



Fundamentos de física de fluidos

Raúl Díaz Ocampo

compAs
Grupo de capacitación e investigación pedagógica



Fundamentos de física de fluidos



Raúl Díaz Ocampo

Fundamentos de física de fluidos



Fundamentos de física de fluidos

© Raúl Díaz Ocampo

Universidad Técnica Estatal de Quevedo

Una obra de relevancia producto del
4to. Congreso Internacional de Educación
Superior

Publicado por acuerdo con los autores.

© 2021, Editorial Grupo Compás
Guayaquil-Ecuador

Grupo Compás apoya la protección del copyright, cada uno de sus textos han sido sometido a un proceso de evaluación por pares externos con base en la normativa del editorial.

El copyright estimula la creatividad, defiende la diversidad en el ámbito de las ideas y el conocimiento, promueve la libre expresión y favorece una cultura viva. Quedan rigurosamente prohibidas, bajo las sanciones en las leyes, la producción o almacenamiento total o parcial de la presente publicación, incluyendo el diseño de la portada, así como la transmisión de la misma por cualquiera de sus medios, tanto si es electrónico, como químico, mecánico, óptico, de grabación o bien de fotocopia, sin la autorización de los titulares del copyright.

Editado en Guayaquil - Ecuador

ISBN:978-9942-33-424-4



Cita.

Díaz, R. (2021) Fundamentos de física de fluidos. Editorial Grupo Compás.

NOTA DE AGRADECIMIENTO

Al Dr José María Franco Gómez, Director del Grupo de Investigación “Ingeniería de Fluidos Complejos” de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad de Huelva UHU-España, por su valiosa ayuda en la elaboración de este texto y, a todos aquellos que de alguna manera han contribuido para mejorar el contenido de este libro.

PREFACIO

El objetivo de este texto es introducir al lector en los conceptos básicos que conforman la base de la disciplina científica denominada Física de Fluidos, que constituye un ingrediente fundamental en área ingenieriles. Los contenidos que se desarrollan en el presente trabajo están directamente relacionados con los contemplados en la asignatura “Física de Fluidos” de la Carrera de Ingeniería en Alimentos de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo.

La Física de Fluidos estudia el comportamiento a nivel macroscópico del tipo de medios continuos conocidos como fluidos, los cuales no presentan una resistencia a la deformación (y por tanto no tienen una forma definida), sino a la velocidad de deformación. Dependiendo de las condiciones en que tiene lugar este movimiento, o flujo, se observan distintos regímenes, cuyo estudio es el objeto fundamental de la Física de Fluidos.

Se pretende que el lector que se introduce en esta disciplina consiga en este libro los elementos esenciales para comprender los principios fundamentales de conservación (de la masa, momento, energía y especies en el caso de una mezcla) a una partícula fluida para deducir las ecuaciones fundamentales de la Mecánica de Fluidos

Como se podrá apreciar, el libro está dividido en seis capítulos. El primero aborda una introducción a los fluidos, la conceptualización de un fluido y flujo de un fluido, así como de la hipótesis del continuo. Se realiza además, una breve descripción de las más relevantes propiedades de los fluidos, tanto físicas, químicas y ópticas.

En el segundo capítulo se describen los métodos de análisis de flujo de fluidos, tanto el método de Lagrange como de Euler y se dedica especial atención al análisis integral y diferencial de un fluido. Se describen las ecuaciones de conservación que caracterizan la evolución de los sistemas fluidos y que se

obtienen formulando en términos de estos campos los principios básicos de la física (conservación de la masa, conservación de la energía, conservación del momento lineal) y tienen la forma de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

El tercer capítulo se centra en la descripción de los tipos de fluidos: viscosos y no viscosos, compresibles e incompresibles, internos y externos. Se estudia el significado físico del número de Mach y de Reynolds y los distintos regímenes de flujo que pueden encontrarse en función de los valores de algunos de ellos (p. ej. flujo compresible o incompresible dependiendo del número de Mach, flujo laminar o turbulento dependiendo del número de Reynolds, etc.).

El cuarto capítulo trata acerca de conceptos básicos de reología y el quinto sobre los modelos reológicos y ensayos de medidas de viscosidad, curvas de flujo y aplicaciones reológicas.

ÍNDICE

NOTA DE AGRADECIMIENTO	2
PREFACIO	3
CAPÍTULO 1.....	8
INTRODUCCIÓN A LOS FLUIDOS	8
1.1. Fluidos. Flujo de fluidos. Hipótesis del continuo.	9
1.2. Propiedades de los fluidos	13
1.3. Propiedades físicas de los fluidos	13
1.4. Propiedades Químicas	22
1.5. Propiedades físicas	24
1.6. Propiedades ópticas.....	25
CAPÍTULO 2	26
MÉTODOS DE ANÁLISIS DE FLUJO DE UN FLUIDO.....	26
2.1. Método Lagrange.....	27
2.2. Método de Euler	28
2.3. Ecuación de Euler del movimiento a lo largo de una trayectoria.....	28
2.4. Ecuaciones generales del movimiento de los fluidos perfectos.....	29
2.4.1. Ecuaciones del movimiento de un fluido real. Navier Stokes.....	30
2.4.2. Análisis diferencial e integral de un fluido.....	32
2.4.3. Ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos	32
2.4.4. Ecuaciones microscópicas de conservación aplicadas al flujo interno de fluidos (forma diferencial)	33
2.4.5. Ecuaciones macroscópicas de conservación aplicadas al flujo interno de fluidos (forma integral)	34
2.4.6. Ecuaciones básicas del flujo de fluidos	35
2.4.7. Ley de Conservación de la masa. Ecuación de Continuidad.....	36
2.4.8. Forma integral	38
2.4.9. Forma diferencial.....	39
2.4.10. Ley de Conservación de la Cantidad de Movimiento	40
2.4.11. Ley de Conservación de la Energía.....	42

2.4.12.	Conservación de la energía. Ecuación de Bernoulli	43
2.4.13.	Ley de Poiseuille	45
2.4.14.	Número de Reynolds	47
2.4.15.	Principio de Pascal.....	50
2.4.16.	Paradoja de Pascal	51
CAPÍTULO 3		53
TIPOS DE FLUJO DE FLUIDOS		53
3.1.	Fluidos viscosos y no viscosos	54
3.2.	Flujo Compresible y flujo incompresible	56
3.3.	Flujos compresibles e incompresibles según Número de Mach.....	58
3.4.	Flujos internos y externos	59
3.5.	Flujos laminar y turbulento en flujos internos. Distribución de velocidades .	61
3.5.1.	Número de Reynolds	65
3.6.	Flujos en una, dos y tres dimensiones.....	67
3.7.	Flujos uniformes, permanentes y no permanentes	69
3.8.	Capa límite	69
3.9.	Línea de trayectoria, línea de traza y línea de corriente o de flujo	71
3.10.	Sistema.....	74
3.11.	Volumen de control	74
3.12.	Flujo volumétrico y másico.....	76
CAPÍTULO 4		78
FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS		78
4.1.	Tuberías	79
4.2.	Pérdida de carga	79
4.2.1.	Pérdidas de carga lineales	79
4.2.2.	Pérdidas de cargas accidentales o localizadas.....	80
4.3.	Diferentes expresiones de las pérdidas de carga continuas.....	80
4.4.	Cálculo del factor de fricción o rozamiento.....	83
4.5.	Tubos lisos y rugosos	85
4.6.	Pérdidas de carga accidentales	86
4.7.	Ecuación de Hazen- Williams. Cálculo de Pérdidas de Carga	91
4.8.	Potencia necesaria para el flujo	92
4.9.	Fluidización.....	93
CAPÍTULO 5.....		95
REOLOGÍA DE LOS FLUIDOS		95
5.1.	Concepto de Reología	95

5.2.	Aplicaciones de la reología de los fluidos.....	96
5.2.1.	Cálculos en ingeniería de procesos y diseño de equipos.....	96
5.2.2.	Formulación y desarrollo de productos.	97
5.2.3.	Control de calidad.....	98
5.3.	Conceptos básicos de reología.....	98
5.4.	Deformación v y velocidad de deformación $\dot{\gamma}$	100
5.4.1.	Deformación $\dot{\gamma}$	100
5.4.2.	Velocidad de deformación $\dot{\gamma}$	102
5.3.1	Viscosidad dinámica o absoluta	107
5.3.2	Viscosidad aparente " η ".....	107
5.3.3	Viscosidad cinemática " ν ".	108
CAPITULO 6		129
MODELOS REOLÓGICOS.....		129
6.1	Modelos reológicos de flujo más utilizados en alimentos.....	129
6.2	Modelo de Ostwald-de Waele o Ley de la Potencia.....	131
6.3	Modelo de Sisko	133
6.4	Modelo de Cross.....	134
6.5	Modelo de Carreau.....	134
6.6	Modelo de Herschel Bulkley	135
6.7	Modelo de Casson	136
6.8	Modelo de Bingham.....	137
6.9	Determinaciones reológicas.....	138
6.10	Ajuste a Modelos Reológicos.....	142
BIBLIOGRAFÍA		148

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN A LOS FLUIDOS

El estudio del flujo de fluidos tiene una gran importancia, desempeña un papel central y fundamental en la formación de ingenieros. En un amplio espectro de carreras de ingeniería, las asignaturas o módulos de mecánica de fluidos forman parte del plan de estudio. También en la formación y cualificación profesional para muchas profesiones técnicas, los fundamentos de flujo de fluidos son un componente imprescindible del programa didáctico, hasta el punto de constituir una disciplina con identidad propia denominada Mecánica de fluidos. Su estudio es fundamental para comprender y predecir el comportamiento de líquidos y gases, es una de las ciencias básicas y uno de las columnas de la técnica de aplicaciones tecnológicas tanto de interés práctico como pueden ser las construcciones hidráulicas, sistemas de riego, plantas de procesamiento de alimentos, el movimiento de fluidos en tuberías, bombas, ventiladores, turbinas, etc.

La mecánica de fluidos es la parte de la física que se ocupa de la acción de los fluidos en reposo o en movimiento, así como de las aplicaciones y mecanismos de ingeniería que utilizan fluidos. La Mecánica de Fluidos estudia las leyes del movimiento de los fluidos y sus procesos de interacción con los cuerpos sólidos, es una mezcla de teoría y experimentación, que proviene por un lado de los trabajos ingenieriles de carácter fundamentalmente empírico, y por el otro del trabajo básicamente matemático, que aborda el problema desde un enfoque analítico.

La mecánica de fluidos puede subdividirse en dos campos principales: la estática de fluidos, o hidrostática, que se ocupa de los fluidos en reposo, y la dinámica de fluidos, que trata de los fluidos en movimiento.

El término de hidrodinámica se aplica al flujo de líquidos o al flujo de los gases a baja velocidad, en el que puede considerarse que el gas es esencialmente incompresible. La aerodinámica, o dinámica de gases, se ocupa del comportamiento de los gases cuando los cambios de velocidad y presión son lo suficientemente grandes para que sea necesario incluir los efectos de la compresibilidad.

Se aborda las propiedades de los fluidos que permiten modelar su comportamiento, fundamentalmente la viscosidad. Entre las aplicaciones de la mecánica de fluidos están la propulsión a chorro, las turbinas, los compresores y las bombas. La hidráulica estudia la utilización en ingeniería de la presión del agua o del aceite. Esta visión ingenieril y marcadamente aplicada es la que, sin descuidar los aspectos formales, debe orientar la impartición de esta asignatura.

1.1. Fluidos. Flujo de fluidos. Hipótesis del continuo.

Los cuerpos pueden ser sólidos o fluidos. Entre los fluidos tenemos líquidos y gases, en los sólidos se estudia la deformación elástica del material, ejemplo: la elasticidad del queso parmesano, en los líquidos nos interesa conocer los fenómenos físicos asociados al flujo, ejemplo: zumo de fruta concentrado, entre los gases utilizados en la industria alimentaria tenemos al CO_2 , NH_4 , nitrógeno, gases de refrigeración.

Un fluido es una sustancia que no resiste permanentemente a la distorsión. Si se intenta variar la forma de una masa de fluido se produce un deslizamiento de unas capas de fluido sobre otras hasta que se alcanza una nueva forma. Durante la variación de la forma, se producen esfuerzos cortantes, cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido y de la velocidad de deslizamiento.

En forma sencilla un fluido se puede definir como una sustancia que se deforma continuamente bajo la aplicación de un esfuerzo cortante por pequeño que este sea. Los fluidos no conservan la forma, al situarlos en un recipiente toman la forma del mismo (si lo llenan) o de parte del mismo.

A escala microscópica la materia, y en particular un fluido está compuesta de moléculas a cierta distancia promedio con espacio vacío entre ellas. Estas moléculas están continuamente moviéndose y colisionando entre sí. Un análisis riguroso del problema debe tener en cuenta la acción de cada molécula o grupo de moléculas en el fluido.

Los fluidos corresponden al estado de la materia que cumple la condición de ser deformado continuamente ante la aplicación de un esfuerzo cortante. Existen dos tipos de fluidos de acuerdo a la magnitud de las fuerzas cohesivas entre sus moléculas y la separación entre estas: gases y líquidos.

Los líquidos poseen fuertes enlaces cohesivos entre sus moléculas, y las distancias entre estas es muy pequeña, sus moléculas están muy cercanas unas a otras. Los líquidos tienden a conservar su volumen y forman una superficie libre que limita su volumen al estar en contacto con otro fluido.

Por otro lado, las moléculas de los gases están muy lejanas unas de otras, con fuerzas cohesivas débiles. Tienden a ocupar todo el espacio, por lo que no tienen volumen definido.

Flujo de un fluido. El flujo de un fluido está asociado con el número de partículas transportadas por unidad de tiempo.

Atendiendo a la velocidad de las partículas de fluido en cada punto del espacio, el flujo de fluidos puede ser: **estacionario**, en el cual la velocidad de las partículas de fluido que pasan por un punto dado es la misma en todo instante del tiempo y **no estacionario**, en el cual Las velocidades de las partículas de fluido son una función del tiempo en cualquier punto dado.

Atendiendo a la velocidad angular neta del fluido, el flujo de un fluido puede ser **irrotacional**, si el elemento de fluido en un punto dado no tiene velocidad angular neta alrededor del punto y **rotacional**, cuando la velocidad angular neta del elemento de fluido no es nula.

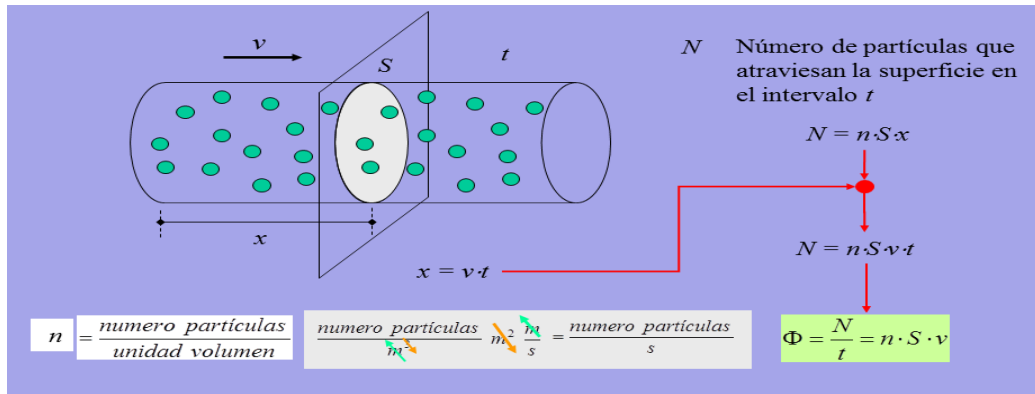


Figura 1.1 Sentido físico del flujo de fluidos

Atendiendo a las variaciones de densidad, el flujo de un fluido puede ser **compresible**, cuando la densidad del fluido varía de punto a punto, en general es una función de las coordenadas e **incompresible**, cuando no hay variaciones de densidad en función de la posición. Generalmente el flujo de los líquidos es incompresible y de los gases compresible.

Atendiendo a los rozamientos internos, el flujo de un fluido puede ser **viscoso**, cuando hay presencia de fuerzas tangenciales entre distintas capas del fluido: se disipa energía y **no viscoso** cuando hay ausencia de rozamientos internos.

Además, el flujo de fluidos tiene lugar en la circulación por el interior de una conducción o aparato (**flujo interno**), como alrededor de cuerpos sólidos sumergidos en el seno del fluido (**flujo externo**).

Hipótesis del continuo. El análisis y trabajo de los fluidos se realiza bajo la hipótesis del continuo, la cual consiste en que a pesar de la distancia que existe entre las moléculas del fluido, que además se encuentran en movimiento y por lo tanto, sujetas a variaciones punto a punto; los fluidos se consideran como una distribución homogénea de materia, sin agujeros, es decir como un medio continuo, y por tanto sus propiedades varían de forma continua en el espacio.

Puesto que los fenómenos que estudiaremos son macroscópicos, un fluido lo consideramos como un medio continuo. Esto significa que no importando que tan pequeño sea el elemento de volumen en el fluido que estudiemos, éste contendrá un número muy grande de partículas, pero suficientes para que su comportamiento sea

insensible a dicho número. En otras palabras, nuestro elemento de volumen será pequeño comparado con el sistema que estemos estudiando, pero, grande comparado con las distancias que hay entre las moléculas y con el número de ellas que componen el sistema.

Esta hipótesis es válida cuando las magnitudes consideradas en el sistema son mucho mayores que el tamaño de las moléculas, el espaciamiento entre estas y su camino libre medio; lo que en general se satisface en un análisis macroscópico en condiciones no extremas.

Conviene distinguir entre fluido y flujo de fluido, pues este último se refiere al movimiento o circulación del fluido, cuyas condiciones pueden ser variables, pero no a la naturaleza y propiedades físicas del fluido, que normalmente permanecen inalteradas, aunque varíe el flujo.

La característica fundamental de los fluidos es la denominada fluidez. Un fluido cambia de forma de manera continua cuando está sometido a un esfuerzo cortante, por muy pequeño que sea éste, es decir, un fluido no es capaz de soportar un esfuerzo cortante sin moverse durante ningún intervalo de tiempo. Unos líquidos se moverán más lentamente que otros, pero ante un esfuerzo cortante se moverán siempre. La medida de la facilidad con que se mueve vendrá dada por la viscosidad que se trata más adelante, relacionada con la acción de fuerzas de rozamiento.

Si el fluido está en reposo, no existe flujo, lo cual no significa que no haya aspectos de interés que deban ser estudiados, de hecho, la Estática de Fluidos que es parte de la Mecánica de Fluidos estudia la variación de la presión con la posición de un fluido en reposo, de importancia en algunos casos concretos.

Reviste mayor interés el movimiento de líquidos y gases por la acción de las fuerzas que actúan sobre ellos, que es el objeto de estudio de la Dinámica de Fluidos, es decir la variación de la velocidad y presión del fluido a lo largo de un recorrido (una conducción cilíndrica, el interior de un aparato, etc). La principal diferencia entre líquidos y gases estriba en las distintas compresibilidades de los mismos.

1.2. Propiedades de los fluidos

Los fluidos, son sustancias capaces de fluir y que se adaptan a la forma de los recipientes que los contienen. Todos los fluidos son compresibles en cierto grado y ofrecen poca resistencia a los cambios de forma.

Los fluidos, pueden dividirse en líquidos y gases. Las diferencias son:

Los líquidos son prácticamente incompresibles y los gases son compresibles.

Los líquidos ocupan un volumen definido y tienen superficies libres, mientras que una masa dada de gas, se expande hasta ocupar todas las superficies del recipiente que lo contenga.

Las propiedades son manifestaciones macroscópicas de la estructura e interacciones microscópicas de la materia. Las propiedades pueden diferenciarse en intensivas o extensivas según su dependencia a la extensión del sistema. Las propiedades intensivas son independientes de la masa, ejemplos de estas son la temperatura y la presión. Por otro lado, las propiedades extensivas dependen de las propiedades termodinámicas.

1.3. Propiedades físicas de los fluidos

Presión p . Por definición la presión es igual a la fuerza perpendicular a la superficie, dividido por el área superficial la materia (en este caso, fluido). Sus unidades en el sistema internacional SI, son Newton/metro equivalentes a un Pascal $[N/m^2] = [Pa]$.

Cuando las tensiones de corte del fluido son nulas, por ejemplo fluido en reposo, se habla de presión hidrostática. La presión hidrostática puede interpretarse como el peso de la columna de fluido sobre el punto en cuestión. Dentro del fluido la presión corresponde al esfuerzo de compresión en un punto del fluido en reposo. Además bajo condiciones de hidroestaticidad, es aplicable la ley de Pascal.

La presión atmosférica corresponde al peso de los gases de la atmosfera sobre la superficie terrestre, por esta razón la presión disminuye al aumentar la altura sobre la superficie terrestre, pues disminuye la altura de la columna de fluido. En relación a la presión atmosférica se distingue entre presión absoluta y presión relativa o manométrica, la presión absoluta es la suma de la presión manométrica más la presión atmosférica.

Además, la presión es el potencial de flujo, lo cual quiere decir que el flujo, o fluido en movimiento, se desplaza desde la zona de mayor presión a la de menor presión.

Temperatura T. La temperatura es una manifestación macroscópica del movimiento molecular o de la agitación de las partículas. Por esta razón el cero absoluto corresponde al movimiento nulo de las moléculas. Además, la temperatura está muy ligada a la energía interna de un sistema.

Existen diferentes escalas para medir la temperatura, las absolutas y las relativas. Las escalas absolutas están medidas respecto del cero absoluto, donde se asume no existe agitación de las partículas, aquí se encuentran las escalas Kelvin y Rankine. Las escalas relativas están referidas a una temperatura en particular, como la temperatura de fusión del agua en condiciones normales en el caso de la escala Celsius, otra escala relativa es la escala Fahrenheit.

La temperatura es el potencial de flujo de calor, esto quiere decir que el calor se conduce de la zona de mayor temperatura a la de menor temperatura. Según la ley de Fourier:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

Donde k es la conductividad térmica.

Masa m. La masa desde el punto de vista físico corresponde a la cantidad de materia que posee un cuerpo, en este caso un fluido. Es una propiedad intrínseca de la materia. Su unidad en el sistema internacional SI, es el kilogramo, Kg. La masa puede ser medida en una balanza, en comparación con un patrón. Es importante diferenciar la masa del peso que es una unidad de fuerza, y corresponde a la masa por la aceleración de gravedad de manera consecuente con

la segunda ley de Newton que establece que la Fuerza es igual la masa por la aceleración.

Volumen V. Corresponde al lugar que ocupa un cuerpo, en este caso un fluido, en el espacio. Su unidad es la unidad de longitud al cubo, y en el sistema internacional de unidades es el m³. Es una propiedad extensiva.

Densidad ρ . Corresponde a la masa por unidad de volumen, su unidad de acuerdo al sistema internacional SI $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$. Así

$$\rho = \frac{masa}{volumen} \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

La densidad en los fluidos es función de la presión y la temperatura, a excepción de aquellos fluidos considerados incompresibles, que en general son los líquidos.

Volumen específico "v". Corresponde al recíproco de la densidad, y se define como el volumen por unidad de masa. Así

$$v = \frac{volumen}{masa} \left[\frac{m^3}{kg}\right] = \frac{1}{\rho}$$

El volumen específico también es una función de la presión y la temperatura.

Gravedad específica s. A veces llamada densidad relativa, corresponde a la razón entre la densidad de un fluido en cuestión y la densidad de un fluido de referencia en condiciones normales. El fluido de referencia es el agua. La gravedad específica es adimensional.

Peso específico " γ ". Corresponde al peso de la sustancia, en este caso al peso de fluido, por unidad de volumen. El peso específico expresado en términos de la densidad es:

$$\gamma = \rho g$$

Donde "g" es la aceleración de gravedad.

Energía interna "u". Corresponde a toda la energía microscópica intrínseca del fluido a escala molecular y está asociada con el movimiento aleatorio de las moléculas. Así en la energía interna están contenidas la energía intrínseca cinética y la energía intrínseca potencial.

$$u = e_{e_c}^{int} + E_{e_p}^{int}$$

Es una propiedad extensiva, intrínseca de la sustancia en equilibrio. La energía interna es la suma de la energía cinética de las moléculas o átomos, sus energías de rotación traslación y vibración, además de la energía potencial intermolecular debido a fuerzas gravitatorias, electromagnéticas y nucleares.

Para un gas ideal la energía interna depende exclusivamente de la temperatura

Entalpia "h". Es una función de estado termodinámica; su variación permite cuantificar la cantidad de calor transferido en un proceso isobárico. Además, la entalpia es la energía de un fluido que fluye, expresa implícitamente el trabajo del flujo.

$$h = u + Pv = u + \frac{P}{\rho}$$

Entropía "s". Es una medida de la irreversibilidad de un sistema termodinámico, es una función de estado de carácter extensivo. La entropía es una magnitud física que permite cuantificar la cantidad de energía de un sistema o materia que no puede utilizarse para generar trabajo. A su vez la entropía se define como una medida de la distribución aleatoria de un sistema o el desorden molecular de una materia o sustancia.

La entropía se expresa como:

$$ds \geq \frac{\delta Q}{T}$$

Donde la igualdad corresponde al sistema reversible y la desigualdad al sistema irreversible.

Capacidad calórica "C". Es la cantidad de calor que hay que suministrar a toda la masa de una sustancia para elevar su temperatura en un grado. Por lo tanto es una propiedad que describe la inercia térmica de la sustancia.

Calores específicos " c_p " y " c_v ". Corresponden a la cantidad de calor que se debe suministrar a una sustancia o materia, para aumentar la temperatura en un grado, por lo tanto es una medida de la inercia térmica, puesto que sustancias con elevados calores específicos, deberán ceder mucho calor para disminuir su temperatura o, de manera contraria, recibir mucho calor para aumentar su temperatura. Se expresan como el calor específico por unidad de masa.

$$c = \frac{C}{m}$$

En consecuencia tendremos que:

$$Q = c m \Delta T$$

Se diferencia dos tipos de calores específicos según las condiciones en que se mida. Así se tiene calor específico a presión constante c_p y calor específico a volumen constante c_v .

Viscosidad dinámica (o absoluta) " μ ". La viscosidad es una medida de la resistencia al flujo que presenta un fluido, es decir a deformarse ante un esfuerzo de corte. Su unidad de medida es el poise, P, que equivale a la relación de gramos divididos por centímetro por segundo [P] = [$\frac{g}{cm \cdot s}$]). La viscosidad es causada por las fuerzas que existen entre las moléculas y por lo tanto es función de la temperatura.

En los líquidos la viscosidad disminuye con el aumento de la temperatura, en el caso de los gases la viscosidad aumenta con el incremento de la temperatura, por cuanto un aumento de la temperatura produce una mayor interacción molecular, y por tanto una mayor interacción y choques entre las partículas.

Por otra parte, cuando en un fluido se desprecia el efecto de la viscosidad, y por tanto la fricción entre las moléculas de fluido, recibe el nombre de fluido ideal.

De acuerdo a la Ley de Newton, la viscosidad corresponde a la constante de proporcionalidad entre el esfuerzo aplicado y la deformación:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

donde τ , μ , u e y , corresponden al esfuerzo, la viscosidad dinámica y las componentes axial y transversal al flujo de la velocidad de flujo, respectivamente.. Los fluidos que cumplen esta relación reciben el nombre de fluidos newtonianos.

Viscosidad cinemática " ν ". De la misma manera que la viscosidad dinámica, la viscosidad cinemática se define como la resistencia a la deformación de un flujo ante un esfuerzo. Por definición es el cociente de la viscosidad dinámica y la densidad.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Su unidad de medida es el Stoke, St, y equivale a un centímetro cuadrado por segundo. ($[\text{St}] = \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}\right]$).

Viscosidad aparente η . La viscosidad de un fluido Newtoniano se suele representar con la letra griega μ , pero para fluidos no Newtonianos la viscosidad aparente se suele representar con la letra griega η , que es resultante de la división del esfuerzo entre la velocidad de deformación del fluido, cuando su comportamiento es no lineal:

$$\eta = \sigma/\dot{\gamma}.$$

Donde η es la viscosidad aparente, σ el esfuerzo y $\dot{\gamma}$ la velocidad de deformación. Su unidad de medida es el Pa o 0.1 Pa.s = 1 poise.

Conductividad Térmica k . La conductividad térmica es una propiedad intensiva de la materia que permite cuantificar la capacidad de una sustancia o

material de conducir el calor. La conductividad térmica relaciona el flujo de calor con el gradiente de temperatura por medio de la ley de Fourier.

$$\dot{q} = k \nabla T$$

Su unidad en el sistema internacional SI es $\frac{W}{K m}$.

La conductividad térmica es elevada en los metales, y baja en los polímeros.

Difusividad Térmica α Es una propiedad que permite cuantificar la transferencia de calor, relaciona la conductividad térmica de la sustancia, en este caso fluido, con la densidad y el calor específico de este. Su unidad en el SI es $\frac{m^2}{s}$.

La difusividad térmica se define matemáticamente como sigue:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

La difusividad térmica es un parámetro que permite averiguar la capacidad que tiene un material para difundir la temperatura en su interior. En consecuencia, la difusividad térmica es una medida más completa de la inercia térmica y la capacidad del fluido de transferir calor.

Tensión superficial " γ " o σ . La tensión superficial es una propiedad de los líquidos, los cuales al no ser capaces de expandirse libremente forman una superficie de interface con otro líquido o gas. Las moléculas inmersas en el interior del líquido se repelen entre sí por su proximidad, pero las moléculas de la superficie libre están menos apretadas y se atraen unas a otras y se genera tensión en la superficie libre, que es conocida como tensión superficial.

La tensión superficial de un líquido se define como el trabajo que hay que aplicar para aumentar en una unidad su superficie libre, y puede ser medida mediante el coeficiente de tensión superficial y sus unidades del SI son $\frac{N}{m}$.

La tensión superficial del líquido determina qué tipo de contacto tiene el líquido con otra interface, específicamente con una interfaz sólida. Esto se debe a las

fuerzas de atracción que se ejercen entre las moléculas de la superficie libre de un líquido, que son debidas a la *cohesión* entre sus moléculas y a la *adhesión* entre las moléculas del líquido y las paredes del recipiente. La tensión superficial decrece con la temperatura y es cero en el punto crítico (cambio de fase)

Capilaridad. La capilaridad es un efecto de la tensión superficial, y específicamente del ángulo de contacto entre el líquido y el sólido, el efecto de capilaridad es el ascenso o descenso de un líquido en un tubo de diámetro pequeño insertado en el líquido.

La intensidad de este efecto se cuantifica por medio del ángulo de contacto definido como el ángulo que la tangente a la superficie del líquido forma con la superficie sólida en el punto de contacto. El ascenso o descenso por capilaridad puede medirse:

$$h = \frac{2\sigma_s}{\rho g R} \cos \phi$$

Donde σ_s , ρ , g , R y ϕ son la tensión superficial, densidad del líquido, aceleración de gravedad, radio del tubo y ángulo de contacto respectivamente.

Compresibilidad. La compresibilidad es una propiedad de los fluidos a la cual se debe la disminución del volumen al someterlos a una presión o compresión determinada.

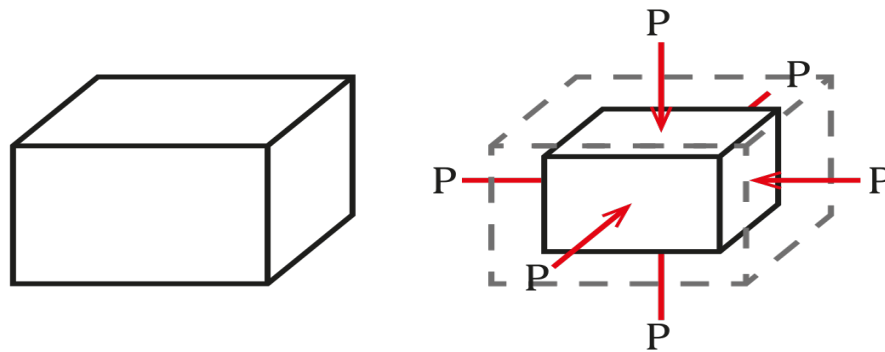


Figura 1.2 Módulo de compresibilidad

Los gases presentan una gran compresibilidad, que influye sobre las características del flujo, ya que tanto el volumen como la densidad varían con facilidad. En el caso de los gases el movimiento térmico vence a las fuerzas atractivas y, por tanto, tienden a ocupar todo el volumen del recipiente que los contiene.

En el caso de los líquidos, por el contrario, la compresibilidad es muy débil. Esto es debido a que las fuerzas de atracción entre las moléculas de los líquidos, vence al movimiento térmico de las mismas, colapsando las moléculas y formando el líquido. En el caso de los gases, que tendían a ocupar todo el volumen que los contiene, los líquidos tienden a formar una superficie libre.

La compresibilidad es la propiedad de los fluidos de cambiar su densidad bajo la acción de fuerzas. Es el cociente del cambio de densidad por unidad de densidad $\frac{d\rho}{\rho}$. Como la densidad de un fluido es función de la presión y la temperatura, la compresibilidad del fluido puede ser medida en términos del módulo de elasticidad y el coeficiente de dilatación térmica.

El módulo de compresibilidad K , de un material mide su resistencia a la compresión uniforme y, por tanto, indica el aumento de presión requerido para causar una disminución unitaria de volumen dado.

Para todo tipo de fluido (sólido, líquido o gas), el aumento de presión (Δp), origina siempre una disminución de volumen (ΔV). En la zona de elasticidad

lineal de los materiales, la variación unitaria de volumen ($\Delta V/V$) por unidad de presión ($(\Delta V/V)/\Delta p$), es una constante, que viene determinada por las características elásticas del material, a través del módulo de elasticidad volumétrica o módulo de compresibilidad.

El módulo de compresibilidad K se define según la ecuación:

$$K = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V} = -V \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

donde p es la presión, V es el volumen, Δp y ΔV denotan los cambios de la presión y de volumen, respectivamente. El módulo de compresibilidad tiene dimensiones de presión, por lo que se expresa en pascales (Pa) en el Sistema Internacional de Unidades.

