un intervalo de **dos segundos**. Este dato permite establecer la frecuencia de rotación como se indicará a continuación:

## MEDICIÓN DE FRECUENCIA Y VELOCIDAD ANGULAR

La frecuencia se define por  $f = n/t$  donde  $n$  es el número de vueltas en el tiempo  $t$ . El número de vueltas se puede obtener de la relación  $n = \frac{S}{2\pi R}$ , siendo  $S$  la longitud de la circunferencia que pasa frente al sensor ubicado en el borde del disco y  $R$  el radio del disco. Si la distancia entre marcas es 2 mm, se puede considerar la longitud  $S = 2mm \cdot N$  donde  $N$  es el número de pulsos por segundo que indica el contador digital. La velocidad angular se define por:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \left(\frac{n}{t}\right) \quad \omega = 2\pi \left(\frac{S}{2\pi R t}\right) = 2\pi \left(\frac{2N}{2\pi R t}\right)$$

Tomando en cuenta las consideraciones hechas al inicio, y el tiempo  $t$  igual a un segundo, se tiene:

$$\omega = \frac{2N}{Rt}, \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2s} = \frac{1}{2} \left( \frac{2N_2}{R(1)} - \frac{2N_1}{R(1)} \right), \text{ o sea, } \alpha = \frac{N_2 - N_1}{R}$$

**OBSERVACIÓN:** Si consideramos las lecturas  $N_1$  y  $N_3$  para determinar la aceleración angular, debemos tener en cuenta que el intervalo de tiempo  $t$  será 4 *segundos*, es decir el tiempo en que el equipo se demora en mostrar  $N_3$  con respecto a  $N_1$ .

### 10.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA

1. Realice el montaje del equipo de dinámica rotacional que se indica en la Figura, de tal manera que se encuentre a una altura aceptable para que la masa que está siendo acelerada pueda caer una distancia máxima.
2. Determine el valor de la masa que suspenderá. Colóquela en el extremo libre del hilo.
3. Hacer girar lentamente el disco superior desenrollando el hilo alrededor de la polea hasta que la parte superior de la masa suspendida este en el nivel de la mesa de trabajo.

- Mantenga el disco superior estacionario por el momento y luego suéltelo sin impartir ninguna velocidad inicial. La masa suspendida al caer acelerará el disco. Cuando todo el hilo se haya desenrollado de la polea, la masa va a invertir su dirección y el hilo se va a enrollar en la polea, de tal manera que la masa suspendida ascenderá.
- Registre en la tabla de datos los valores de N que muestra la pantalla del equipo utilizado. Solo deberá registrar los valores mientras la masa suspendida está descendiendo.
- Repetir los pasos indicados en los numerales 3 al 7 para diferentes masas.
- Realice los cálculos necesarios para obtener los valores correspondientes para realizar el gráfico  $\alpha$  vs  $\tau$

### PRUEBA DE ENTRADA

- En la práctica de dinámica rotacional, al graficar  $\alpha$  vs  $\tau$ , la pendiente corresponde a la inercia  $I_2$  (inercia del disco grande)

Verdadero o falso

- En la práctica de dinámica rotacional, si se obtiene  $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7$  y  $N_8$ . Entonces,

$$\alpha = \frac{N_7 - N_2}{3R}$$

Verdadero o falso

- En la práctica de dinámica rotacional, se obtuvo la información dada en la tabla, donde  $m$  es la masa colgada en el extremo de la cuerda,  $N_2$  y  $N_5$  son las lecturas registradas por el contador de pulsos, (estas lecturas son no consecutivas, sabiendo que las mismas son presentadas por el contador cada 2 s)  $M$  y  $R$  es la masa y el radio del disco, y  $r$  es el radio de la polea en donde está enrollada la cuerda:

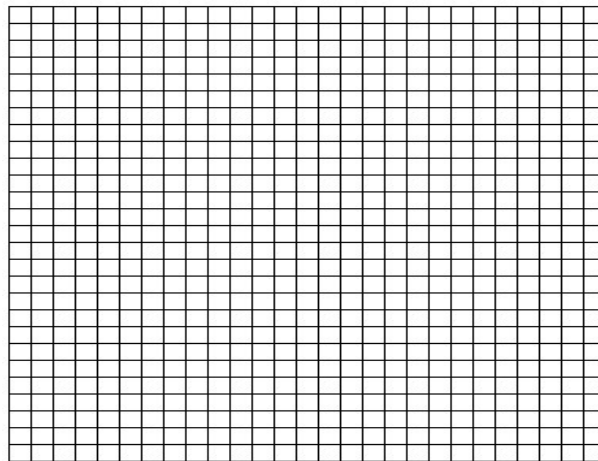
$$M \pm \delta M = (1353,5 \pm 0,1)g; R \pm \delta R = (63,3 \pm 0,1)mm; r \pm \delta r = (12,5 \pm 0,1)mm$$

m (g)	$N_2$	$N_5$	$\alpha \left( \frac{rad}{s^2} \right)$	$\tau (Nm)$
3.0	12	49		
7.5	31	104		
12.2	42	154		
15.3	71	208		
18.7	88	251		
24.4	104	314		
27.7	120	358		

Completar la tabla con los valores de  $\tau$  y  $\alpha$

- a) Realizar el gráfico  $\tau$  vs  $\alpha$
  - b) Determinar el valor de la pendiente con su respectivo error absoluto.
4. Para la práctica de Dinámica Rotacional, escriba la expresión literal que permite calcular los valores de  $\tau$  y  $\alpha$ , y anótelos en la tabla en base a la siguiente información:  $M = 1352$  g;  $R = 63.25$  mm;  $r = 11.5$  mm;  $N_3$  y  $N_5$  son la tercera y quinta lectura del contador digital que se utiliza en el desarrollo de la práctica. La masa suspendida es “ $m$ ”:

$m$ (g)	$N_3$	$N_5$	$\alpha$ (rad/s <sup>2</sup> )	$\tau$ (N.m)
13.5	68	127		



5. Escriba la expresión literal que permite calcular los valores de  $\alpha$  y  $\tau$  y anótelos en la tabla en base a la siguiente información:  $M = 1352$  g;  $R = 63.25$  mm;  $r = 11.5$  mm;  $N_3$  y  $N_5$  son la tercera y la quinta lectura del contador digital que se utiliza en el desarrollo de la práctica. La masa suspendida es “ $m$ ”:

$m$ (g)	$N_3$	$N_5$	$\alpha$ (rad/s <sup>2</sup> )	$\tau$ (N.m)
13.5	68	127		



## PRÁCTICA N°. 11

### TEMA: TRABAJO Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA.

#### 11.1. OBJETIVO GENERAL

- ✿ Comprender la ley de conservación de energía mecánica y la relación entre trabajo y energía.

#### 11.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✿ Comprobar los conceptos de trabajo y conservación de energía mecánica.
- ✿ Analizar los cambios que ocurren entre la energía cinética y la energía potencial gravitacional de un objeto soltado por un plano inclinado, usando en su análisis cálculos de energía mecánica y cinemática.

#### 11.3. TEORÍA

Energía es uno de los temas más importantes en física e ingeniería, siendo necesario identificar, seguir o controlar los intercambios de energía en sus diferentes manifestaciones. Cotidianamente se piensa en la energía en varios términos: combustibles para transporte y calentamiento, electricidad para luz y electrodomésticos, alimentos para el consumo e inclusive en la capacidad en realizar una actividad física. Sin embargo, estas ideas no definen la energía; pero sí señalan que los combustibles son necesarios para realizar un trabajo y que dichos combustibles proporcionan algo que se llama energía.

La energía se pone de manifiesto en el Universo de formas diversas. Así pues, todo proceso físico que ocurra en él, implica energía, transferencias o transformaciones de energía. No obstante, a pesar de su extrema importancia, la energía no es fácil de definir.