Incompresibilidad. Un fluido es incompresible cuando la relación $\frac{dp}{\rho}$ tiende a cero. En el caso de flujo (fluido en movimiento), este se considera incompresible dependiendo de su velocidad en comparación a la velocidad del sonido. Así se define el número de Mach.

$$Ma = \frac{v}{c}$$

donde v y c corresponden a la velocidad del flujo y la velocidad del sonido respectivamente. Un flujo se considera incompresible si el número de mach es menor a 0.3, es decir si la velocidad del flujo es menor a 0.3 veces la velocidad del sonido en el medio.

1.4. Propiedades Químicas

Solubilidad. La solubilidad es una medida de la capacidad de una determinada sustancia (solute) de disolverse en el seno de un determinado medio (solvente); si corresponde con la máxima cantidad de soluto disuelto en una cantidad de solvente dada a una temperatura fija, decimos que la solución está saturada.

La solubilidad de una sustancia en otra está determinada por el equilibrio de fuerzas intermoleculares entre el solvente y el soluto, y la variación de entropía que acompaña a la solvatación. Factores como la temperatura y la presión influyen en este equilibrio, cambiando así la solubilidad. Por ejemplo en el caso de los sólidos disueltos en líquidos, la solubilidad suele aumentar con el incremento de la temperatura debido a que al aumentar la temperatura se incrementa la energía cinética de las partículas de soluto y solvente, con lo que las fuerzas intermoleculares se debilitan, no así los gases disueltos en líquidos, donde la solubilidad suele disminuir con el incremento de la temperatura debido que la disminución de fuerzas intermoleculares, libera a las moléculas de gas de las fuerzas que las mantienen en solución.

Difusión de especies "D". Se define como el flujo irreversible de materia de una región de alta concentración a otra de menor concentración, producido por la energía cinética de las moléculas. La velocidad de Difusión es una función del tamaño de la molécula y de la temperatura.

La difusión tiende a devolver al sistema a su estado de equilibrio, de concentración constante. La ley de Fick señala que el flujo difusivo que atraviesa una superficie (J en mol/cm² s) es directamente proporcional al gradiente de concentración. El coeficiente de proporcionalidad se llama coeficiente de difusión D [$\frac{cm^2}{s}$]. Para un sistema discontinuo (membrana que separa dos cámaras) esta ley se escribe:

$$J = D \frac{\Delta c}{\delta}$$

donde Δc es la diferencia de concentraciones molares y δ el espesor de la membrana.

Existen varios tipos de difusión:

- **Diálisis:** Es el paso de una sustancia disuelta por una membrana dotada de permeabilidad diferencial.

- Osmosis: Se define como la difusión de agua o moléculas de solvente a través de una membrana.

1.5. Propiedades físicas

Carga eléctrica. La carga eléctrica es una propiedad física intrínseca de algunas partículas subatómicas que se manifiesta mediante fuerzas de atracción y repulsión entre ellas. La materia cargada eléctricamente es influida por los campos electromagnéticos, siendo a su vez, generadora de ellos. La denominada interacción electromagnética entre carga y campo eléctrico es una de las cuatro interacciones fundamentales de la física.

La fuerza de atracción o repulsión entre dos cuerpos o sustancias, puede ser medida mediante la ley de coulomb

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Donde F, q_1 , q_2 , r y K corresponde a la fuerza de atracción o rechazo, carga eléctrica de un cuerpo, carga eléctrica del otro cuerpo distancia entre ambos cuerpos, y K es una constante de proporcionalidad $K=9 \cdot 10^9$.

Velocidad del sonido a. El sonido para propagarse necesita de un medio físico, la velocidad con la que se propague en el medio depende de algunas propiedades de este, en este caso, de las propiedades del fluido. La velocidad del sonido de un fluido corresponde a la velocidad con la que se propagan las perturbaciones de presión (ondas sonoras) a través de este. La definición termodinámica de la velocidad del sonido es:

$$a^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s = k \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T$$

donde los subfijos s y T significan procesos isoentrópico (entropía constante) e isotérmico respectivamente. Además $k = \frac{c_p}{c_v}$, donde c_p y c_v son los calores específicos a presión y temperatura constante.

La velocidad del sonido en un gas ideal es:

$$a = \left(\frac{k \partial P}{\partial \rho} \right)^{\frac{1}{2}} = (k R T)^{\frac{1}{2}}$$

donde R es la constante del gas y T la temperatura absoluta.

Flotabilidad. Es la capacidad de un cuerpo de mantenerse inmerso dentro de un fluido. Según el principio de Arquímedes, sobre el cuerpo actuará una fuerza ascendente igual al peso del volumen desplazado, esta fuerza es conocida como fuerza de empuje.

1.6. Propiedades ópticas

Opacidad. La opacidad de un material es la inhabilidad de transmitir luz, teniendo una transmitancia de luz de cero (0). Con materiales en capa fina, la opacidad depende del espesor.

Transmitancia. La transmitancia es la capacidad de un material de dejar pasar la luz a través de él, sea esta especular o difusa. La transmitancia óptica que se define como la fracción de luz incidente, a una longitud de onda especificada, que pasa a través de una muestra. Así:

$$T = \frac{I}{I_0}$$

donde I_0 es la intensidad de luz incidente e I es la intensidad de luz de la muestra.

BIBLIOGRAFÍA

- Arregui, Francisco, 2017. Apuntes de Mecánica de Fluidos, Editorial Universidad Politécnica de Valencia.
- Cengel Y A, Cimbala J M, (2006). Mecánica de Fluidos, Fundamentos y Aplicaciones, Mc Graw Hill. 1st Edition.

- Fox R W, Pritchard P J, McDonald A T, (2009). Introduction to Fluid Mechanics, Wiley, 7th Edition.
- J. ML Coulson, J. F. Richardson, J. H. Marker and J. R. Backhurst.1999. Chemical Engineering. Butterworth –Heinemann.
- Martín, Domingo, 2011. Apuntes de Mecánica de Fluidos,
- Mott R L, (2006). Mecánica de Fluidos, Pearson Prentice Hall, 6a Edición.
- White, Frank. 2008. Mecanica de Fluidos. s.l. : Mc Graw Hill, 2008.

CAPÍTULO 2

MÉTODOS DE ANÁLISIS DE FLUJO DE UN FLUIDO

El transporte de fluidos por conductos y tuberías es de gran importancia en muchos procesos industriales, considerándose como una operación unitaria dentro de la Ingeniería en Alimentos. En el estudio del transporte de fluidos debe conocerse inicialmente de qué tipo de fluidos se trata.

Según el comportamiento que presentan bajo la acción de presiones externas, los fluidos pueden ser: compresibles e incompresibles. Cuando el volumen del fluido es independiente de su presión y temperatura se trata de un fluido incompresible; por el contrario, si su volumen varía, el fluido es compresible. En la realidad ningún fluido es incompresible, aunque los líquidos pueden considerarse como tales. Por el contrario, en los gases se presenta una gran variación de la compresibilidad con la presión y temperatura.

Según los efectos que producen los esfuerzos cortantes sobre un fluido, éstos se pueden clasificar en newtonianos y no newtonianos, según sigan o no la ley de Newton de la viscosidad, lo que determina el tipo de perfil de velocidades de fluido en el interior de las conducciones.

Las diferentes partes de un fluido en movimiento tienen distintas velocidades y aceleraciones. Entonces, el campo del movimiento deberá ser descrito en términos de velocidad y aceleración de las partículas.

Hay dos métodos para describir el movimiento de un grupo de partículas en un medio continuo: Lagrange y Euler.

La diferencia entre los dos métodos se encuentra en que en Lagrange, las coordenadas de las partículas se representan en función del tiempo, mientras en Euler, son las velocidades de las partículas en cada punto las que están dadas en función del tiempo.

Generalmente, el ingeniero necesita la información ofrecida por el análisis de Euler, mediante la que se llega a ecuaciones integrales del movimiento dentro del llamado Volumen de Control.

2.1. Método Lagrange

El método de Lagrange constituye una generalización directa de la mecánica del punto material. Se estudia un volumen pequeño de fluido y se sigue el movimiento de cada una de las partículas (de coordenadas x, y, z) en función del tiempo t , a través de la ecuación que describe la trayectoria de cada una de las partículas.

En el método de Lagrange las coordenadas de las partículas en movimiento son representadas en función del tiempo. Consiste en seguir el movimiento de cada partícula de fluido, de forma análoga a como se hace en Mecánica del Sólido Rígido. En este método, las coordenadas de un punto M de la masa fluida son función del tiempo y de su posición inicial.

$$\begin{aligned}x &= f_x(x_0, y_0, z_0, t) \\y &= f_y(x_0, y_0, z_0, t) \\z &= f_z(x_0, y_0, z_0, t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Cuando consideramos las partículas de un medio continuo, el enfoque lagrangiano se hace extremadamente incómodo, ya que la descripción del campo de flujo requiere tres veces el número de parámetros utilizados en las ecuaciones anteriores. Además, debido a la naturaleza deformable del medio fluido, en general no interesa

la historia detallada de una partícula individual, sino más bien la interrelación de las propiedades del flujo en los puntos individuales del campo.

El principal inconveniente de este sistema es que hacen falta una gran cantidad de ecuaciones para describir el movimiento del sistema, por lo que en la práctica no es útil.

2.2. Método de Euler

En la aproximación de Euler se desiste de describir el movimiento del fluido por la densidad $\rho(x,y,z)$ y la velocidad $\vec{v}(\vec{r}, t)$ de las partículas del mismo en ese punto, como una función del tiempo y del espacio. En otras palabras, en este método se estudia un punto del espacio y como es el movimiento del fluido en ese punto o en función del tiempo.

Las herramientas de trabajo serán las típicas de la Teoría de Campos, con un campo de presiones, un campo de velocidades y un campo de densidades.

Se determinará en función del tiempo, la velocidad de las partículas fluidas que pasan sucesivamente por ese punto. La velocidad estará dada por sus tres componentes:

$$\begin{aligned}u &= f u(x, y, z, t) \\v &= f v(x, y, z, t) \\w &= f w(x, y, z, t)\end{aligned}\tag{2.2}$$

2.3. Ecuación de Euler del movimiento a lo largo de una trayectoria

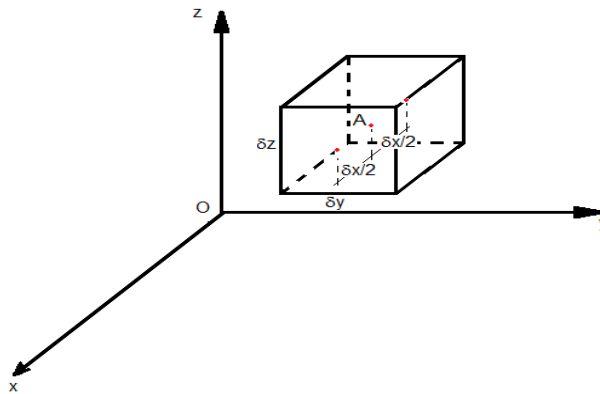


Figura 2.1 Volumen de control diferencial

Si consideramos un punto $A(x, y, z)$ en el interior de un paralelepípedo rectangular infinitesimal de fluido de lados dx , dy y dz , como se muestra en la figura 2.1. Sobre este paralelepípedo se suponen que actúan las fuerzas superficiales debidas a la presión que le rodea y el peso como fuerza dirigida en la dirección vertical hacia abajo.

$$\text{En dinámica: } \vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}P = \vec{a} \quad (2.3)$$

$$\text{Partimos de: } \vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}P = \vec{a} \quad (2.4)$$

Si consideramos un fluido perfecto ($\mu = 0$):

$$\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}P = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z \quad (2.5)$$

$$\text{En un campo gravitatorio: } \vec{R} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}P = -\vec{\nabla}U = -\vec{\nabla}(g \cdot z) \quad (2.6)$$

$$\text{Por lo que: } -\vec{\nabla}U - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}P = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z \quad (2.7)$$

$$\vec{\nabla}U + \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}P + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla} \left(\frac{v^2}{2} \right) - (\vec{v} \wedge \text{rot } \vec{v}) = 0 \quad (2.8)$$

2.4. Ecuaciones generales del movimiento de los fluidos perfectos

Necesitamos 6 ecuaciones para la resolución de cualquier problema en dinámica de fluidos:

$$u = u(x, y, z, t)$$

$$v = v(x, y, z, t)$$

$$\begin{aligned}
w &= w(x, y, z, t) \\
P &= P(x, y, z, t) \\
T &= T(x, y, z, t) \\
\rho &= \rho(x, y, z, t)
\end{aligned}
\tag{2.9}$$

Obtendremos 3 ecuaciones de la ecuación vectorial de Euler, una ecuación de estado: $f(P, r, T)=0$, una procedente de la ecuación de continuidad, y una última procedente del tipo de proceso (isotermo, adiabático, isoentrópico).

2.4.1. Ecuaciones del movimiento de un fluido real. Navier Stokes

Muchos de los teoremas y aplicaciones de la Mecánica de Fluidos se pueden obtener a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, que modelan las ecuaciones del movimiento de un fluido real considerando las fuerzas que actúan sobre el fluido, incluyendo los esfuerzos cortantes generados por el movimiento del fluido y la viscosidad.

$$\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}P + \nu \cdot \nabla^2 \vec{v} = \vec{a} \tag{2.10}$$

$$\text{Siendo: } \nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{2.11}$$

$$\nabla^2 = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \vec{j} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \vec{k} \tag{2.12}$$

La ley de Stokes o de flujo laminar en una esfera, se refiere a la fuerza de fricción experimentada por objetos esféricos moviéndose en el seno de un fluido viscoso en un régimen laminar de bajos números de Reynolds.

Cuando un objeto esférico se mueve en el seno de un fluido estacionario, o cuando un fluido ideal ($\eta = 0$) se mueve en torno a él, las líneas de corriente forma un modelo perfectamente simétrico entorno a la esfera, con la presión en cualquier punto de la superficie de la esfera situada contra corriente igual a la de cualquier punto de la superficie a favor de la corriente y la fuerza neta sobre la esfera es cero.

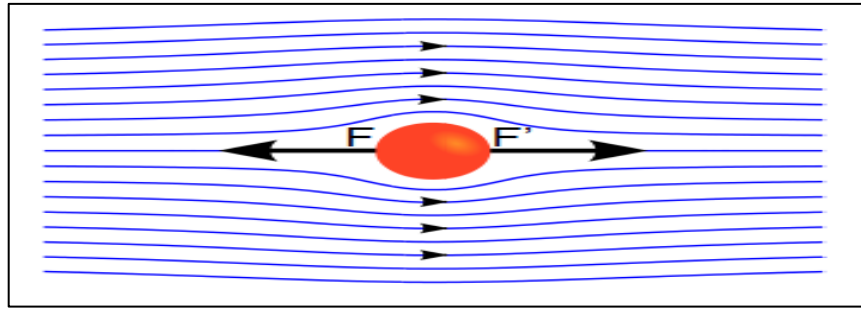


Figura 2.2 Ley de Stokes

Si el fluido es viscoso habrá un arrastre sobre la esfera. Se puede demostrar que la fuerza viscosa viene dada en función de la viscosidad η , el radio de la esfera r , y su velocidad respecto del fluido v , en la forma.

$$F = 6\pi\eta r v \quad (2.13)$$

que fue derivada por primera vez por sir George Stokes en 1845 y se denomina Ley de Stokes.

Se puede utilizar para determinar la viscosidad de un fluido viendo la velocidad límite v_L que alcanza una esfera que cae en su seno, momento en el cual la fuerza retardadora viscosa más el empuje es igual al peso de la esfera. Si ρ es la densidad de la esfera y ρ' la del fluido el peso de la esfera es

$$w = mg = \rho V g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g \quad (2.14)$$

y el empuje es $E = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho' g$ luego la condición de velocidad límite implica

$$6\pi\eta r v_L + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho' g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g \quad (2.15)$$

O lo que es lo mismo

$$v_L = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho') \quad (2.16)$$

Midiendo la velocidad límite de las esferas, su radio y densidad y sabiendo la densidad del fluido se puede determinar la viscosidad del fluido.

También conociendo la viscosidad se puede usar para determinar el radio de las partículas, como en el experimento de Millikan de la gota de aceite cargada en caída libre en el aire que se sirvió para determinar la carga del electrón.

Los biólogos llaman a la velocidad límite velocidad de sedimentación y los experimentos con sedimentación pueden suministrar información útil relativa a partículas muy pequeñas.

2.4.2. Análisis diferencial e integral de un fluido

Las técnicas básicas para el análisis de flujos son:

- Análisis integral a gran escala, donde se estudia el movimiento de una porción de fluido (volumen de control).
- Análisis diferencial o a escala pequeña, en donde se estudia el movimiento de una partícula de fluido.
- Análisis dimensional o semejanza.

En otras palabras, cuando analizamos el movimiento de los fluidos podemos seguir caminos distintos:

1. Buscar una estimación de los efectos globales (flujo másico, fuerza aplicada, intercambio de energía) sobre una región finita o volumen de control (enfoque global o integral).
2. Analizar punto a punto los detalles del campo fluido analizando una región infinitesimal del flujo (análisis a pequeña escala o diferencial).
3. Reducir el número de variables necesarias para analizar un determinado sistema, obteniendo parámetros adimensionales que relacionan las variables físicas implicadas en el flujo.

2.4.3. Ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos

Las ecuaciones fundamentales son la formulación matemática de las Leyes fundamentales las cuales rigen el movimiento de un fluido.

El desarrollo de una descripción analítica de un fluido en movimiento, se basa en la expresión de las leyes físicas relacionadas con el flujo de fluidos, en una forma matemática adecuada.

Hay tres leyes físicas que se aplican a todos los flujos, independientemente de la naturaleza del fluido que se esté considerando. Estas leyes son: la conservación de la masa, del momento (segunda ley de Newton del movimiento) y de la energía (primera ley de la termodinámica).

Es posible escribir cada ley:

- Para una partícula que en un instante se encuentra ocupando una posición en el Volumen de Control.
- Para el sistema que se encuentra en un instante ocupando el Volumen de Control

2.4.4. Ecuaciones microscópicas de conservación aplicadas al flujo interno de fluidos (forma diferencial)

El análisis diferencial está orientado a establecer un modelo matemático del comportamiento del fluido, que permita conocer en detalle lo que ocurre en cada punto y en todos los puntos del campo de flujo.

Para ello se establecen las ecuaciones básicas en pequeña escala, llegando a relaciones diferenciales, las cuales se deberán integrar para cada caso particular.

Lo anterior permitirá conocer la distribución espacial y temporal de las variables que definen el comportamiento del fluido, como son la presión, velocidad, densidad y otras.

A medida que un elemento de fluido se mueve en el espacio le pueden ocurrir diferentes transformaciones. Lo más claro es que está sujeto a un desplazamiento, pero también puede rotar y deformarse. Además, la deformación puede ser lineal, en cuyo caso no se pierde la ortogonalidad de los ejes, o angular, cuando el ángulo entre los ejes también cambia.

Para describir estas transformaciones y cuantificarlas se necesitan elementos que midan los cambios de posición, la rotación y la deformación de un elemento de fluido en el tiempo.

En general, incluso en muchos de los llamados flujos permanentes, la velocidad en un punto no es absolutamente constante, sino que oscila aleatoriamente en torno a un valor.

En el análisis diferencial se aplican las leyes de conservación básicas a un volumen de control infinitesimal o alternativamente a un sistema fluido infinitesimal, en ambos casos se obtienen las ecuaciones diferenciales básicas del movimiento de un fluido, también se desarrollan las condiciones de contorno adecuadas.

Se pueden encontrar muchas soluciones útiles si se hacen dos hipótesis simplificadoras: 1) flujo estacionario y 2) flujo incompresible 3) flujo no viscoso.

A pesar de su gran dificultad, actualmente se pueden resolver las ecuaciones diferenciales mediante el análisis numérico, donde las derivadas se sustituyen por relaciones algebraicas entre un número finito de puntos del campo fluido que puede resolverse mediante un software.

2.4.5. Ecuaciones macroscópicas de conservación aplicadas al flujo interno de fluidos (forma integral)

En el análisis diferencial se han introducido los conceptos de energía, trabajo y calor, y la relación entre ellos.

En la mecánica de los medios continuos resulta generalmente incómodo analizar el movimiento de un sistema de partículas, ya que éste ocupa sucesivamente distintas posiciones en el espacio, y, además, como no todas las partículas tienen la misma velocidad, el sistema se deforma, haciendo aún más difícil su estudio.

El análisis ingenieril fija su atención en los equipos, los aparatos, las máquinas, que generalmente son sistemas abiertos, a través de cuya pared entra o sale materia.

Por esta razón, es conveniente hacer la transición de masa de control (sistema cerrado) a volumen de control (sistema abierto) para formular las ecuaciones de conservación.

Por eso es que resulta de especial interés la introducción del concepto de volumen de control, el que se define sencillamente como una región del espacio, cuyo objetivo es estudiar el movimiento de los sistemas de partículas que sucesivamente van ocupando esa posición.

No es necesario que el volumen de control sea fijo y rígido; en su forma más general será móvil y además deformable. A la frontera del volumen de control, o sea a la superficie que lo separa del resto del espacio, se le llama superficie de control

La importancia del análisis integral consiste en aplicar las leyes básicas a regiones específicas en lugar de a masas concretas, se justifica por las siguientes razones.

1. Es difícil identificar y seguir la misma masa de fluido todo el tiempo
2. Es de interés el efecto del movimiento del fluido en algún dispositivo o estructura.
3. Es importante para analizar la interacción mutua entre un objeto y el fluido que conforma su entorno.

2.4.6. Ecuaciones básicas del flujo de fluidos

La circulación de un fluido por el interior de una conducción se produce siempre con una pérdida de energía por rozamiento, debido a la propia velocidad de los fluidos. El flujo en estas circunstancias llamado flujo viscoso se caracteriza por presentar un gradiente de velocidad y una disipación de energía por rozamiento que, de no ser repuesta por una acción externa) bomba, compresor, etc) haría que el flujo perdiera energía cinética, presión o alguna otra forma de energía asociada al flujo, llegando incluso a impedir su circulación.

El cálculo de pérdidas de energía por rozamiento viscoso y de la potencia necesaria para impulsar a los fluidos son factores clave para el adecuado diseño y funcionamiento de cualquier instalación por donde han de circular fluidos.

Las ecuaciones fundamentales que permiten el estudio y comprensión del comportamiento de los fluidos en circulación son: ley de conservación de la masa, ley de conservación del momento, ley de conservación de la energía. Todas ellas se verán de forma resumida a continuación:

2.4.7. Ley de Conservación de la masa. Ecuación de Continuidad

La masa no se crea ni se destruye, sino que se conserva. Este es uno de los principios básicos en el estudio del movimiento de los fluidos. Se desarrollará este concepto en forma de ecuaciones diferenciales e integrales.

Por otra parte, la ecuación de continuidad es la expresión del principio de conservación de la masa líquida, el flujo de masa que pasa a través de una superficie cerrada S debe ser igual a la disminución, por unidad de tiempo, de la masa de fluido contenido en su interior. Dicho de otra manera, se basa en que el caudal (Q) del fluido ha de permanecer constante a lo largo de toda la conducción.

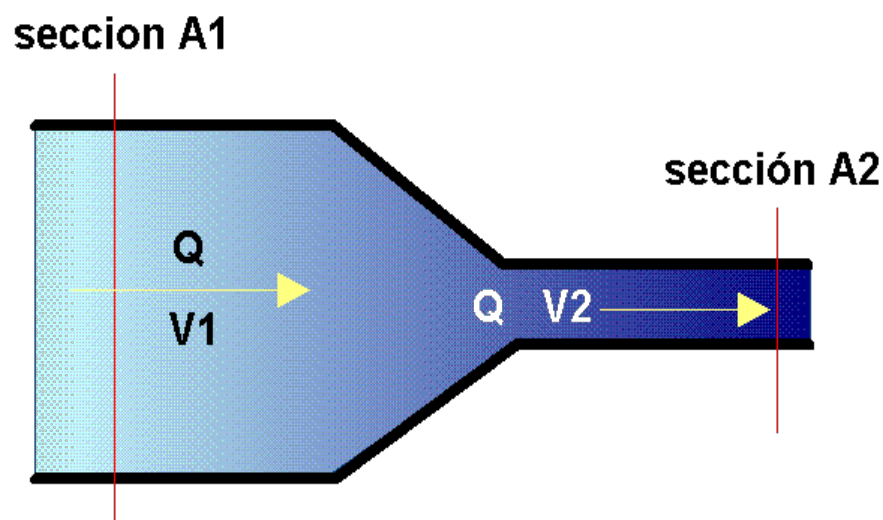


Figura 2.3 Fluido que circula por un tubo con una sección recta de área variable.

Consideremos el flujo de un fluido en estado estacionario, que fluye sin disipación de energía mecánica. Dicho fluido se denomina no viscoso. Supondremos también

que el fluido es incompresible, y por tanto, su densidad es constante. Puede verse en el dibujo un fluido que circula por un tubo cuya sección recta tiene un área variable. La parte sombreada de la izquierda (sección 1) representa un elemento de volumen de líquido que fluye hacia el interior del tubo con una velocidad v_1 .

El área de la sección recta del tubo en esta sección es A_1 . El volumen de líquido que entra en el tubo en el tiempo Δt es $\Delta V = A_1 v_1 \Delta t$.

$$(2.17)$$

Como estamos admitiendo que el fluido es incompresible, debe salir del tubo en la zona 2 un volumen igual de fluido. Si la velocidad del fluido en este punto es v_2 y el área correspondiente de la sección recta vale A_2 , el volumen es $\Delta V = A_2 v_2 \Delta t$.

$$(2.18)$$

Como estos volúmenes deben ser iguales, se tiene $A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$, y por tanto

$$p_1 \cdot A_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot A_2 \cdot V_2 \quad \text{Ecuación de continuidad.} \quad (2.19)$$

Cuando $p_1 = p_2$ que es el caso general tratándose de agua, y flujo en régimen permanente, se tiene:

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \quad (2.20)$$

El producto $Q = Av$ es una magnitud denominada flujo de volumen Q , gasto o caudal.

Las dimensiones de Q son las de volumen/tiempo (p.e. litros por minuto). En el flujo estacionario de un fluido incompresible, el caudal es el mismo en todos los puntos de fluido.

O de otra forma:

$$Q_1 = Q_2 \quad (\text{El caudal que entra es igual al que sale})$$

Donde:

- $Q = \text{Caudal (m}^3/\text{s)}$

- $V =$ Velocidad (m/s)
- $A =$ Área transversal del tubo de corriente o conducto (m²)

Se cumple cuando entre dos secciones de la conducción no se acumula masa, es decir, siempre que el fluido sea incompresible y por lo tanto su densidad sea constante.

Esta condición la satisfacen todos los líquidos y, particularmente, el agua.

En general la geometría del conducto es conocida, por lo que el problema se reduce a estimar la velocidad media del fluido en una sección dada.

Esta es una simplificación de la ecuación de continuidad, la cual pone en evidencia que ante una variación en el área de la sección transversal al flujo las magnitudes de las velocidades tendrán que cambiar de manera inversa, esto es, si disminuye el área de una sección de una tubería la rapidez del flujo en esa misma sección será mayor y viceversa.

También podemos ya escribir la ecuación de continuidad, de acuerdo a lo dicho más arriba, tenemos que:

$$\phi = - \frac{dm_{interior}}{dt} \text{ (Ec. continuidad)} \quad (2.21)$$

Es decir

$$\oint_S \rho \vec{v} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_v \rho dV \quad (2.22)$$

2.4.8. Forma integral

La ecuación de conservación de la masa expresa que la masa de un volumen fluido no varía en el tiempo. Haciendo $\mathcal{F} = \rho$, resulta.

$$\frac{dM_f}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{v_f} \rho dV = \int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_s \rho \vec{v} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.23)$$

Cuando el fluido se comporta como incompresible, la ecuación (2.23) se reduce a

$$\int_S \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS = 0 \quad (2.24)$$

que expresa que el flujo volumétrico neto a través de cualquier superficie fija cerrada es nulo.

Cuando el flujo es estacionario,

$$\int_S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS = 0 \quad (2.25)$$

Es decir, el flujo de masa neto a través de cualquier superficie fija cerrada es nulo.

2.4.9. Forma diferencial

Utilizando el teorema de Gauss, (2.24) la ecuación (2.23) puede expresarse de la forma siguiente:

$$\int_V \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \right] dV = 0 \quad (2.26)$$

Dado que V puede ser un volumen geométrico fijo cualquiera (en cada instante, cualquier volumen fijo es ocupado por un cierto volumen fluido), y teniendo en cuenta la continuidad de las magnitudes fluidas y de sus derivadas, se deduce que el integrando de la ecuación (2.26) deber ser nulo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.27)$$

Lo que puede expresarse, teniendo en cuenta la ecuación $\frac{D\mathcal{F}}{Dt} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathcal{F}$, de la forma siguiente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (2.28)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.29)$$

La ecuación (2.27) es la denominada *forma conservativa* de la ecuación de conservación de la masa, obtenida a partir de la ecuación de conservación en

forma integral. La ecuación (2.29) es la denominada *forma no conservativa*. Aunque en general ambas ecuaciones (2.27) y (2.29) pueden utilizarse indistintamente, en dinámica de fluidos computacional puede no ser equivalente emplear una u otra forma para discretizar las ecuaciones.

2.4.10. Ley de Conservación de la Cantidad de Movimiento

La segunda ley de Newton para un sistema se emplea como la base para determinar la forma del volumen de control para la ecuación de la cantidad de movimiento lineal, que implica que la fuerza es igual al cambio de la cantidad de movimiento en el tiempo, donde la cantidad de movimiento es el producto de la masa por la velocidad.

Para obtener la ecuación de movimiento se aplica un balance de cantidad de movimiento sobre un elemento de fluido, estableciendo que la velocidad de acumulación de momento es igual al momento de entrada por unidad de tiempo menos el momento de salida por unidad de tiempo más las fuerzas externas sobre el fluido.

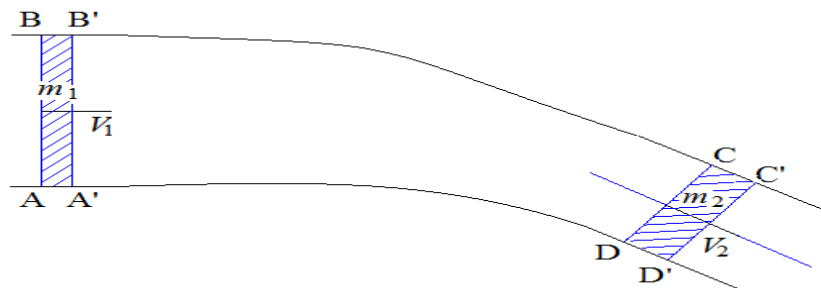


Figura 2.4 Elemento volumétrico de un fluido. Variación de la cantidad de movimiento.

Si consideramos un elemento volumétrico de fluido como el de la Figura 2.5, donde se considera flujo unidimensional en la dirección del eje x, tendremos que la velocidad de acumulación de cantidad de movimiento en el elemento de volumen es:

$$\frac{d}{dt} (A\rho v, dx) \tag{2.30}$$

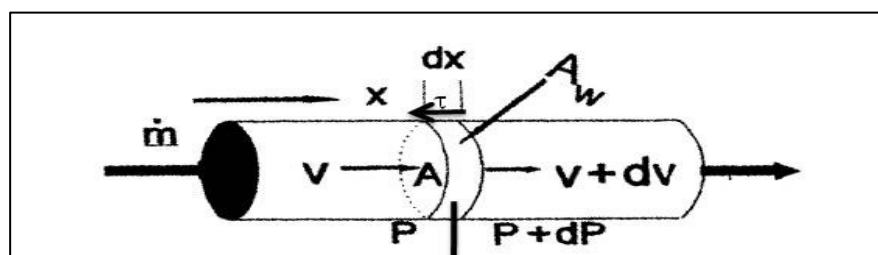


Figura 2.5 Elemento de fluido volumétrico.

La cantidad de movimiento es el producto del caudal másico por la velocidad del fluido

$$m \left(\frac{kg}{s} \right) v \left(\frac{m}{s} \right) = \rho \left(\frac{kg}{m^3} \right) A(m^2) v \left(\frac{m}{s} \right) v \left(\frac{m}{s} \right) \quad (2.31)$$

$$\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right) A(m^2) v \left(\frac{m}{s} \right)$$

A la entrada del elemento de fluido seleccionado se tendrá mv_x y a la salida

$$m(v_x + dv_x). \quad (2.32)$$

Las fuerzas que actúan sobre el elemento del fluido son, la ejercida por la presión perpendicularmente a la sección A

$$\sum F_p = AP - A(P + dP) = -A dP \quad (2.33)$$

la fuerza ejercida por la gravedad sobre la masa del elemento considerado

$$\sum F = \rho g A dx \quad (2.34)$$

y la fuerza de rozamiento con las paredes de la conducción, debido a la viscosidad del fluido

$$\sum F = - dtw dx \quad (2.35)$$

donde w es el perímetro de la conducción en contacto con el fluido. El balance de cantidad de movimiento quedaría de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} (A \rho v_x dx) = -m dv_x - A dp + \rho g_x A dx - dtw dx \quad (2.36)$$

Sabiendo que $m = \rho v A$ y dividiendo la ecuación (2.36) por $A dx$, se obtiene:

$$\frac{d}{dt}(pv_x) = -pv_x \frac{dv_x}{dx} + \frac{dp}{dx} + pg_x - dt \frac{W}{A} \quad (2.37)$$

que es la expresión general de la ecuación de movimiento para un flujo unidimensional.

En estado estacionario el primer término de la ecuación anterior es cero, por tanto, la ecuación de movimiento queda:

$$0 = -pv, \frac{dv}{dx} - \frac{dp}{dx} + pg, -dt \frac{W}{A} \quad (2.38)$$

Ecuación que se integrará dependiendo de las condiciones de cada caso particular.

2.4.11. Ley de Conservación de la Energía

La primera ley de la termodinámica establece que para un sistema, el cambio de la energía en un sistema es igual al calor añadido al fluido, menos el trabajo hecho por el fluido en sus alrededores, depende solamente de las condiciones iniciales y finales del sistema. Es decir, en forma de ecuación:

$$dE = dQ - dW \quad (2.39)$$

E, energía

Q, calor añadido

W, trabajo hecho por el fluido en sus alrededores

El balance de energía de forma general se puede considerar que la suma del calor y el trabajo intercambiado con el entorno es igual a la energía de entrada por unidad de tiempo menos la energía de salida por unidad de tiempo y más la energía acumulada.