La importancia del concepto de energía surge del principio de conservación de la energía: la energía es una cantidad que se puede convertir de una forma a otra, pero no puede crearse ni destruirse. En un motor de automóvil, la energía química almacenada en el combustible se

convierte parcialmente en la energía del movimiento del auto, y parcialmente en energía térmica. En un horno de microondas, la energía electromagnética obtenida de la compañía de electricidad se convierte en energía térmica en el alimento cocido. En éstos y todos los demás procesos, la energía total —es la suma de toda la energía presente en diferentes formas— no cambia. Todavía no se ha hallado ninguna excepción.

### Trabajo por una fuerza constante $W$

El trabajo  $W$  empleado sobre un sistema por un agente externo que ejerce una fuerza constante sobre el sistema es el producto de la magnitud  $F$  de la fuerza, la magnitud  $\Delta r$  del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza  $F$  y  $\cos \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre los vectores fuerza y desplazamiento, como ilustra la figura E11.1 y plantea la ecuación

$$W = f \cdot \Delta R \cdot \cos \theta \quad (1)$$

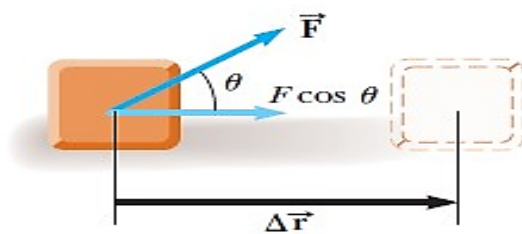


Figura E11.1. Objeto desplazado por una fuerza constante.

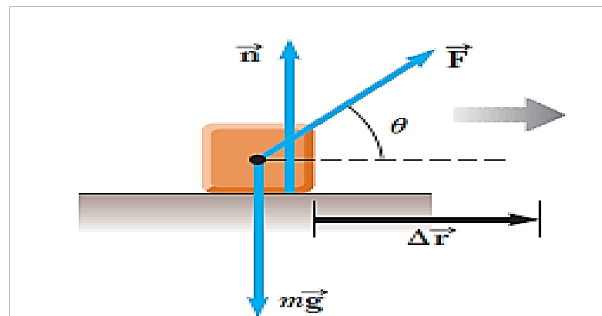


Figura E12.2. Ilustración de un Diagrama de Fuerzas (DCL) actuando sobre un objeto.

Del diagrama de fuerzas (DCL) figura E11.2, se puede notar que, si un objeto se desplaza sobre una superficie horizontal, la fuerza normal  $\mathbf{n}$  y la fuerza gravitacional  $m\mathbf{g}$  no hacen trabajo sobre el objeto.  $\mathbf{F}$  es la única fuerza que realiza trabajo sobre el objeto.

La unidad de trabajo en el SI es  $1 \text{ joule} = 1 \text{ newton por metro}$  ( $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ). El trabajo es una cantidad escalar, ya que puede ser positivo o negativo, pero no tiene dirección en el espacio.

### Energía cinética y el teorema trabajo–energía cinética

El trabajo total realizado por fuerzas externas sobre un cuerpo se relaciona con el desplazamiento de éste (los cambios en su posición), pero también está relacionado con los cambios en la *rapidez* del cuerpo.