Aplicando el balance a un elemento de fluido como el de la Figura 2.6, donde existe una máquina que aporta o recibe trabajo del sistema y considerando que el sistema intercambia calor con el entorno, se obtiene:

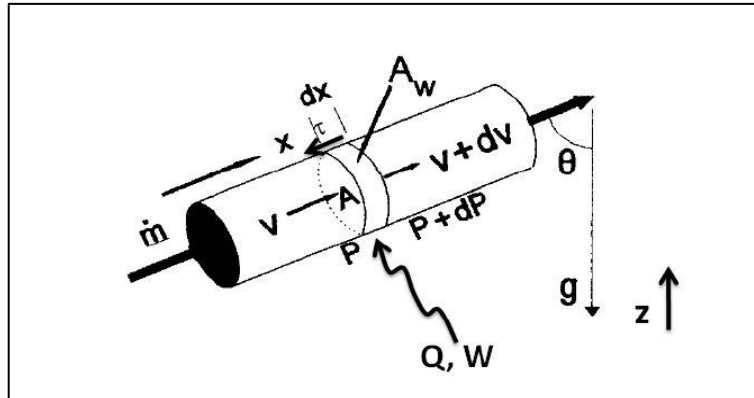


Figura 2.6 Elemento de fluido considerado

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{dW}{dt} = (EpAV) - ((E + dE)pA(V + dV)) + \frac{dE}{dt} pAdV \quad (2.40)$$

El término E, representa la energía específica o energía por unidad de masa. La energía específica incluye a la energía potencial (gz), debida a la posición del fluido en el campo gravitacional; la energía cinética del fluido ($\frac{v^2}{2}$) a su velocidad y la energía interna (u) del fluido, debida a su estado térmico. En régimen estacionario, el término de acumulación se anula.

$$\frac{dE}{dt} pA dv = 0 \quad (2.41)$$

Quedando la ecuación de conservación de la energía de la forma:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{dW}{dt} = (EpAV) - ((E + dE)pA(V + dV)) \quad (2.42)$$

2.4.12. Conservación de la energía. Ecuación de Bernoulli

Cuando un fluido incompresible se mueve a lo largo de un tubo de flujo horizontal de sección transversal variable su velocidad cambia \Rightarrow aparece una aceleración y por lo tanto una fuerza responsable de esta aceleración. El origen de esta fuerza son las diferencias de presión alrededor del elemento concreto de fluido (Si P fuera la misma en todas partes, la fuerza neta sobre cada elemento de fluido sería nula) \Rightarrow cuando la sección de tubo de flujo varía la presión debe variar a lo largo del tubo aunque no haya diferencia de altura a lo largo de todo el tubo. Si además hay esta

diferencia de altura aparecerá una diferencia de presión adicional relacionada con esta variación.

La ecuación de Bernoulli relaciona la diferencia de presión entre dos puntos de un tubo de flujo con las variaciones de velocidad y con las variaciones de altura.

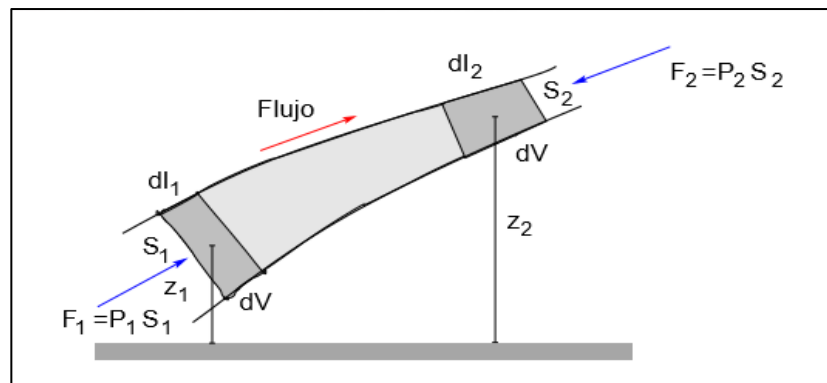


Figura 2.7

En un intervalo de tiempo infinitesimal dt el fluido en la parte de abajo del tubo recorre una longitud $dl_1 = v_1 dt$ y en la parte de arriba una longitud $dl_2 = v_2 dt$. En virtud de la ecuación de continuidad ($y \times dt$) tenemos que

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow S_1 dl_1 = S_2 dl_2 \quad (2.43)$$

Trabajo elemental realizado por $\sim F$ en este dt en cada extremo: Como $dw = \sim F \cdot d\sim l$ y $\sim F$ en el extremo de abajo tiene la misma dirección que $d\sim l$ y en el de arriba tiene dirección contraria al desplazamiento \Rightarrow

$$dw = dw_1 + dw_2 = F_1 dl_1 - F_2 dl_2 = P_1 S_1 dl_1 - P_2 S_2 dl_2 = (P_1 - P_2) dV \quad (2.44)$$

Igualamos este trabajo con la variación total de energía, cinética y potencial, es decir $dw = dEc + dU$:

- 1) donde hemos usado que $\rho = cte$. Por otra parte la variación de energía potencial es debida a la diferencia de alturas es decir:

- 2)

$$dU = m_2 g z_2 - m_1 g z_1 = \rho dV g (z_2 - z_1) \quad (2.45)$$

de forma que finalmente nos queda que $dw = dEc + dU$ implica

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (z_2 - z_1) \quad (2.46)$$

o lo que es lo mismo

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = cte \quad (2.47)$$

a lo largo del tubo de flujo. Las dos últimas expresiones son dos formas equivalentes de la ecuación de Bernoulli.

2.4.13. Ley de Poiseuille

Cuando un fluido se mueve en un tubo de sección circular \Rightarrow su velocidad de flujo es diferente en distintos puntos de una misma sección transversal.

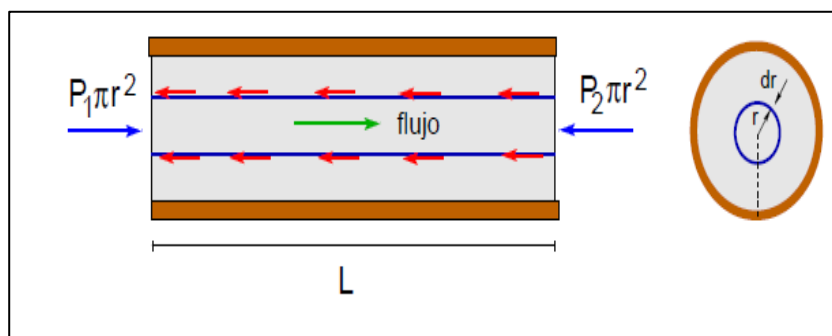


Figura 2.8 Carga de fluido comprendida entre r y $r+dr$

La capa más externa se adhiere a las paredes del tubo y su velocidad es cero. La pared del tubo ejerce un arrastre sobre esta capa que a su vez arrastra hacia atrás a la adyacente, etc. Para velocidades no muy grandes el flujo es laminar con una velocidad que es máxima en el centro del tubo y disminuye hasta anularse en las paredes. El flujo es análogo a una serie de tubos o capas coaxiales que se deslizan unas sobre otras, estando la capa o tubo más externo en reposo.

Consideremos uno de estos tubos de radio r y longitud L . (Ver Figura 2.8).

la fuerza ejercida en los extremos 1 y 2 del tubo es $F_1 = P_1\pi r^2$ y $F_2 = P_2\pi r^2$ donde $P_1 > P_2$ son las presiones en los puntos 1 y 2. La fuerza neta (las fuerzas en los extremos tienen sentidos contrarios) es

$$F = (P_1 - P_2)\pi r^2 \quad (2.48)$$

Como el elemento de tubo no tiene aceleración dicha fuerza ha de equilibrarse la fuerza de retardo viscoso en la superficie de este elemento que viene dado por la expresión (4), pero dado que la velocidad no varía uniformemente con la distancia radial debemos sustituir v/l por $-dv/dr$, donde el signo menos indica que la velocidad decrece en la dirección radial desde el centro del tubo

$$F = (P_1 - P_2) \pi r^2 = \eta S \quad (2.49)$$

La Ley de Poiseuille establece que:

El volumen de flujo por unidad de tiempo es inversamente proporcional a la viscosidad. Es proporcional al gradiente de presión a lo largo del conducto.

Varía con la cuarta potencia del radio del conducto que es esencial p.e. para el diseño de jeringuillas hipodérmicas. El tamaño del orificio de la aguja tiene más importancia que la presión de empuje del dedo a la hora de terminar el flujo por unidad de tiempo que inyecta la aguja. Este mismo mecanismo es el que utilizan los animales de sangre caliente para controlar la temperatura pues el flujo en la sangre en venas y arterias puede controlarse con pequeñas variaciones del diámetro de las mismas.

La diferencia entre el flujo de un fluido no viscoso (ideal) y uno viscoso se ilustra en el dibujo cuando el fluido va atravesando un tubo de sección transversal variable, donde la altura del fluido en los tubos verticales es proporcional a la presión manométrica. En el caso de un fluido viscoso hay un gradiente de presión proporcional a la viscosidad y a dv/dr e inversamente proporcional al radio del tubo.

2.4.14.

Número de Reynolds

Cuando la velocidad de un fluido que se mueve en un tubo sobrepasa un determinado valor crítico (que depende del fluido y del diámetro del tubo) la naturaleza del flujo se hace muy compleja:

En la capa cerca de las paredes del tubo, capa límite, el flujo sigue siendo laminar, de hecho la velocidad del flujo en la capa límite es cero en las paredes y aumenta hacia el centro del tubo.

Más allá de la capa límite, el movimiento es muy irregular, originándose corrientes circulares locales aleatorias denominadas vórtices que producen un aumento de la resistencia al movimiento. En estas circunstancias el régimen de flujo se llama turbulento.

Regímenes de Flujo. El flujo de un fluido puede darse con dos regímenes de naturaleza muy diferente denominados regímenes laminar y turbulento.

La constatación de la existencia de los distintos regímenes de un flujo proviene de antiguo: Leonardo da Vinci (Estudio sobre el Agua). En el siglo XIX comenzaron los primeros estudios científicos sobre el tema: G. H. L. Hagen (1839). Primeros indicios experimentales. Caída de presión en conductos largos de latón. Osborne Reynolds (1883). Pionero en el estudio de los regímenes de flujo.

En 1883 un profesor de ingeniería británico llamado Osborne Reynolds utilizó un dispositivo experimental con el que evidenció la existencia de dos regímenes de un flujo e introdujo el parámetro adimensional del que dependía la existencia de uno u otro régimen (Número de Reynolds).

Reynolds constató experimentalmente: La existencia en un flujo de dos regímenes. Régimen Laminar y régimen Turbulento. La existencia de uno u otro dependía de un parámetro adimensional número de Reynolds (Re). En el caso del flujo en un conducto de sección circular el número de Reynolds viene dado por:

$$Re = \frac{\rho \cdot D \cdot v}{\mu} \quad (2.50)$$

Siendo:

D Diámetro de la tubería.

v Velocidad media.

ρ Densidad del fluido.

μ la viscosidad del fluido.

En cualquier flujo existen dos regímenes y la existencia de uno u otro depende de su número de Reynolds que viene dado por:

$$Re = \frac{\rho \cdot L \cdot U}{\mu} \quad (2.51)$$

Siendo L y U una longitud y una velocidad características del flujo.

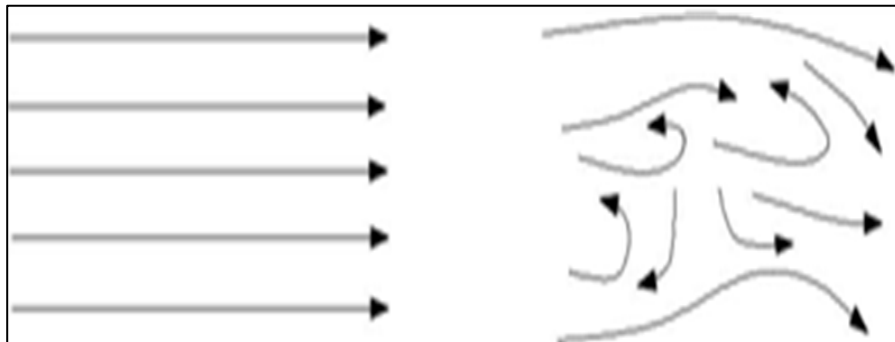


Figura 2.9. Flujo laminar y flujo turbulento.

El número de Reynolds expresa el papel que juegan en el flujo las fuerzas inercia frente a las viscosas:

$$Re = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas Viscosas}} = \frac{\rho \cdot L \cdot U}{\mu} \quad (2.52)$$

Tomando en cuenta las ecuaciones de Navier – Stokes para un flujo incompresible:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial r} \cdot v \right) = -\nabla p + \mu \cdot \nabla^2 v + f_v \Rightarrow f_p + f_u + f_v + f_i = 0 \quad (2.53)$$

- Números de Reynolds elevados (Reg. Turbulento): $fi \gg fv$. En el flujo predominan las fuerzas de inercia.
- Números de Reynolds bajos (Reg. Laminar): $fi \ll fv$. En el flujo predominan las fuerzas viscosas

Ecuación general de la estática de fluidos. Principio de Pascal.

La ecuación general de la estática de fluidos en forma diferencial es

$$dp = -\rho g dz \quad (2.54)$$

En esta ecuación h es la profundidad bajo la superficie en la cual la presión es p . Esta ecuación pone de manifiesto que la presión en el seno de un líquido es igual en todos los puntos que se encuentran a igual profundidad, el signo negativo refleja el hecho de que la presión disminuye al aumentar la altura.

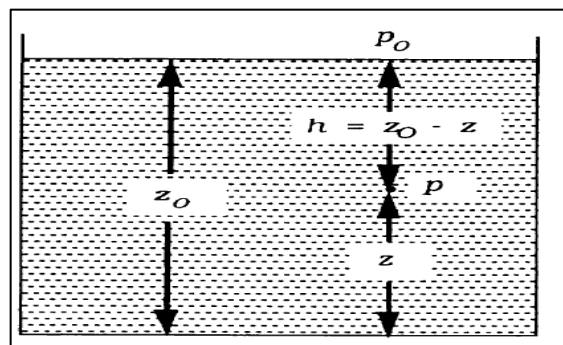


Figura 2.10 Un líquido cuya superficie superior está abierta a la atmósfera

Esta ecuación no depende del tipo de recipiente que contenga al fluido, que alcanzará la misma altura en varios vasos comunicantes de distinta forma geométrica, fenómeno al cual se lo denomina “paradoja hidrostática”.

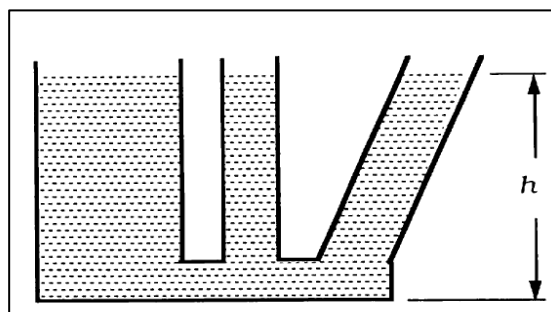


Figura 2.11 Vasos comunicantes

Caso particular: fluido incompresible

En el caso de un fluido incompresible la densidad no depende de la presión, y además se tiene una superficie libre. Es posible describir el problema en función de la profundidad respecto de la superficie libre h , que aumenta según z disminuye. La ecuación general de la estática quedaría entonces, en forma diferencial como:

$$d\rho = -\rho g dz = \rho g dh \quad (2.55)$$

Esta ecuación se puede integrar con facilidad entre la superficie y un punto a una profundidad h , quedando de la siguiente manera

$$\int_0^h d\rho = \rho - \rho_{atm} = \int_0^h \rho g dh = \rho g h \quad (2.56)$$

Que se escribe como

$$\rho(h) = \rho_{atm} + \rho g h = \rho_{atm} + \gamma h \quad (2.57)$$

y que es la ecuación general de la estática en forma integral para un fluido incompresible. En concreto, entre dos puntos del fluido a distinta profundidad, la diferencia de presiones es

$$\rho_2 - \rho_1 = \rho g (h_2 - h_1) = -\rho g (z_2 - z_1) \quad (2.58)$$

Estas expresiones subrayan el importante resultado de que la presión de un fluido en reposo en un punto del mismo depende exclusivamente de la profundidad a la que se encuentra dicho punto, y de que la diferencia de presiones entre dos puntos depende exclusivamente de la diferencia de profundidades de los mismos (y, obviamente, de la densidad del fluido)

2.4.15.

Principio de Pascal

En un fluido incompresible, las variaciones locales de presión se transmiten íntegramente a todos los puntos del fluido y en todos los sentidos, así como a las superficies en contacto con el fluido.

O dicho con otras palabras, si la presión en un punto aumenta, por ejemplo por la aplicación de una fuerza externa, aumenta por igual en los demás puntos del fluido, ya que según 2... la diferencia de presiones entre dos puntos determinados depende únicamente de Δh para un fluido estático.

El hecho de que los líquidos sean compresibles (aunque muy poco) hace que este cambio de presión se transmita como una onda hasta que se restablece el equilibrio mecánico, y entonces ya se cumpliría el principio de Pascal. Este mismo principio se cumple también para fluidos compresibles, una vez alcanzado el equilibrio.

2.4.16. Paradoja de Pascal

A primera vista puede resultar algo sorprendente el hecho de que para un fluido dado, la presión dependa exclusivamente de la profundidad y no de otras cosas como el tamaño y forma del recipiente, o pueden resultar algo extrañas situaciones como la siguiente, conocida como paradoja de Pascal.

Consideremos los tres recipientes de idéntica base que se presentan en la figura 2-2. Los tres están llenos de agua hasta el mismo nivel, pero sus formas son muy distintas, uno tiene la parte superior muy cerrada, uno es cilíndrico.

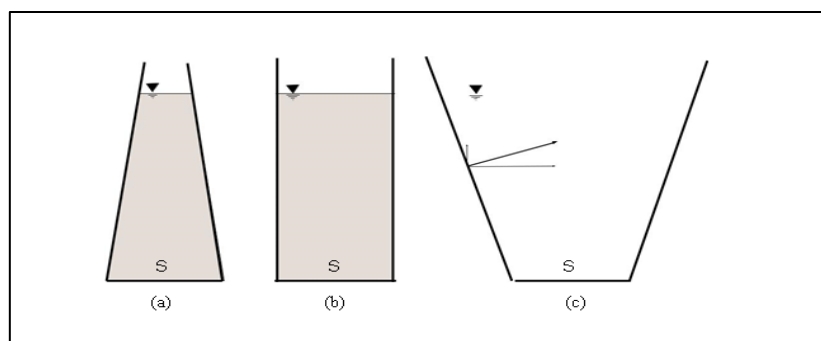


Figura 2.12 Paradoja de Pascal

A pesar de que la cantidad de fluido en los recipientes sea claramente distinta, la presión en la base (que es la misma para los tres) es la misma.

El otro tiene la parte superior muy abierta, pero todos ellos tienen la misma base. Puede resultar algo sorprendente el hecho de que en los tres casos la fuerza ejercida sobre la base sea la misma, como se desprende de la ecuación general de la estática de fluidos. Sin embargo, no es tan sorprendente si se tiene en cuenta que las paredes del recipiente ejercen sobre el líquido una fuerza perpendicular a las mismas, que puede tener una componente vertical neta bien hacia abajo (primer caso), nula (segundo caso) o bien hacia arriba (tercer caso), componente vertical que es necesario tener en cuenta, y que en el primer caso añade un término adicional al peso del fluido, en el segundo caso no afecta y en el tercer caso aminora el efecto del peso del fluido.

BIBLIOGRAFIA

Cengel Y A, Cimbala J M, (2006). Mecánica de Fluidos, Fundamentos y Aplicaciones, Mc Graw Hill. 1st Edition.

R. Darby. 1997. "Chemical Engineering Fluid Mechanics". Marcel Dekker.

Fox R W, Pritchard P J, McDonald A T, (2009). Introduction to Fluid Mechanics, Wiley, 7th Edition.

Mott R L, (2006). Mecánica de Fluidos, Pearson Prentice Hall, 6a Edición.

Coulson, JM; Richardson, JF; Backhurst JR; Harker, JH. (1990). "Coulson & Richardson's Chemical Engineering. Volumen 1". 4ª Edición, Pergamon.

CAPÍTULO 3

TIPOS DE FLUJO DE FLUIDOS

En el capítulo anterior se definió una propiedad que caracteriza a los fluidos y los distingue de los sólidos, que es la viscosidad. El objeto del presente capítulo es el estudio del flujo de fluidos, que tiene una gran importancia no solo en la ingeniería en alimentos, sino en todas las ramas de la ingeniería, hasta el punto de constituir una disciplina propia conocida como Mecánica de fluidos.

Su estudio es fundamental para comprender y predecir el comportamiento de fluidos, en muy diversas situaciones como pueden ser el mezclado y bombeado en una planta de procesamiento de alimentos. Los productos intermedios se bombean de una fábrica a otra, y las materias primas y los productos alimentarios, pueden bombearse a distancias considerables.

Conviene distinguir entre fluido y flujo de un fluido, pues éste último se refiere al movimiento o circulación de un fluido, cuyas condiciones pueden ser variables, pero que no se refieren a la naturaleza o propiedades físicas del propio fluido que permanecen generalmente constantes aunque varíe el flujo,

Los flujos reales (viscosos) en el interior de conductos, ya sean circulares o de otras formas, comprenden a aquellos flujos limitados por superficies sólidas. Cuando se trata con flujos reales las fuerzas viscosas suelen tener una gran importancia ya que producen esfuerzos cortantes con el movimiento del fluido.

Los flujos viscosos se pueden clasificar en laminares y turbulentos, teniendo en cuenta la estructura interna del flujo. En un flujo laminar, la estructura del flujo se caracteriza por el movimiento en láminas o capas.

En régimen turbulento la estructura del flujo se caracteriza por movimientos tridimensionales aleatorios de las partículas de fluido, superpuesto al movimiento promedio.

Un parámetro muy importante en los flujos reales es el número de Reynolds, que se define como el cociente entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas.

La importancia de este parámetro radica principalmente en el hecho de permitir definir si el flujo es laminar o turbulento. Esto ya que muchos estudios empíricos han permitido estimar, en función del número de Reynolds, el tipo de flujo que se tiene.

Por lo tanto, es necesario tener en cuenta los problemas relacionados con el cálculo de los requisitos de potencia para el bombeo, con el diseño del sistema de flujo más adecuado, con la estimación de los tamaños más económicos de las tuberías, con la tasa de flujo, y con frecuencia con el control de este flujo a un ritmo constante.

El flujo de fluidos puede tener lugar a altas presiones, cuando las corrientes de proceso se alimentan a un reactor, por ejemplo, o a presiones suaves cuando, por ejemplo, el vapor sale de la parte superior de una columna de destilación al vacío.

En el presente capítulo, en particular, se van a establecer los fundamentos de partida, definiendo las características de flujos internos laminares y turbulentos, tipos de fluidos, acompañadas de conceptos de capa límite, líneas y tubos de corriente, volumen de control.

3.1. Fluidos viscosos y no viscosos

Los flujos en donde el efecto de la viscosidad se desprecia se denominan no viscosos, la viscosidad se supone igual a cero. Este tipo de fluidos no existen, sin embargo, en muchos problemas despreciar las fuerzas viscosas simplificará el análisis y al mismo tiempo se obtienen resultados significativos si la precisión es razonable.

Todos los fluidos poseen viscosidad, siendo importante su estudio en la mecánica de fluidos de medios continuos. En un flujo viscoso el fluido en contacto directo con una frontera sólida tiene la misma velocidad que la de la propia frontera; no hay deslizamiento en ella. Puesto que la mayor parte del fluido se encuentra en movimiento, los gradientes de velocidad y por consiguiente los esfuerzos de corte, deben estar presentes en el flujo.

El movimiento de fluido alrededor de un ala delgada o de un casco de barco puede representarse mediante una burda aproximación de flujo sobre una placa plana. Se observará la zona de fluidos libre y la capa límite o zona adyacente al flujo en donde los esfuerzos cortantes son significativos.

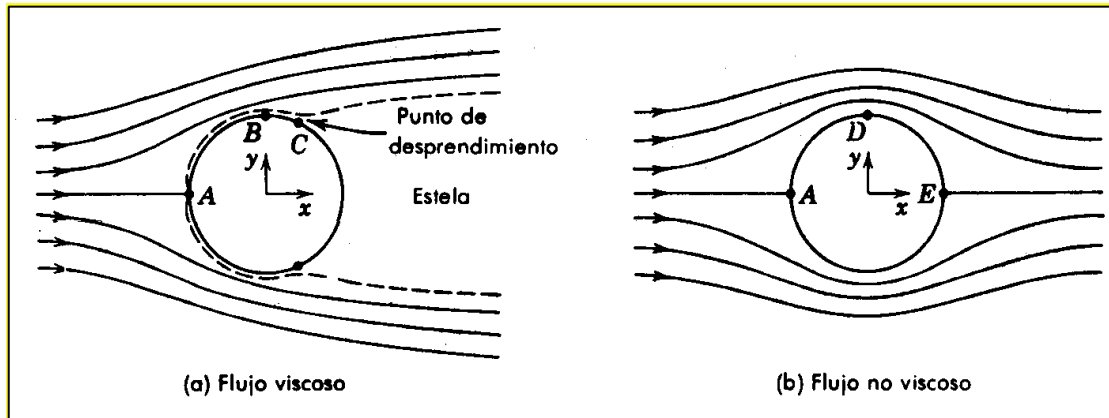


Figura 3.1. Flujo viscoso y no viscoso

En base a la figura 2.1, en un flujo no viscoso la simetría de la distribución de presión lleva a la conclusión de que no hay fuerza neta sobre el cilindro en cualesquiera de las direcciones x o y . La fuerza neta en la dirección x se denomina arrastre, así el arrastre es cero; conclusión contraria a la experiencia, ya que los cuerpos experimentan arrastre cuando se sitúan en un flujo real.

La situación real muestra una capa límite delgada entre los puntos A y C de la figura y el campo de la presión es cuantitativa es el mismo que el del caso no viscoso. Como la presión disminuye entre los puntos A y B, un elemento de fluido dentro de la capa límite experimenta una fuerza de presión neta en la dirección del flujo suficiente para superar la fuerza de corte resistente.

Más allá del punto B se experimenta una fuerza de presión neta opuesta al movimiento y en algún punto, creciente, las capas de fluido adyacentes a la superficie sólida se llevan al reposo y el flujo se separa de la superficie, formando una región de baja presión detrás del cuerpo de deficiente momento, denominada estela. Esto produce un desbalance neto de fuerzas de presión en la dirección del flujo, lo que produce fuerza de arrastre sobre el cuerpo. Cuanto más grande es la estela, mayor resulta la fuerza de arrastre.

Como se puede reducir el tamaño de la estela producto de una separación de capa límite debido a la presencia de un gradiente de presión adverso (aumento de la presión en la dirección del flujo) y así, disminuir la fuerza de arrastre. La reducción del gradiente de presión adverso debe retrasar la separación.

Mediante una forma aerodinámica, un cuerpo reduce el gradiente de presión adverso dispersando un aumento de presión determinado a una gran distancia, retardando el principio de separación, aunque el área superficial incrementada del cuerpo ocasiona el aumento de la fuerza de corte total, el arrastre se reduce significativamente.

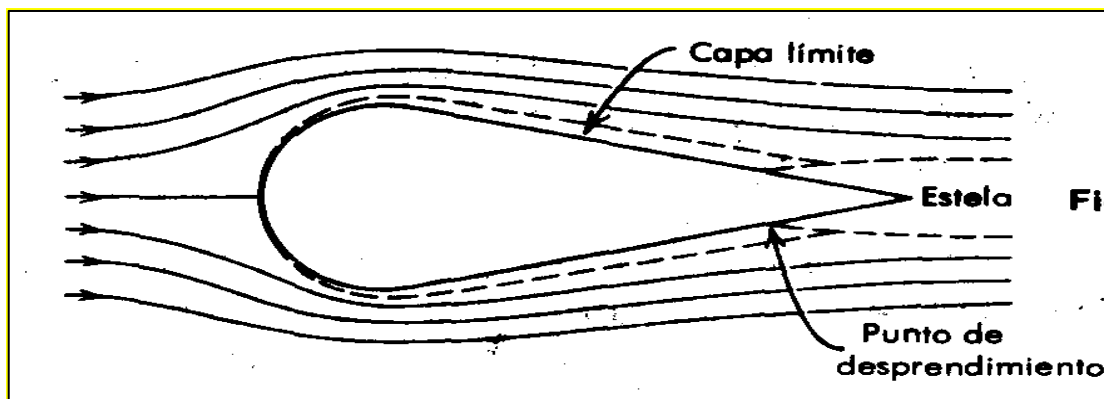


Figura 3.2. Flujo sobre un objeto fusiforme

3.2. Flujo Compresible y flujo incompresible

Flujo compresible: flujo en el que las variaciones de densidad no se pueden despreciar, por ejemplo en gases con velocidades mucho más pequeñas que las del sonido, o en líquidos sometidos a ondas de choque.

Flujo incompresible: son aquellos flujos donde las variaciones de la densidad son insignificantes.

Si se consideran los dos estados de la materia incluidos en la definición de fluido, líquido y gas, se podría caer en el error de generalizar diciendo que todos los flujos líquidos son flujos incompresibles y que todos los flujos de gases son flujos compresibles. La primera parte de esta generalización es correcta en la mayor parte

de los casos prácticos, es decir, casi todos los flujos líquidos son esencialmente incompresibles.

Por otra parte, los flujos de gases se pueden también considerar como incompresibles si las velocidades son pequeñas respecto a la velocidad del sonido y del fluido; la razón de la velocidad del flujo, V , a la velocidad del sonido, c , en el medio fluido recibe el nombre de número de Mach, M , es decir, $M=V/c$.

Todos los fluidos son compresibles, incluyendo los líquidos. Cuando estos cambios de volumen son demasiado grandes se opta por considerar el flujo como compresible (que muestran una variación significativa de la densidad como resultado de fluir), esto sucede cuando la velocidad del flujo es cercana a la velocidad del sonido. Estos cambios suelen suceder principalmente en los gases ya que para alcanzar estas velocidades de flujo el líquido se precisa de presiones del orden de 1000 atmósferas, en cambio un gas sólo precisa una relación de presiones de 2:1 para alcanzar velocidades sónicas.

La compresibilidad de un flujo es básicamente una medida en el cambio de la densidad. Los gases son en general muy compresibles, en cambio, la mayoría de los líquidos tienen una compresibilidad muy baja. Por ejemplo, una presión de 500 kPa provoca un cambio de densidad en el agua a temperatura ambiente de solamente 0.024%, en cambio esta misma presión aplicada al aire provoca un cambio de densidad de 250%. Por esto normalmente al estudio de los flujos compresibles se le conoce como dinámica de gases, siendo esta una nueva rama de la mecánica de fluidos, la cual describe estos flujos.

En un flujo usualmente hay cambios en la presión, asociados con cambios en la velocidad. En general, estos cambios de presión inducirán a cambios de densidad, los cuales influyen en el flujo, si estos cambios son importantes los cambios de temperatura presentados son apreciables. Aunque los cambios de densidad en un flujo pueden ser muy importantes hay una gran cantidad de situaciones de importancia práctica en los que estos cambios son despreciables.

El flujo de un fluido compresible se rige por la primera ley de la termodinámica en los balances de energía y con la segunda ley de la termodinámica, que relaciona la

transferencia de calor y la irreversibilidad con la entropía. El flujo es afectado por efectos cinéticos y dinámicos, descritos por las leyes de Newton, en un marco de referencia inercial –aquel donde las leyes de Newton son aplicables-.

Además, el flujo cumple con los requerimientos de conservación de masa. Es sabido que muchas propiedades, tales como la velocidad del fluido en un tubo, no son uniformes a lo largo de la corriente.

3.3. Flujos compresibles e incompresibles según Número de Mach.

Los flujos compresibles pueden ser clasificados de varias maneras, la más común usa el número de Mach (M) como parámetro para clasificarlo.

Donde V es la velocidad del flujo y a es la velocidad del sonido en el fluido.

- Prácticamente incompresible: $M < 0.3$ en cualquier parte del flujo. Las variaciones de densidad debidas al cambio de presión pueden ser despreciadas. El gas es compresible pero la densidad puede ser considerada constante.
- Flujo subsónico: $M > 0.3$ en alguna parte del flujo pero no excede 1 en ninguna parte. No hay ondas de choque en el flujo.
- Flujo transónico: $0.8 \leq M \leq 1.2$. Hay ondas de choque que conducen a un rápido incremento de la fricción y éstas separan regiones subsónicas de hipersónicas dentro del flujo. Debido a que normalmente no se pueden distinguir las partes viscosas y no viscosas este flujo es difícil de analizar.
- Flujo supersónico: $1.2 < M \leq 5$. Normalmente hay ondas de choque pero ya no hay regiones subsónicas. El análisis de este flujo es menos complicado.
- Flujo hipersónico: $M > 5$. Los flujos a velocidades muy grandes causan un calentamiento considerablemente grande en las capas cercanas a la frontera del flujo, causando disociación de moléculas y otros efectos químicos.

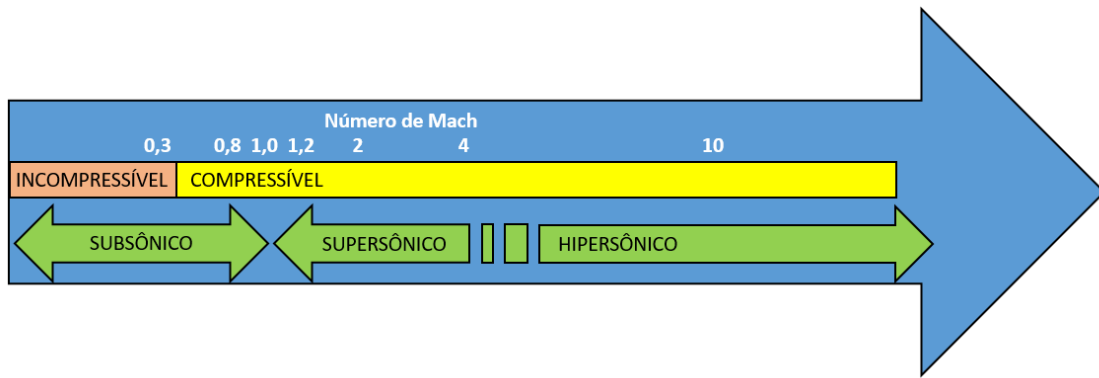


Figura 3.3. Número de Mach y compresibilidad de fluidos

Los cambios en densidad son solamente del orden del 2% de valor medio, para valores de $M < 0.3$. Así los gases que fluyen con $M < 0.3$ se pueden considerar como incompresibles; un valor de $M = 0.3$ en el aire bajo condiciones normales corresponde a una velocidad de aproximadamente 100m/s.