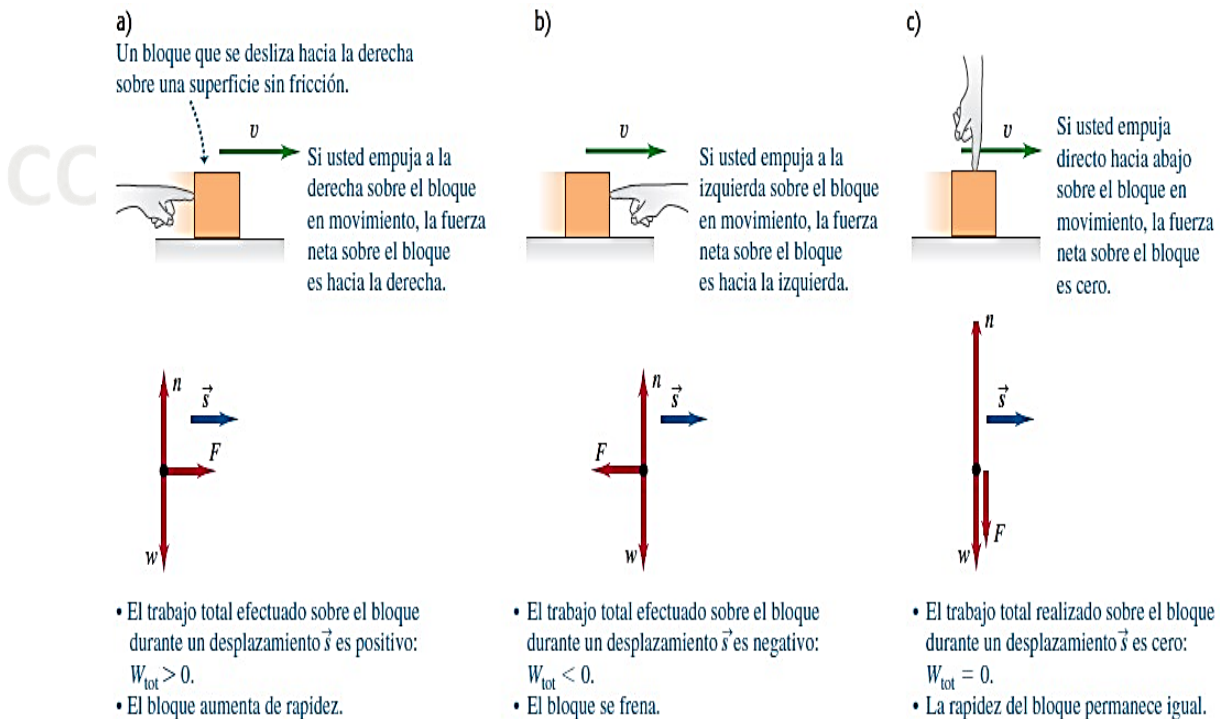


Figura E11.3 Relación entre el trabajo total efectuado sobre un cuerpo y la manera en que cambia la rapidez del cuerpo

Una vez identificado el trabajo como un mecanismo de transferencia de energía en un sistema, es posible que, al hacer trabajo sobre dicho sistema, logre cambiar su estado de reposo o de movimiento. Por lo que, a esta situación asociada con la rapidez, se asocia un primer tipo de energía que un sistema puede tener, la energía cinética  $K$ .

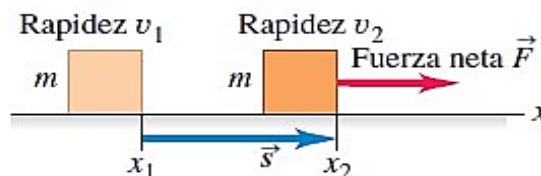


Figura E11.4 Cambio de la posición de un objeto debido a una Fuerza neta  $F$ .

Considere una partícula con masa  $m$  que se mueve en el eje  $x$  bajo la acción de una fuerza neta constante de magnitud  $F$  dirigida hacia el eje  $x$  (figura 4). La aceleración de la partícula es constante y está dada por la segunda ley de Newton,  $F = ma_x$  suponga que la rapidez cambia de  $v_1$  a  $v_2$  mientras la partícula sufre un desplazamiento  $s = x_2 - x_1$  del punto  $x_1$  al  $x_2$ .

Usando una ecuación de aceleración constante:  $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\Delta x$  y sustituyendo  $v_{0x}$  por  $v_1$ ,  $v_x$  por  $v_2$  y  $\Delta x$  por  $s$ , tenemos:  $v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

Al multiplicar esta ecuación por  $m$  y sustituir  $ma_x$  por la fuerza neta  $F$ , obtenemos

$$F = ma_x = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \quad \text{y} \quad F \cdot s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

$$F \cdot s = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

El producto  $F \cdot s$  es el trabajo efectuado por la fuerza neta  $F$  y, por lo tanto, es igual al trabajo total  $W_{tot}$  efectuado por todas las fuerzas que actúan sobre la partícula. Llamamos  $\frac{1}{2}mv^2$  a la cantidad la **energía cinética**  $K$  de la partícula (definición de energía cinética):  $K = \frac{1}{2}mv^2$

Podemos decir que la energía cinética  $K$  de una partícula es igual a la cantidad de trabajo necesario para acelerarla desde el reposo hasta la rapidez  $v$ . También es igual al trabajo que la partícula puede efectuar en el proceso de detenerse. La energía cinética es una cantidad escalar sin dirección en el espacio; siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las del trabajo:  $1 J = 1 N \cdot m = 1 Kg \cdot \frac{m}{s^2}$

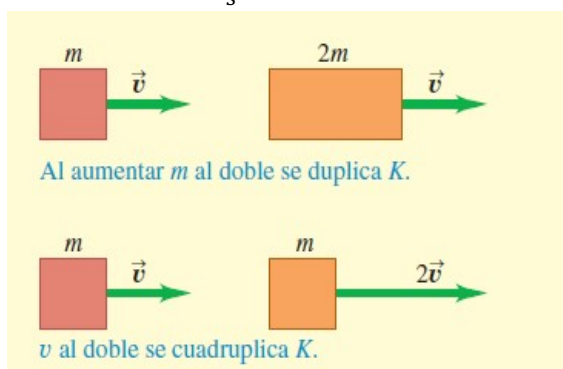


Figura E11.5 Comparación de la energía cinética  $K$  entre cuerpos distintos.

## Conservación de la Energía Potencial y Cinética

Un objeto de masa  $m$  ubicado a una cierta altura  $h$  respecto al suelo tiene una energía potencial dada por  $U$ , donde,  $U = mgh$

Si dicho objeto se deja caer, su altura  $h$  respecto al suelo disminuye y consecuentemente su energía potencial  $U$  también disminuye directamente.

Sin embargo, conforme el objeto de masa  $m$  va cayendo, su rapidez  $v$  aumenta y consecuentemente su energía cinética  $K$ , dada por:

$$K = \frac{1}{2} mv^2, \text{ aumenta.}$$

Pese a esto, la suma de la energía potencial  $U$  más la energía cinética  $K$ , en determinado instante, no cambia; es decir, la energía mecánica  $E$  definida como:

$$E = U + K, \text{ es constante.}$$

Definición conocida como la "*ley de conservación de la energía mecánica*".

El principio de conservación de la energía además de permitir resolver con mayor facilidad problemas que resultarían difíciles de resolver aplicando la segunda ley de Newton, establece que si se observan todas las formas de energía que participan se percibe que la energía no se pierde en un intercambio; sólo se transforma.

### 11.4. MATERIALES:

1. Perfil de plano corto.
2. Esfera de hierro.
3. Base soporte.
4. Perfil de plano inclinado.
5. Papel milimetrado y papel carbón.

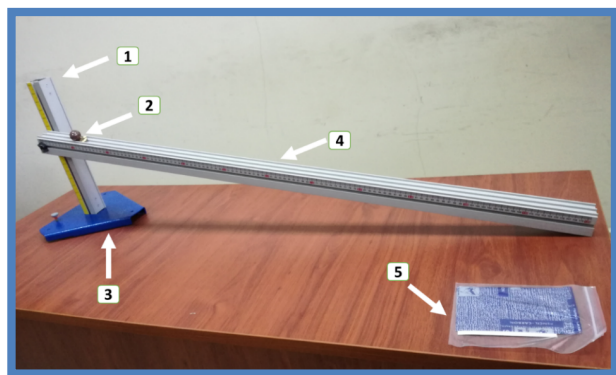


Figura E11.6 Equipos y componentes a emplearse en la práctica  
Fuente: Laboratorio de Ciencias Físicas, UTEQ, 2017