Los flujos compresibles se presentan con frecuencia en las aplicaciones de ingeniería.

Entre los ejemplos más comunes se pueden contar los sistemas de aire comprimido utilizados en la operación de herramientas de taller y de equipos dentales, las tuberías de alta presión para transportar gases, y los sistemas sensores y de control neumático o fluido.

Los efectos de la compresibilidad son muy importantes en el diseño de los cohetes y aviones modernos de alta velocidad, en las plantas generadoras, los ventiladores y compresores.

Bajo ciertas condiciones se pueden presentar ondas de choque y flujos supersónicos, mediante las cuales las propiedades del fluido como la presión y la densidad cambian bruscamente.

3.4. Flujos internos y externos

Flujos internos o de ducto: flujos delimitados completamente por superficies sólidas. Incluye flujos a través de tuberías, toberas, difusores, ensanchamientos y estrechamientos bruscos, válvulas.

El flujo interno en los que el ducto no está lleno, donde hay superficie libre sometida a una presión constante, se denomina flujo en canal abierto. Ejemplos comunes del mismo abarcan los flujos en los ríos, canales de irrigación y acueductos, el flujo a través de máquinas térmicas e hidráulicas se considera flujos internos. Cuando el fluido objeto de estudio es el agua, la parte de la mecánica de fluidos que estudia su movimiento es la Hidráulica.

Flujos externos: flujos sobre cuerpos sumergidos en un fluido sin fronteras. La extensión del fluido en la cual el cuerpo está inmerso, con frecuencia, se considera como infinita.

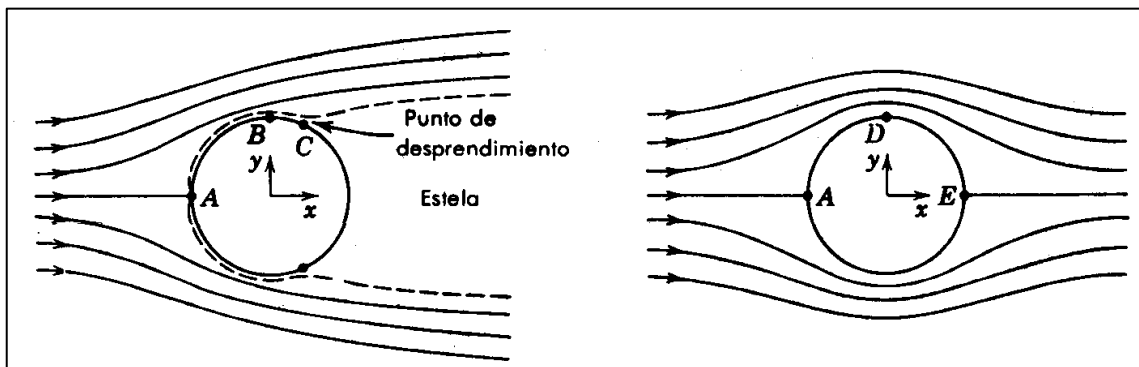


Figura 3.4. Flujo externo: el flujo no está confinado por superficies sólidas. Flujo interno: El cuerpo se encuentra sumergido en el fluido e interactúa con éste.

Tanto los flujos internos y externos pueden ser laminares o turbulentos, compresibles o incompresibles.

Los flujos externos ocurren sobre cuerpos sumergidos en un fluido sin fronteras, permite la producción de una capa límite sin fronteras llegando a ser incluso un flujo desarrollado. El flujo sobre una placa plana semiinfinita y el flujo sobre un cilindro son ejemplos de flujos externos.

En tecnología química, el conocimiento del flujo externo de fluidos es necesario pensando en que se aplica en multitud de operaciones básicas características de la industria química, como sedimentación, filtración, etc.

Además, resulta básico en el tratamiento de cuantas operaciones impliquen transmisión de calor y transferencia de materia, es decir, en todas las llamadas operaciones básicas de la Ingeniería en Alimentos. El flujo externo de fluidos ha sido desarrollado históricamente por la Ingeniería Química, por lo que es una rama de la mecánica de fluidos de especial importancia.

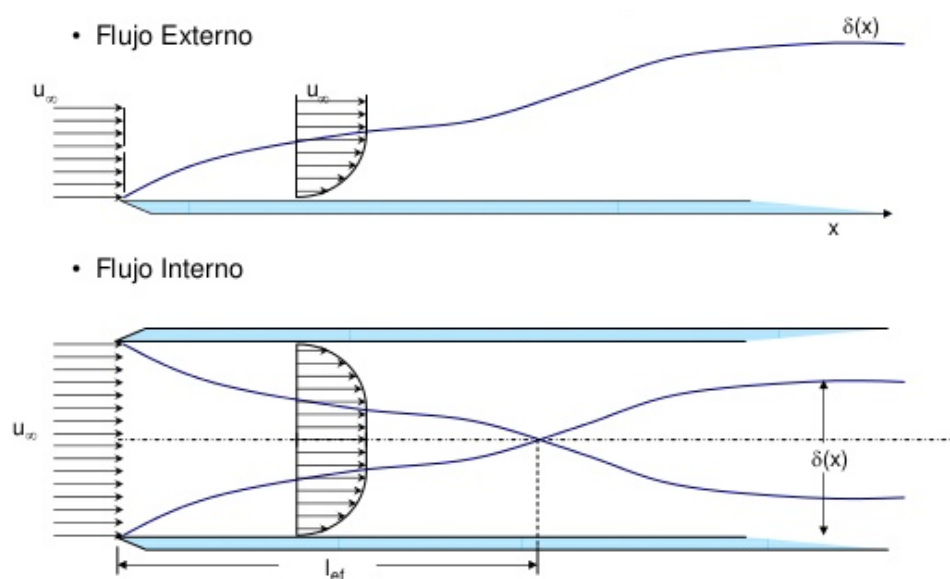


Figura 3.5. Flujo externo: el flujo no está confinado por superficies sólidas. Flujo interno: El cuerpo se encuentra sumergido en el fluido e interactúa con éste.

3.5. Flujos laminar y turbulento en flujos internos. Distribución de velocidades

Los flujos viscosos se pueden clasificar en laminares o turbulentos teniendo en cuenta la estructura interna del flujo y las condiciones de circulación de un fluido.

En un régimen laminar, las partículas de fluido circulan en trayectorias paralelas, no hay mezcla de macroscópica del fluido y el único mecanismo de transporte de materia, energía y cantidad de movimiento es el transporte molecular.

Por el contrario, en un régimen turbulento las partículas y porciones macroscópicas de fluido (que circulan a mayor velocidad), se entremezclan al azar, desplazándose en todas direcciones, mediante movimientos tridimensionales, aleatorios, de las partículas de fluido, superpuestos al movimiento promedio.

Un filamento delgado de tinta que se inyecte en un flujo laminar aparece como una sola línea; no se presenta dispersión de la tinta a través del flujo, excepto una difusión muy lenta debido al movimiento molecular.

Por otra parte, un filamento de tinta inyectado en un flujo turbulento rápidamente se dispersa en todo el campo de flujo; la línea del colorante se descompone en una enredada maraña de hilos de tinta.

Este comportamiento del flujo medio de un flujo turbulento se debe a las pequeñas fluctuaciones de velocidad superpuestas al flujo medio de un flujo turbulento; el mezclado macroscópico de partículas pertenecientes a capas adyacentes de fluido da como resultado una rápida dispersión del colorante.

El filamento rectilíneo de humo que sale de un cigarrillo expuesto a un ambiente tranquilo, ofrece una imagen clara del flujo laminar. Conforme el humo continúa subiendo, se transforma en un movimiento aleatorio, irregular; es un ejemplo de flujo turbulento.

Considérese una tubería por la que circula un fluido en condiciones tales que el movimiento sea laminar (figura 2.6), a la entrada de una tubería, el perfil de velocidades es casi uniforme en toda la sección transversal.

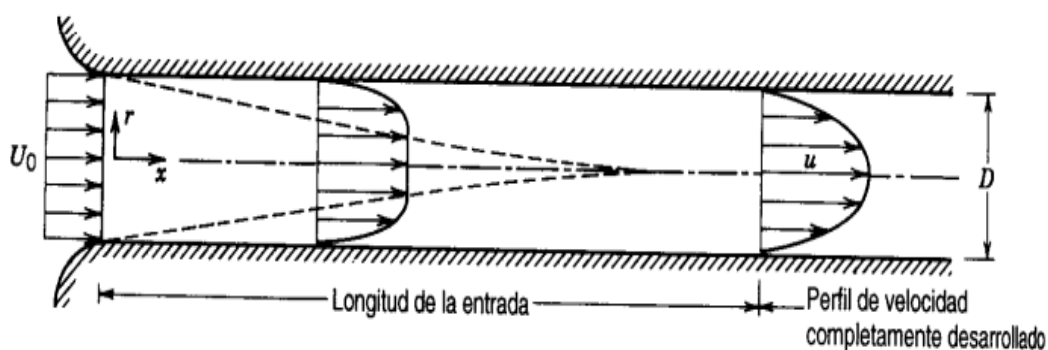


Figura 3.6. Flujo interno laminar

La acción del esfuerzo cortante de la pared es retardar el flujo cerca de dicha pared, como consecuencia la velocidad aumenta en la zona central.

Debido a este esfuerzo cortante se crea una capa límite laminar, cuyo espesor, que es nulo a la entrada de la tubería, va creciendo hasta llenar totalmente el conducto a partir de una cierta sección situada a una distancia l de la entrada. A partir de aquí la distribución de velocidades es parabólica

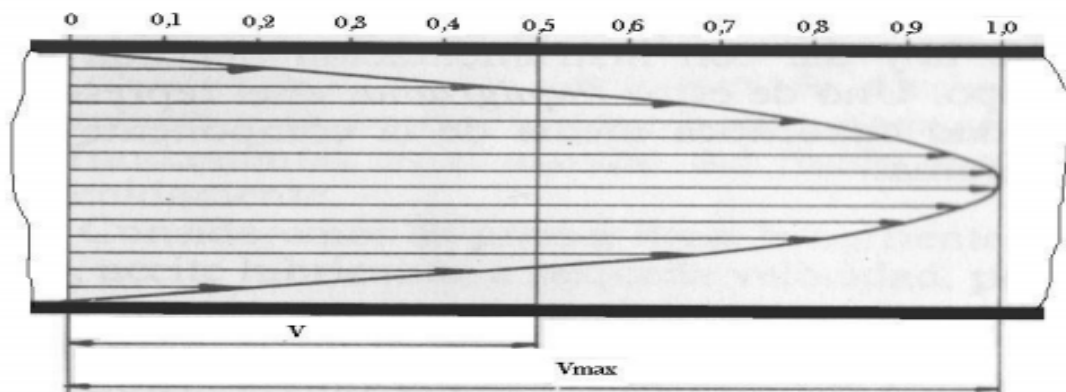
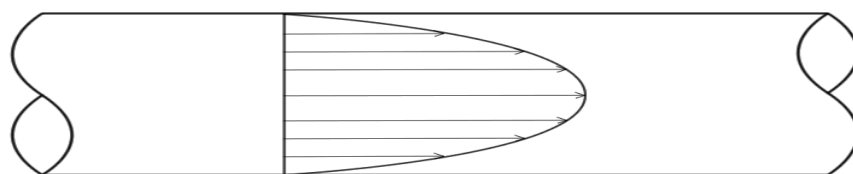
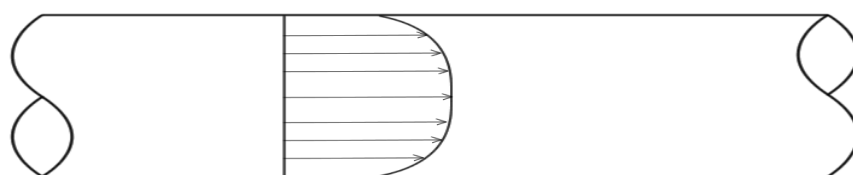


Fig. 3.7 Perfil de velocidades en régimen laminar

La formación del flujo turbulento en el interior de una tubería cilíndrica se rige por el mismo esquema que en una placa plana. El fluido ingresa en la tubería con una velocidad uniforme, las partículas de fluido cercanas a la pared de la tubería se adhieren a ésta y el efecto de retraso que resulta de ello provoca la aparición de la capa límite.



Flujo Laminar



Flujo Turbulento

Fig. 3.8 Perfil de velocidades en régimen laminar y turbulento

Esta es primeramente laminar y su espesor aumenta gradualmente hasta un valor en que se hace inestable, desarrollándose entonces una capa turbulenta hasta casi las mismas paredes de la tubería, en que se desarrolla la subcapa laminar.

Se establece así una configuración permanente a lo largo de la tubería y el régimen está dinámicamente establecido.

La distribución de velocidades una vez establecido el régimen, la variación de la velocidad es muy rápida en la subcapa laminar y en la zona turbulenta la distribución es logarítmica.

Este tipo de régimen es el que se establece normalmente en las tuberías industriales.

De ahí el interés que tiene el estudio de las pérdidas de carga provocadas por la turbulencia del mismo y que son distintas de las del régimen laminar por la configuración distinta de éste, la distribución de velocidades en el flujo turbulento es prácticamente uniforme.

El flujo turbulento es mucho más frecuente que el laminar, sin embargo, no se pueden expresar con precisión los flujos de materia, cantidad de movimiento y energía debidos a la turbulencia.

Dado el perfil prácticamente plano de velocidades en flujo turbulento, se puede considerar que la velocidad máxima prácticamente coincide con la velocidad media a través de la sección de una conducción cilíndrica.

$$(V_z)_{\max} = (V_z)_m \quad (3.1)$$

Solamente en la porción de fluido próxima a la pared existe un perfil de velocidades ya que la velocidad del fluido en contacto con la pared es 0.

Por tanto, queda descartada la integración de las ecuaciones diferenciales realizada para el flujo laminar. Se han deducido diversas ecuaciones empíricas, basadas en las

distintas teorías propuestas para la turbulencia, para representar el perfil de velocidades en el caso de un flujo turbulento estacionario de un fluido newtoniano por una conducción cilíndrica. Ninguna de las propuestas es completamente satisfactoria y las ecuaciones indicadas solo serán aproximadas, aunque algunas representan el perfil de velocidades con bastante precisión.

Para flujos internos el régimen de flujo (laminar o turbulento) es fundamentalmente una función del número de Reynolds.

3.5.1. Número de Reynolds

La naturaleza del flujo laminar o turbulento, viene definida por el número de Reynolds.

En 1883 el investigador Osborne Reynolds estudió el movimiento de un fluido.

Mediante las ecuaciones diferenciales generales que describen el flujo, dedujo las condiciones para que dos flujos fuesen dinámicamente semejantes, encontrando que el grupo adimensional “ VLr / m ” debía ser el mismo para ambos casos; por ello este parámetro se conoce como número de Reynolds Re .

$$Re = VLp / m\mu \quad (3.2)$$

V una característica del flujo, que para el caso de tuberías es la velocidad media V .

L una longitud característica del entorno que rodea al fluido. Para el caso de tuberías suele ser el diámetro de la tubería.

r la densidad del fluido.

m la viscosidad dinámica del fluido

Re \square 2100: flujo laminar. Predominan las fuerzas viscosas. Se verifica la ley de Newton de la viscosidad.

Re \square \square 4000: flujo turbulento. Las fuerzas viscosas quedan casi anuladas por las de turbulencia. No se verifica la ley de Newton de la viscosidad.

$2100 < Re < 4000$ el flujo está indeterminado, pudiendo comportarse como laminar o como turbulento, según las condiciones del entorno, y variando de unos momentos a otros. Es un intervalo en el que no se debe de trabajar.

Para determinar el significado del grupo adimensional, Reynolds llevó a cabo sus experimentos con flujo de agua a través de tubos de vidrio, para lo cual dispuso un tubo horizontalmente con un extremo abocinado dentro de un depósito y en el otro extremo una válvula reguladora del caudal, según se observa en la figura 2.8

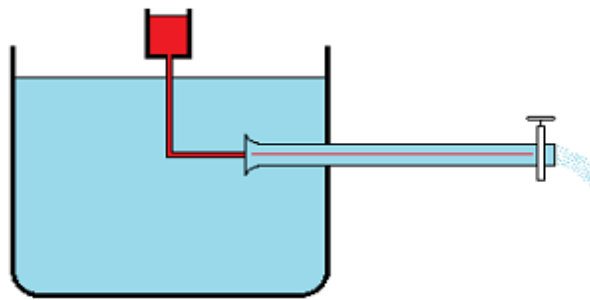


Fig. 3.9 Experimento de Reynolds

En el interior del tubo de ensayo inyectó un colorante y observó que para caudales y velocidades pequeños, y por tanto n° de Reynolds bajo, el filete coloreado se movía trazando una línea recta sin entremezclarse con el agua que le rodeaba, es decir el flujo era laminar.

Al aumentar el caudal y por tanto la velocidad, aumentó el número de Reynolds, y llegó a la condición en que dicha línea se iba ondulando, llegando un momento en que se rompía bruscamente, difundiéndose por el tubo, es decir se alcanzaba el régimen turbulento.

Comenzando con flujo turbulento en el tubo de vidrio, Reynolds encontró que siempre se vuelve laminar cuando se reduce la velocidad hasta hacer Re menor que 2100. Este se denomina Número crítico inferior de Reynolds para flujos en tubos y

es importante en los cálculos prácticos. Análogamente al aumentar el flujo de laminar a turbulento observó que para Re mayor de 4000, era turbulento. Este se denomina Número crítico superior de Reynolds.

Si el número de Reynolds es menor a 2100, el régimen es laminar. Desde un punto de vista cualitativo, puede decirse que al aumentar el número de Reynolds, desde valores inferiores al indicado como valor crítico (2100), el perfil parabólico de velocidades típico del flujo laminar, se achata progresivamente llegando a convertirse en una superficie prácticamente plana, perpendicular a las paredes del tu

Si el Reynolds es superior a 4000, la ley de Newton de la viscosidad deja de cumplirse en todo momento, siendo imposible de resolver de forma analítica el perfil de velocidades. Al incrementarse tanto la velocidad, el movimiento de un fluido que se da en forma caótica, en que las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos aperiódicos, como por ejemplo el agua en un canal de gran pendiente.

Puede considerarse que el perfil de velocidades es prácticamente plano, es decir, las velocidades puntuales son semejantes entre sí y prácticamente iguales a la media.

Existe un régimen de transición entre Reynolds 2100 y 4000, en los que la circulación de forma cíclica pasa de laminar a turbulento. El trabajar en este intervalo hay que evitarlo debido a las vibraciones y diferencias en las pérdidas de carga que se producirían.

3.6. Flujos en una, dos y tres dimensiones

El flujo se clasifica como de una, dos o tres dimensiones dependiendo del número de coordenadas espaciales necesarias para especificar el campo de velocidades.

Flujo unidimensional: Es aquél en que se desprecian las variaciones de velocidad, presión, etc. transversales a la dirección principal del flujo. Tiene lugar

cuando la velocidad es la misma en todos los puntos del fluido en una sección recta de conducto.

En numerosos problemas que se encuentran en ingenierías, el análisis unidimensional sirve para proporcionar soluciones aproximadas adecuadas, por ejemplo para caracterizar el flujo a través de una tubería.

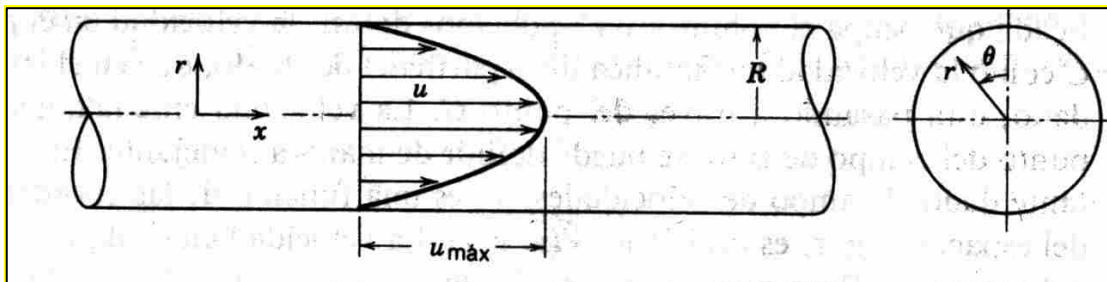


Figura 3.10 Ejemplo de un fluido unidimensional

Puesto que todos los fluidos que satisfacen la hipótesis del medio continuo deben tener una velocidad cero relativa a una superficie sólida (con objeto de satisfacer la condición de no deslizamiento), la mayor parte de los flujos son intrínsecamente de dos o tres dimensiones.

Flujo bidimensional: En este tipo de flujo se supone que todas las partículas siguen trayectorias idénticas en planos paralelos. No hay cambios de las variables del flujo en dirección normal a dichos planos. Se estudian en dos dimensiones. Ejemplos: estudio de vertederos, compuertas.

Flujo tridimensional: Es el flujo más general, en el que las componentes de la velocidad en direcciones perpendiculares entre sí son función de las coordenadas del espacio y del tiempo. Ejemplos: tuberías, curvas, codos, flujo por el interior de bombas y turbinas.

El campo de velocidades es en función en las tres coordenadas del espacio y del tiempo. Un flujo de tal naturaleza se denomina tridimensional (también constituye un flujo no estacionario) debido a que la velocidad de cualquier punto del campo del flujo depende de las tres coordenadas necesarias para poder localizar un punto en el espacio.

No todos los campos de flujo son tridimensionales. Considérese por ejemplo el flujo a través de un tubo recto y largo de sección transversal constante. A una distancia suficientemente alejada de la entrada del tubo.

3.7. Flujos uniformes, permanentes y no permanentes

Para propósitos de análisis del flujo de un fluido, muchas veces resulta conveniente clasificarlos en función de la velocidad del flujo.

Flujo no uniforme: el vector velocidad varía en un instante dado de un punto a otro. Ejemplo: Líquido que fluye a través de una tubería de sección

Flujo permanente: La velocidad en un punto cualquiera es constante en el tiempo. La velocidad de las sucesivas partículas que ocupan un punto en los sucesivos instantes es la misma. Esa continuidad en el tiempo en un punto se puede aplicar también al resto de las variables que definen el estado del fluido en ese punto. Ejemplo: Bombeo de agua por una tubería de caudal constante.

Flujo no permanente: Cuando las condiciones en un punto cambian con el tiempo. Ejemplo: Bombeo de agua en una tubería de caudal creciente.

3.8. Capa límite

Para los fluidos que tienen una viscosidad relativamente pequeña, el efecto de la fricción interna es apreciable sólo en una región delgada en inmediato contacto con las fronteras sólidas del fluido, que Ludwig Prandtl denominó capa límite.

Cuando un fluido circula junto al contorno de un sólido, éste ejerce una fuerza de rozamiento, de forma que la velocidad de la capa del fluido en contacto con el sólido es la misma que la de éste. Si consideramos puntos situados en un plano perpendicular al contorno del sólido, a medida que aumenta la distancia a la superficie, el efecto de la fuerza de rozamiento es menor y la velocidad aumenta hasta alcanzar la correspondiente al flujo libre.

La región en la que se produce la variación de la velocidad se conoce como capa límite y su espesor será una función de la distancia medida desde el contorno sólido hasta el punto en que la velocidad del fluido es el 99% de la del flujo libre.

La figura 3.11 muestra una capa límite creciente sobre una placa plana delgada, con un borde de ataque puntiagudo, donde la capa límite empieza siendo laminar, la capa límite aumenta el espesor a medida que nos alejamos del borde de la pared.

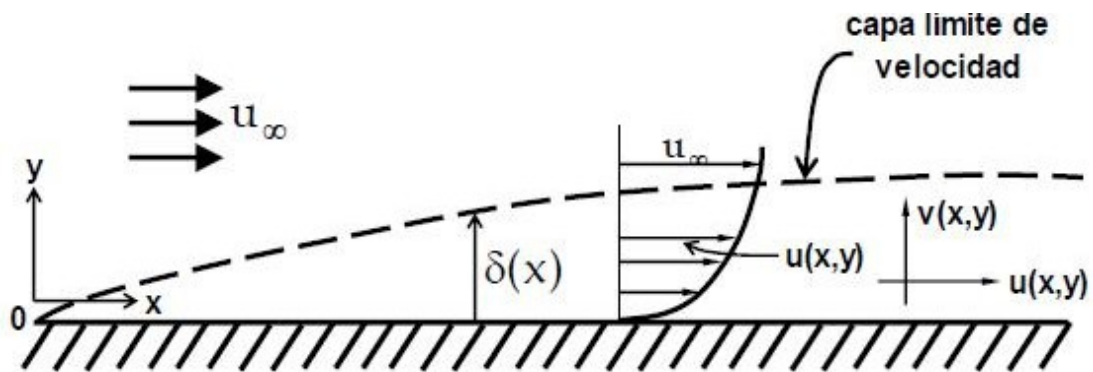


Figura 3.11 Capa límite o zona adyacente al flujo

Los líquidos pueden clasificarse convenientemente de varias maneras diferentes. Atendiendo a los rozamientos internos, los flujos de un fluido pueden ser viscosos o no viscosos.

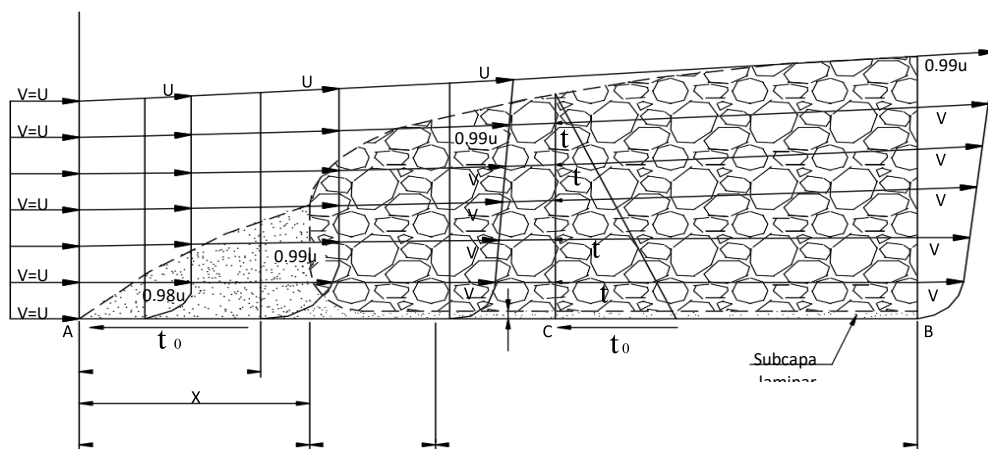


Figura 3.12 Interior de una capa límite

En el interior de la capa límite se producen tensiones de cortadura originadas por el gradiente de velocidad entre las capas de fluido adyacentes, según la ley de viscosidad de Newton.

Cuando el espesor δ de la capa límite alcanza un valor determinado la estructura laminar se hace inestable y desaparece, comenzando a ser turbulenta.

En la zona turbulenta la tensión de cortadura es debida a los efectos de las turbulencias, siendo μ_t la viscosidad de turbulencia ó de remolino.

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dv} \quad (3.3)$$

Una vez pasado el punto de transición, en los puntos muy cercanos a la pared de la placa, la presencia de ésta hace imposible todo movimiento perpendicular a la pared.

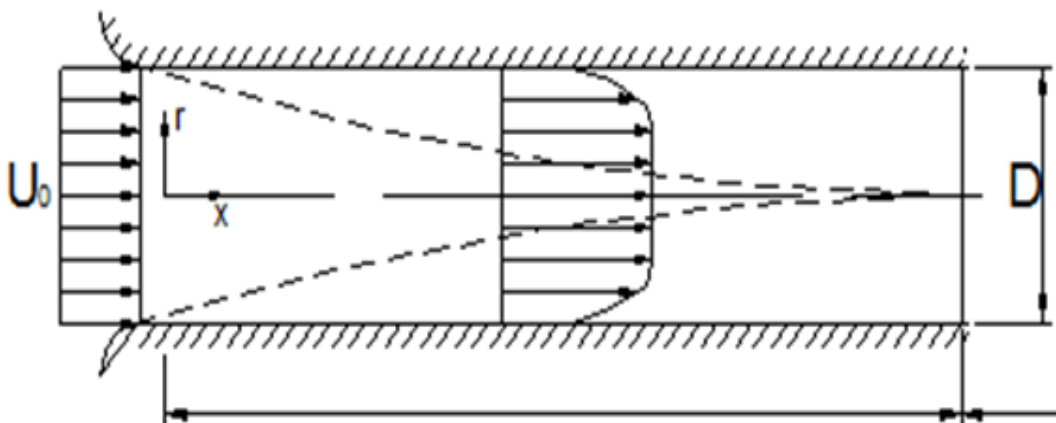


Figura 3.13 Creación de la capa límite turbulenta en conducto cerrado

Por grande que sea la turbulencia de la masa fluida, su acción se anula en contacto con la placa; se forma por consiguiente, en las proximidades inmediatas de ésta, una delgada capa en la que el régimen es laminar y que está comprendida entre la pared y la masa de fluido en movimiento turbulenta.

A esta película de fluido se la denomina subcapa laminar o capa límite laminar secundaria.

3.9. Línea de trayectoria, línea de traza y línea de corriente o de flujo

En el análisis de problemas de mecánica de fluidos frecuentemente resulta ventajoso disponer de una representación visual de un campo de flujo. Tal representación se puede obtener mediante las líneas de trayectoria, las líneas de traza y las líneas de corriente.

Línea de trayectoria. - está constituida por la curva trazada en su movimiento por una partícula de fluido.

Para determinar una trayectoria, se puede identificar a una partícula de fluido en un instante dado, por ejemplo, mediante el uso de un colorante (tinta), y tomar fotografías de su movimiento con un tiempo de exposición adecuado. La línea trazada por la partícula constituye entonces una trayectoria.

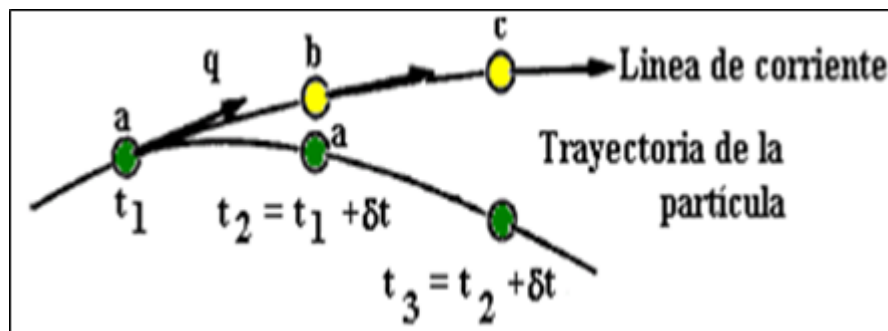


Figura 3.14 Trayectoria en fluidos

Línea de traza. - Por otra parte, podemos preferir fijar nuestra atención en un punto fijo del espacio, e identificar, empleando también un colorante, todas las partículas que pasan a través de este punto.

Después de un corto periodo tendremos entonces cierta cantidad de partículas de fluido identificables en el flujo, todas las cuales han pasado en algún momento a través del punto fijo previamente seleccionado. La línea que une todas estas partículas define una línea de traza.

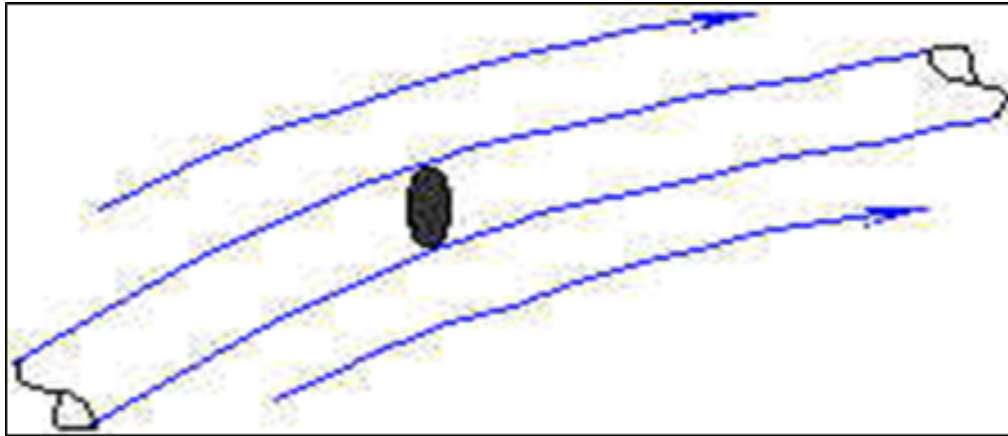


Figura 3.15 Líneas de traza

Línea de corriente o línea de flujo. - son líneas dibujadas en el campo de flujo de tal manera que en un instante dado se encuentran siempre tangentes a la dirección del flujo en cada punto del campo de flujo.

La forma de las líneas corriente puede cambiar de un instante a otro si la velocidad del flujo es una función del tiempo, es decir, si se trata de un flujo no estacionario. Dado que las líneas de corriente son tangentes al vector velocidad de cada punto del flujo, el fluido nunca puede cruzar una línea de corriente.

En un flujo estacionario, la velocidad en cada punto del campo permanece constante con el tiempo y, en consecuencia, las líneas de corriente no cambian de un instante a otro.

Lo anterior implica que una partícula localizada en unas líneas de corriente determinada permanecerá en la misma línea de corriente. Lo que es más partículas consecutivas que pasan a través de un punto fijo del espacio se encontrarán en la misma línea de corriente y permanecerán en ellas.