## 11.5. DESCRIPCIÓN DE LA PRÁCTICA.

### PRECAUCIONES CON LOS MATERIALES, INSTRUMENTOS Y EQUIPOS A UTILIZAR:

- ✿ Fijar el papel carbón a la superficie de impacto para evitar deslizamientos de la hoja al ser golpeada por la esfera.
- ✿ Para mejores resultados, evitar empujar la esfera desde las diferentes posiciones. La esfera debe caer desde el reposo.

### ESQUEMA GENERAL DEL EQUIPO A UTILIZAR:

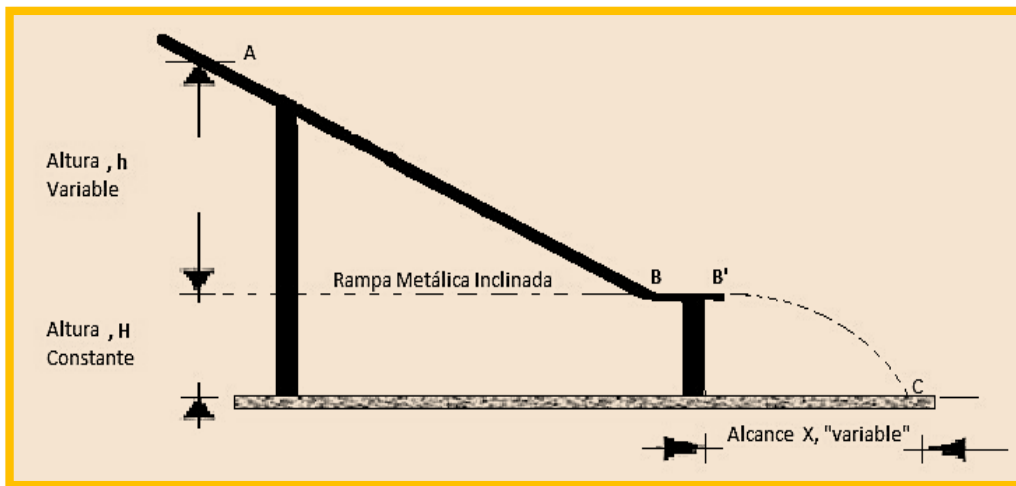


Fig. E11.7 Vista esquemática lateral del equipo de rampa inclinada para Conservación de la Energía Mecánica

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL:

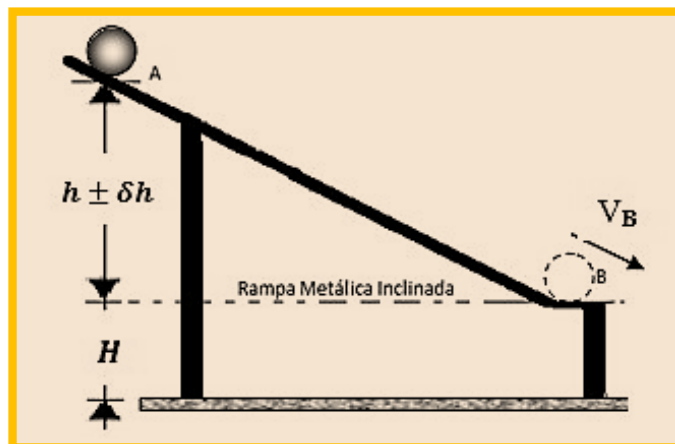


Figura E11.8 Medición de rapidez en el punto B, considerando la partida de la esfera desde A

Considerando la parte superior del equipo armado en su mesa de trabajo proceder a medir directamente y registrar en la respectiva tabla del informe:

1. Siete alturas  $h \pm \delta h$  desde donde partirá inicialmente la esfera desde el reposo (punto A) y proceder a registrar en la Tabla
2. Encontrar una expresión en función de la altura  $h$  que permita calcular la rapidez del objeto cuando alcanza el punto B y de esta manera registrar solo el valor medido en la Tabla.
3. Llenar los datos pertinentes medidos y calculados hasta el momento.
4. Considerando que el sistema es ideal, es decir, que se desprecia la fricción, la rapidez calculada en B ( $v_B$ ) debe ser igual a la rapidez en  $B'$  ( $v_{B'}$ ), por lo que se procede a determinar  $v_{B'}$  cuando la esfera presenta una trayectoria parabólica.

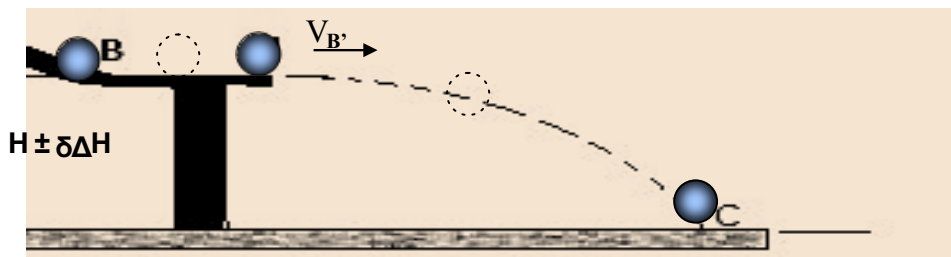


Fig. 9. Medición de la rapidez en el punto  $B'$ , considerando la trayectoria parabólica de la esfera

5. Medir con regla la altura  $H \pm \delta H$ . desde la superficie horizontal de la mesa hasta el punto  $B'$ . Note que la altura  $H$  es constante.
6. Medir el alcance horizontal  $X \pm \delta X$  al que cae la esfera (punto C) desde el punto  $B'$ , el mismo que queda marcado sobre el papel blanco que debe colocar bajo el papel carbón.
7. Encontrar una expresión en función de la altura que le permita hallar la rapidez del objeto en el punto  $B'$ , utilizando cinemática en dos dimensiones, de tal forma que permita registrar solo los valores medidos de  $v_{B'}$ . Observar si los valores obtenidos para  $v_{B'}$  son aproximadamente iguales a los valores obtenidos en  $v_B$ .
8. Utilizando los valores de  $X^2$  y  $h$ , realizar una gráfica  $X^2$  vs  $h$ , y determinar la pendiente.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Baird, D., (1995). *Experimentation: An Introduction to Measurement Theory and Experiment Design*, 3rd. Edition. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall.
2. CENCO. Folleto de manual.
3. Chueca, M., Herraiz, J., (1996). *Teoría y Errores de instrumentación*, Madrid, España, Editorial: Thomson Paraninfo, S.A.
4. Cutnell, J., Johnson, K., (2008). *Physics*. New York City, USA. John Wiley & Sons, Inc. 8th edition.
5. ESPOL, (2005). *Guía de Física experimental I*. Guayaquil, Ecuador.
6. Giemberardino, V., (2010). *Teoría de los errores*, Caracas, Venezuela. Reverté S. A.
7. Hewitt, P., (2007). *Física conceptual*. México, México. Décima edición. Pearson Educación.
8. Lyons, L., (1991). *A practical guide to data analysis for physical science students*. Cambridge, UK. University Press. 1st edition.
9. PASCO Scientific. *Instruction Manual and Experiment Guide (ME-9215B)*. Roseville, CA.
10. PASCO Scientific. *The Photogate-Ready Dynamics System Lab Manual (ME-9494)*. Roseville, CA.
11. Pentz, M., Shott, M., (1989). *Handling Experimental Data*. Philadelphia USA. Open University Press
12. Sanon, G., (2007). BSc. *Practical Physics*. New Delhi, India. 1st edition.
13. Sears, W., Zemansky, M., Young, H., Freedman, R., (2009). *Física universitaria*. México, México. Decimosegunda edición, volumen 1. Pearson Educación.
14. Serway, R., Jewett, J, (2008). *Física para ciencias e ingeniería*, México D.F., México. Séptima edición, volumen 1.
15. Taylor, J., (2002). *An Introduction to Error Analysis*. University Science Books, Mexico DF, Mexico: Fondo de Cultura Económica. University Science Books. 2nd edition.
16. Wilson, J., Buffa, A., Lou, B., (2011). *Física 11*. México, México. Pearson educación. Sexta edición.