Se concluye, entonces que, en el caso de flujo estacionario, las trayectorias, las líneas de traza y las líneas de corriente son idénticas para todo el campo. En el caso de un flujo no estacionario las tres curvas no coinciden.

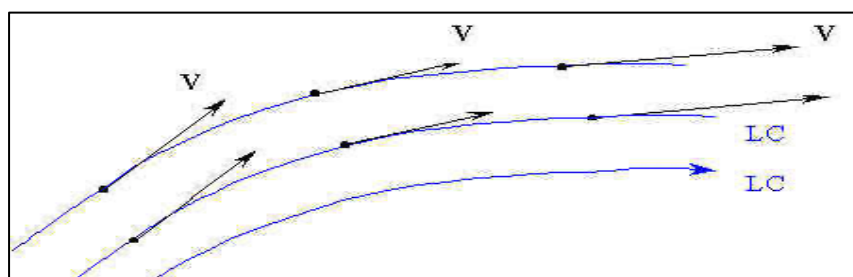


Figura 3.16 Líneas de corriente

Tubo de corriente: Es el conjunto de todas las líneas de corriente que atraviesan una superficie cerrada concreta. Las características principales de un tubo son:

- Un tubo de corriente puede tener distinta sección a lo largo de las líneas de corriente
- El número de líneas de corriente es el mismo para cualquier sección del tubo de corriente
- Las líneas de corriente nunca se cruzan unas con otras en el tubo de corriente
- El flujo del fluido a través del tubo de corriente es constante. Esto quiere decir que no existen pérdidas de flujo a través de las paredes laterales del tubo
- Para cualquier sección de un tubo de corriente, la velocidad de las partículas que atraviesan la sección A tienen todas las velocidades V_A .

3.10. Sistema

El concepto de sistema se refiere a una masa definida de material diferenciada del resto de materia que la rodea denominada entorno o alrededores. Las fronteras de un sistema constituyen una superficie cerrada que puede variar con el tiempo, siempre y cuando contengan la misma masa en su interior.

3.11. Volumen de control

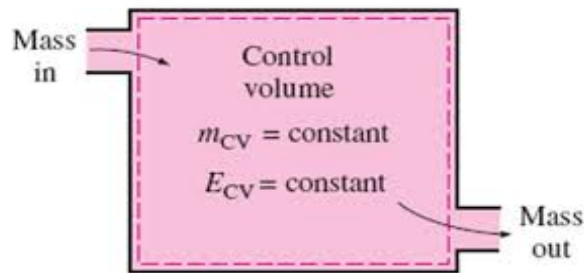


Figura 3.17 Volumen de Control

El estudio de un fluido en movimiento pasa por la definición del sistema en estudio, para ello se define la región del espacio que está ocupada por el fluido. En este espacio se definen las características termodinámicas, dinámicas y energéticas del fluido.

El volumen de control está limitado por una superficie cerrada, superficie de control, a través de la cual se realizan los procesos de intercambio de energía y masa con el entorno. El volumen de control está formado por un tubo de corriente cerrado por dos superficies laterales.

Una vez seleccionados el volumen y la superficie de control para nuestro sistema, se analizan en ellos las siguientes características:

Propiedades termodinámicas del fluido en su interior: Energía interna, Temperatura, Entalpía, Presión, Superficie de control, Intercambio de flujos, Energía Q y W , Caudales de entrada y salida distribución de velocidades

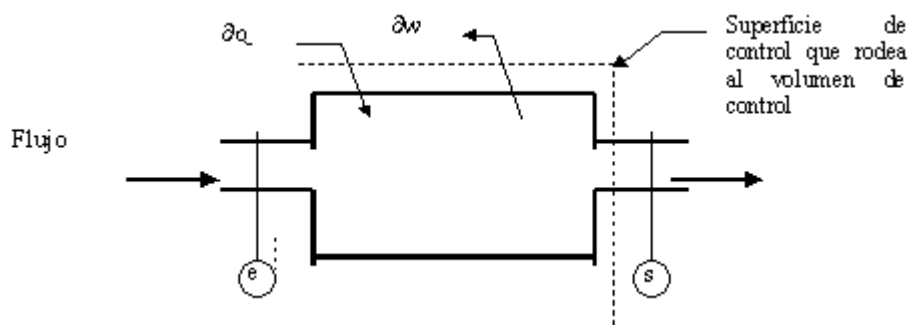


Figura 3.18 Volumen de Control y Superficie de Control

3.12.

Flujo volumétrico y másico

Flujo volumétrico: volumen de fluido que atraviesa una sección por unidad de tiempo (Caudal, Q).

Queremos determinar el ritmo a que fluye la masa de fluido que atraviesa cierta superficie fija S a su paso. Si la velocidad a la que viaja el elemento de fluido es V en un tiempo dt , el volumen de fluido que atraviesa una superficie elemental dS es $dV = v dt dS \cos\theta$.

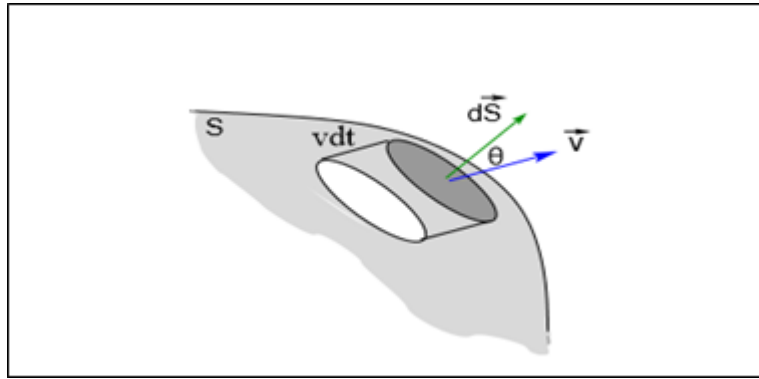


Figura 3.19 Fluido que atraviesa una superficie

Y la masa contenida en volumen es, por lo tanto

$$dm = \rho dV = \rho v dt dS \cos\theta = \rho dt \vec{v} \cdot d\vec{S} \quad (3.4)$$

Flujo másico: masa de fluido que atraviesa una sección por unidad de tiempo (m). Generalmente se supone un flujo unidimensional, es decir con densidades y secciones constantes e independientes de la posición, lo que permite reducirla a la siguiente fórmula:

$$m' = \rho \cdot v \cdot A \quad (3.5)$$

En donde m es el flujo másico, ρ es la densidad del fluido, v la velocidad del fluido y A es el área de la tubería.

BIBLIOGRAFÍA

Arregui, Francisco. Apuntes de Mecánica de Fluidos, Editorial Universidad Politécnica de Valencia.2017.

Çengel. Y; y J. Cimbala, Mecánica de fluidos. Fundamentos y aplicaciones (4a Ed.). Ed. Mc. Graw-Hill, 2012.

Coulson, JM; Richardson, JF; Backhurst JR; Harker, JH. “Coulson & Richardson’s Chemical Engineering. Volumen 1”. 4ª Edición, Pergamon, 1999.

Fox R W, Pritchard P J, McDonald A T. Introduction to Fluid Mechanics, Wiley, 7th Edition. 2009.

Martín, Domingo. Apuntes de Mecánica de Fluidos. 2011.

Mott R L. Mecánica de Fluidos, Pearson Prentice Hall, 6a Edición.2006.

F. White, Mecánica de los fluidos (6a Ed.). Ed. Mc. Graw-Hill, 2008.

CAPÍTULO 4

FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS

El objeto de capítulo es analizar el flujo de un fluido por un conducto, por lo que se estudian las pérdidas de carga continuas y accidentales, de los flujos reales (viscosos) en el interior de conductos, ya sean circulares o de otras formas, es decir todos aquellos flujos limitados por superficies sólidas. Cuando se trata con flujos reales las fuerzas viscosas suelen tener una gran importancia ya que producen esfuerzos cortantes con el movimiento del fluido.

El flujo de un líquido o de un gas en tuberías o ductos se usa comúnmente en sistemas de calefacción y enfriamiento y en redes de distribución de fluido. El fluido en estas aplicaciones usualmente se fuerza a fluir mediante un ventilador o bomba atravesando un tramo del ducto.

Se pone particular atención a la fricción, que se relaciona directamente con la caída de presión y las pérdidas de carga en el flujo en tuberías y ductos. Entonces, la caída de presión se usa para determinar la potencia necesaria de bombeo. Un sistema de tuberías típico incluye tuberías de diferentes diámetros, unidas entre sí mediante varias uniones o codos para dirigir el fluido, válvulas para controlar la razón de flujo y bombas para presurizar el fluido. La mayoría de los fluidos, en especial los líquidos, se transportan en tuberías circulares que se caracterizan por resistir grandes diferencias de presión entre el interior y el exterior sin distorsión considerable.

El desplazamiento de líquidos se denomina flujo de fluidos y conlleva pérdidas por rozamiento, las cuales conllevan un coste energético (el fluido pierde energía durante el desplazamiento) y, por tanto, económico. Las instalaciones se diseñan teniendo en cuenta el coste de las conducciones y del equipo de impulsión.

Siempre existirá pérdida de energía (o carga), por lo cual se requieren mecanismos externo de impulsión, basados en el cálculo de la pérdida de energía y potencia necesaria. Por lo tanto, es necesario realizar los cálculos de la energía necesaria para que tenga lugar el flujo deseado.

El cálculo de la pérdida de carga en un circuito de fluido es esencial, permite diseñar el diámetro de las tuberías de forma correcta para que cada aparato consumidor reciba el caudal requerido para su proceso productivo. El cálculo es asimismo necesario para poder realizar una selección adecuada de la bomba de recirculación principal de la instalación o de las bombas de circuitos secundarios.

4.1. Tuberías

Las tuberías son elementos de diferentes materiales que cumplen la función de permitir el transporte de fluidos en forma eficiente.

4.2. Pérdida de carga

El flujo de un líquido en una tubería viene acompañado de una pérdida de energía, que suele expresarse en términos de energía por unidad de peso de fluido circulante (dimensiones de longitud), denominada habitualmente pérdida de carga.

Por otra parte, los cambios de presión que se tienen en un flujo incompresible a través de un tubo se deben a cambios en el nivel o bien a cambios en la velocidad debido a cambios en el área de la sección transversal y por otra parte al rozamiento.

En la ecuación de Bernoulli se toma en cuenta únicamente los cambios de nivel y de velocidad del flujo. En los flujos reales se debe tener en cuenta el rozamiento. El efecto del rozamiento produce pérdidas de presión. Estas pérdidas se dividen en pérdidas de carga: lineales y accidentales o localizadas.

4.2.1. Pérdidas de carga lineales

Son pérdidas de carga continuas o por fricción, se deben al rozamiento en un flujo completamente desarrollado que pasa a través de segmentos del sistema con área de sección transversal constante.

En el caso de tuberías horizontales, la pérdida de carga se manifiesta como una disminución de presión en el sentido del flujo. La pérdida de carga está relacionada con otras variables fluidodinámicas según sea el tipo de flujo, laminar o turbulento.

4.2.2. Pérdidas de cargas accidentales o localizadas

Además de las pérdidas de carga continuas o por rozamiento, en las conducciones se produce otro tipo de pérdidas debido a fenómenos de turbulencia que se originan al paso de líquidos por puntos singulares de las tuberías, como cambios de dirección, codos, juntas, derivaciones, etc, y que se conocen como pérdidas de carga accidentales, localizadas o singulares (h_L , h_s),

Se deben a que en los sistemas de flujo, además de tuberías lisas, se cuenta con la presencia de válvulas, bifurcaciones, codos, cuya función y a los efectos de rozamiento en aquellos segmentos del sistema cuya área de sección transversal, la función de los citados accesorios es controlar y dirigir el flujo.

Las pérdidas accidentales sumadas a las pérdidas de carga continuas (h_C) dan las pérdidas de carga totales (h_T).

4.3. Diferentes expresiones de las pérdidas de carga continuas.

Las pérdidas de carga por rozamiento en tuberías a presión pueden calcularse mediante dos grupos de fórmulas:

- 1 Fórmulas logarítmicas
- 2 Fórmulas empíricas

Aunque en general las fórmulas logarítmicas tienen mayor precisión que las empíricas, algunas de éstas proporcionan una suficiente aproximación. En cualquier caso, es necesario conocer el tipo de flujo existente en la tubería, ya que cada fórmula es válida para un determinado régimen hidráulico. Por ello se debe comprobar que el número de Reynolds correspondiente a las condiciones del problema se encuentra dentro del intervalo de validez de la fórmula.

Mediante las fórmulas logarítmicas, de aplicación en régimen turbulento, se calcula el coeficiente de fricción (f) para su introducción en la ecuación general de Darcy – Weisbach.

Ecuación general de Darcy Weisbach

La ecuación de Darcy-Weisbach (Fanning) es una ecuación ampliamente usada en dinámica de fluidos. Permite el cálculo de la pérdida de carga debida a la fricción dentro una tubería llena. La ecuación fue desarrollada por el francés Henry Darcy y el alemán Julius Weisbach.

Esta ecuación permite la evaluación apropiada del efecto de cada uno de los factores que inciden en la pérdida de energía en una tubería.

Es una de las pocas expresiones que agrupan estos factores. La ventaja de ésta ecuación es que define la pérdida de carga y puede aplicarse a todos los tipos de flujo (laminar, transicional y turbulento), debiendo el coeficiente de fricción tomar los valores adecuados, según corresponda.

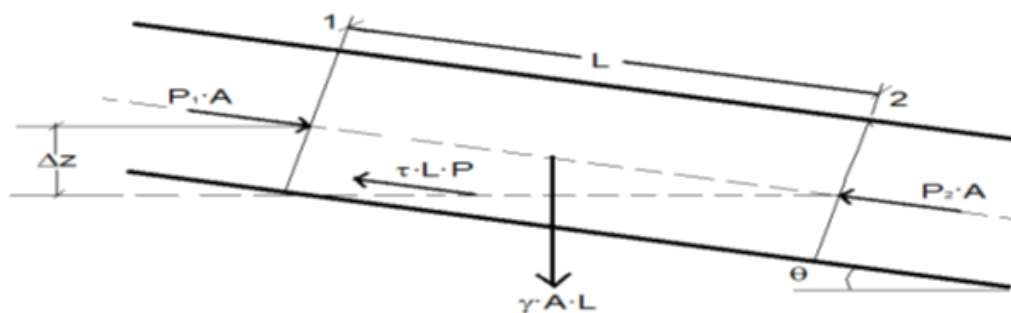


Figura 4.1 Volumen de control en una tubería cerrada

Suponemos una tubería por la que circula un fluido que tenga las siguientes características: flujo turbulento, régimen permanente y uniforme, fluido incompresible, conducto cerrado, flujo unidimensional.

$$p_1 A - p_2 A + \gamma AL \sin \theta = \tau LP, \sin \theta = \Delta Z/L \quad (4.1)$$

Que da como resultado:

$$(p_1 - p_2)A + \gamma A \Delta z = \tau LP \quad (4.2)$$

$$\Delta p A + \gamma A \Delta z = \tau LP \quad (4.3)$$

$$\Delta p / L + \gamma A \Delta z = \tau LP \quad (4.4)$$

La expresión de Darcy-Weisbach para conductos circulares es la siguiente:

$$h_f = \frac{\Delta p}{\rho g} = 2f \frac{u^{-2} L_e}{g D} [m] \quad (4.5)$$

Donde:

h_f : Pérdida de carga debido al rozamiento (m)

f : Factor de fricción de Darcy

L : Longitud de la tubería (m)

D : Diámetro interior (m)

ρ : densidad del fluido (kg/m³)

V : Velocidad media del agua en la tubería (m/s)

u : Viscosidad del fluido (N·s/m²)

g : Aceleración de la gravedad (9,81 m/s²)

La pérdida de carga continua es directamente proporcional a la velocidad del líquido y a la longitud del tramo de tubería que estamos considerando, e inversamente proporcional a su diámetro.

El factor de fricción (f) es adimensional y es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa de la tubería, parámetro que da idea de la magnitud de las asperezas de su superficie interior.

ε : rugosidad absoluta (l)

ε_r , rugosidad relativa de las paredes de la tubería, adimensional es $\varepsilon_r = \varepsilon / D$

$$f = f \left[Re, \frac{\varepsilon_r}{D} \right] \quad (4.6)$$

Es un hecho demostrado que la rugosidad relativa de las paredes de la tubería ($\varepsilon_r = \varepsilon / D$) no influye sobre f en régimen laminar ($Re < 2100$), ya que el rozamiento se debe fundamentalmente a la fricción de unas capas de fluido sobre otras y no de éstas sobre las paredes de la tubería.

Sin embargo, para $Re > 2100$ las cosas cambian y la rugosidad relativa adquiere notable importancia.

La ecuación de Darcy – Weisbach puede ponerse en función del caudal circulante, ya que el caudal que fluye por una conducción circular a plena sección está ligado al diámetro y a la velocidad media por la relación:

$$J = \frac{hc}{L} 0.0826 \cdot f \cdot \frac{Q^2}{D^5} \quad (4.7)$$

En donde:

h : pérdida de carga o de energía (m)

f : Coeficiente de fricción (adimensional)

L : longitud de la tubería (m)

D : diámetro interno de la tubería (m)

v : velocidad media (m/s)

g : aceleración de la gravedad (m/s²)

Q : caudal (m³/s)

Se deduce que un aumento en el caudal o un aumento en la velocidad del líquido implica un aumento en la pérdida de carga, mientras que diámetro y pérdida de carga están inversamente relacionados.

4.4. Cálculo del factor de fricción o rozamiento

Existen diversas correlaciones, tanto gráficas como matemáticas, para expresar el factor de rozamiento en conducciones cilíndricas.

Rugosidad absoluta y rugosidad relativa

En el interior de los tubos comerciales existen protuberancias o irregularidades de diferentes formas y tamaños cuyo valor medio se conoce como rugosidad absoluta (K), y que puede definirse como la variación media del radio interno de la tubería.

Los experimentos de Nikuradse permitieron determinar el valor de esta rugosidad absoluta. Consistieron en producir una rugosidad artificial pegando en el interior de un tubo de vidrio (liso) áridos de diferentes granulometrías tamizados, es decir, de rugosidad conocida, hasta conseguir una pérdida de carga igual que la producida en un tubo comercial de un material determinado con igual longitud y diámetro que el de vidrio. Estos tubos artificialmente preparados se conocen como tubos arenisca.

Cuando una casa comercial da el valor de rugosidad K es en realidad la rugosidad media equivalente, lo que significa que se comporta del mismo modo que una tubería artificialmente preparada con la rugosidad absoluta K .

Un mismo valor de rugosidad absoluta puede ser muy importante en tubos de pequeño diámetro y ser insignificante en un tubo de gran diámetro, es decir, la influencia de la rugosidad absoluta depende del tamaño del tubo.

Por ello, para caracterizar un tubo por su rugosidad resulta más adecuado utilizar la rugosidad relativa (ϵ), que se define como el cociente entre la rugosidad absoluta y el diámetro de la tubería.

$$\epsilon = K/D$$

Correlación gráfica de Moody

Uno de los métodos más utilizados para calcular el factor de fricción o rozamiento f es el uso del diagrama de Moody que es la representación gráfica en escala doblemente logarítmica del factor de fricción en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa de una tubería, diagrama hecho por Lewis Ferry Moody (1944) sobre la base de datos experimentales de numerosos autores, obtenidos con distintos valores de las variables V, μ, L, D, ρ .

Dicha gráfica permite calcular el factor de fricción, conocido el número de Reynolds y la rugosidad relativa, esta se determina también a partir de datos experimentales representados para cada tipo de material y diámetro de conducción. Se debe tener en cuenta que la rugosidad relativa puede variar con el paso del tiempo, sobre todo si hay depósitos de materiales en las paredes.

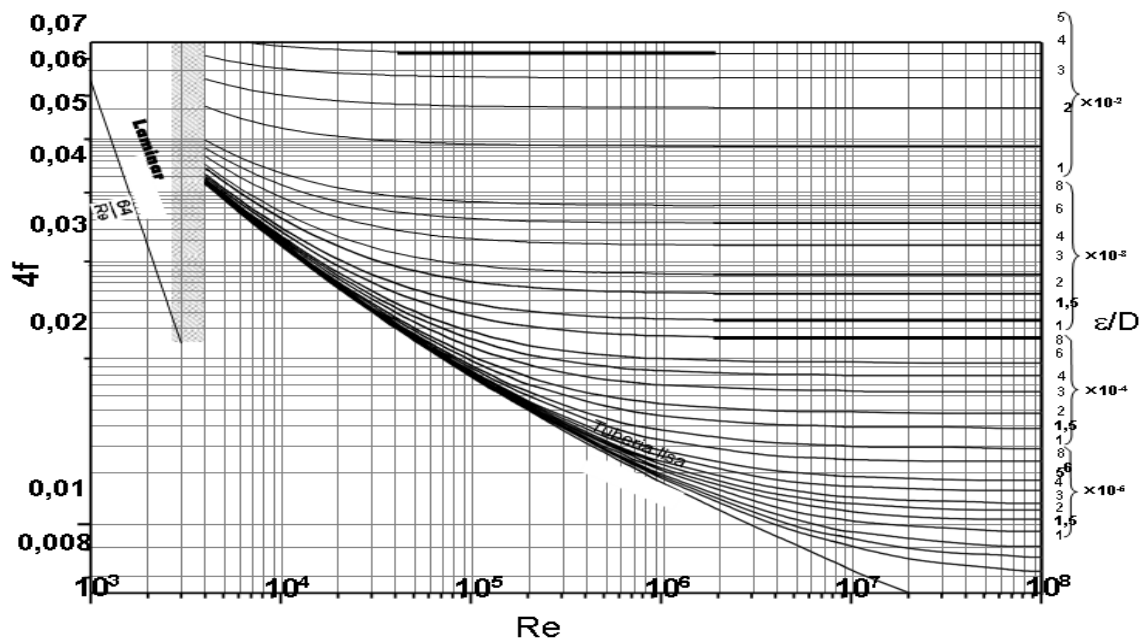


Figura 4.2 Diagrama de Moody para el factor de fricción en función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa. (Moody, L.F.,1944, Trans.ASME, 66:671)

Ecuación: Hagen-Poiseuille; Flujo laminar ($Re \leq 2100$).

Ecuación: Blasius; Flujo turbulento y tubos lisos ($4000 \leq Re \leq 10^5$)

Ecuación: Karman-Prandtl; Flujo turbulento y tubos lisos ($Re > 10^5$)

Ecuación: Karman-Prandtl; Flujo turbulento y tubos rugosos ($Re > Re''$)

Ecuación: Colebrook-White; Flujo turbulento y tubos semirugosos ($Re' \leq Re < Re''$)

4.5. Tubos lisos y rugosos

Se dice que un tubo se comporta como hidráulicamente liso cuando el espesor de la subcapa laminar es netamente superior a la altura ϵ ($\delta_{sl} \gg \epsilon$).

Se dice que un tubo se comporta como hidráulicamente rugoso cuando el espesor de la subcapa laminar es netamente inferior a la altura ϵ ($\delta_{sl} \ll \epsilon$).

Se dice que un tubo se comporta como hidráulicamente semirugoso cuando el espesor de la subcapa laminar es del mismo orden de valores de ϵ .

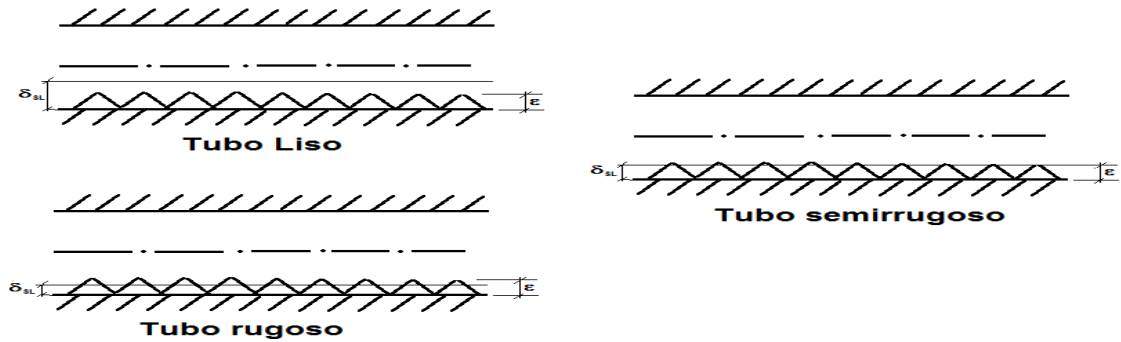


Figura 4.3 Tubo liso. Tubo rugoso. Tubo semirrugoso

$$\text{Frontera lisa-semirrugosa: } R_e'' = \frac{23}{\epsilon/D} \quad (4.8)$$

$$\text{Frontera semirrugosa-rugosa: } R_e'' = \frac{560}{\epsilon/D}; R_e'' = \frac{200}{\epsilon/D \sqrt{f}} \quad (4.9)$$

Se denomina \square al espesor medio de la rugosidad de las paredes del conducto.

Espesor relativo de la tubería se llama al cociente entre la rugosidad y el diámetro de la tubería: $\square \square / D$.

4.6. Pérdidas de carga accidentales

1. Las pérdidas de carga calculada con la ecuación de Fanning es solamente parte de la pérdida de carga total que produce el rozamiento de los fluidos en las conducciones y circuitos de flujo, pues corresponde solo a los tramos rectos de tubería.
2. Existen además otras pérdidas de carga adicionales debido a la presencia de válvulas, codos, empalmes y otros diversos accesorios que provocan un cambio en la dirección del flujo. A estos accesorios se les denomina accidentes del flujo y su contribución total a la pérdida de carga puede llegar a ser considerable aunque individualmente considerados sea pequeña, de allí la denominación de “pérdidas accidentales o localizadas”

$$\left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gz_1\right) - \left(\frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gz_2\right) = h_{LT} \quad (4.10)$$

Las pérdidas de carga menores pueden calcularse de dos formas:

- Utilizando la propia ecuación de Fanning, cuando el flujo es muy turbulento, introduciendo el concepto de longitud equivalente de tubería recta (L_e). La longitud equivalente es la longitud de conducción recta (de igual diámetro) que produce misma pérdida de carga que el accidente correspondiente

$$h_f = \frac{\Delta p}{\rho g} = 2f \frac{u^{-2} L_e}{gD} [m] \quad (4.11)$$

- Utilizando el concepto de coeficiente de pérdida K , en función de la geometría del accesorio, de la rugosidad de la superficie y de la energía cinética del fluido, pudiéndose expresar de la forma:

$$h_f = k \frac{v^2}{2g} = [m] \quad (4.12)$$

Los datos experimentales para las pérdidas menores son abundantes, deben determinarse experimentalmente para cada situación pero se dispersan entre una variedad de fuentes. Diferentes fuentes pueden dar valores distintos para la misma configuración de flujo.

Entradas y salidas:

Una entrada a una tubería diseñada inadecuadamente puede provocar una pérdida de carga considerable. La energía cinética por unidad de masa se disipa completamente mediante mezcla cuando el flujo se descarga a partir de un ducto en un gran recipiente.

Codos de Tubería

La pérdida de carga de un codo es mayor que para flujo completamente desarrollado a través de una sección recta de igual longitud. La pérdida se representa por medio de una longitud equivalente de tubería recta. La longitud equivalente depende del radio de curvatura relativo del codo. A veces se emplean codos angulares en sistemas de grandes tuberías.

Válvulas y conectores

Las pérdidas correspondientes al flujo a través de válvulas y conectores también pueden expresarse en términos de una longitud equivalente de tubería recta.

Flujo en una tubería

Cuando un fluido con flujo uniforme en la sección transversal penetra en una tubería, las capas de fluido adyacentes a las paredes se retrasan como en el caso del flujo sobre una superficie plana y se forma una capa límite a la entrada.

Esta capa aumenta de espesor a medida que el fluido avanza por el tubo.

A una cierta distancia aguas debajo de la entrada las capas límites alcanzan un espesor igual al radio de la tubería y se unen en el eje, existiendo entonces unas condiciones constantes que corresponden a flujo totalmente desarrollado.

Si el flujo en las capas límite es laminar, al juntarse existirá flujo laminar en la tubería. Si antes de juntarse ha tenido lugar ya la transición, habrá flujo turbulento en la región de flujo totalmente desarrollado. La región anterior a la unión de las capas límite se conoce como longitud de entrada.

Pérdida de presión en el flujo a través de una tubería

La pérdida de presión en el flujo a través de una tubería se puede expresar en una forma muy conveniente representando la pérdida de carga por unidad de longitud frente a la velocidad media en el tubo.

Para bajas velocidades la curva es una línea recta, lo cual indica que i es directamente proporcional a la velocidad, pero para velocidades más elevadas la caída de presión aumenta más rápidamente.

La ecuación de Fanning se utiliza para calcular la caída de presión en tuberías.

h_f pérdida de energía por fricción

f factor de fricción (depende de: Re y rugosidad relativa)

u velocidad media del fluido en la tubería

D diámetro de la tubería

L longitud de la tubería

Pérdidas de energía por rozamiento

Las pérdidas de energía debidas a las fuerzas de fricción varían con las condiciones existentes en la tubería: el número de Reynolds que caracteriza a la velocidad del fluido, las propiedades del fluido, la geometría del sistema/conducción y la rugosidad relativa, que determinan las propiedades del material conducción.

Las ecuaciones utilizadas para calcular la pérdida de energía de un fluido, varían según que el régimen sea laminar o turbulento.

Para el flujo laminar se utiliza la ecuación de Poiseuille:

$$\Delta P = 32 \frac{L u \bar{V}}{D D} \text{ (Pa/m)} \quad (4.13)$$

Que expresa la pérdida de presión, por unidad de longitud, debida al rozamiento de un fluido de viscosidad μ que circula con velocidad media V por una tubería cilíndrica de diámetro D . Expresada en las unidades de la ecuación de Bernoulli, tenemos:

$$\frac{\Delta P}{\rho} = h_{LM} = \frac{32 L \mu \bar{V}}{D \rho D} \text{ (J/kg)} \quad (4.14)$$

La ecuación de Poiseuille se deduce del balance de cantidad de movimiento en la conducción cilíndrica y de la relación de las velocidades que corresponde al flujo laminar. Su validez se limita a las condiciones del flujo newtoniano, flujo laminar y estacionario, flujo incompresible y plenamente desarrollado.

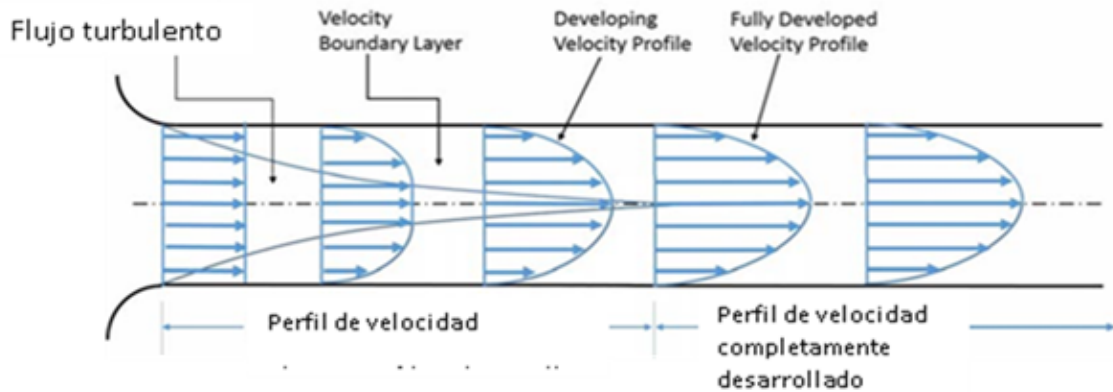


Figura 4.5 Flujo turbulento y perfil de velocidades. Adaptación de imagen original de Devender Kumar5908

Para el flujo turbulento se requiere recurrir a una ecuación empírica, que puede obtenerse por análisis dimensional, ya que en régimen turbulento no se puede hacer como en régimen laminar una deducción analítica a partir del balance de cantidad de movimiento, debiéndose utilizar los resultados experimentales.

La expresión utilizada se conoce como ecuación de Fanning:

El factor de fricción de Fanning, llamado así por ser John Thomas Fanning el primero que lo desarrolló y propuso, es una magnitud adimensional utilizada como parámetro local en los cálculos de la mecánica del continuum. Se define como la relación entre la tensión de cizallamiento local y la densidad de energía cinética del flujo local: donde L_e es una longitud equivalente de tubería recta.

$$\boxed{h_f = \frac{\Delta p}{\rho g} = 2f \frac{u^{-2}L}{gD} [m]} \quad \text{ó} \quad \boxed{h_f = \frac{\Delta p}{\rho} = 2f \frac{u^{-2}L}{D} [m^2 s^{-2}]} \quad (4.15)$$

En la que f representa el denominado factor de fricción o rozamiento, parámetro empírico que depende de las propiedades del fluido, de la velocidad de este y del diámetro y rugosidad interna de la conducción. Este parámetro representa un

coeficiente de transporte de cantidad de movimiento, en general varía poco para pequeños cambios del flujo y es constante en el caso de flujos fuertemente turbulentos.

Si se expresa esta ecuación en energía por unidad de masa de fluido, tendremos:

$$h_{LM} = f \frac{L}{D} \frac{\bar{v}^2}{2} \quad (4.16)$$

Nueva forma de la ecuación de Fanning que permite su inclusión en la ecuación de Bernoulli. El uso de la ecuación de Fanning puede hacerse de forma generalizada con independencia del tipo de régimen, ya que en régimen laminar solo cabría introducir al factor de rozamiento la expresión resultante de igualar las ecuaciones **xx** y **xxx**

En consecuencia, el flujo laminar es igual a $16/Re$, que corresponde a los resultados experimentales y es la expresión, de que, en régimen laminar, los efectos viscosos en el fluido eliminan cualquier irregularidad en el flujo producida por la rugosidad superficial de la conducción.

En régimen turbulento, el factor de fricción o rozamiento son más complejas, no depende solamente del número de Reynolds, sino también de la rugosidad de las paredes internas de la tubería, dependiente a su vez del tipo de material.