Omar Arturo Cevallos Muñoz

Docente principal Ciencias de la Ingeniería en la Universidad Técnica Estatal de Quevedo, Ingeniero Naval, Master en Diseño, Gestion y Direccion de Proyectos Practica Docente Universitaria, Diseños Pedagogicos Universitarios, Especialista en Docencia Matematica curso de "Autodesk inventor", duracion 40h, 2016, curso de "Fundamentos de comunicación científica y elaboracion de articulos científicos"; duracion 120h, 2016, curso de "Matlab & Simulink aplicado a la ingeniería", duracion 40h, 2017, ponencia "Evaluacion de la sostenibilidad de una cadena de suministro en Ecuador", cuba, 2017. curso-taller: "Metodologia de la investigacion", duracion 40h, 2018, curso-taller: "Estadística multivariante", duracion 40h, 2018, Reconocimiento a la creatividad, facultad de ciencias agrarias, 2008

Jorge Luis Guadalupe Almeida, Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica por la Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso – Chile. Actualmente, se desempeña como Coordinador de la Carrera Ingeniería Mecánica y docente en la Universidad Técnica Estatal de Quevedo. Entre las unidades de aprendizaje que imparte se destacan las relacionadas con áreas profesional y básica como: Diseño de Máquinas, Diseño de Elementos de Máquinas y Física I. Además, ha sido director de varios proyectos de titulación cuya principal línea de investigación se encamina en el diseño de maquinaria y automatización de la misma. Su publicación más relevante: "Mathematical modeling of natural solar drying process in lateritic mineral deposits". Siendo Ingeniero Mecánico, se desempeñó como diseñador, fiscalizador e ingeniero de montaje en varios Proyectos Mecánicos para la empresa ESACERO S.A., cuyas labores principalmente las desarrollaba en varios bloques petroleros del oriente ecuatoriano.

Cristian Alejandro Vallejo Sinchiguano. Ingeniero Mecánico graduado en la Escuela Politécnica Nacional (Cum Laude). Fue Asistente de Catedra del Laboratorio de Fundición en cual desarrollaba actividades de investigación, dando como resultado la publicación de un artículo científico (A Novel Method for Manufacturing Random Open Cell Metallic Foams whit ControlLed Regularity). Desempeño actividades de docencia y tutoría como Asistente de Cátedra de Teoría de Maquinas en la Facultad de Ingeniería Mecánica. Analista/Especialista de estructuras metálicas en proyectos de gran envergadura como líneas de transmisión, Plataformas, Hospitales, entre otros. Actualmente se desempeña como jefe de Laboratorios de Termodinámica, Mecánica, y Electricidad y Electrónica en la Universidad Técnica Estatal de Quevedo.

JIng. Luis Felipe Espinosa Delgado MSc.

Es un profesional quiteño, que estudió en la Escuela Politécnica del Ejército – Sede Latacunga, obteniendo el grado de Ingeniero Automotriz. Luego, obtuvo una beca completa para estudiar una maestría en el exterior. Estudió en el Royal Melbourne Institute of Technology RMIT en la ciudad de Melbourne, Australia, obteniendo el grado de Master of Science in International Automotive Engineering. Desde el 2016, se desempeña como profesor de la carrera de Ingeniería Mecánica, perteneciente a la Facultad de Ciencias de la Ingeniería, en la Universidad Técnica Estatal de Quevedo, dirigiendo varios proyectos de vinculación, tesis de grado y realizando publicaciones.

ISBN: 978-9942-33-086-4