4.7. Ecuación de Hazen- Williams. Cálculo de Pérdidas de Carga

Esta ecuación es del año 1970, tiene en cuenta todos los parámetros que intervienen en el rozamiento del fluido: rugosidad, velocidad y diámetro. Es de las expresiones empíricas más utilizadas en el cálculo de redes hidráulicas. La expresión final de Hazen-Williams para el cálculo de la pérdida de carga es la siguiente:

La tabla de las pérdidas de carga unitarias (J) depende del diámetro de la tubería y del coeficiente de Hazen Williams (CHW).

El coeficiente de Hazen-Williams (CHW) depende de la rugosidad de la tubería.

$$J = \frac{1,2117 \cdot 10^{10}}{C_{HW}^{1,852} \cdot D_{(mm)}^{4,87}} \quad (4.17)$$

4.8. Potencia necesaria para el flujo

La cuantía de la energía que deberá suministrarse a un fluido para conseguir su desplazamiento por un sistema determinado dependerá de su caudal, de la altura a que deba elevarse, de la presión con que se requiera al final de su recorrido, de las longitudes y diámetros de los tramos rectos de conducción, de los accidentes (ensanchamientos, estrechamientos, curvaturas válvulas, codos, etc.) intercalados entre ellos y de sus propiedades físicas, fundamentalmente su viscosidad y su densidad.

La ecuación de Bernoulli, h_p refleja la energía (trabajo) que se debe aportar desde el exterior (bomba) para que el flujo pase del estado energético 1 al 2.

$$h_p = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_f \quad [m] \quad (4.18)$$

Los términos de la ecuación 4 reflejan energía por unidad de peso (se dividió por flujo másico y g). La magnitud potencia (Watio) indica energía por unidad de tiempo, por tanto:

$$P = M \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot g \left[\frac{m}{s^2} \right] \cdot h_p [m] \quad \left[\frac{J}{s} \right] = W \quad (4.19)$$

P será la potencia necesaria, en Watios, para hacer circular un flujo másico M , en kg/s , desde la sección 1 hasta la sección 2.

La ecuación de Bernoulli aplicada a los extremos del sistema de que se trate permitirá el cálculo de la energía (W) que debe comunicarse a la unidad de masa del fluido circulante. Con ella y el caudal másico de flujo que se desee (m) se obtiene la potencia teórica necesaria para el flujo deseado. La energía que aporte la bomba seleccionada debe ser o la necesaria para compensar las pérdidas por fricción en la conducción.

4.9. Fluidización

La fluidización es el fenómeno por el cual se consigue que un lecho de partículas sólidas se suspenda en el seno de un gas o líquido al hacerlo pasar entre ellas, adquiriendo un comportamiento semejante al de un fluido. Las características del flujo que pasa a través de las partículas sólidas del lecho serán determinantes para controlar el comportamiento del mismo y distinguir diferentes regímenes de funcionamiento.

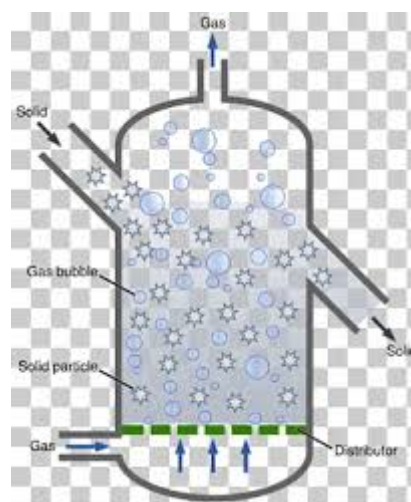


Figura 4.6

Si tenemos un lecho de partículas sólidas dentro de un cilindro vertical e inyectamos aire a una cierta velocidad por la parte inferior del mismo, el fluido en movimiento asciende a baja velocidad, en principio éste se filtra a través de los

espacios entre las partículas, que permanecen estacionarias; este estado se denomina de “lecho fijo”.

Con un incremento en la velocidad del fluido, las partículas se mueven de forma independiente por medio de pequeñas vibraciones.

Un lecho fluidizado consiste en una mezcla fluido-sólido que exhibe propiedades similares a los fluidos. Como tal, la superficie superior del lecho es relativamente horizontal, lo que es análogo al comportamiento hidrostático. Se puede considerar que el lecho es una mezcla heterogénea de fluido y sólido que puede representarse por una sola densidad aparente.

El secado de lecho fluidizado se utiliza para evaporar los volátiles residuales (típicamente, agua) de un material en polvo para obtener el contenido de humedad requerido. La energía se aplica al producto en polvo en forma de aire caliente dirigido a través de una placa perforada que hace que las partículas de polvo se fluidicen.

El secado de lecho fluidizado es adecuado para productos en polvo, gránulos y aglomerados con un tamaño de partícula entre 70 micrones y 2 mm. Es idóneo para aplicaciones alimentarias en que es necesario conservar las propiedades del producto.

BIBLIOGRAFÍA

- Calleja, G. “Nueva introducción a la Ingeniería Química.” ed. Síntesis. 2016. España.
- Shames, I.H. “La Mecánica de los Fluidos”. McGraw- -Hill.
- Darby, R. “Chemical Engineering Fluid Mechanics”. Marcel Dekker, 1997.
- Coulson, JM; Richardson, JF; Backhurst JR; Harker, JH. “Coulson & Richardson’s Chemical Engineering. Volumen 1”. 4ª Edición, Pergamon, 1990.

CAPÍTULO 5

REOLOGÍA DE LOS FLUIDOS

El flujo de fluidos o sistemas de fluidos, a través de conductos circulares y espacios anulares, es uno de los aspectos comúnmente encontrados en el campo de la ingeniería, entre ellos en los procesos y productos alimentarios.

Por lo tanto, las características reológicas o de flujo de los fluidos deberán de ser bien definidas, a fin de diseñar adecuadamente los requerimientos de potencia necesaria para circularlos, en el diseño de sistemas de fluidos y en el comportamiento de flujo a diferentes condiciones; así como el efecto de diversos contaminantes sobre los fluidos, es posible obtenerlos solamente a partir de un estudio reológico o de las variaciones en sus propiedades reológicas.

Por otra parte, la reología al estudiar la deformación y el flujo de los materiales, nos permite acceder a información cualitativa y cuantitativa para caracterizar los parámetros reológicos como viscosidad, propiedades elásticas y viscoelásticas, diseñar equipos sobre la base de la caracterización de la materia a procesar y diseñar nuevos productos con respuestas reológicas bien definidas.

La reología se constituye modernamente en piedra angular para la Ingeniería del producto, enfocada no hacia los procesos de producción como tradicionalmente se ha venido haciendo, sino a las características y propiedades del producto final, los cuales son cada vez más complejos, requiriendo el estudio básico y aplicado de una gran diversidad de materiales, que constituyen sistemas como emulsiones, suspensiones, etc.

5.1. Concepto de Reología

Schowaler en 1978 ha definido a la Reología como “el estudio del flujo de materia: principalmente líquidos, pero también sólidos blandos bajo condiciones en las cuales ellos fluyen en vez de deformarse elásticamente.

Según Barnes en 1993, la reología tiene un campo de aplicación muy amplio, ya que abarca casi todos los aspectos de la deformación de los cuerpos bajo la influencia de fuerzas externas. De este modo, la reología puede definirse como la ciencia cuyo objetivo de estudio es la respuesta de la materia bajo la acción de una fuerza, es decir, el estudio de la deformación o el movimiento de la materia causado por las fuerzas de contacto.

Para Rao, en 1999, la Reología es la ciencia encargada de estudiar el flujo y la deformación de la materia, y su campo comprende la aplicación de una fuerza y las propiedades mecánicas de sólidos, semisólidos y líquidos, bajo varios objetivos, que comprenden: conocimiento de las materias primas, productos semiterminados y principalmente, el estudio de las relaciones entre composición, estructura química y propiedades reológicas; análisis de mecanismos fisicoquímicos conducentes a modificaciones de las propiedades reológicas y evaluación instrumental de la textura de los alimentos: dureza, friabilidad, consistencia, adhesión, etc.

5.2. Aplicaciones de la reología de los fluidos

La Reología de fluidos tiene múltiples aplicaciones:

5.2.1. Cálculos en ingeniería de procesos y diseño de equipos.

El conocimiento de las propiedades de comportamiento al flujo y de deformación de los alimentos es imprescindible en la estimación y cálculo de los fenómenos de transporte de cantidad de movimiento, calor y energía. También es importante conocer la viscosidad para el diseño y dimensionamiento de equipos tales como bombas, extrusores, cintas transportadoras, tuberías, tanques de almacenamiento, pulverizadores para el manejo de alimentos. La viscosidad de las materias primas define las características de tuberías, la necesidad de bombeo y las características mecánicas requeridas.

Así, en la evaporación, las ecuaciones de transferencia de calor contienen un término asociado a la viscosidad. Además, si la viscosidad excede de un valor

límite, la concentración del producto que sale debe reducirse para evitar que se quemara en el interior del evaporador, produciéndose pérdidas de energía y producto. En la etapa de enfriamiento, generalmente en intercambiadores de calor, la viscosidad se incrementa drásticamente en función de la temperatura final, afectando negativamente a la extracción de calor, consumo de energía y el funcionamiento de la operación. La eficiencia de las bombas necesarias para la circulación del concentrado por la instalación puede también ser optimizada gracias a medidas de viscosidad. Por lo tanto, el diseño del proceso térmico requiere información precisa del comportamiento del fluido para optimizar las condiciones de proceso que aseguren y mejoren su calidad.

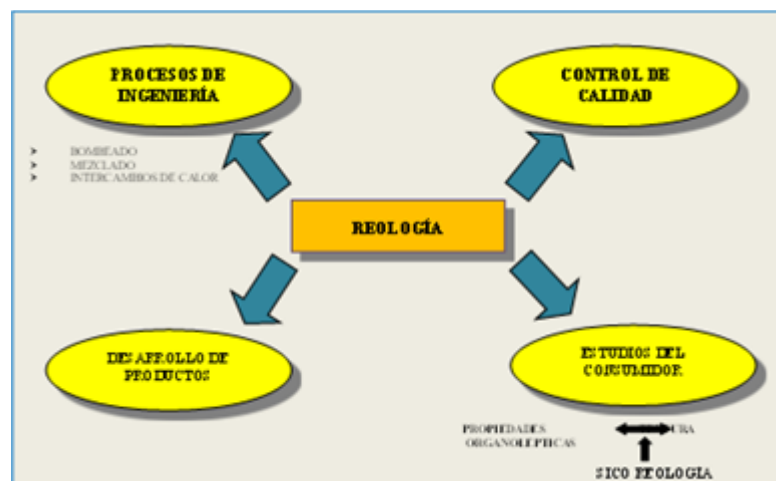


Figura 5.1 Aplicaciones de la Reología en la ingeniería de alimentos (Franco, J.M, 2007)

5.2.2. Formulación y desarrollo de productos.

Los datos reológicos pueden ser muy interesantes para modificar el proceso de elaboración o la formulación de un producto final de forma tal que los parámetros de textura del producto final se encuentren dentro de los requerimientos del consumidor.

El conocimiento de las propiedades reológicas de una gran cantidad de alimentos son necesarias para diversos propósitos, incluyendo el control de calidad, desarrollo de productos, evaluación sensorial, diseño/optimización y estandarización de procesos y optimización de los saltos de escala desde el lugar de diseño de los productos hasta la línea de producción en planta.

5.2.3. Control de calidad

El comportamiento reológico de los alimentos está relacionado con la estructura propia línea de producción. Es determinante para la aceptación de productos alimentarios del producto y también con la temperatura y la composición.

Las propiedades físicas de las materias primas y los sustratos transformados tienen una gran importancia, tanto por factores intrínsecos de calidad así como por la forma en que tales propiedades condicionan las manipulaciones y manufacturación o transformaciones domésticas que las materias primas experimentan hasta que llegan a ser productos listos para su consumo.

5.3. Conceptos básicos de reología

Tensor esfuerzo

Se define el esfuerzo como una fuerza por unidad de superficie. Tanto fuerza como superficie son magnitudes direccionales que pueden ser representadas por sendos vectores con las tres componentes correspondientes al espacio tridimensional.

Por ello, para definir completamente el esfuerzo es necesario especificar nueve componentes.

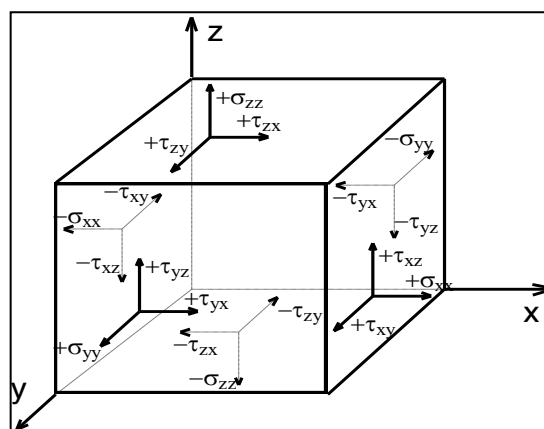


Figura 5.2 Componentes del tensor esfuerzo

$$\overline{\overline{\sigma}}_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

i: orientación de la cara sobre la que actúa la fuerza en elemento material.

j: indica la dirección de la fuerza.

Esfuerzos normales: Actúan sobre una cara en dirección perpendicular a su superficie.

Esfuerzos de cizalla, cortantes o tangenciales: Actúan sobre una cara paralelamente a su superficie.

$$\overline{\overline{\sigma}}_{ij} = -P \overline{\overline{\delta}}_{ij} + \overline{\overline{\tau}}_{ij} \quad (5.2)$$

Es, por tanto, un tensor de segundo orden que se representa por σ_{ij} y se denomina tensor de tensiones.

Cada componente se representa mediante dos subíndices. El primer subíndice se refiere a la orientación de la cara sobre la que actúa la fuerza en el elemento material y el segundo indica la dirección de la fuerza.

Sobre un elemento del material pueden actuar dos tipos de esfuerzo: los esfuerzos normales y los esfuerzos de cizalla (de corte o tangenciales).

Esfuerzo de cizalla σ

Cuando en este modelo se aplica una fuerza F a la placa superior con la superficie A en la dirección indicada, el líquido contenido en la ranura entre las placas comienza a fluir.

El cociente entre la fuerza F y la superficie de contacto A con el líquido se define como esfuerzo de cizalla (figura 3).

El esfuerzo de cizalla (esfuerzo de corte) es uno de los parámetros más importantes y fundamentales para el cálculo de la viscosidad en un reómetro.

La velocidad de flujo del líquido, que se obtiene por medio del esfuerzo de cizalla efectivo, se determina a través de la resistencia del líquido al flujo, esto es, a través de la viscosidad η .

Se define como la fuerza por unidad de área necesaria para alcanzar una deformación determinada.

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (5.3)$$

En el sistema cgs las unidades de esta magnitud son Dinás / cm²

$$\tau = \frac{F(\text{Fuerza})}{A(\text{Área})} = \frac{\text{dina}}{\text{cm}^2} \quad (5.4)$$

En el sistema internacional, la unidad “Pascal” sustituye a la antigua unidad.

$$\tau = \frac{F(\text{Fuerza})}{A(\text{Área})} = \frac{N(\text{Newton})}{\text{m}^2} = Pa(\text{Pascal}) \quad (5.5)$$

En el caso de líquidos, la mayor parte de las medidas reológicas son hechas con base en la aplicación de esfuerzos de cizalla.

5.4. Deformación ν y velocidad de deformación $\dot{\gamma}$

5.4.1. Deformación γ

Es generada cuando un material está comprendido entre dos placas paralelas y la placa superior es sometida a una fuerza “F” que le obliga a desplazarse linealmente una distancia “x”, mientras que la placa inferior se mantiene estática. Cada elemento sufrirá una deformación que viene dada por:

$$\gamma = dx/dy \quad (5.6)$$

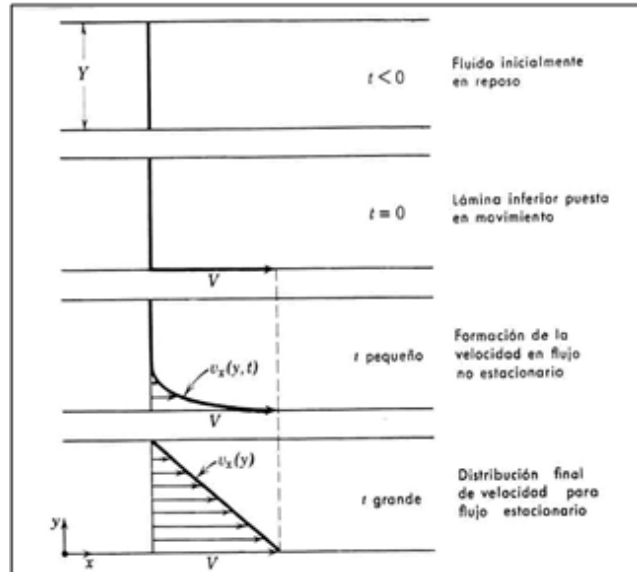


Figura 5.3 Deformación en términos de velocidad

Y que se denomina deformación por cizalla, siendo “ dx ” el desplazamiento de la superficie superior del elemento con respecto a la superficie inferior en la dirección x , y “ dy ” la altura del elemento.

Como la deformación es uniforme e independiente del tamaño del elemento, puede representarse también en función de la distancia entre placas, “ h ”, y del desplazamiento de la placa superior, “ x ”:

$$\gamma = x/h \tag{5.7}$$

La deformación es la variación relativa de posiciones en x respecto al espesor de placas (Y).

$$\gamma = \frac{dx}{dy} = \frac{x}{y} \tag{5.8}$$

El gradiente se puede representar en forma diferencial (en estado estacionario).

$$\frac{u}{Y} = \left(\frac{du_x}{dy} \right) \tag{5.9}$$

En donde u es la velocidad cuya componente única es x (horizontal).

Símbolo: γ Unidades: Adimensional

5.4.2. Velocidad de deformación $\dot{\gamma}$

El esfuerzo de cizalla σ obliga al líquido a fluir en la ranura obteniéndose una caída de velocidades entre ambas placas, que es diferente según el líquido. La velocidad máxima de flujo V_{max} se obtiene en la superficie límite superior, en cambio la velocidad de flujo decrece oblicuamente hacia la superficie límite inferior que está en contacto con la placa estacionaria.

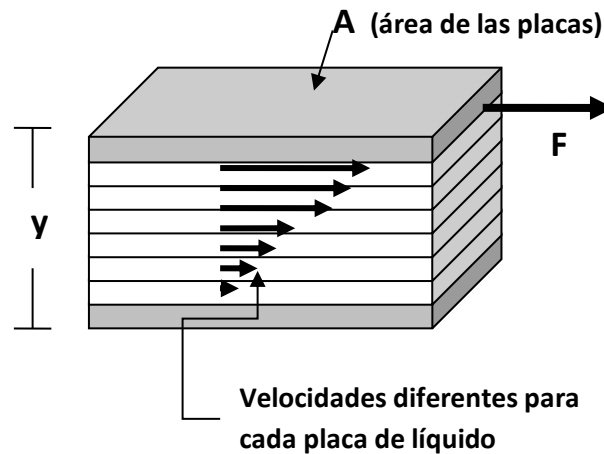


Figura 5.4 Velocidades diferentes para cada placa de líquido

La velocidad de deformación (de cizalla) nos aporta la velocidad de variación de la deformación, el cambio de velocidad a través de la distancia entre dos placas y la definimos matemáticamente de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma} = \frac{dy}{dt} = \frac{d(dx/dy)}{dt} = \frac{d(\frac{dx}{dt})}{dy} \frac{du_x}{dy} \quad (5.10)$$

Es decir, en cizalla simple la velocidad de cizalla es constante a través del material. Para producir un movimiento totalmente uniforme por cizalla simple es necesario que las dos placas paralelas sean de extensión infinita.

El gradiente de velocidades equivale a la velocidad de deformación, entre las capas laminares genera un flujo de fuerza mecánica (esfuerzo de cizalla). Símbolo $\dot{\gamma}$. Unidades: s^{-1}

Nota: el punto significa que el gradiente de velocidad es la derivada respecto al tiempo de deformación que se produce, debido al esfuerzo de cizalla, en la lámina de fluido.

La relación entre la deformación y la causa de ella es un esfuerzo y es una propiedad intrínseca del material. Por tanto, es esencial en primer término comprender bien las relaciones entre el esfuerzo y la deformación.

La sollicitación mecánica puede venir representada por el esfuerzo, en cuyo caso la respuesta del material se cuantifica mediante la deformación o la velocidad de deformación o viceversa.

El caso más sencillo de deformación es el de “cizalla simple”.

Cizalla simple

La cizalla simple es uno de los casos más elementales de deformación.

Considérese un material contenido entre dos placas paralelas, una inferior que está inmóvil y otra superior que se desplaza en su propio plano una distancia x al estar sometido a una fuerza F que actúa paralela a la placa.

La parte media del fluido entre las capas, se mueve a una velocidad distinta a distintas alturas, creándose un gradiente o perfil de velocidades, donde cada lámina se mueve paralela a las demás, aunque a distintas velocidades. Este gradiente “ $\dot{\gamma}$ ” depende del tiempo (régimen transitorio), hasta un momento en el cual ya no varía más, siendo constante.

Cuando la velocidad ya no depende del tiempo sino solo de “ $\dot{\gamma}$ ”, entonces es un régimen estacionario.

El modelo de flujo de un líquido entre dos placas planas paralelas suficientemente grandes, sirve para definir las magnitudes “esfuerzo de cizalla” y “velocidad de deformación”.

Consideremos dos placas paralelas de área A separadas por una distancia D . es conveniente imaginar que D es pequeña en comparación con cualquier dimensión de las placas para evitar el efecto de borde.

Entre las placas hay sustancia fluida uniforme. Si una de las placas se deja en reposo mientras la otra se mueve con velocidad uniforme V_0 en una dirección paralela a su propio plano, en condiciones ideales el fluido sufre un movimiento deslizante puro y se crea un gradiente de velocidad de flujo de magnitud D/V_0 en el mismo.

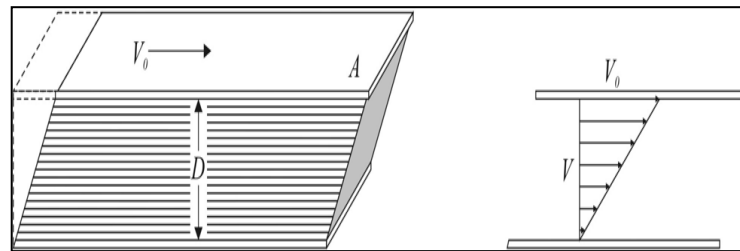


Figura 5.5 Flujo en una ranura entre dos placas planas paralelas desplazadas una respecto a otra.

5.1 Ley de newton

Isaac Newton encontró la ley elemental de la reología, que describe el comportamiento de un líquido ideal:

Según Newton el esfuerzo de cizalla o de corte, es proporcional a la velocidad de deformación (gradiente de velocidad) (du/dy), o también denominada como D . Si se duplica la fuerza, se duplica el gradiente de velocidad:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} = \mu \cdot D \tag{5.11}$$

Esta fórmula se denomina *Ley de Newton*, que es aplicable actualmente aún para unos fluidos determinados (Newtonianos).

La ley de Newton es la relación constitutiva (o modelo matemático) más sencilla de los fluidos viscosos, puesto que una sola función material, la viscosidad, es suficiente para caracterizar el comportamiento del fluido.

La Ley de Newton describe bastante bien el comportamiento de líquidos homogéneos de bajo peso molecular, tales como agua, aceites orgánicos e inorgánicos y todo tipo de soluciones (electrolíticas, de ácidos y de bases), así como el comportamiento de soluciones poliméricas, emulsiones y suspensiones muy diluidas.

La glicerina y el agua son ejemplos muy comunes que obedecen la Ley de Newton. Para la glicerina, por ejemplo, la viscosidad vale 1000 mPa·s, en cambio para el agua la viscosidad vale 1 mPa·s, es decir, es mil veces menos viscosa que la glicerina.

5.2 Viscosidad

Una paradoja reológica:

Definición de Viscosidad (η)

La viscosidad es una propiedad de transporte que cuantifica la conductividad de cantidad de movimiento a través de un medio conductivo o fluido.

La viscosidad es “lack of slipperiness”, sinónimo de fricción interna, resistencia al flujo.

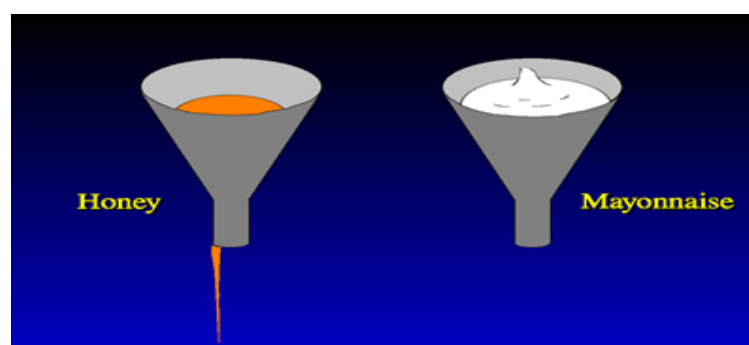


Figura 5.6 Flujo de miel y mayonesa.

Isaac Newton denominó la constante de proporcionalidad como viscosidad (expresada por el símbolo μ):

$$\sigma_{yx} = \mu \left(\frac{du_x}{dy} \right) = \mu \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} \quad (5.12)$$

De modo que: $\sigma = \mu \cdot \dot{\gamma}$, donde, σ : esfuerzo cortante [mPa], μ : viscosidad dinámica [mPa·s] y $\dot{\gamma} = \mu/\gamma$: velocidad de deformación [s^{-1}].

Las unidades de la viscosidad son de Pa·s (Pascal por segundo) aunque es más común el uso del mPa·s (mili Pa·s) o cP (centi Poise), los cuales equivalen a la milésima parte de un Pa·s. De este modo $1000 \text{ cP} = 1000 \text{ mPa}\cdot\text{s} = 1 \text{ Pa} = 10 \text{ P}$.

Esta última unidad, el Poise (P), es igual a un g/cm s. La $\sigma = \mu \cdot \dot{\gamma}$ se conoce como la Ley de Newton de la viscosidad; los fluidos que se comportan acorde a esta ley, o fluidos Newtonianos, exhiben una relación lineal entre el esfuerzo cortante con la velocidad de deformación (gradiente de velocidad), lo cual significa que la viscosidad es constante con respecto a estas variables.

Unidades Las unidades de viscosidad más utilizadas son los *milipascales por segundo* [mPa·s]. Se debe tener en cuenta que: $1000 \text{ mPa}\cdot\text{s} = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Además, el sistema cegesimal aún se sigue usando, siendo la unidad de medida el *centiPoise* [cp]. La conversión de unidades entre los dos sistemas es: $1 \text{ cp} = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, $1 \text{ Poise} = 1 \text{ g/cm}\cdot\text{s}$.

La viscosidad es un término de gran relevancia, ya que será su valor el que nos aporte la información suficiente para anticipar la calidad del producto que se pretende medir.

Para conocer, por tanto, este parámetro reológico, es necesario diseñar un instrumento capaz de medir con exactitud los términos de los que depende la viscosidad.

Fluidos	Viscosidad aproximada (mPa·s)
Leche condensada	Aprox. 2000
Glicerol	10^3
Aceite de oliva	10^2
Crema de leche	10
Sangre (a 37°C)	4-15
Zumo de uva	2-5
Leche entera	2.2
Leche desnatada	1.7
Agua	1
Clorobenceno	0.9

Cuadro 5.1 Valores de viscosidad para diversas sustancias.

5.3 Tipos de viscosidad

Existen tres tipos principales de viscosidad: la viscosidad dinámica, la viscosidad cinemática y la viscosidad aparente.

5.3.1 Viscosidad dinámica o absoluta

Denominada “ μ ”. Si se representa la curva de fluidez (esfuerzo cortante frente a velocidad de deformación) se define como la *pendiente* en cada punto de dicha curva.

5.3.2 Viscosidad aparente “ η ”

Se define como el cociente entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación $\sigma/\dot{\gamma}$ para cada $\dot{\gamma}$, es decir la pendiente que une al origen en ese punto. Este término es el que se utiliza al hablar de “viscosidad” para fluidos no newtonianos que tienen un comportamiento no lineal.

Es importante porque se puede calcular en varios tipos de viscosímetros capilares y se utiliza en el diseño de muchas operaciones básicas industriales.

La viscosidad de un fluido Newtoniano se suele representar con la letra griega μ , pero para fluidos no Newtonianos la viscosidad aparente se suele representar entonces con la letra griega η . En el caso de fluidos no newtonianos la viscosidad dinámica es igual a la viscosidad aparente.

5.3.3 Viscosidad cinemática "v".

Relaciona la viscosidad dinámica con la densidad del fluido utilizado. Las unidades más utilizadas de esta viscosidad son los centistokes [cst]. 1 stoke = 100 centistokes = cm^2/s . Su ecuación es la siguiente:

$$v = \frac{\mu}{\rho} \quad (5.13)$$

Es importante porque se puede calcular en varios tipos de viscosímetros capilares y se utiliza en el diseño de muchas operaciones básicas industriales.

5.4 Curvas de flujo y viscosidad

La relación entre el esfuerzo de cizalla (o de corte) y la velocidad de deformación (gradiente de velocidad) que describe el comportamiento de flujo de un líquido se representa en un diagrama, con el esfuerzo de cizalla en la ordenada y la velocidad de deformación en la abscisa.

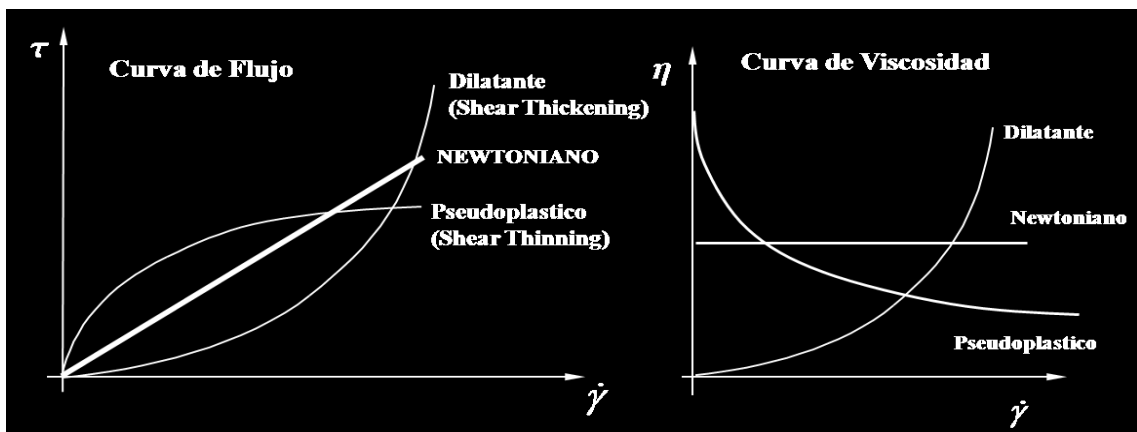


Figura 5.7 Curva de flujo y curva de viscosidad

5.5 Variables que influyen en la viscosidad

Las variables más importantes que afectan a la viscosidad son:

- a) Velocidad de deformación
- b) Temperatura
- c) Presión
- d) Concentración

5.5.1 Variación de la viscosidad con la velocidad de deformación

Dicha variación es importante en la clasificación de los diferentes tipos de fluidos que se pueden encontrar desde el punto de vista reológico. El siguiente cuadro muestra el rango de gradientes de velocidad de diversos procesos muy conocidos y sus aplicaciones.

Tipo de proceso	Rango típico de Velocidad de Deformación (s⁻¹)	Aplicaciones
Sedimentación de partículas finas sobre un líquido	10^{-6} - 10^{-4}	Medicinas, pinturas
Nivelación debido a tensión superficial	10^{-2} - 10^{-1}	Pinturas, tintas de impresión
Escurrido bajo gravedad	10^{-1} - 10^1	Dar mano de pintura, blanquear lavabos
Extrusión	10^0 - 10^2	Polímeros
Flujo de cremas fluidas	5-10	Alimentos – Cosmética
Untar mantequilla sobre pan	10-50	Alimentos

Amasado	10^1-10^2	Alimentos
Masticar y tragar	10^1-10^2	Alimentos
Revestimiento por inmersión	10^1-10^2	Alimentos
Mezclado y agitado	10^1-10^3	Líquidos
Verter líquido de una botella	40-200	Alimentos/Farmacia
Flujo en tuberías	10^0-10^3	Bombeado
Pulverizado y Pintado	10^3-10^4	Secado en spray, pintura
Fricción	10^4-10^5	Cremas y lociones para piel
Lubricación	10^3-10^7	Motores de gasolina

Cuadro 5.2 Intervalos aproximados de velocidad de deformación (cizalla) en diversos procesos.

5.5.2 Variación de la viscosidad con la temperatura

La temperatura tiene una gran influencia en las propiedades físicas de los alimentos, y en concreto, en su viscosidad. Este parámetro es de especial importancia en las líneas de procesado, condicionando la circulación por diversos equipos y, debe tenerse en cuenta al aplicar tratamientos térmicos de conservación.

La viscosidad depende de la temperatura. Esta correlación está representada por una ecuación del tipo Arrhenius:

$$\mu = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (5.14)$$

$$\ln \mu = A - Ea/RT \quad (5.15)$$

Donde:

μ = viscosidad dinámica (Pa·s), (newtoniana)

A = parámetro de ajuste (constante dependiente del líquido)

Ea = energía de activación para la viscosidad (J / kg.mol K)

R = constante universal de los gases (1,987 cal / g.mol K)

T = temperatura absoluta (K)

En fluidos que cumplan la Ley de la Potencia, el índice de consistencia puede describirse mediante la Ley de Arrhenius, siempre que el valor de n sea constante o en su defecto habría que cuantificar la dependencia de n con la temperatura. El valor de n es prácticamente constante con la temperatura, por tanto:

$$\ln K = k_0 - E_a/RT \quad (5.16)$$

La viscosidad de un líquido depende de la temperatura. A alta temperatura los líquidos son más fluidos mientras que a baja temperatura son más viscosos. Esto es debido a que la energía térmica hace más débiles las fuerzas de atracción entre las moléculas, que suelen ser fuerzas de Van der Waals.

Como se deduce de la ecuación, la viscosidad disminuye con la temperatura. Esto es debido al hecho de que, conforme aumenta la temperatura, las fuerzas viscosas son superadas por la energía cinética, dando lugar a una disminución de la viscosidad, efecto que ha de tenerse en cuenta para una determinación rigurosa de la misma. En la medición, la temperatura debe permanecer prácticamente constante.

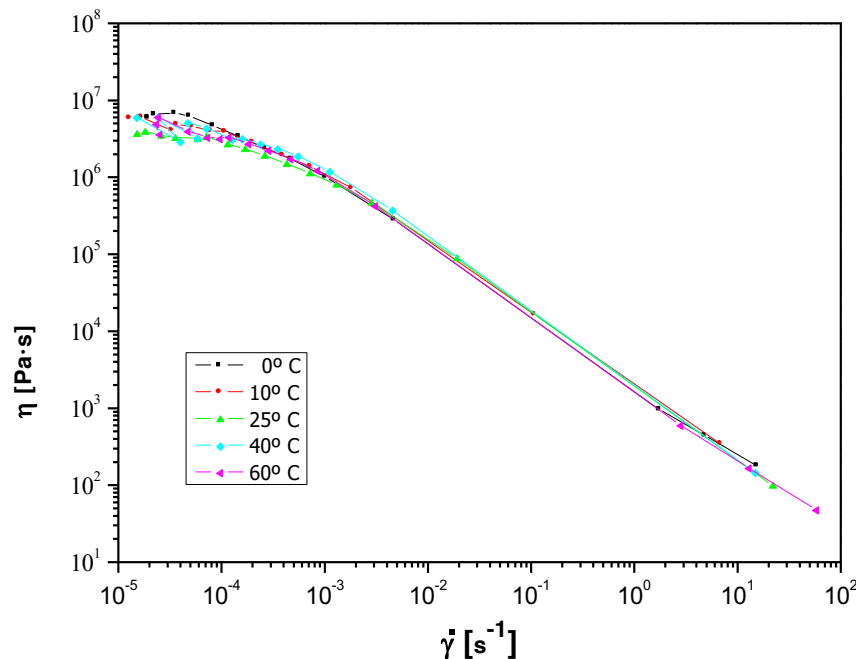


Figura 5.8 Curvas de flujo viscoso de la pulpa de borojó (*Borojoa patinoi* Cuatrec.) a diferentes temperaturas. Díaz, R. 2012.

5.5.3 Variación de la viscosidad con la presión

La viscosidad en líquidos aumenta exponencialmente con la presión. Excepcionalmente, para el agua a temperaturas menores de 30° C la viscosidad disminuye. Los cambios de viscosidad con la presión son bastante pequeños para presiones distintas de la atmosférica.

En algunos procesamientos, los alimentos son sometidos a altas presiones, como en el caso de la extrusión. En este caso la viscosidad se relaciona con la presión de la siguiente manera:

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{aP} \quad (5.17)$$

Donde:

μ_0 = viscosidad a una presión de referencia

a = parámetro de ajuste

5.5.4 Variación de la viscosidad con la concentración

La viscosidad aumenta con la concentración de sólidos solubles (a diferentes °Brix). En la industria alimentaria es muy importante relacionar el efecto de la concentración y la temperatura sobre la viscosidad.

5.6 Tipos de fluidos según el comportamiento reológico

De acuerdo al comportamiento reológico de los fluidos, éstos pueden clasificarse de la siguiente forma según Muller en 1973:

- Fluidos Newtonianos
- Fluidos No newtonianos

Flujo Independiente del tiempo:

- Pseudoplástico
- Dilatante
- Plástico de Bingham

Flujo dependiente del tiempo:

- Tixotrópico
- Reopéctico
- Viscoelásticos

En los fluidos newtonianos, la velocidad de corte es directamente proporcional al esfuerzo de corte, y la curva de esta relación comienza en el origen; un típico fluido newtoniano está conformado por elementos de bajo peso molecular y no contiene una concentración apreciable de polímeros disueltos o insolubles.

En los fluidos no newtonianos, la curva del esfuerzo de corte con la velocidad de corte es no lineal, o no comienza en el origen, o el material exhibe un comportamiento reológico que depende del tiempo como resultado de los cambios estructurales.

5.6.1 Fluidos newtonianos

En una situación de flujo estacionario, los fluidos se pueden comportar como newtonianos o no newtonianos, en función del cumplimiento de la Ley de Newton (1687). Los fluidos newtonianos son aquellos en los que los valores de esfuerzo y velocidad de deformación mantienen una relación de proporcionalidad directa. Atendiendo a la Ley de Newton de la viscosidad, dicho coeficiente de proporcionalidad, denominado viscosidad dinámica o viscosidad de Newton, μ , se define como la relación entre el esfuerzo y la velocidad de deformación.

Los fluidos newtonianos se expresan por la ecuación:

$$\sigma = \eta / \dot{\gamma} \quad (5.18)$$

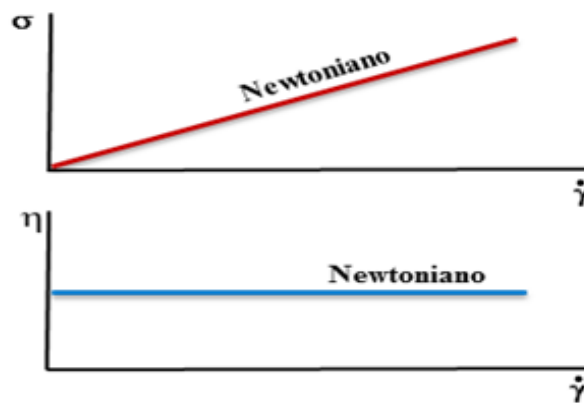


Figura 5.9 Fluidos newtonianos

Que indica que en un fluido la relación entre el esfuerzo cortante o de cizalla σ y la velocidad de deformación $\dot{\gamma}$ se mantiene constante, siendo la viscosidad η la constante de proporcionalidad, también llamada viscosidad dinámica o simplemente viscosidad. La viscosidad es una propiedad del material, y es independiente del esfuerzo, siendo sólo función de la naturaleza del material, la presión y la temperatura. Presentan este comportamiento la mayoría de los fluidos con estructura sencilla y compuestos por moléculas relativamente simples en una sola fase.

La viscosidad es constante para este tipo de fluidos y no depende del esfuerzo cortante aplicado. Hay que tener en cuenta también que la viscosidad de un fluido newtoniano no depende del tiempo de aplicación del esfuerzo, aunque sí puede depender tanto de la temperatura como de la presión a la que se encuentre.

El fluido Newtoniano no posee propiedades elásticas, es incompresible, isotrópico y carente de estructura y, como el sólido de Hooke, no existe en la realidad. Sin embargo, muchos líquidos reales muestran un comportamiento Newtoniano en un amplio rango de esfuerzos cortantes. Estos líquidos son los que reciben el nombre de líquidos Newtonianos.

Presentan este comportamiento la mayoría de fluidos con estructura sencilla y compuestos de moléculas relativamente simples en una sola fase. Se consideran newtonianos los líquidos simples, soluciones verdaderas, disolventes de bajo peso molecular, dispersiones macromoleculares diluidas, soluciones de polímeros que no interaccionan y pastas con bajos contenidos en sólidos.

En este tipo de fluidos la viscosidad sólo depende de la temperatura y composición, siendo independiente del tiempo, de la velocidad de deformación y de la historia previa del fluido.

Un número limitado de alimentos muestran características de flujo ideal, entre los que se encuentran algunos tan importantes fisiológicamente como el agua, y soluciones diluidas de azúcar, nutritivamente como la leche y económicamente como las bebidas refrescantes.

La leche que es una emulsión acuosa de glóbulos grasos de 0.0015-0.001 mm de diámetro y contiene cerca del 87% de agua, 4% de grasa, 5% de azúcares (mayoritariamente lactosa) y 3% de proteína (mayoritariamente caseína) es un líquido newtoniano.

Las leches no concentradas son líquidos newtonianos, pero las leches concentradas presentan una débil dependencia del esfuerzo de cizalla.

La leche descremada es menos viscosa que la leche entera con nata, porque la viscosidad aumenta con el contenido graso. También como en la mayoría de los líquidos, la viscosidad de la leche aumenta con el incremento de sólidos no grasos y de la temperatura

Presentan flujo newtoniano algunos zumos clarificados, con bajos porcentajes de pectina y despectinizados de algunas frutas, tales como manzana, pera, melocotón, entre otras, en un rango de temperaturas y concentración de sólidos solubles.

También presentan este comportamiento la mayoría de las mieles y el conjunto de jarabes semejantes a la miel, entre ellos el jarabe de maíz, bebidas carbónicas, extractos de carne, algunos aceites ligeros de cocina.

5.6.2 Fluidos no newtonianos

Los fluidos no newtonianos son aquellos que no cumplen la ley de Newton de la viscosidad, por lo tanto, la relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación deja de ser lineal.

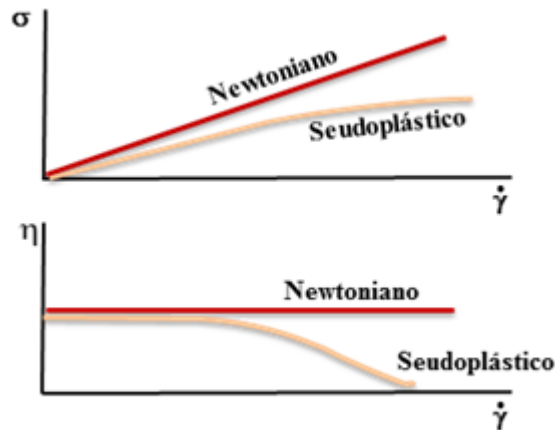


Figura 5.10 Fluidos no- newtonianos

Estos fluidos se caracterizan porque su viscosidad no permanece constante cuando la temperatura y la composición permanecen invariables, sino que depende del esfuerzo cortante o gradiente de velocidad y, a veces, del tiempo de aplicación del esfuerzo y de la historia previa del producto o muestra. Ello es debido a que la constitución física varía al someter el producto a los efectos de rozamiento a lo largo del tiempo. Dado que en este tipo de fluidos la viscosidad no permanece constante, se define la viscosidad aparente, como la relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación correspondiente a una determinada condición de temperatura y agitación (no normalizada).

$$\eta_a = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} \neq Cte \quad (5.19)$$

Esta dependencia de la viscosidad con la velocidad de deformación se debe a una variación en la estructura del fluido, cuando hay un cambio de velocidad de deformación.

A velocidades de deformación lo suficientemente bajas se puede esperar que la modificación estructural sea insignificante y por tanto desaparezca la dependencia de la viscosidad con la velocidad de deformación.

Estos fluidos se clasifican atendiendo a la forma que presentan las gráficas σ vs Y o bien η vs $\dot{\gamma}$.

Existe una gran variedad de fluidos no newtonianos, tales como emulsiones, suspensiones concentradas, cristales líquidos, fluidos que contienen macromoléculas, etc., los cuales se pueden clasificar en función de la dependencia con la velocidad de deformación o con el tiempo de cizalla, aunque muchos de ellos manifiestan ambos fenómenos simultáneamente.

Los tres tipos de fluidos no newtonianos más comunes, independientes del tiempo y dependientes de la velocidad de cizalla, son los pseudoplásticos, los dilatantes y los plásticos:

5.6.3 Fluidos independientes del tiempo

La mayoría de los alimentos tienen un comportamiento reológico independiente del tiempo. Este tipo de fluidos se clasifican en tres grupos: pseudoplásticos, dilatantes y plásticos.

Se caracterizan porque la viscosidad aparente depende solamente de la temperatura, la composición del fluido y del esfuerzo cortante o gradiente de velocidad aplicado, pero nunca del tiempo de aplicación de éste último.

5.6.4 Fluidos pseudoplásticos.

Según Muller en 1973, los líquidos pseudoplásticos son menos espesos cuando se someten a altas velocidades de deformación que cuando se cizallan lentamente. La viscosidad aparente depende en ellos de la velocidad de deformación, pero no del tiempo durante el que están sometidos al esfuerzo de cizalla. La velocidad de deformación aumenta en proporciones más altas que la tensión tangencial, de manera que la viscosidad aparente desciende a medida que aumenta la velocidad de deformación.

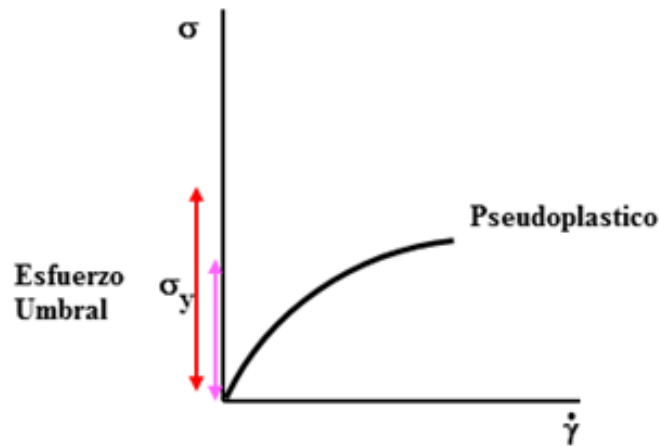


Figura 5.11 Fluidos seudoplásticos.

La velocidad de flujo puede ser incrementada aumentando la fuerza aplicada por vertido, masticación, deglución, bombeo, mezclado, etc. Las moléculas de los polímeros lineales forman soluciones cuya viscosidad disminuye con la fuerza de cizalla.

Muestran un descenso de viscosidad al aumentar la velocidad de cizalla (“shear thinning”). La curva de un fluido de estas características, pasa por el origen y es cóncava hacia abajo para bajos esfuerzos cortantes, haciéndose recta para esfuerzos cortantes elevados.

El fenómeno de la seudoplasticidad se debe a la microestructura interna de los fluidos, en el caso de suspensiones, sus agregados se pueden romper al aplicarse cizalla y las partículas orientadas al azar en algunos polímeros, se desorientan más o se disponen ordenadas con relación al flujo al ser sometidas a cizalla y esto disminuye la resistencia al flujo (o sea la viscosidad).

Los fluidos seudoplásticos se caracterizan porque su viscosidad aparente decrece cuando aumenta el gradiente de velocidad de deformación. Este comportamiento indica una ruptura o reorganización continua de la estructura, dando como resultado una menor resistencia al flujo (o sea la viscosidad) y es debido a la presencia de sustancias de alto peso molecular, así como a la dispersión de sólidos en la fase sólida.

5.6.5 Fluidos dilatantes



Figura 5.12 Fluidos dilatantes

La dilatancia es un fenómeno de espesamiento independiente del tiempo que se da a altas velocidades de deformación; se trata del fenómeno opuesto a la pseudoplasticidad. En este caso el valor de n es mayor que 1.

El fenómeno de dilatación se produce debido a la fase dispersa del fluido, puede ser una consecuencia de:

- ✓ Agregación de partículas inducida por cizalla
- ✓ Aumento de colisiones entre partículas
- ✓ Enmarañamiento de moléculas de polímeros
- ✓ Expansión en volumen inducido por cizalla en suspensiones muy concentradas

Ejemplo: Se puede observar este fenómeno cuando se pisa la arena mojada en la orilla de la playa.

Además, conforme aumenta la velocidad de deformación aplicada, mayor turbulencia aparece y más difícil es el movimiento de la fase continua por los huecos, dando lugar a un mayor esfuerzo cortante (la viscosidad aumenta).

Los valores de esfuerzo de corte y relación de deformación están unívocamente relacionados (espesamiento de estado estacionario). La viscosidad aparente aumenta al aumentar la velocidad de deformación.

Existen pocos alimentos que presenten esta característica, entre ellos tenemos aquellos que forman suspensiones concentradas o pastas acuosas. Algunos ejemplos son ciertos tipos de mieles de eucalipto, disoluciones de harina de maíz, disoluciones de almidón muy concentradas.

El modelo que describe un comportamiento dilatante es la ley de la potencia vista anteriormente en el caso de fluidos pseudoplásticos.

5.6.6 Fluidos plásticos de Bingham.

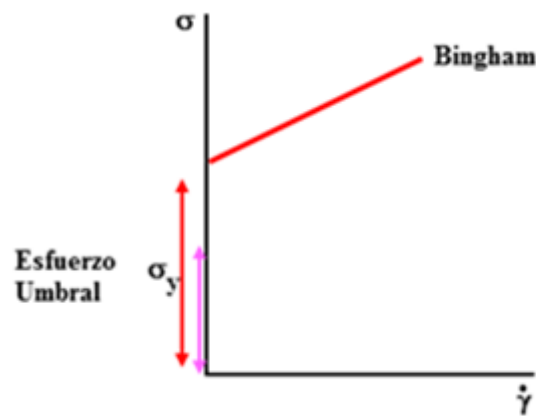


Figura 5.13 Fluidos plásticos de Bingham

En términos reológicos este tipo de fluidos se comportan como un sólido hasta que sobrepasa un esfuerzo de cizalla mínimo llamado umbral de fluencia y a partir de dicho valor se comporta como un líquido.

Son productos que mantienen su forma bajo la acción de la gravedad. Sin embargo, cuando actúan sobre ellos fuerzas suficientemente más grandes fluyen, casi como si fueran líquidos. Cuando la acción de la fuerza cesa, mantienen su forma y dejan de fluir.

Estos fluidos exhiben propiedades de líquido a esfuerzos superiores al umbral de fluencia, pueden clasificarse como líquidos o sólidos. El producto plástico ideal es el modelo de Bingham donde σ_0 es el umbral de fluencia y M la viscosidad plástica.

El umbral de fluencia puede ser consecuencia de un entrelazado de moléculas o partículas debido a su gran tamaño, ramificaciones o forma irregular. También puede ser debida a la formación de redes provocadas por las interacciones entre moléculas o partículas.

Algunos *ejemplos* de comportamiento plástico son el puré de papa, la nata batida, el chocolate fundido, la mantequilla, la mayonesa, las emulsiones y espumas alimentarias, pastas de fécula de mandioca, suero de puré de albaricoque a gradientes de deformación bajos, geles de pectina y de algunos zumos naturales de manzana.

5.6.7 Fluidos dependientes del tiempo.

La viscosidad aparente se considera como la viscosidad de un fluido no newtoniano y se calcula con los datos empíricos como si el fluido obedeciera la ley de Newton.

La viscosidad aparente varía no sólo con el esfuerzo de corte, sino que también para un esfuerzo de corte constante, varía con el tiempo de duración de la relación de deformación; clasificándose en fluidos tixotrópicos y reopéticos.

5.6.8 Fluidos tixotrópicos

La tixotropía es un ablandamiento dependiente del tiempo. La representación gráfica que le corresponde es una curva similar a la de la pseudoplasticidad, en cuanto que la viscosidad aparente desciende a medida que aumenta la velocidad de deformación. Difiere, sin embargo, de ella en que el descenso de viscosidad aparente no está relacionado exclusivamente con la velocidad de deformación, sino también con el tiempo.

Todas las definiciones de tixotropía incluyen el concepto de recuperación estructural.

Sin embargo, muchos alimentos tienen un comportamiento al flujo dependiente del tiempo, pero su periodo de recuperación es muy largo o su estructura sólo es

parcialmente recuperable. Por ello es más adecuado utilizar los términos “dependencia del tiempo en el flujo” o “destrucción estructural” para definir este tipo de comportamiento que consiste en el descenso irreversible de la viscosidad aparente con el tiempo a una velocidad de cizalla constante.

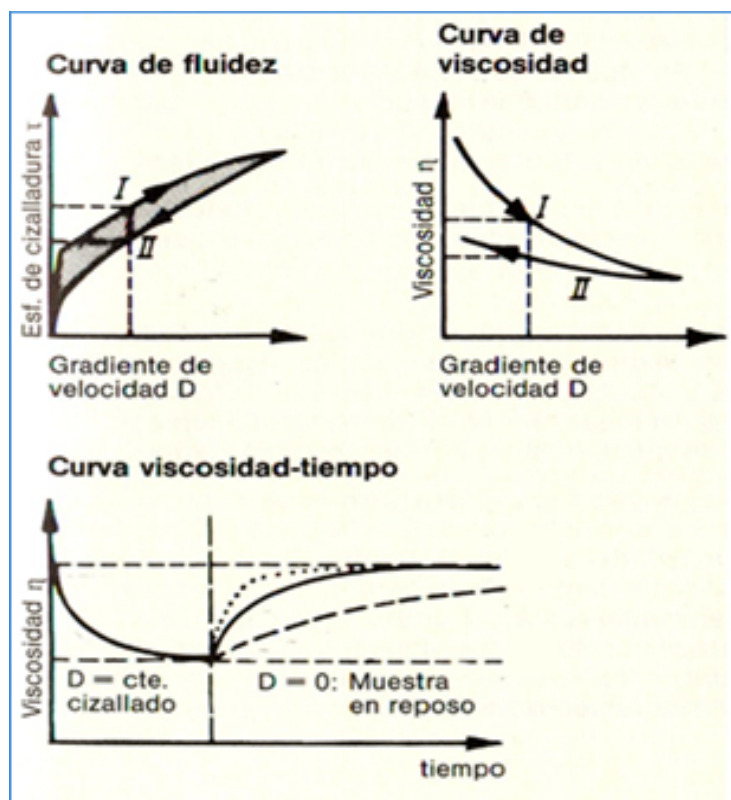


Figura 5.14 Descenso de la viscosidad aparente con el tiempo a una velocidad de cizalla constante, seguido de una recuperación gradual cuando cesa la cizalla.

Presentan comportamiento tixotrópico varios alimentos: yogur, pasta de tomate, la clara de huevo, el zumo de tomate, los aderezos de ensalada, el puré de albaricoque, leche condensada, mayonesa, algunos quesos blandos y miel. Entre otras muchas investigaciones realizadas en alimentos, se ha estudiado la dependencia con el tiempo en el comportamiento reológico de muestras de mayonesa, mantequilla, margarina, puré de manzana, salsa de tomate y mostaza.

5.6.9 Fluidos reopécticos

La reopexia es el incremento de la viscosidad aparente con el tiempo a una velocidad de cizalla constante, seguido de una recuperación gradual cuando cesa la cizalla, consiste en un espesamiento dependiente del tiempo, en el que es curvilíneo el diagrama de esfuerzo de corte versus relación de deformación y en el que estos dos parámetros no están unívocamente relacionados.

Las sustancias reopécticas se comportan de forma contraria a las tixotrópicas, de forma que para una velocidad de cizalla constante el esfuerzo cortante aumenta con el tiempo. En general, las estructuras originales se recuperan con el tiempo.

Como la viscosidad aumenta con el tiempo en que la muestra es sometida a un determinado gradiente de velocidad, lo que les confiere una cierta semejanza con los fluidos dilatantes en el sentido de que la única diferencia es si el tiempo para la destrucción o formación de estructura es detectable o no.

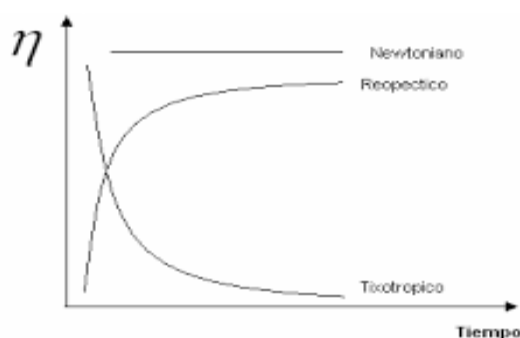


Figura 5.15 Comportamiento de fluidos dependientes del tiempo.

El modelo reológico aplicable a estos fluidos es la ley de la potencia, siendo el valor del índice de comportamiento al flujo mayor que la unidad. Al igual que con los otros tipos de fluidos, para este tipo de alimentos se pueden aplicar otros modelos distintos con mayor o menor éxito.

Finalmente cabe señalar que, aunque se ha observado un comportamiento reopéctico en algunos alimentos como ciertas mieles de eucalipto, este tipo de fluidos son muy poco frecuentes en el campo de la alimentación.

5.6.10 Fluidos viscoelásticos

Los materiales viscoelásticos presentan un comportamiento viscoso y elástico simultáneamente bajo las condiciones operacionales y la elasticidad es muy fácilmente detectable a tensiones altas, lo que contrasta con el comportamiento de los productos plásticos. En un material elástico lineal ó sólido de Hooke, toda la energía mecánica aplicada al material es almacenada deformando los enlaces y es recuperada como energía mecánica una vez retirada la fuerza aplicada (no hay pérdidas de energía). Por otro lado, en un material viscoso lineal o líquido newtoniano, toda la energía mecánica aplicada al material es disipada en forma de calor como consecuencia de la fricción.

En los alimentos viscoelásticos es frecuente que se dé una recuperación parcial, porque la red tridimensional elástica se desintegra bajo el efecto de la tensión. Cuanto más completa y resistente sea esta red, tanto más acusada será la elasticidad. Cuanto más fácil se desintegre la red, mayor será el componente viscoso.

En un material viscoelástico, parte de la energía es almacenada como energía mecánica dentro del mismo, y parte de la energía es disipada en forma de calor. En este caso, la respuesta de estos materiales ante una fuerza externa puede estar condicionada por la historia de la deformación a la que haya podido estar sometido previamente, por no haber recuperado completamente su estado original.

El estudio de la viscoelasticidad implica establecer relaciones entre el esfuerzo, la deformación o velocidad de cizalla y el tiempo. En este tipo de comportamientos es posible encontrar dos situaciones diferentes. En el caso en el que tanto el esfuerzo como la deformación sean relativamente pequeños, de manera que la estructura del material se conserva en estado prácticamente imperturbado, las relaciones entre ambas magnitudes y el tiempo se pueden describir mediante ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes constantes y el comportamiento se denomina viscoelasticidad lineal. Esto implica que la relación entre la deformación y el esfuerzo es sólo función del tiempo y no de la magnitud del esfuerzo.

En el caso contrario, en el que la cizalla aplicada sea suficientemente elevada como para producir destrucción estructural, a dicho comportamiento se le denominará viscoelasticidad no lineal.

Existen varios alimentos que presentan propiedades viscoelásticas. Se trata, en general, de productos con características de geles o semisólidos como los geles de almidón-gelatina y los de leche, muchos derivados de frutas y vegetales como algunos zumos y purés, confituras, derivados del tomate, los helados, las manzanas, los fideos cocidos, el queso fundido, las masas de harina de trigo para la fabricación de pan, galletas, dulces, bollería; las espumas de proteína y granos de maíz y trigo, la crema de leche, la mantequilla batida, la yema del huevo, la salsa de tomate, algunas sopas y salsas, la mostaza francesa.

5.7 Funciones Viscoelásticas Dinámicas

Mediante ensayos oscilatorios es posible obtener una serie de parámetros o funciones viscoelásticas dinámicas para la caracterización del comportamiento viscoelástico un material:

G': Módulo elástico

o de almacenamiento. Índice del componente elástico. Es directamente proporcional a la energía almacenada por el material en un ciclo de deformación.

G'': Módulo viscoso o de pérdidas. Índice del comportamiento viscoso. Es directamente proporcional a la energía disipada por el material en un ciclo de deformación.

G*: **Módulo complejo.** Representa la resistencia total de una sustancia frente a la deformación aplicada. Es definido como:

$$G^* = G' + iG'' \quad (5.2)$$

δ: Ángulo de desfase. Índice de la viscoelasticidad. Nos da una primera idea de la naturaleza reológica del material ya que mientras en los sólidos elásticos el desfase es muy próximo a cero, en los líquidos newtonianos el desfase es 90°.

Los materiales viscoelásticos poseen un desfase intermedio. A tenor de lo expresado anteriormente, un material elástico poseerá un elevado módulo

elástico y un pequeño módulo viscoso ya que δ se aproximará a cero. Cuanto mayor sea el carácter viscoso del material, el desfase δ aumentará y el módulo viscoso irá aumentando en detrimento del módulo elástico.

La tangente del ángulo de desfase, denominada ***tangente de pérdidas***, es una función viscoelástica dinámica generalmente dependiente de la frecuencia, que indica la razón entre la componente viscosa y elástica, lo que permite tener un conocimiento en términos relativos del comportamiento elástico y viscoso de la muestra.

$$\tan \delta = G''/G'$$

(5.21)

Así, el valor 1 de la $\tan \delta$ indica que el material responde con componentes viscosa y elástica del mismo valor. Un $\delta = 45^\circ$ significa que no se da una preponderancia de la componente elástica sobre la viscosa ni viceversa. Un material viscoelástico muestra un comportamiento intermedio entre el elástico y el viscoso puro, de aquí que la onda del esfuerzo de cizalla presente un ángulo de desfase respecto a la onda de la deformación comprendida entre 0° y 90° .

η^* : Viscosidad Compleja. Alternativamente al módulo complejo G^* , puede definirse la viscosidad compleja η^* , la cual describe la resistencia total de un material a la cizalla dinámica.

$$\eta^* = G^*/\omega$$

(5.22)

Se definen dos propiedades reológicas, el módulo de almacenamiento, G' , que representa la componente elástica del producto, y el módulo de pérdidas, G'' , que representa su carácter viscoso.

Funciones viscoelásticas derivadas de G^*

$$G' = G^* \cdot \cos\delta \quad \text{Módulo de almacenamiento } G'$$

(5.23)

(Componente elástico)

$$G'' = G^* \cdot \sin\delta \quad \text{Módulo de pérdidas } G''$$

(5.24)

(Componente viscoso)

$$\frac{G''}{G'} = \frac{\sin\delta}{\cos\delta} = \tan\delta \quad \text{Tangente de pérdidas } \tan\delta$$

(5.25)

$$|\eta^*| = \frac{G^*}{\omega} \quad \text{Viscosidad compleja, } \eta^*$$

(5.26)

δ es el ángulo de desfase. Si el fluido es puramente elástico, $\delta=0^\circ$ y $G^*=G'$, $G''=0$. En un fluido viscoso ideal $\delta=90^\circ$ y $G''=G^*$, $G'=0$.

Otra importante función viscoelástica es el módulo de viscosidad compleja, η^* , donde la parte real, la viscosidad dinámica η' representa la componente viscosa en fase entre el esfuerzo y la velocidad de deformación, y la parte imaginaria η'' es la componente elástica o desfasada. Los parámetros G'' y η' pueden considerarse como una contribución viscosa asociada con una disipación de energía hecha sobre el fluido, mientras G' y η'' una contribución asociada con la habilidad del fluido de almacenar energía.

BIBLIOGRAFÍA

- J. M Coulson and J.F. Richardson. Chemical engineering. Edición: Oxford [etc.] : Butterworth Heinemann, 1999-.ISBN: 0-7506-4444-3 (v. 1).
- Macosko, C.W. (1994) Rheology, principles, measurements and applications, VCH Publishers Inc. (ed), New York.
- Barnes, H. A.; Hutton, J.F.; Walters, K.; "An Introduction to rheology". Ed. Elsevier Science Publishers, 3ª edición, Amsterdam, 1993.

- Barnes, H.A.; 2000. A Handbook of Elementary Rheology; University of Wales Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Aberystwyth. Bistany, K.L. y Kokini, J.L. (1983a). "Dynamic viscoelastic properties of foods in texture control". *Journal of Rheology*, 27(6): 605–620.
- Bird, R.B.; Armstrong, R.C.; Hassager, O. y Curtiss, C.E. (1987). En: Dynamics of
- Polymeric Liquids. vol. 1. 2nd ed. Ed. por: Wiley, New York.
- Da Silva, J.A.L; Rao, M.A. Rheology of structure development in high-methoxyl pectin/sugar systems, *Food Technol.*, p. 70-73, October, 1995.
- Da Silva, J.A.L.; Goncalves, M.P.; Rao, M.A. Viscoelastic behaviour of mixtures of locust bean gum and pectin dispersions, *J. Food Eng.*, v. 18, p. 211-228, 1993.
- Franco, J.M. 2007. Apuntes del Módulo de Fundamentos de Reología. Master en Formulación y Tecnología del Producto. UNIA- UHU. Huelva.
- Gunasekaran, S y Ak, M. 2000. "Dynamic oscillatory shear testing of food-selected applications". *Food Science and technology*. Vol 11, 115-127 p.
- Kokini, J.L.; Plutchok, G.J. Viscoelastic properties of semisolid foods and their biopolymeric components, *Food Technol.*, p. 89-95, March, 1987.
- Rao, M.A. Rheology of fluid and semisolid foods: Principles and applications. Maryland: Aspen publications, 1ra. ed. 1999, 176, 184-185 p.
- Schowalter, W.R. 1978. "Mechanics of Non-Newtonian Fluids", Pergamon, citado por Wikipedia –Rheology. ISBN 0-08021778-8.

CAPÍTULO 6

MODELOS REOLÓGICOS

6.1 Modelos reológicos de flujo más utilizados en alimentos

Un modelo es una representación idealizada de la conducta de cualquier sistema cuantificada en términos matemáticos.

Muchos modelos se han propuesto para el tratamiento de los datos experimentales para describir el comportamiento de las propiedades de flujo de las sustancias. Sin embargo, es muy posible que un único modelo no correlacione satisfactoriamente el comportamiento de una determinada sustancia en un amplio intervalo de cizallas. A pesar de ello, estos modelos son útiles para correlacionar el comportamiento de una gran cantidad de sustancias.

El comportamiento reológico de un fluido alimentario puede describirse según distintas ecuaciones que relacionan el esfuerzo cortante con la velocidad de deformación. La descripción precisa del flujo, necesaria para el diseño de sistemas de bombeo, tuberías, etc, requiere una ecuación que exprese la relación entre σ y $\dot{\gamma}$ en cualquier punto.

Cada ecuación puede representar, dependiendo de los valores que tomen las constantes, comportamientos newtonianos, plásticos de Bingham, pseudoplásticos y dilatantes.

Para los fluidos dependientes del tiempo y los viscoelásticos se requieren ecuaciones de mayor complejidad que pueden ser consultadas en diversas fuentes. El comportamiento pseudoplástico es, quizás, el más frecuente en los fluidos alimentarios.

En general, se comportan de esta forma muchos derivados de frutas y vegetales como algunos zumos y purés de frutas, derivados del tomate, confituras de fruta; productos lácteos como la nata o la leche azucarada condensada; algunas sopas y salsas; la clara de huevo; la yema del huevo, etc.

FLUÍDO	ALIMENTO
Newtoniano	Agua, jugo de frutas, miel, leche, aceite vegetal
Herschel-Bulckley	Pasta de pescado, pasta de uva
Pseudoplástico	Salsa de manzana, puré de banano, pulpa de frutas, jugo de naranja concentrado, suspensiones coloidales.
Dilatante	Soluciones de almidón de maíz, suspensiones de almidón.
Plástico de Bingham	Pasta de tomate, mermeladas concentradas, leche condensada para niños.

Cuadro 6.1. Modelos apropiados para algunos alimentos fluidos

A continuación, se muestran algunos alimentos con los diferentes tipos de flujo.

Fluido	K	n	σ_0	Ejemplos
H-B	>0	$0 < n < \infty$	>0	Pasta de pescado, pasta de pasas
Newtoniano	>0	1	0	Agua, jugo de frutas, leche, miel, aceite vegetal
Seudoplástico	>0	$0 < n < 1$	0	Puré de manzana, puré de banana.
Dilatante	>0	$1 < n < \infty$	0	Algunos tipos de miel, solución al 40% de almidón de maíz puro
Plástico de Bingham	>0	1	>0	Pasta de dientes, pasta de tomate

Cuadro 6.2. Ejemplos de flujos de alimentos según la clasificación reológica y sus constantes fundamentales. Tomado de Steffe, J. 1996

A continuación, se indican algunos de los modelos más comunes que han sido utilizados para representar las diversas clases de comportamiento no newtoniano observados.

6.2 Modelo de Ostwald-de Waele o Ley de la Potencia

De los modelos utilizados para describir el comportamiento reológico de los fluidos seudoplásticos, el más conocido y simple de aplicar es el de Ostwald-De Waale, también conocido como ley de la potencia.

Muller (1973) señala que en los sistemas dilatantes y pseudoplásticos la relación esfuerzo de corte – relación de deformación no viene expresada por una línea recta, pero es única. A cada valor de esfuerzo de corte le corresponde un solo valor de relación de deformación. Por esta razón la gráfica se puede describir matemáticamente así:

$$\sigma = k(\dot{\gamma}) \quad (6.1)$$

Este modelo es de dos parámetros: K y n. Es el mínimo número de parámetros que se pueden utilizar para definir un comportamiento seudoplástico, dependiendo de la temperatura, concentración, viscosidad del solvente.

La pendiente de la recta n recibe el nombre de *índice de comportamiento reológico o de flujo* y representa la desviación del comportamiento de flujo respecto al newtoniano (n=1). Entre más grande es la diferencia, menos newtoniano es el sistema.

El valor de k da una idea sobre la consistencia del producto por lo que se le *denomina* índice de consistencia.

Si n=1, la Ley de la Potencia se transforma en la Ley de Newton, siendo k= μ y K= coeficiente de viscosidad. Se tendrá así un fluido newtoniano, donde la viscosidad permanece constante con respecto a la velocidad de corte.

Si n es mayor que 1, se produce espesamiento y el producto es dilatante. Si n es menor que 1, se produce aclaración y el material es pseudoplástico.

La ecuación no permite la extrapolación de la gráfica, K y n no tienen bases físicas, son una pura descripción matemática de una gráfica experimental.

La Ley de la Potencia admite linearización por representación logarítmica:

$$\log. \sigma = \log. K + n \lg \frac{du}{dy} \quad (6.2)$$

Es decir, al poner en una gráfica $\log \tau$ vs $\log \gamma$ se obtiene una línea recta con pendiente igual a " n " y con intersección en el eje de las ordenadas igual a " $\log K$ ".

Muchos fluidos muestran este comportamiento en intervalos de velocidades de corte de una década, pero una apreciable curvatura en intervalos más amplios. Por lo tanto, si la velocidad de corte no varía demasiado en un particular campo de flujo, la Ley de la Potencia puede proporcionar una descripción adecuada de su comportamiento.

Este modelo permite una fácil utilización y determinación de los parámetros K y n gráficamente. Su utilización se recomienda para valores del gradiente de velocidades no - próximos al origen donde se encuentra que K tiende a cero.

La expresión da un buen ajuste cuando el gradiente de velocidades varía varios órdenes de magnitud.

La utilización de sólo dos parámetros, K y n , no introduce gran complejidad en el desarrollo de la Mecánica de Fluidos clásica, lo que ha contribuido a su utilización más generalizada, ya que representa una precisión suficiente para la industria.

Este modelo ha sido ampliamente utilizado para describir el comportamiento de flujo de diversos jugos, pulpas, purés y derivados de frutas, como batidos y otros.

Es importante señalar la simplicidad de su representación (sólo dos parámetros), fácil manejo, la simplicidad de ajuste (manual, pasando a escalas logarítmicas), la calidad obtenida por la ley de Ostwald respecto a otros modelos más complejos y su actual difusión en la técnica como modelo más general. Como inconvenientes de este modelo, encontramos la falta de una justificación física que los defienda y la variabilidad de las dimensiones de K , ya que dependen de n y ambos varían. Otra de las desventajas de este modelo es la predicción de viscosidades muy elevadas a bajas cizallas, lo cual podría suponer una drástica sobrevaloración en situaciones de flujo en las que la velocidad de deformación es muy baja.

Sin embargo, se ha demostrado que el modelo de Ostwald describe muy bien las curvas de flujo, sobre todo a altas velocidades de deformación, por lo cual es usual aún hoy en control de calidad por presentar resultados aceptables cuando el tiempo y los costos juegan un papel importante para medición y la valoración.

6.3 Modelo de Sisko

El modelo de Sisko responde a la expresión siguiente:

$$\eta = \eta_{\alpha} + k_s \dot{\gamma}^{n-1}$$

(6.3)

En donde: η_{α} es la viscosidad aparente, $\dot{\gamma}$ el gradiente de velocidad aplicada, k_s el índice de consistencia y n el índice de comportamiento.

Es un modelo de tres parámetros ajustables: η_{α} , k_s , n y grafica la viscosidad en función de la velocidad de deformación. De forma análoga, Sisko descompone en newtoniano y pseudoplástico.

Para valores altos y medios del gradiente de velocidades, su comportamiento es bueno, no siéndolo para valores bajos. El hecho de tener un parámetro más en comparación con el modelo de Ostwald no lo hace atractivo.

6.4 Modelo de Cross

Una de las expresiones más usadas para modelizar el comportamiento de fluidos estructurados, a altas y bajas velocidades de deformación es el Modelo de Cross:

$$\eta = \eta_{\infty} + \frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^p} \quad (6.4)$$

Para $\eta_0 \gg \eta \gg \eta_{\infty}$ este modelo se reduce a la ley potencial. Con $n = (1-p)$ y $k = \eta_0 (\lambda)^{-p}$; λ es una constante de tiempo característico que es igual al recíproco del valor de $\dot{\gamma}$ para el que $\eta = (\eta_0 + \eta_{\infty})/2$.

En general, para fluidos estructurados, los modelos reológicos pueden predecir la forma completa o porciones de la curva de flujo, el modelo de Cross corresponde al primer grupo.

6.5 Modelo de Carreau

El modelo Carreau está basado en la teoría constitutiva integral de redes moleculares, en la que se incorpora la historia completa de deformación del material, permitiendo la modelización adecuada de comportamientos viscoelásticos no lineales.

Para poder aplicar el modelo Carreau es preciso conocer la viscosidad límite η_0 , a velocidad de deformación cero, así como las constantes de tiempo. Para su cálculo es preciso realizar ensayos de cizalla en estado estacionario y experimentos oscilatorios.

$$\eta = \eta_{\infty} + \frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{[1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^s} \quad (6.5)$$

Si $\eta_{\infty} = 0$ se obtiene una expresión útil cuando solo se tiene una zona de viscosidad newtoniana a baja velocidad de cizalla, quedando:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1}{[1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^s} \quad (6.6)$$

Cuando $\dot{\gamma} \rightarrow 0$, $\eta \approx \eta_0$ (viscosidad límite a velocidad de cizalla cero), es decir, prevé un comportamiento newtoniano hasta una velocidad de cizalla crítica.

λ Es una constante de tiempo; la inversa de este valor coincide aproximadamente con el valor de velocidad de cizalla crítica a partir del cual el comportamiento deja de ser newtoniano.

“s” es un parámetro de ajuste adimensional, relacionado con la velocidad de disminución de la viscosidad, o sea de la pendiente de la curva (n) en la zona no newtoniana.

El modelo de Carreau puede describir el comportamiento de flujo viscosos de emulsiones alimentarias.

6.6 Modelo de Herschel Bulkley

Este modelo incorpora los elementos de los modelos de la potencia y de Bingham, permite caracterizar el flujo de los fluidos plásticos que para valores del esfuerzo superiores al del umbral de fluencia fluyen con carácter no newtoniano:

$$\sigma = \sigma_0 + k \dot{\gamma}^n \quad (6.7)$$

Donde σ_0 es el umbral de fluencia, k el índice de consistencia y n el índice de comportamiento de flujo. Este modelo caracteriza muchos fluidos industriales por lo que se usa a menudo para especificar condiciones en el diseño de plantas de procesado.

Entre los casos especiales de este modelo, se encuentran:

- un material puramente newtoniano tiene $\sigma_0 = 0$ y $n = 1$
- un fluido que sigue la ley de la potencia presenta un $\sigma_0 = 0$ y $n =$ índice de la potencia.
- un fluido de Bingham tiene $\sigma_0 =$ umbral de fluencia de Bingham y $n = 1$ (fluidos con viscosidad constante).

Uno de los modelos empíricos más utilizados en alimentos es el de Herschel-Bulkley, cuya expresión supone ampliar la ley de la potencia con un término correspondiente al umbral de fluencia.

Las ecuaciones más utilizadas para los fluidos independientes del tiempo son las de la ley de potencia y la de Herschel – Bulkley, esta última es válida solo para valores intermedios de esfuerzo y velocidad de deformación.

El modelo de Herschel-Bulkley ha sido uno de los más utilizados para describir los datos de flujo de dispersiones de proteínas y soluciones de gomas.

También las mermeladas y confituras, además de otros purés y concentrados de zumos de frutas con alto contenido en sólidos solubles totales han sido adecuadamente descritos por el modelo de Herschel-Bulkley en múltiples investigaciones. Jugos concentrados y purés de frutas con valores altos de sólidos solubles, han sido bien descritos por el modelo de Herschel-Bulkley, como es el caso del puré de banano, puré de papaya.

Las curvas de flujo de purés de fruta se ajustan a este modelo, con coeficientes de correlación en todos los casos mayores que 0,995, siendo entonces adecuado para describir el comportamiento de flujo de purés frescos de banano, melocotón, papaya, mango, pera y de albaricoque, concentrado de tomate, que se comportan como plásticos no ideales.

6.7 Modelo de Casson

Este modelo tiende a dar una predicción más realista del flujo a lo largo de un intervalo más amplio de condiciones y es utilizado para materiales que tienden a un flujo newtoniano solo para valores de esfuerzo mucho mayores que el umbral de fluencia del material:

$$\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + \mu_c^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2} \quad (6.8)$$

Es un modelo de dos parámetros semiempíricos, utilizado fundamentalmente en suspensiones de partículas que interactúan en un medio newtoniano.

μ_c Representa la viscosidad a velocidad de cizalla elevada.

El modelo de Casson es un modelo estructural que a menudo se ha aplicado a suspensiones de alimentos, además de ser utilizado para describir las propiedades del chocolate fundido, siendo adoptado como el método oficial para la determinación de umbral de fluencia por el Instituto Internacional del Chocolate.

Casson consideró que las partículas de la fase dispersa tienen la forma de cilindros huecos, cuya relación axial es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del gradiente de velocidad. Estas partículas están suspendidas en un fluido newtoniano y carecen de movimiento browniano. Los valores de las constantes de Casson dependen de la simetría, concentración e interacción entre las partículas suspendidas y de la viscosidad de la fase dispersante.

El modelo de Casson ha sido aplicado a una amplia gama de productos alimentarios tales como purés de frutas, gomas y pasta de dátiles.

El modelo de Casson se ha utilizado frecuentemente para estimar el esfuerzo umbral en alimentos, estudiando los concentrados de tomate, mostraron que el modelo de Casson no se ajusta a los datos experimentales a bajas velocidades de deformación, mientras que encontraron un buen ajuste del modelo de Casson a los datos experimentales de puré de guayaba. El modelo de Casson ha sido utilizado para describir el comportamiento de la pulpa de mango integral, filtrada y centrifugada.

6.8 Modelo de Bingham

Es el adecuado para describir el comportamiento de plásticos de Bingham (plásticos ideales). Este modelo supone un comportamiento lineal de la relación

entre el esfuerzo y la velocidad de corte o deformación, pero la línea no cruza el origen como en los fluidos newtonianos.

Tiene dos parámetros: el esfuerzo de cedencia (τ_0) y una viscosidad plástica (μ_0).

Los fluidos que obedecen a este modelo se denominan fluidos plásticos de Bingham y exhiben un comportamiento lineal de esfuerzo cortante y velocidad de corte después de alcanzar un umbral inicial de esfuerzo cortante.

Algunos autores han usado el modelo de Bingham para describir el comportamiento reológico de pastas de fécula de mandioca, suero de puré de albaricoque, pectinas, de algunos zumos naturales de manzana, ketchup y mostaza francesa.

6.9 Determinaciones reológicas

Las determinaciones del comportamiento reológico de un material se realizan mediante ensayos de flujo viscoso y de cizalla oscilatoria.

Como ejemplo se presenta en la figura 6.1 se muestra las curvas de flujo del batido artesanal de leche de soya con borjón con 8 °Brix, a diferentes temperaturas.

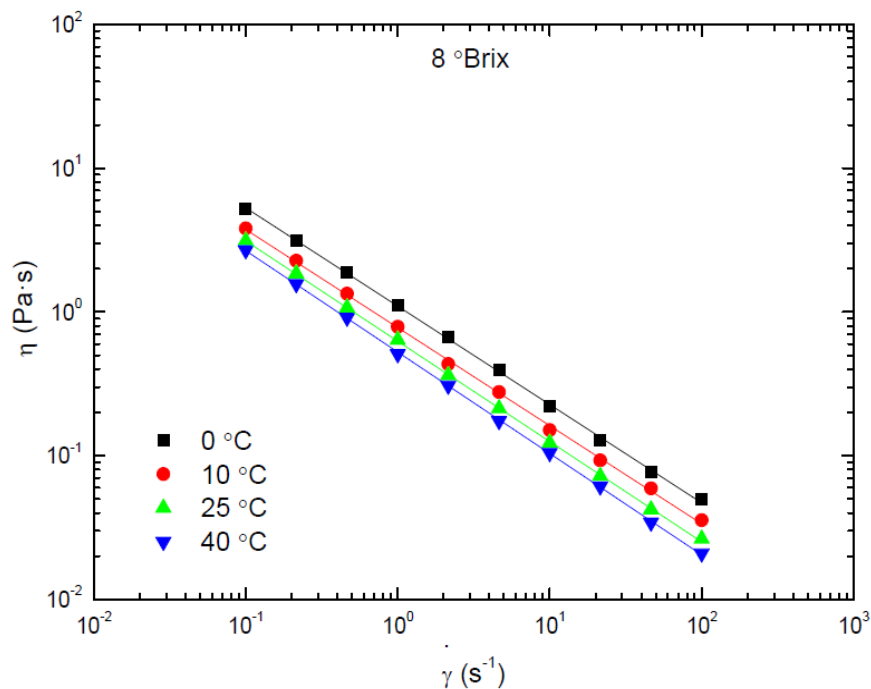


Figura 6.1 Curvas de flujo del batido artesanal de leche de soya con borj  con 8 °Brix, a diferentes temperaturas. (Díaz R. et al. 2014)

Se observa un comportamiento pseudoplástico, con una caída potencial de la viscosidad aparente con la velocidad de deformación, que puede describirse satisfactoriamente mediante la ley de la potencia ($R^2 > 0,995$). Por otra parte, no se observan diferencias significativas de la viscosidad aparente con la temperatura, con valores de η_0 muy similares, en un rango de 6×10^6 a 7×10^6 Pa.s. Este valor es indicativo de la viscosidad del material en situaciones de reposo o movimientos sumamente lentos.

Por otra parte, la caracterización reológica de un material se lleva a cabo sobre muestras sin historia previa de cizalla y a temperaturas comprendidas generalmente entre 5 °C y 60°C, realizándose al menos dos replicados por cada ensayo. Después de colocar la muestra en el sistema sensor, en todos los casos, se espera un tiempo de relajación que depende de la muestra y puede ser de hasta 30 minutos, asegurándose con ello una termostatazaci n adecuada de toda la muestra y que todas presentaran un proceso de relajación estructural similar. Transcurrido ese tiempo, se procede a realizar la medida correspondiente.

Se efectúan barridos de esfuerzo o deformación en cizalla oscilatoria, a una frecuencia de 1 rad s^{-1} , para la determinación del intervalo de viscoelasticidad lineal.

Posteriormente, se realizan barridos de frecuencia, para obtener el espectro mecánico, aplicando un valor del esfuerzo o de deformación dentro del intervalo viscoelástico lineal, en un intervalo de frecuencias comprendido entre $0,03$ y $75,36 \text{ rad s}^{-1}$.

Los ensayos dinámicos para el estudio de las propiedades viscoelásticas en el rango lineal, se pueden realizar en un reómetro de deformación controlada ARES de la firma TA Instruments (New Jersey – EEUU), utilizando una geometría de medida placa-placa de superficie rugosa (35 mm de diámetro, 1 mm de separación) y en un reómetro de esfuerzo controlado Rheoscope (ThermoHaake, Alemania), dentro de la región lineal, usando una geometría placa-placa (diámetro de 35 mm, 1 mm de separación entre placas).

Las mediciones de flujo se realizan reómetros de esfuerzo controlado del tipo MARS (Modulate Advanced Rheometer System) de ThermoHaake (Karlshure-Alemania), en un rango de esfuerzos aplicados de $10\text{-}3.500 \text{ Pa}$, usando una geometría placa-placa de superficie rugosa de 35 mm y separación entre placas de 1 mm.



Figura 6.2 Reómetro de deformación controlada ARES (Reometric Scientific, EE.UU).

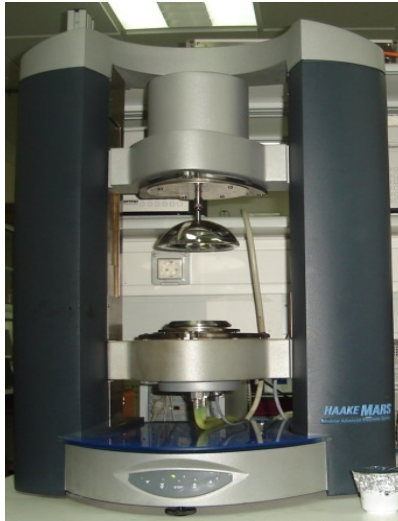


Figura 6.3 MARS (Modulate Advanced Rheometer System) de ThermoHaake (Karlshure-Alemania)

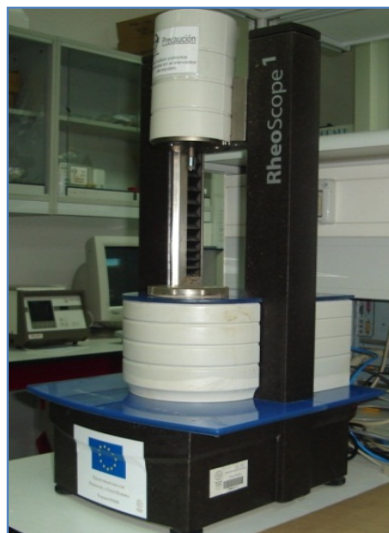


Figura 6.4 Reómetro de esfuerzo controlado Rheoscope (Thermohaake, Alemania)

Algunos ensayos de flujo viscoso se pueden realizar en un reómetro Physica MCR-501 (Anton Paar, Austria), que permite el funcionamiento en modo de deformación controlada (mínimo del torque $0,01 \mu\text{N}$, en un rango de velocidades de deformación de 10^{-2} a 10^2 s^{-1} , usando una geometría placa-placa (25 mm de diámetro, 1 y 2 mm de separación entre placas, dependiendo de la consistencia de la muestra) con superficies rugosas.



Figura 6.5 Reómetro de esfuerzo controlado Physica MCR-501 (Anton Paar, Austria)

Para la termostatización de las muestras, cada reómetro incorpora un equipo distinto: baños termostáticos Phoenix, (Thermohaake, Alemania) y criotermostato de circulación, modelo F25-ME, (Julabo, Alemania), respectivamente. El reómetro de velocidad de deformación controlada ARES, en cambio tiene un horno de inyección de aire en la cámara de medida.

Cada equipo está gobernado por un programa informático de adquisición de datos, RSI Orchestrator v. 6.5.7 (Rheometric Scientific, USA), Rheowin v. 2.97 (Thermohaake, Alemania), RheoWin Job Manager y RheoWin Data Manager (Thermo Scientific), y Star Rheoplus v.3x (Austria), respectivamente.

6.10 Ajuste a Modelos Reológicos.

En general, la función que da el comportamiento físico de un fluido no es conocida. Todas las funciones reológicas expuestas son aproximaciones que proponen distintos autores. A esta aproximación de la función empleada se han de añadir los errores de tipo experimental, centrándose en la aproximación de cierta función a una nube de puntos que representa un fenómeno real (despreciados los errores de medida para obtener la nube de puntos).

Para dar una forma analítica a los resultados experimentales, el primer problema que se nos presenta es la elección de la función o ley a ajustar.

La elección se realiza a través de la bibliografía que en el terreno de la Reología existe y luego *de* un estudio comparativo sobre casos reales.

Por emplear sólo dos parámetros reológicos, el más frecuente en la literatura es el modelo de Ostwald. Según la forma que presente el reograma puede llevarnos a la elección de otros modelos.

La adopción del modelo introduce rapidez en el cálculo de los parámetros o coeficientes característicos de la función en el desarrollo del ajuste.

Ejemplo de ajuste al modelo de Herschel-Bulkley

La Figura 6.6 muestra la curva del esfuerzo vs velocidad de deformación para las diferentes muestras de mermeladas de borjón estudiadas, a 25°C, y los ajustes al modelo de Herschel-Bulkley ($R^2 > 0,994$). Los parámetros de Herschel-Bulkley en función de la temperatura se presentan en la Tabla 6.3.

Como se puede observar en la Figura 6.6, el comportamiento de flujo de las mermeladas artesanales de borjón es cualitativamente similar al encontrado en la mermelada comercial de borjón y como se esperaba la viscosidad aparente aumenta con la concentración de pectina.

Además, los valores de la viscosidad de la mermelada comercial de borjón resultaron similares a los obtenidos para las mermeladas artesanales de borjón con bajas concentraciones de pectina (0,25 y 0,5% de pectina añadida).

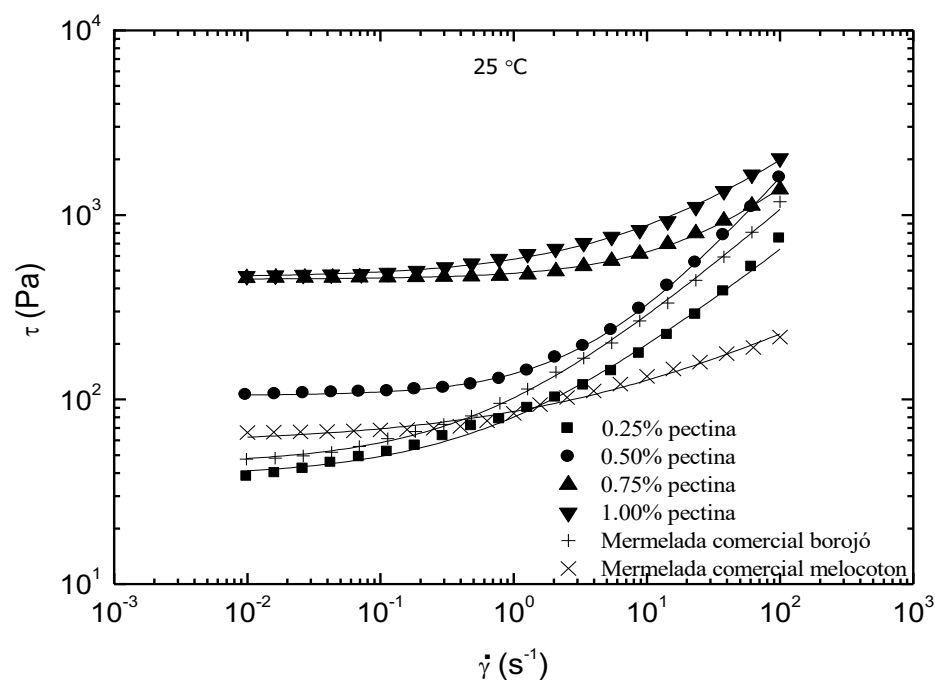


Figura 6.6 Curvas de flujo viscoso y ajustes al modelo de Herschel-Bulkley (líneas sólidas) para diferentes formulaciones de mermeladas estudiadas, a 25°C. (Díaz.R.et al. 2014)

La mermelada comercial de melocotón de referencia también mostró valores de esfuerzo similares a bajas y moderadas velocidades de deformación, pero se desvía del resto a altas velocidades de cizalla, como consecuencia de un índice de flujo más bajo (Cuadro 6.3).

Muestra	Temperatura (°C)	τ_0 (Pa)	k (Pa sn)	N
Mermelada de borojón (0.25% pectina)	5	114,42	61,07	0,64
	15	51,52	54,54	0,60
	25	38,20	42,10	0,58
	35	28,70	25,98	0,63
	45	25,84	14,26	0,68
	60	18,79	8,67	0,72
Mermelada de borojón	5	275,24	68,53	0,84
	15	176,82	47,56	0,82
	25	105,06	32,89	0,83

(0.50% pectina)	35	69,11	20,04	0,83
	45	46,65	14,58	0,79
	60	28,34	10,01	0,76
Mermelada de borajó (0.75% pectina)	5	1012,19	96,24	0,71
	15	647,86	55,64	0,67
	25	449,15	34,31	0,72
	35	299,16	32,26	0,71
	45	173,62	19,74	0,78
	60	98,43	13,16	0,75
Mermelada de borajó (1.00% pectina)	5	991,90	155,58	0,61
	15	666,74	123,41	0,61
	25	459,68	116,27	0,56
	35	332,66	95,41	0,55
	45	180,11	38,75	0,65
	60	128,26	16,89	0,70
Mermelada comercial de borajó	5	93,75	80,45	0,66
	15	56,54	64,06	0,65
	25	44,77	57,43	0,63
	35	37,79	50,90	0,62
	45	29,39	22,10	0,59
	60	23,23	14,74	0,63
Mermelada comercial de melocotón	5	90,00	49,72	0,40
	15	58,16	35,03	0,39
	25	57,69	28,52	0,39
	35	53,53	11,37	0,60
	45	48,69	8,68	0,59
	60	47,30	6,07	0,56

Cuadro 6.3 Parámetros de del Modelo de Herschel-Bulkley para diferentes mermeladas de borajó en función de la temperatura. (Díaz. R.et al. 2014)

Así, como puede verse en el cuadro 6.3, los valores de τ_0 en ambas formulaciones de mermeladas comerciales están generalmente, comprendidos entre los valores obtenidos para las mermeladas artesanales de borajó que contienen 0,25 y 0,5% de pectina añadida.

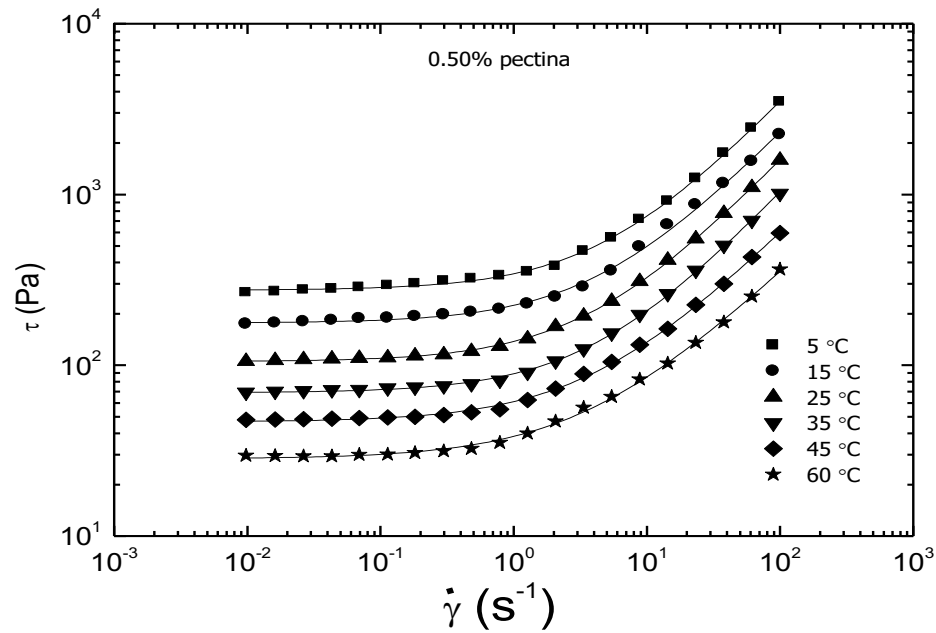


Figura 6.7 Curvas de flujo viscoso y ajustes al modelo de Herschel-Bulkley (líneas sólidas) en función de la temperatura para una mermelada de borjón artesanal que contiene 0,50% de pectina añadida.(Díaz.R. etal.2014)

De igual modo, los valores de k son también comparables a estas mermeladas artesanales. Por el contrario, se encontraron valores mucho más altos de τ_0 y de viscosidad, en el rango de velocidad de deformación estudiado, para las mermeladas artesanales que contienen 0,75 o 1,0% de pectina añadida.

Además, como se ilustra en la Figura 6.7 para una formulación de mermelada artesanal seleccionada, los valores de la viscosidad aparente (o del esfuerzo) disminuyeron al aumentar la temperatura pero, sin embargo, la dependencia de la velocidad de deformación no se modifica significativamente.

En particular, la linealización polinomial de incrementos, propuesta para los modelos de Ellis y Sisko, es dificultosa de aplicación, pues se desconoce el valor de n y se ha de proceder por tanteos sucesivos.

El ajuste puede realizarse manualmente o con la ayuda de programas informáticos como Origin Pro 8.0, Rheowin Pro Job, TA Orchestrator V.7.1.2.3 y otros.

Partiendo de la nube de puntos (m medidas que establecen la correspondencia entre las variables x e y), se requiere la elección de unos criterios de ajuste para encontrar la curva que esté a la mínima distancia de la nube.

Los criterios se basan en la dependencia del fenómeno y de una sola variable x , es decir que la ley sea: $y = f(x)$. Esta función deberá ser definida y continua en todo el dominio experimentado.

Se supone que el valor de la variable x_i es conocido con toda exactitud y que la precisión de medida de las y_i es constante y acotada superiormente.

BIBLIOGRAFÍA

- Barbosa-Cánovas, G.V.; Ibarz, A y Peleg, M. 1993. Propiedades reológicas de alimentos fluidos. Revisión. Alimentaria. 242, 39-89.
- Darby, R. 1996. Chemical Engineering Fluid Mechanics. En cap. 1-2, Marcel Dekker, Inc. New York.
- Díaz-Ocampo, R.; García-Zapateiro, L., R.; Franco, J.M. (2012). Caracterización bromatológica, fisicoquímica, microbiológica y reológica de la pulpa de borjón (*Borjonia patinoi* Cuatrec.). Ciencia y Tecnología, 5(1):17-24.
- Díaz-Ocampo, R.; Sánchez, R.; Franco, J.M. (2014). Rheology of commercial and model borjón jam formulations. International Journal of Food Properties, 17:791-805.
- Franco, J.M. 2007. Apuntes del Módulo de Fundamentos de Reología. Master en Formulación y Tecnología del Producto. UNIA- UHU. Huelva.
- Ibarz, A., Barbosa-Cánovas, G. 2005. Operaciones Unitarias en la Ingeniería de Alimentos. Mundi Prensa S.A. Madrid. 177p.
- Macosko, C. 1994. Rheology: Principles and Measurements. En cap. 1 a 3, VCH Publishers, Inc., New York.
- Malkin, A. Ya. 1994. Rheology fundamentals (Fundamental topics in rheology). ChemTec Publishing. Ontario. 62 p.
- Muller, H.G. 1973 Introducción a la reología de los alimentos. Zaragoza: Acribia, p14.
- Rha, C.H. 1978. Rheology of fluid foods. Food Technol.
- Smith, P.G. (2011). Introduction to Food Process Engineering. Second Edition. Editorial Springer-Verlag, 510 p.

Descubre tu próxima lectura

Si quieres formar parte de nuestra comunidad,
regístrate en <https://www.grupocompas.org/suscribirse>
y recibirás recomendaciones y capacitación



   @grupocompas.ec
compasacademico@icloud.com

Raúl Díaz Ocampo

Doctor PhD en Procesos y Productos Químicos. Universidad Internacional de Andalucía-Universidad de Huelva. Huelva- España., Master en Formulación y Tecnología del Producto, Aplicaciones en la Industria Química, Alimentaria y Farmacéutica. UNIA-UHU. Huelva-España. Master en Administración Educativa, Loja-Ecuador. Experto Universitario en Acreditación de Laboratorios de Análisis Químico, Universidad de Andalucía, España. Químico y Master en Ciencias Químicas, graduado en la Universidad de Amistad de los Pueblos. URAP. Moscú-Rusia.

Profesor Principal de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo – Ecuador, habiendo impartido las asignaturas: Física de fluidos, Química analítica, Química-física, Control de calidad de alimentos, Diseño y desarrollo de nuevos productos, Reología, entre otras.

Profesor de Posgrado en diversos programas de maestrías organizados por la Universidad Técnica Estatal de Quevedo.

Ha participado en cursos y seminarios a nivel nacional e internacional en el área de Alimentos, Química y Educación

Tiene publicaciones en revistas indexadas Scopus y Latindex, relacionadas con Ingeniería en Alimentos, Ingeniería Química, TIC en Educación, GestiónAmbiental.

Correo electrónico: rauldiaz@63gmail.com



@grupocompas.ec
compasacademico@icloud.com

ISBN: 978-9942-33-424-4



@grupocompas.ec
compasacademico@icloud.com

compAs
Grupo de capacitación e investigación pedagógica